

## МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ ГРАНИЧНИХ УМОВ ДЛЯ ЗАДАЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ РУХУ ЕЛЕКТРИЧНОГО ТРАНСПОРТНОГО ЗАСОБУ КОЛІЄЮ, ЩО МАЄ ЗАКРУГЛЕННЯ

Запропоновано метод визначення граничних умов для задачі оптимізації руху електричного транспортного засобу колією, що має закруглення. Побудовано алгоритм визначення цих граничних умов з використанням запропонованого критерію оптимальності руху по закругленню.

### Постановка задачі і вихідні передумови

В роботах [1, 2] розроблені математичні моделі багатомасових розподілених динамічних систем класу електропотягів, які описують їх рух у просторі і часі, а в роботі [3] розроблена модель обмежень на лінійну швидкість вагона електропотяга під час його руху по закругленню колії. В роботі [4] цій моделі надано вигляду, сприятливішого для її розуміння.

У цій роботі запропоновано метод визначення граничних умов для задачі оптимізації руху електричного транспортного засобу колією, що має закруглення, під час руху від одного закруглення до наступного, з використанням моделей, побудованих в роботах [3, 4], тобто з використанням моделей

$$v_{\text{кр}}^{(i)} = -(R + \Delta_i) \omega_i + \sqrt{\frac{R + \Delta_i}{m_i h_{\text{цв}i}} \left( P^{(i)} \left( \frac{l}{2} - \Delta_i \right) + F_{\text{зч}}^{(i-1)} \frac{l}{2} + F_{\text{зч}}^{(i+1)} \frac{l}{2} \right)}, \quad (1)$$
$$i = 2, 3, \dots, n - 1,$$

в яких (в позначеннях рис. 1 роботи [3]):  $v_{\text{кр}}^{(i)}$  — критичне значення лінійної швидкості  $i$ -го вагона на закругленні з радіусом  $R$ , визначеним від центра закруглення до осьової лінії колії;  $m_i$  — маса  $i$ -го вагона;  $\omega_i$  — кутова швидкість обертання цієї маси навколо центра закруглення;  $l$  — відстань між рейками колії;  $\Delta_i$  — відстань від осьової лінії колії до центра маси завантаженого вагона, який збігається з центром ваги;  $h_{\text{цв}i}$  — відстань від центра ваги вагона до горизонтальної площини, що проходить через точки дотику обох рейок з колесами вагона (плече відцентрової сили);  $P^{(i)}$  — вага вагона;  $F_{\text{зч}}^{(i-1)}$ ,  $F_{\text{зч}}^{(i+1)}$  — сили зчеплення цього вагона з сусідніми.

Використання моделей (1) є першою вихідною передумовою для розроблюваного методу. А в якості другої вихідної передумови використаємо експлуатаційну вимогу проходження електропотягами закруглень з незмінною лінійною швидкістю.

### Розв'язання поставленої задачі

Як показано в роботі [3], математичні моделі (1) отримані, виходячи з рівності моментів  $M_{\text{РА}}^{(i)}$ ,  $M_{\text{зчА}}^{(i-1)}$ ,  $M_{\text{зчА}}^{(i+1)}$ ,  $M_{\text{ВА}}^{(i)}$ , створюваних відносно точки А дотику рейки і колеса  $i$ -го вагона силою ваги цього вагона  $P^{(i)}$  та силами зчеплення його з сусідніми вагонами  $F_{\text{зч}}^{(i-1)}$ ,  $F_{\text{зч}}^{(i+1)}$  з одного боку та відцентровою силою  $F_{\text{В}}^{(i)}$  з протилежного, тобто з рівності

$$M_{\text{РА}}^{(i)} + M_{\text{зчА}}^{(i-1)} + M_{\text{зчА}}^{(i+1)} = M_{\text{ВА}}^{(i)}, \quad (2)$$

де

$$\begin{cases} M_{PA}^{(i)} = P^{(i)} \left( \frac{l}{2} - \Delta_i \right); \\ M_{зчA}^{(i-1)} = F_{зч}^{(i-1)} \frac{l}{2}; \\ M_{зчA}^{(i+1)} = F_{зч}^{(i+1)} \frac{l}{2}; \\ M_{BA}^{(i)} = F_B^{(i)} h_{цв}^{(i)} = \frac{m_i \left( v^{(i)} + \omega_i (R + \Delta_i) \right)^2}{R + \Delta_i} h_{цв}^{(i)}. \end{cases} \quad (3)$$

Цілком очевидно, що коли лінійна швидкість  $v^{(i)}$  цього вагона стане більшою її критичного значення  $v_{кр}^{(i)}$ , яке визначається із співвідношення (1), то момент, створюваний відцентровою силою, стане більшим суми протидіючих йому моментів, тобто рівність (2) стане нерівністю, і під дією результуючого моменту цієї нерівності  $i$ -й вагон почне перевертатись і зійде з колії. Тож для його не сходження з колії повинна виконуватись нерівність

$$v^{(i)} \leq v_{кр}^{(i)}. \quad (4)$$

Позначимо  $\lambda^{(i)}$  «запас не сходження»  $i$ -го вагона з колії і визначимо його числове значення у такий спосіб:

$$\lambda^{(i)} = \frac{v_{кр}^{(i)} - v^{(i)}}{v_{кр}^{(i)}}, \quad (5)$$

звідки

$$v^{(i)} = \left( 1 - \lambda^{(i)} \right) v_{кр}^{(i)}. \quad (6)$$

Оскільки на закругленні в кожній фіксованій точці колії

$$v^{(1)} = v^{(2)} = \dots = v^{(i)} = \dots = v^{(n)} = \text{const}, \quad (7)$$

