

МАШИНОБУДУВАННЯ І ТРАНСПОРТ

УДК 629.114.4

О. В. Березюк, канд. техн. наук

АНАЛІТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ГІДРОПРИВОДУ ПОВОРОТУ ВАЖЕЛЯ МАНІПУЛЯТОРА ПІД ЧАС ЗАВАНТАЖЕННЯ ТВЕРДИХ ПОБУТОВИХ ВІДХОДІВ У СМІТТЄВОЗ

Запропоновано спрощену математичну модель гідроприводу повороту важеля маніпулятора під час завантаження твердих побутових відходів у сміттєвоз. Отримано наближені аналітичні залежності тиску в напірній магістралі гідроциліндра, кутової швидкості та кута повороту важеля маніпулятора від часу. Виявлено наближену залежність повороту важеля маніпулятора від основних параметрів гідроприводу. Визначено оптимальне значення подачі гідронасоса, яке забезпечує мінімальний час повороту важеля маніпулятора під час завантаження твердих побутових відходів у сміттєвоз.

Вступ

Згідно статистичних даних щорічний об'єм твердих побутових відходів (ТПВ), що утворюються в населених пунктах України перевищує 46 млн. м³. Переважна їх більшість захоронюється на полігонах та сміттєзвалищах. Збирання ТПВ є основним завданням санітарного очищення населених пунктів і здійснюється більше ніж 4,1 тис. спеціальними автомобілями (сміттєвозами) [1], а тому пов'язане із значними фінансовими витратами. Перед перевезенням ТПВ сміттєвозами до місця їх утилізації виконується операція завантаження відходів. Лише на операцію завантаження ТПВ щорічно комунальними підприємствами України витрачається майже 2,7 тис. тон пального. Згідно із Постановою Кабінету Міністрів України № 265 [2], забезпечення застосування сучасних вискоєфективних сміттєвозів у комунальному господарстві країни є актуальною науково-технічною задачею. Зокрема, актуальною є проблема забезпечення зниження витрат пального на операції завантаження ТПВ у сміттєвоз.

Аналіз [3] розробок в галузі завантаження ТПВ показав, що у більшості сміттєвозів завантаження відходів здійснюється за допомогою гідравлічного приводу робочих органів. Встановлено, що операція завантаження ТПВ у сміттєвоз складається із повороту важеля та перевертання захвату контейнера. Із зальної тривалості операції завантаження ТПВ у сміттєвоз основну частину (75 %) займає поворот важеля маніпулятора. В роботі [4] наведено математичну модель гідроприводу повороту важеля маніпулятора на операції завантаження ТПВ у сміттєвоз у вигляді суттєво нелінійної системи диференціальних рівнянь, яка не може бути розв'язана відомими аналітичними методами в допустимих межах похибки.

Метою дослідження є визначення оптимальних значень основних параметрів приводу, які забезпечують зниження витрат пального за рахунок мінімізації часу повороту важеля маніпулятора на операції завантаження твердих побутових відходів у сміттєвоз.

Основна частина

На рис. 1 показана розрахункова схема спрощеної математичної моделі гідроприводу повороту важеля маніпулятора на операції завантаження ТПВ у сміттєвоз.

