

# АВТОМАТИКА ТА ІНФОРМАЦІЙНО- ВИМІРЮВАЛЬНА ТЕХНІКА

УДК 621.317.714

Кухарчук В. В., д. т. н., проф.;

Родінков В. І., к. т. н., доц.;

Коваль А. М., асп.

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРИЛАДУ МАГНІТО-ЕЛЕКТРИЧНОЇ СИСТЕМИ ПРИ ВИМІРЮВАННІ НЕСИНУСОЇДНИХ СИГНАЛІВ

*Розроблено і розв'язано математичну модель приладу магніто-електричної системи, що вимірює сигнали складної форми. Показано, що вимірювання несинусоїдних струмів та напруг супроводжується значними похибками вимірювання.*

### Вступ

В останній час все більше уваги привертають проблеми вимірювань несинусоїдних величин. Такі задачі виникають при вимірюваннях в пристроях силової перетворювальної техніки, які за своїми характеристиками є нелінійними елементами, а тому в них протікають струми та напруги складної негармонічної форми. Засоби вимірювання, які використовуються при вимірюваннях таких величин і які є комплектувальними елементами промислових зразків силових перетворювачів, не задовольняють вимог щодо точності вимірювань таких величин.

Зокрема з такою проблемою доводиться зустрічатись при вимірюваннях випрямлених струмів та напруг керованих та некерованих випрямлячів. Ці пристрої побудовані таким чином, що вказані величини мають пульсуючий характер і мають несинусоїдну форму, а їх гармонічний склад залежить від різних режимів роботи випрямляча та його навантаження. Такі величини здебільшого вимірюють електромеханічними приладами магніто-електричної системи, який вимірює середнє значення [1]. Однак, дослідження проведені у [2—4] показали, що при вимірюваннях постійних величин зі значною змінною складовою ці прилади не забезпечують необхідну точність вимірювання. Похибка вимірювання залежить від форми вимірювальної величини й зростає при збільшенні змінної несинусоїдної складової до 10—15 %.

Тобто за наявності змінної складової вимірювальної величини стрілка приладу відхиляється на кут менший за кут, який відповідає середньому значенню цієї величини. Це відбувається внаслідок механічних властивостей самого приладу, які не враховує рівняння перетворення приладу. Тому постає задача створення математичної моделі приладу цієї системи, яка б враховувала механічні властивості приладу при вимірюванні постійних пульсуючих струмів.

*Метою роботи є створення такої моделі, її розв'язку та оцінки похибок вимірювань струмів та напруг в пристроях силової перетворювальної техніки.*

### Матеріал та результати досліджень

Для електромеханічних приладів відомим є рівняння руху рухомої частини вимірювального механізму:

$$J \frac{d^2\alpha}{dt^2} + P \frac{d\alpha}{dt} + W\alpha = \frac{dW_e}{d\alpha}, \quad (1)$$

де  $J$  — момент інерції рухомої частини,  $P$  — коефіцієнт заспокоєння рамки через тертя об повітря й внаслідок магнітоіндукційного заспокоєння,  $W$  — питомий протидійний момент пружини, а в правій частині записаний обертальний момент. Розв'язавши це диференціальне рівняння можна от-

римати залежність зміни кута повороту в часі:  $\alpha = f(t)$  для конкретного вимірювального механізму. [5]

Для приладу магнітоелектричної системи рівняння (1) буде мати вигляд

$$J \frac{d^2\alpha}{dt^2} + P \frac{d\alpha}{dt} + W\alpha = BS\omega i(t), \quad (2)$$

де  $B$  — магнітна індукція, яку створює постійний магніт в зазорі;  $S$  — площа рамки,  $\omega$  — кількість витків обмотки,  $i(t)$  — струм, який протікає в обмотці.

