

УДК 621.317.39

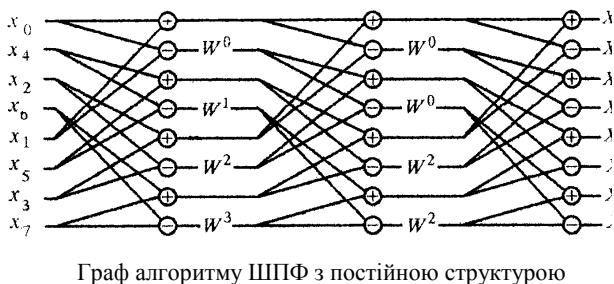
О. І. Прокопов, студ.

ОБЧИСЛЕННЯ СМУГОВИХ СПЕКТРАЛЬНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ІНТЕРФЕРЕНЦІЙНИХ СИГНАЛІВ

Запропоновано модифікацію проведення обчислення смугових спектральних характеристик за алгоритмами швидкого перетворення Фур'є (ШПФ). Для різних значень $M \cdot N$ послідовності відліків час обробки результатів зменшується приблизно на порядок. Наведено формулу, яка дає можливість оцінити доцільність використання запропонованої модифікації обчислень смугових спектральних характеристик за алгоритмами ШПФ.

Вступ

Висока чутливість і точність інтерференційних приладів, реалізація безконтактного контролю об'єктів посилює роль інтерферометрії в сучасних високих технологіях. Інтерференційні методи вимірювання ґрунтовані на кількісній оцінці форми зондувального хвильового фронту є основними у контролі форми поверхні матеріалів [1]. Обробка інтерференційних сигналів хвильового фронту проводиться частотними методами цифрової обробки для визначення значень інтерференційних екстремумів частоти на оптико-електронних вимірювально-обчислювальних комплексах за допомогою стандартних програм спектральної обробки. Цифрова обробка інтерференційних сигналів потребує визначення спектральних складових дискретним перетворенням Фур'є (ДПФ) чи алгоритмом швидкого перетворення Фур'є (ШПФ) [2], який є ефективнішим за часом обчислення. Для послідовності в N -відліків ДПФ потребує виконання кількості операцій типу «комплексне множення плюс додавання» у кількості N^2 . Обчислення за алгоритмом ШПФ потребує меншу кількість обчислювальних операцій. Для послідовності з $N = 1024$ відліку час обчислення зменшується в $N^2/3N \log_2 N \approx 33$ [3]. Граф-схема алгоритму ШПФ за основою 2 була запропонована Кулі і Тьюкі у 1965 році і показана на рисунку.



Граф алгоритму ШПФ з постійною структурою

Розглядаючи цю структуру, можна побачити, що для обчислення значень тільки двох спектральних складових X_0 та X_1 , а не всіх, можна зменшити час обчислення. Похибка обчислення значень складових X_0 і X_1 не зміниться порівняно із загальною структурою обчислення алгоритмом ШПФ, тому що графи обчислень X_0 і X_1 не змінюються.

Відомі програми ШПФ орієнтовані на розрахунок спектра, коли кількість вхідних відліків дорівнює кількості вихідних спектральних гармонік. Для смугових розрахунків тільки для 6-ти, 8-ми, чи 10-ти гармонік за алгоритмом загальної граф-схеми ШПФ можливо скоротити кількість операцій, що збільшить швидкість обробки інтерференційних сигналів [1].

Метою роботи є підвищення швидкості обчислень смугових характеристик за рахунок запропонованої нової модифікації проведення послідовності обчислень.

Постановка задачі

Основною задачею є підвищення швидкодії обчислень смугових спектральних складових. Обчислити 6, 8, чи 10 спектральних гармонік програмами ШПФ орієнтованими на розрахунок повного спектра, коли кількість вхідних відліків дорівнює кількості вихідних спектральних гармонік. Для смугових розрахунків тільки 6-ти, 8-ми, чи 10-ти гармонік за алгоритмом граф-схеми ШПФ можна провести модифікацію послідовності обчислень для скорочення кількості операцій, що збільшить швидкість обробки. Зміна послідовності обчислень зменшує час обчислень характеристик інтерференційних сигналів.

Технічна сутність

Розглянемо дискретне перетворення Фур'є:

$$F(k) = \frac{1}{P} \sum_{i=0}^{P-1} x(i) W^{i \cdot k}, \quad (1)$$

де $x(i)$ — вхідна послідовність відліків; $W = e^{-j \frac{2\pi}{P}}$; P — кількість відліків сигналу і складових спектра. Проведемо заміну змінних у виразі (1) у вигляді $P = M \cdot N$, де M — кількість гармонік на смузі частот, а N — кількість частотних смуг повного спектра сигналу, який розраховується за алгоритмом ШПФ. Врахуємо що i у виразі (1) буде змінюватися не від 0 до $P-1$, а від 0 до $M \cdot N-1$, визначимо значення дискретних складових на смузі частот:

$$F(f_n + l) = \frac{1}{M \cdot N} \sum_{l=0}^{M-1} W^{NlM} \cdot \sum_{n=0}^{N-1} W^{f_n + l \cdot n} \cdot x(lN + n). \quad (2)$$