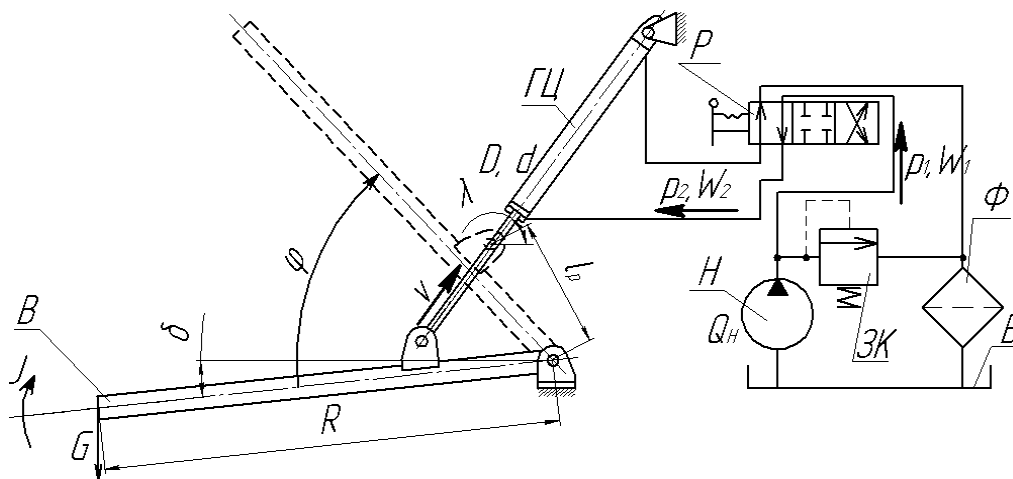


Рис. 1. Розрахункова схема спрощеної математичної моделі гідроприводу повороту важеля маніпулятора на операції завантаження ТПВ у сміттевоз: В—важіль, ГЦ—гідроциліндр, Р—гідророзподільник, Н—гідронасос, ЗК—запобіжний клапан, Ф—фільтр, Б—бак із робочою рідиною;

основні геометричні, кінематичні та силові параметри: p_1, p_2 — тиски відповідно на виході насоса, на вході гідроциліндра; W_1, W_2 — об’єми трубопроводів між насосом та гідророзподільником, гідророзподільником та входом гідроциліндра; Q_H — фактична подача насоса; D, d — діаметри поршня та штока; J — момент інерції рухомих елементів; G — вага рухомих елементів; R — радіус обертання рухомих елементів; l_p — відстань між центрами обертання важеля та штока; δ — кут між віссю важеля та горизонталлю; ϕ — кут повороту важеля; λ — кут нахилу осі гідроциліндра до горизонталі

Аналіз проведених досліджень повної математичної моделі [4] показав, що $p_1 \approx p_2 \approx p_{12}$, а вплив тиску в зливних магістралях, сил в’язкого тертя на роботу гідроприводу є несуттєвим. Оскільки кут λ змінюється несуттєво під час зміни кута повороту важеля ϕ , то приймаємо його рівним деякому середньому значенню $\lambda \approx \lambda_{cp}$.

З метою лінеаризації величини $\cos(\phi - \delta)$ введемо заміну:

$$\cos(\phi - \delta) \approx \cos(\omega_0 t - \delta), \tag{1}$$

де
$$\omega_0 \approx \frac{Q_H}{2l_p S_{Ц1}} = \text{const} \tag{2}$$

усереднене в першому наближенні значення кутової швидкості повороту важеля; $S_{Ц1} = \pi(D^2 - d^2)/4$ — площа штокової порожнини гідроциліндра.

Тому спрощена математична модель гідроприводу повороту важеля маніпулятора на операції завантаження ТПВ у сміттевоз, яка розроблена на основі загальновідомих для гідроприводів підходів, має вигляд:

$$\begin{cases} Q_H = 2\omega l_p S_{Ц1} + \sigma p_{12} + K W_{12} \dot{p}_{12}; \\ p_{12} S_{Ц1} l_p \sin \lambda_{cp} = J \dot{\omega} + GR \cos(\omega_0 t) \cos \delta + GR \sin(\omega_0 t) \sin \delta, \end{cases} \tag{3}$$

де $W_{12} = W_1 + W_2$; $\omega = \dot{\phi} \neq \text{const}$ — миттєве значення кутової швидкості повороту важеля.

Для дослідження спрощеної математичної моделі використаємо перетворення за Лапласом, що набуло широкого застосування для аналізу математичних моделей гідроприводів, згідно якого отримаємо:

$$\begin{cases} Q_H/s = \Omega(s) 2l_p S_{Ц1} + P(s) \sigma + P(s) s K W_{12}; \\ P(s) S_{Ц1} l_p \sin \lambda_{cp} = \Omega(s) s J + s GR \cos \delta / (s^2 + \omega_0^2) + \omega_0 GR \sin \delta / (s^2 + \omega_0^2). \end{cases} \tag{4}$$