За умови протікання через обмотку приладу ідеального постійного струму рівняння (2) перетвориться

$$W\alpha = BS\omega I.$$

Звідки

$$\alpha = \frac{BS\omega}{W} I. \quad (3)$$

Таке рівняння називається рівнянням перетворення вимірювального приладу і може бути застосоване для визначення кута повороту стрілки лише за умови ідеальної форми вхідного сигналу. Тому для оцінки похибок, що виникають під час вимірювань струмів та напруг складної форми, постає задача визначення кута відхилення стрілки приладу та її поведінки при дії зазначених сигналів. Рівняння (2) дає нам математичну залежність кута відхилення стрілки від струму який протікає через рамку приладу. Якщо, при розв'язанні даного рівняння, врахувати його реальну форму, то дане рівняння і буде шуканою математичною моделлю вимірювальних приладів з урахуванням несинусоїдності вхідного сигналу.

Для досягнення поставленої задачі нам необхідно розв'язати рівняння (2). Для спрощення його інтегрування проведемо деякі перетворення, що дозволяють позбутись вільного члена. Відхилення  $\alpha$  в кожний даний момент часу можна розглядати як суму двох відхилень: усталеного відхилення  $\alpha_c$ , постійного для даної сили струму  $I$ , і деякого змінного відхилення  $\phi$ , який залежить від механічних параметрів приладу і перетворюється на нуль при повній рівновазі приладу. Таким чином можна записати:

$$\alpha = \alpha_c + \phi$$

або, враховуючи (3),

$$\alpha = \frac{BS\omega}{W} I + \phi.$$

Так як  $\alpha_c = \text{const}$  (з певним прийнятим  $I = \text{const}$ ), то

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{d\phi}{dt}, \quad \frac{d^2\alpha}{dt^2} = \frac{d^2\phi}{dt^2}.$$

Після підстановки цих значень в основне рівняння (2) отримуємо:

$$J \frac{d^2\phi}{dt^2} + P \frac{d\phi}{dt} + W\phi = 0. \quad (4)$$

Отримане рівняння (4) є лінійним однорідним диференціальним рівнянням другого порядку. Його загальний розв'язок має вигляд

$$\phi = C_1 e^{x_1 t} + C_2 e^{x_2 t},$$

де  $x_1$  та  $x_2$  — корені характеристичного рівняння

$$Jx^2 + Px + W = 0; \quad (5)$$

$$x_{1,2} = -\frac{P}{2J} \pm \sqrt{\frac{P^2}{4J} - \frac{W}{J}}.$$

В залежності від коефіцієнтів характеристичного рівняння (5) можемо отримати три різних варіанти:

- 1)  $P^2 > 4JW$  — корені характеристичного рівняння дійсні й різні;
- 2)  $P^2 = 4JW$  — корені дійсні й однакові;
- 3)  $P^2 < 4JW$  — корені комплексні, спряжені.

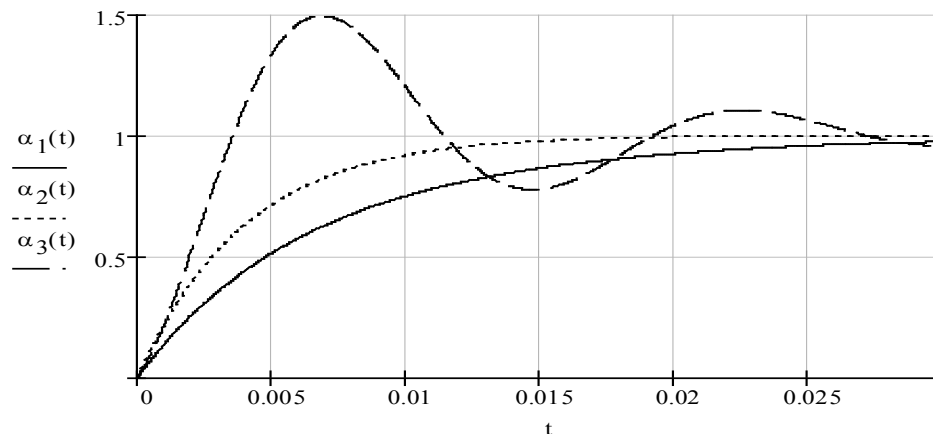


Рис. 1. Графічне зображення розв'язків рівняння (2) приладів з різними механічними параметрами

Відповідно цим трьом випадкам розв'язку характеристичного рівняння, отримуємо три різних види повного розв'язку рівняння (4). На рис. 1 графічно зображено три види розв'язку. Але, оскільки більшість вимірювальних приладів, які використовуються в електротехніці, мають механічні параметри, які відповідають першому виду розв'язку, то розглянемо детально саме цей тип.