Згідно з виразом (2) після заміни змінних P на $M \cdot N$ у виразі (1) організація обчислень зводиться до обчислення тільки потрібних M -спектральних складових на смузі $f_n, \dots, f_n + 1$. Обчислення згідно з виразом (2) передбачає проведення $M-N$ -відлікових розрахунків масивів алгоритмами ШПФ у вигляді

$$F'(f_n + l) = \frac{1}{M \cdot N} \sum_{l=0}^{M-1} W^{MlN} \cdot \sum_{n=0}^{N-1} x(lN + n) \cdot W^{f_n \cdot n}. \quad (3)$$

Для еквівалентності значень $F'(f_n + l)$ і $F(f_n + l)$ згідно з виразом (2) проводиться корекція спектральних складових на смузі шляхом перемноження результатів виразу (3) на $W^{l \cdot n}$ для кожної спектральної гармоніки. Цю операцію можна виконати над вхідною послідовністю відліків згідно з теоремою зсуву [3] спектральних складових діапазону $f_n, \dots, f_n + 1$ і перенести цей діапазон на нульову смугу.

Ефективність алгоритму такої організації обчислень полягає в тому, що за умови виконання $M-N$ -відлікових ШПФ всередині суми виразу (3) потрібно обчислювати тільки M значень спектральних складових смуги, які потрапляють в діапазон $f_n, \dots, f_n + 1$, а не всі значення гармонік для повного алгоритму ШПФ і тому на обчислення зайвих гармонік не потрібно витрачати час.

Оцінимо ефективність запропонованого алгоритму організації обчислень. Розглянемо стандартний алгоритм ШПФ [2]. Основною операцією цього алгоритму є базова операція «метелик», в якій обчислюють дві спектральні складові. Через те що потрібно обчислювати згідно з (3) кожен окрему гармоніку, то можна прийняти за час її обчислення $1/2$ базової операції «метелик» на кінцевому етапі граф-схеми ШПФ за умовний час її виконання. Будемо рухатись з кінця граф-схеми ШПФ на початок до вхідних значень. Згідно з алгоритмом ШПФ на попередньому етапі буде виконуватися вже повна базова операція «метелик» і час її виконання можна прийняти за 1, ще раніше виконувалося 2 операції і тому загальну кількість обчислювальних операцій за алгоритмом ШПФ для одної гармоніки можна подати у вигляді $1/2 + 1 + \dots + N/4 = N - 1/2$. Для визначення усіх складових смуги потрібно виконати $M \cdot N - 1/2$ операцій. Згідно з виразом (3) потрібно ще виконати $M/2 \cdot \log_2 M$ операцій обчислення за алгоритмом ШПФ, але над меншою розмірністю граф-схеми. Повний час виконання обчислень запрограмованим алгоритмом буде дорівнювати часу виконання $M \cdot N - 1/2 + M/2 \cdot \log_2 M$ базових операцій «метелик». Згідно з [2] кількість базових операцій ШПФ дорівнює $M \cdot N/2 \log_2 M \cdot N$. Тому коефіцієнт ефективності для різних значень смуг гармонік можливо отримати у вигляді виразу

$$K_{\text{еф}M \cdot N} = \frac{\frac{M \cdot N}{2} \log_2 M \cdot N}{\frac{M \cdot N - 1}{2} + \frac{M}{2} \log_2 M}. \quad (4)$$

З ряду 6, 8, 10 гармонік [1] виберемо число 8 і для нього розрахуємо коефіцієнт ефективності згідно з виразом (4), $M = 8, N = 128$.

$$K_{\text{эф}}_{8-128} = \frac{8 \cdot 128/2 \cdot \log_2 2^{10}}{8 \cdot 127/2 + \frac{8}{2} \log_2 2^{23}} \approx 10 \text{ разів.}$$

Висновки

Використовуючи запропонований алгоритм організації обчислень, зменшується час обробки результатів приблизно на порядок. Для різних значень $M \cdot N$ наведена формула (4), яка дає можливість оцінити доцільність використання запропонованої модифікації проведення послідовності обчислень за алгоритмом ШПФ і приблизно на порядок зменшити час обробки результатів.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Васильев В. Н. Компьютерная обработка сигналов в приложении к интерферометрическим системам / В. Н. Васильев, И. П. Гуров. — СПб : Санкт-Петербург, 1998. — 240 с.
2. Рабинер Л. Теория и применение цифровой обработки сигналов / Л. Рабинер, Б. Гоулд. — М. : Мир, 1978 — 848 с.
3. Романюк Ю. А. Основы цифровой обработки сигналов : в 3-х ч. Ч. 1. Свойство и преобразование дискретных сигналов : учеб. пос. / Ю. А. Романюк. — М : МФТИ, 2005. — 332 с.
4. Капеллини В. Цифровые фильтры и их применение / А. Дж. Константинодис, П. Эмилиани. — М. : Энергоиздат, 1983. — 360 с.

Рекомендована кафедрою телекомунікаційних систем та телебачення

Надійшла до редакції 27.01.10
Рекомендована до друку 24.02.10

Прокопов Олександр Ігорович — студент фізичного факультету Київського національного університету ім. Тараса Шевченка