Підставляючи рівняння (6) в рівняння (5), отримаємо:

$$\Omega(s) = \frac{-b_3 s^3 + b_2 s^2 - b_1 s + b_0}{s(s^2 + \omega_0^2)(a_2 s^2 + a_1 s + a_0)}, \quad (5)$$

де $a_1 = \sigma J$; $a_2 = KW_{12}J$; $a_0 = 2l_p^2 S_{II1}^2 \sin \lambda_{cp}$; $b_3 = KW_{12}GR \cos \delta$;

$$b_2 = Q_H l_p S_{II1} \sin \lambda_{cp} - \sigma GR \cos \delta - KW_{12} \omega_0 GR \sin \delta; \quad b_1 = \sigma \omega_0 GR \sin \delta; \quad (6)$$

$$b_0 = Q_H \omega_0^2 l_p S_{II1} \sin \lambda_{cp}.$$

Методом розкладання виразу (5) на простіші дроби після приведення до канонічного вигляду отримаємо:

$$\Omega(s) = A \frac{1}{s} + B \frac{s}{s^2 + \omega_0^2} + \frac{C}{\omega_0} \frac{\omega_0}{s^2 + \omega_0^2} + \frac{D}{a_2} \frac{s + a_1/(2a_2)}{(s + a_1/(2a_2))^2 + (4a_0 a_2 - a_1^2)/(4a_2^2)} + \frac{4E - Da_1}{2\sqrt{4a_0 a_2 - a_1^2}} \frac{\sqrt{4a_0 a_2 - a_1^2}/(2a_2)}{(s + a_1/(2a_2))^2 + (4a_0 a_2 - a_1^2)/(4a_2^2)}, \quad (7)$$

$$\text{де } A = \frac{b_0}{a_0 \omega_0^2}; \quad B = \frac{(b_2 \omega_0^2 - b_0)(a_0 - a_2 \omega_0^2) - a_1 \omega_0^2 (b_3 \omega_0^2 - b_1)}{\omega_0^2 [(a_0 - a_2 \omega_0^2)^2 + a_1^2 \omega_0^2]};$$

$$C = \frac{(b_3 \omega_0^2 - b_1)(a_0 - a_2 \omega_0^2) - a_1 (b_2 \omega_0^2 - b_0)}{(a_0 - a_2 \omega_0^2)^2 + a_1^2 \omega_0^2}; \quad (8)$$

$$D = -\frac{a_2 b_0}{a_0 \omega_0^2} - \frac{a_2 (b_2 \omega_0^2 - b_0)(a_0 - a_2 \omega_0^2) - a_1 a_2 \omega_0^2 (b_3 \omega_0^2 - b_1)}{\omega_0^2 [(a_0 - a_2 \omega_0^2)^2 + a_1^2 \omega_0^2]};$$

$$E = -b_3 - \frac{a_1 b_0}{a_0 \omega_0^2} - \frac{a_0 a_1 (b_2 \omega_0^2 - b_0) - \omega_0^2 (b_3 \omega_0^2 - b_1)(a_1^2 - a_0 a_1 + a_2^2 \omega_0^2)}{\omega_0^2 [(a_0 - a_2 \omega_0^2)^2 + a_1^2 \omega_0^2]}.$$

Знаходимо оригінал зображення (7)

$$\omega(t) = A + B \cos(\omega_0 t) + \frac{C}{\omega_0} \sin(\omega_0 t) + \frac{D}{a_2} e^{-\frac{a_1}{2a_2} t} \cos\left(\frac{\sqrt{4a_0 a_2 - a_1^2}}{2a_2} t\right) + \frac{4E - Da_1}{2\sqrt{4a_0 a_2 - a_1^2}} e^{-\frac{a_1}{2a_2} t} \sin\left(\frac{\sqrt{4a_0 a_2 - a_1^2}}{2a_2} t\right). \quad (9)$$