Введемо такі позначення:

$$a = \frac{P}{2J}, \quad b = \sqrt{\frac{P^2}{4J} - \frac{W}{J}},$$

$$x_1 = -a + b, \quad x_2 = -a - b.$$

Тоді, враховуючи  $\alpha_c$ , повний розв'язок рівняння (2) матиме вигляд

$$\alpha = \alpha_c + e^{-at} (C_1 e^{bt} + C_2 e^{-bt}). \tag{6}$$

Сталі інтегрування знаходимо, використовуючи початкові умови. Спочатку руху, коли  $t = 0$ , рамка знаходиться в спокої. А значить початкові умови нульові. З рівняння (6) визначаємо

$$C_1 = -\frac{\alpha_c}{2b} (b + a), \quad C_2 = \frac{\alpha_c}{2b} (b - a).$$

Таким чином, рівняння (5) буде мати вигляд

$$\alpha = \alpha_c - \frac{\alpha_c}{2b} e^{-at} [(b + a)e^{bt} + (b - a)e^{-bt}]. \tag{7}$$

Отримане рівняння є розв'язком руху стрілки у разі дії постійного сигналу. Для його пристосування для вирішення вищеописаних задач зробимо заміну безперервної змінної величини дискретною, розбивши періодичну функцію на скінчену кількість проміжків малої тривалості. Й поступово розв'яжемо рівняння (4) для кожного окремого значення вхідної величини, яке відповідає певному часовому проміжку, беручи початкові умови з попереднього етапу. Підсумовуючи результати, отримані на кожному етапі, ми отримаємо розв'язок руху стрілки у разі дії несинусоїдного вхідного сигналу.

Проведемо вказані операції для певного приладу при дії сигналів різної форми. Візьмемо, наприклад, амперметр М330. Його механічні характеристики такі, що рівняння (2) набуде вигляду

$$0,87 \cdot 10^{-7} \frac{d^2\alpha}{dt^2} + 9,835 \cdot 10^{-7} \frac{d\alpha}{dt} + 185,5 \cdot 10^{-9} \cdot \alpha = 455,36 \cdot 10^{-6} i(t). \tag{8}$$

Проаналізуємо поведінку стрілки у разі протікання через рамку приладу ідеального постійного струму та деякого пульсуючого струму, аналітичний запис якого представляється гармонічним рядом

$$i_2 = 30 \cdot 10^{-3} + 10^{-3} \left[ 10 \sin(2\pi \cdot 300t - 30^\circ) + 4 \cdot \sin(3 \cdot 2\pi \cdot 300t + 160^\circ) + 1,5 \cdot \sin(5 \cdot 2\pi \cdot 300t + 45^\circ) \right].$$

Досліджувані струми графічно подані на рис. 2, із якого видно, що середнє значення функції несинусоїдного струму дорівнює за величиною ідеальному постійному й складає 30 мА.