Виключаючи незначні коефіцієнти виразу (9), які мають вищий порядок малості (наприклад, $a_0 = 6,1 \cdot 10^{-6}$; $a_2 \omega_0^2 = 1,27 \cdot 10^{-10}$), та враховуючи прийняті позначення згідно з (2), (6), (8), кутова швидкість повороту важеля маніпулятора описується таким рівнянням:

$$\begin{aligned} \omega(t) \approx & \frac{Q_H}{2l_p S_{\text{ц1}}} - \frac{\sigma GR \cos \delta}{\sqrt{2l_p^2 S_{\text{ц1}}^2 \sin \lambda_{cp}}} \sin \left(\frac{Q_H}{2l_p S_{\text{ц1}}} t + \frac{\pi}{4} \right) - \\ & - \left(\frac{Q_H}{2l_p S_{\text{ц1}}} - \frac{\sigma GR \cos \delta}{2l_p^2 S_{\text{ц1}}^2 \sin \lambda_{cp}} \right) e^{-\frac{\sigma}{2KW_{12}} t} \cos \left(l_p S_{\text{ц1}} \sqrt{\frac{2 \sin \lambda_{cp}}{KW_{12} J}} t \right) - \\ & - \frac{GR \cos \delta}{l_p S_{\text{ц1}}} e^{-\frac{\sigma}{2KW_{12}} t} \sin \left(l_p S_{\text{ц1}} \sqrt{\frac{2 \sin \lambda_{cp}}{KW_{12} J}} t \right). \end{aligned} \quad (10)$$

Для визначення кута повороту важеля маніпулятора проінтегруємо рівняння (10) і, враховуючи початкові умови $\phi(0) = 0$, отримаємо:

$$\begin{aligned} \phi(t) = & \frac{Q_H}{2l_p S_{\text{ц1}}} t + \frac{\sqrt{2}\sigma GR \cos \delta}{Q_H l_p S_{\text{ц1}} \sin \lambda_{cp}} \left(\cos \left(\frac{Q_H}{2l_p S_{\text{ц1}}} t + \frac{\pi}{4} \right) - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) - \\ & - \frac{KW_{12} \left(Q_H l_p S_{\text{ц1}} \sigma J \sin \lambda_{cp} - \sigma^2 GR \cos \delta + 4l_p^2 S_{\text{ц1}}^2 KW_{12} GR \sin \lambda_{cp} \cos \delta \right)}{l_p^2 S_{\text{ц1}}^2 \sin \lambda_{cp} \left(8l_p^2 S_{\text{ц1}}^2 KW_{12} \sin \lambda_{cp} + \sigma^2 J \right)} \left[1 - e^{-\frac{\sigma}{2KW_{12}} t} \times \right. \\ & \left. \times \cos \left(l_p S_{\text{ц1}} \sqrt{\frac{2 \sin \lambda_{cp}}{KW_{12} J}} t \right) \right] - \frac{Q_H KW_{12} \sqrt{2KW_{12} J} \sin \lambda_{cp}}{8l_p^2 S_{\text{ц1}}^2 KW_{12} \sin \lambda_{cp} + \sigma^2 J} e^{-\frac{\sigma}{2KW_{12}} t} \sin \left(l_p S_{\text{ц1}} \sqrt{\frac{2 \sin \lambda_{cp}}{KW_{12} J}} t \right). \end{aligned} \quad (11)$$

Виключаючи незначні коефіцієнти виразу (11), які мають вищий порядок малості, отримаємо спрощене рівняння зміни кута повороту важеля маніпулятора:

$$\phi(t) \approx \frac{Q_H}{2l_p S_{\text{ц1}}} t + \frac{\sqrt{2}\sigma GR \cos \delta}{Q_H l_p S_{\text{ц1}} \sin \lambda_{cp}} \left(\cos \left(\frac{Q_H}{2l_p S_{\text{ц1}}} t + \frac{\pi}{4} \right) - \frac{\sqrt{2}}{2} \right). \quad (12)$$

Розв'язуючи систему рівнянь (4) відносно $P(s)$ після приведення до канонічного вигляду отримаємо:

$$\begin{aligned} P(s) = & A_p \frac{1}{s} + \frac{B_p - C_p - F_p}{KW_{12}} \frac{1}{s^2 + \sigma/(KW_{12})} - D_p \frac{s}{s^2 + \omega_0^2} - \frac{E_p}{\omega_0} \frac{\omega_0}{s^2 + \omega_0^2} - \frac{G_p}{a_2} \times \\ & \times \frac{s + a_1/(2a_2)}{\left(s + a_1/(2a_2) \right)^2 + \left(4a_0 a_2 - a_1^2 \right)/(4a_2^2)} - \frac{4H_p - G_p a_1}{2\sqrt{4a_0 a_2 - a_1^2}} \frac{\sqrt{4a_0 a_2 - a_1^2}/(2a_2)}{\left(s + a_1/(2a_2) \right)^2 + \left(4a_0 a_2 - a_1^2 \right)/(4a_2^2)}, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\text{де } A_p = \frac{Q_H - 2Al_p S_{\text{ц1}}}{\sigma}; B_p = -\frac{KW_{12} (Q_H - 2Al_p S_{\text{ц1}})}{\sigma}; C_p = -\frac{2l_p S_{\text{ц1}} KW_{12} (B\sigma - CKW_{12})}{\sigma^2 + K^2 W_{12}^2 \omega_0^2}; \quad (14)$$

$$D_p = \frac{2l_p S_{\text{ц1}} (B\sigma - CKW_{12})}{\sigma^2 + K^2 W_{12}^2 \omega_0^2}; E_p = \frac{2l_p S_{\text{ц1}} (BKW_{12} \omega_0^2 + C\sigma)}{\sigma^2 + K^2 W_{12}^2 \omega_0^2}; F_p = \frac{2l_p S_{\text{ц1}} KW_{12} (D\sigma - EKW_{12})}{a_1 KW_{12} \sigma - a_2 \sigma - a_0 K^2 W_{12}^2};$$

$$G_p = -\frac{2l_p S_{\text{ц1}} a_2 (D\sigma - EKW_{12})}{a_1 KW_{12} \sigma - a_2 \sigma - a_0 K^2 W_{12}^2}; H_p = \frac{2l_p S_{\text{ц1}} (E(a_1 KW_{12} - a_2) - Da_0 KW_{12})}{a_1 KW_{12} \sigma - a_2 \sigma - a_0 K^2 W_{12}^2}.$$

Далі знаходимо оригінал зображення (13):

$$\begin{aligned} p(t) = & A_p + \frac{B_p - C_p - F_p}{KW_{12}} e^{-\frac{\sigma}{KW_{12}} t} - D_p \cos(\omega_0 t) - \frac{E_p}{\omega_0} \sin(\omega_0 t) - \\ & - \frac{G_p}{a_2} e^{-\frac{a_1}{2a_2} t} \cos \left(\frac{\sqrt{4a_0 a_2 - a_1^2}}{2a_2} t \right) - \frac{4H_p - G_p a_1}{2\sqrt{4a_0 a_2 - a_1^2}} e^{-\frac{a_1}{2a_2} t} \sin \left(\frac{\sqrt{4a_0 a_2 - a_1^2}}{2a_2} t \right). \end{aligned} \quad (15)$$

Нехтуючи незначними коефіцієнтами рівняння (15), які мають вищий порядок малості, та враховуючи прийняті позначення згідно з (2), (6), (8), (14), тиск в напірній магістралі гідроциліндра можна описати рівнянням:

$$p(t) \approx \frac{\sqrt{2}\sigma GR \cos \delta}{l_p S_{ц1} \sin \lambda_{cp}} \sin \left(\frac{Q_H}{2l_p S_{ц1}} t + \frac{\pi}{4} \right) + \frac{Q_H}{l_p S_{ц1}} \sqrt{\frac{J}{2KW_{12} \sin \lambda_{cp}}} e^{-\frac{\sigma}{2KW_{12}} t} \sin \left(l_p S_{ц1} \sqrt{\frac{2 \sin \lambda_{cp}}{KW_{12} J}} t \right). \quad (16)$$

Порівняння результатів повної та спрощеної математичних моделей, а також аналітичного її розв’язання спрощеної моделі показано на рис. 2. Похибка склала близько 13 %, що є прийнятним для виконання попередніх проектних розрахунків.