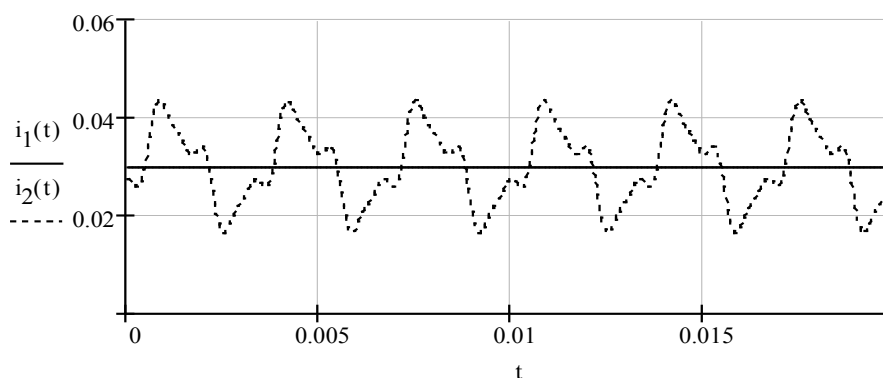


Рис. 2. Форма досліджуваних сигналів

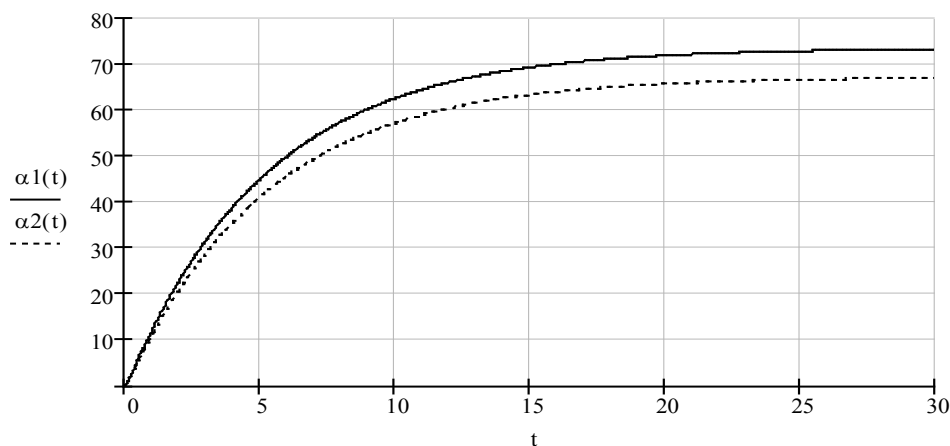


Рис. 3. Графіки зміни кута відхилення стрілки в часі

Як випливає з отриманих залежностей, кінцевий кут відхилення стрілки різний для сигналів різної форми, хоч їх середнє значення однакове. Кут відхилення у разі дії постійного струму складає  $73,7^\circ$  і його можна вважати кутом, який відповідає середньому значенню, а друга залежність моделює поведінку стрілки у разі протікання через обмотку приладу струму складної форми, яка в результаті відхилилась на кут  $67,3^\circ$ . Тому з цих залежностей можна чітко знайти похибку вимірювання несинусоїдної величини цієї форми. Вона складає 8,5 %, що чітко корегується з експериментальними дослідженнями, проведеними на попередніх етапах [2—4].

### Висновки

В ході проведеного дослідження створено математичну модель приладу магніто-електричної системи при вимірюванні несинусоїдних струмів та напруг. Її розв'язок для певного приладу показав, що у разі вимірювання сигналів складної форми, виникає значна похибка, яка виходить за межі класу точності даного приладу. Створена модель математично обґрунтовує експериментальні дані, отримані на попередніх етапах дослідження, і може бути використана для оцінки та корекції

похибок вимірювань несинусоїдних струмів та напруг магніто-електричними вимірювальними засобами.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Рудольф Лаппе Измерение в энергетической электронике ; пер. с нем. В. А. Лабунцова / Рудольф Лаппе, Фридрих Фишер. — М. : Энергоиздатом, 1986. — 230 с.
2. Родінков В. І. Оцінка точності вимірювання струмів та напруг складної форми у трифазному однофазному керуваному випрямлячі / В. І. Родінков, А. М. Коваль // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. — 2005. — № 1. С. 51—55.
3. Родінков В. І. Вплив параметрів фільтруючих установок на точність вимірювання електричних величин в трифазному мостовому випрямлячі / В. І. Родінков, А. М. Коваль // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету. — 2006. — № 3(1). С. 113—115.
4. Родінков В. І. Вплив параметрів Г-подібних фільтрів на точність вимірювання електричних величин в трифазному мостовому випрямлячі / В. І. Родінков, А. М. Коваль // Вісник Хмельницького національного університету. — 2006. — № 5. С. 124—127.
5. Карандаев К. Б. Гальванометры постоянного тока / К. Б. Карандаев. — Львов: изд-во Львовского университета, 1957. — 326 с.

Рекомендована кафедрою теоретичної електротехніки та електричних вимірювань

Надійшла до редакції 9.04.09  
Рекомендована до друку 24.04.09

**Кухарчук Василь Васильович** — завідувач кафедри, **Родінков Валерій Іванович** — доцент, **Коваль Андрій Миколайович** — аспірант.

Кафедра теоретичної електротехніки та електричних вимірювань, Вінницький національний технічний університет