Використовуючи рівняння (12), отримано таку залежність тривалості повороту важеля маніпулятора на операції завантаження ТПВ у смітєвоз від основних параметрів його приводу:

$$t \approx \frac{2l_p S_{ц1}}{Q_H} \left(\phi - \arccos \left(\frac{Q_H^2 \sin \lambda_{cp}}{2\sqrt{2}\sigma GR \cos \delta} \phi \right) + \frac{\pi}{2} \right). \quad (17)$$

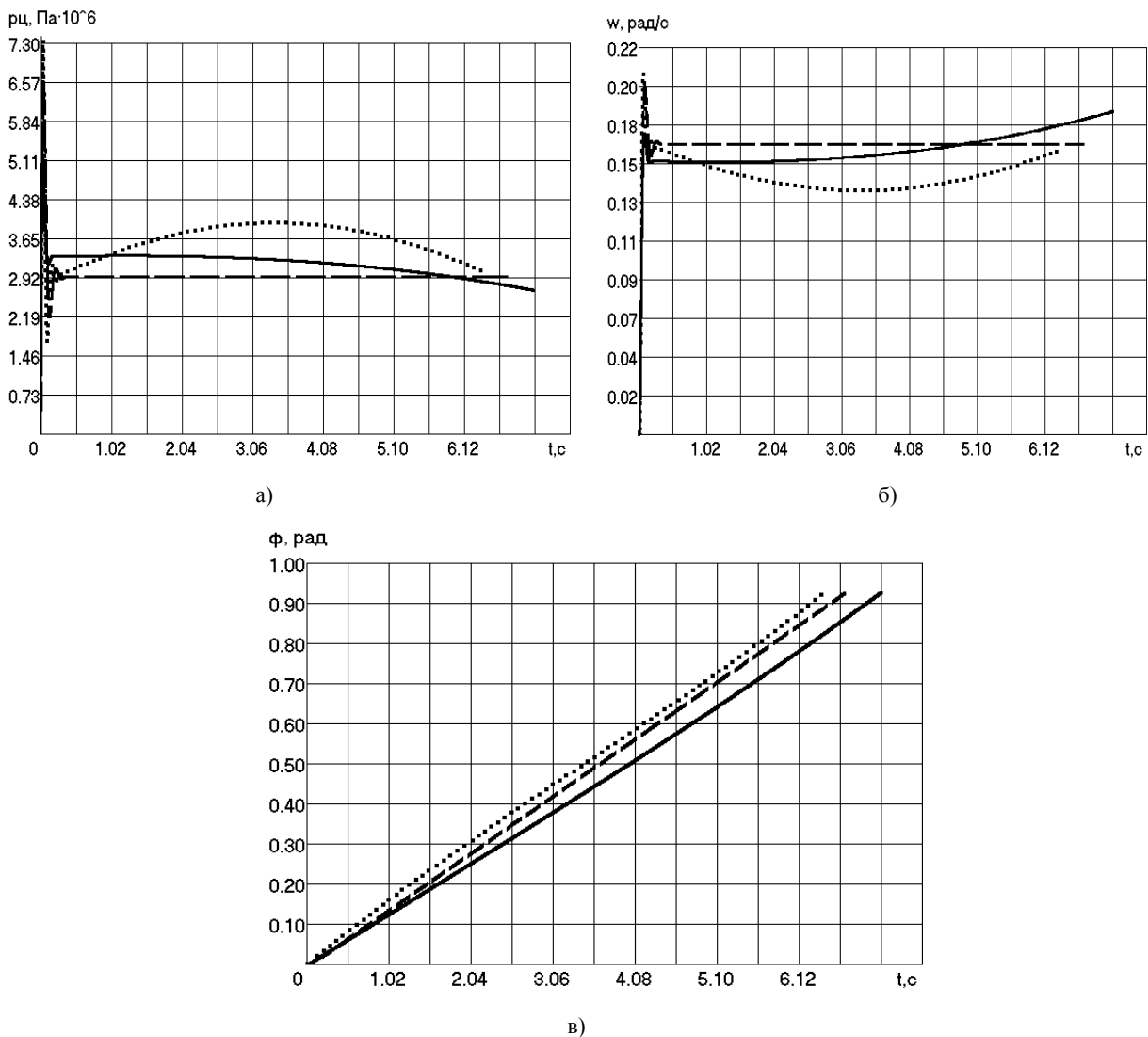


Рис. 2. Порівняння результатів повної (—) та спрощеної (---) математичних моделей, а також аналітичного її розв’язання (···): а) — зміна тиску в гідроциліндрі; б) — зміна кутової швидкості; в) — кут повороту

На рис. 3 показано залежність тривалості повороту важеля маніпулятора t від подачі гідронасоса Q_n , побудовану згідно з рівнянням регресії (19).

За допомогою залежності (17) в середовищі MathCAD визначено оптимальне значення подачі гідронасоса $Q_{n, \text{опт}} = 53,9$ л/хв, для якої тривалість повороту важеля буде мінімальною $t_{\text{мін}} = 3,82$ с.

За попередніми розрахунками річна економія пального для комунального господарства в розрахунку на один сміттєвоз складає 127 л пального.

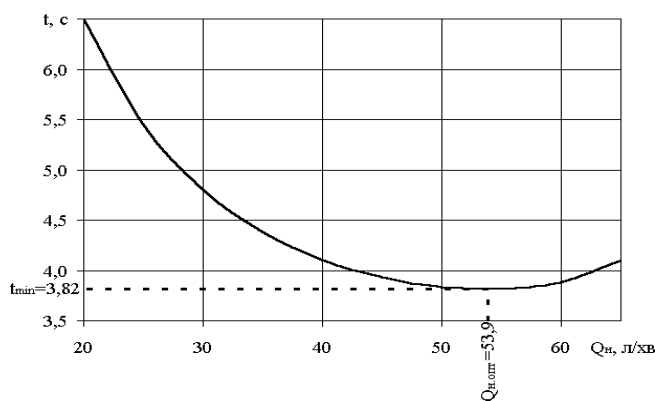


Рис. 3. Залежність тривалості повороту важеля маніпулятора t від подачі гідронасоса Q_n

Висновки

1. Запропоновано спрощену математичну модель гідроприводу повороту важеля маніпулятора на операції завантаження твердих побутових відходів у сміттєвоз, яка дозволила отримати наближені аналітичні залежності тиску в напірній магістралі гідроциліндра, кутової швидкості та кута повороту важеля маніпулятора від часу, що можуть бути використаними у проектних розрахунках нових конструкцій сміттєвозів.

2. Виявлено наближену залежність тривалості повороту важеля маніпулятора від основних параметрів гідроприводу, на основі якої визначено оптимальну подачу гідронасоса $Q_{n, \text{опт}} = 53,9$ л/хв, для якої тривалість повороту важеля буде мінімальною $t_{\text{мін}} = 3,82$ с, що дозволяє інтенсифікувати завантаження твердих побутових відходів зі зменшенням витрат пального на 127 л/рік в розрахунку на один сміттєвоз.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Портал України з поводження з твердими побутовими відходами. — Режим доступу: <http://www.ukrwaste.com.ua>.
2. Постанова Кабінету Міністрів України від 4 березня 2004 року № 265 «Про затвердження Програми поводження з твердими побутовими відходами». — Режим доступу : <http://zakon.rada.gov.ua/cgi-bin/laws/main.cgi?nreg=265-2004-%EF>.
3. Савуляк В. І. Технічне забезпечення збирання, перевезення та підготовки до переробки твердих побутових відходів : моног. / В. І. Савуляк, О. В. Березюк. — Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2006. — 218 с. — ISBN 966-641-194-6.
4. Березюк О. В. Математичне моделювання динаміки гідроприводу робочих органів завантаження твердих побутових відходів у сміттєвози / О. В. Березюк // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2009. — № 4 — С. 81—86.

Рекомендована кафедрою менеджменту у будівництві, охорони праці та безпеки життєдіяльності

Надійшла до редакції 1.12.09
Рекомендована до друку 21.01.10

Березюк Олег Володимирович — доцент кафедри безпеки життєдіяльності.
Вінницький національний технічний університет