а згідно з виразом (1) при різних масах вантажу у вагонах та різних значеннях висоти центрів ваги

$$v_{кр}^{(1)} \neq v_{кр}^{(2)} \neq \dots \neq v_{кр}^{(i)} \neq \dots \neq v_{кр}^{(n)}, \quad (8)$$

то і для кожного вагона в загальному випадку за умови виконання нерівності (4) згідно з рівнянням (5) матимемо різні значення «запасу не сходження»  $\lambda$ , тобто:

$$\lambda^{(1)} \neq \lambda^{(2)} \neq \dots \neq \lambda^{(i)} \neq \dots \neq \lambda^{(n)}. \quad (9)$$

Очевидно, що в якості чисельного значення «запасу не сходження» для електропотяга в цілому необхідно брати мінімальне значення із множини (9), тобто

$$\lambda = \min \left\{ \lambda^{(1)}, \lambda^{(2)}, \dots, \lambda^{(i)}, \dots, \lambda^{(n)} \right\} = \lambda^{(1)} \cap \lambda^{(2)} \cap \dots \cap \lambda^{(i)} \cap \dots \cap \lambda^{(n)}. \quad (10)$$

Але на практиці вибір із множини (10) може звестись до вибору лише одного із трьох значень  $\lambda$ , а саме значення  $\lambda^{(1)}$  для електровоза, значення  $\lambda^{(n)}$  для хвостового вагона і значення  $\lambda_{цв}^{(нв)}$  для вагона з найвище піднятим над колесами центром ваги. Адже для вагона з найвище піднятим над колесами центром ваги знаменник під коренем у виразі (1) за рівної масової завантаженості матиме найбільше значення, для електровоза вираз (1) перетворюється у вираз

$$v_{кр}^{(1)} = -(R + \Delta_1) \omega_1 + \sqrt{\frac{R + \Delta_1}{m_1 h_{цв1}} \left( P^{(1)} \left( \frac{l}{2} - \Delta_1 \right) + F_{зч}^{(2)} \frac{l}{2} - F_n \frac{l_1}{2} \right)}, \quad (11)$$

де  $l_1$  — висота електровоза;  $F_n$  — сила, створювана різницею тисків повітря на його бічну поверхню під час руху по закругленню колії, а для хвостового вагона вираз (1) матиме вигляд

$$v_{\text{кр}}^{(n)} = -(R + \Delta_n) \omega_n + \sqrt{\frac{R + \Delta_n}{m_n h_{\text{цвн}}} \left( P^{(n)} \left( \frac{l}{2} - \Delta_n \right) + F_{\text{зч}}^{(n-1)} \frac{l}{2} \right)}, \quad (12)$$

оскільки хвостовий вагон має зчеплення, як і електровоз, лише з одного боку.

Як бачимо, і у виразі (11), і у виразі (12) чисельник під коренем суттєво зменшується у порівнянні з чисельником для будь-якого іншого вагона електропотяга, що приводить і до зменшення критичного значення швидкості та до зменшення, згідно з виразом (5), «запасу не сходження».

А тепер перейдемо до алгоритму метода визначення граничних умов для швидкості електропотяга за умовами його руху закругленням колії з заданим рівнем «запасу не сходження».

Першим нашим кроком у цьому методі буде визначення критичних значень  $v_{\text{кр}}^{(i)}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  швидкості руху по закругленню кожного вагону електропотяга за його відомими силовими, масовими і геометричними параметрами з використанням виразів (1), (11), (12).

Другим кроком буде встановлення вагона з найменшим критичним значенням  $v_{\text{кр}}^{\text{min}}$  швидкості руху по цьому закругленню колії.

На третьому кроці, порадившись з диспетчерами і експлуатаційниками, вибирається мінімальне значення  $\lambda_{\text{min}}$  «запасу не сходження».

На четвертому кроці, підставляючи значення  $v_{\text{кр}}^{\text{min}}$  та  $\lambda_{\text{min}}$  у вираз (6), знайдемо те значення  $v_{\text{зак}}$  швидкості електропотяга, дотримуючись якого потрібно долати це закруглення колії. Це значення

$$v_{\text{зак}} = (1 - \lambda_{\text{min}}) v_{\text{кр}}^{\text{min}} \quad (13)$$

і буде граничним  $v_{\text{гр}}$  для швидкості при розв'язанні задачі оптимізації руху електропотяга відрізком колії, який передує такому закругленню. А оскільки швидкість руху закругленням є незмінною, то його прискорення на закругленні є нульовим.

Тож на завершальному п'ятому кроці алгоритму запропонованого метода задаються граничні умови для розв'язання задачі оптимізації руху відрізком колії, що передує закругленню, у вигляді

$$\begin{cases} v_{\text{гр}} = v_{\text{зак}}; \\ v'_{\text{гр}} = 0. \end{cases} \quad (14)$$

### Висновки

1. Введено поняття «запасу не сходження» і запропоновано використовувати його в якості критерію оптимальності під час руху електричного транспортного засобу по закругленню колії.

2. Виведено основні математичні співвідношення, за допомогою яких здійснюються розрахунки, пов'язані з використанням введеного критерію «запасу не сходження».

3. Запропоновано метод визначення граничних умов за швидкістю і прискоренням з використанням «запасу не сходження» під час руху по закругленню колії для задачі оптимізації руху електричного транспортного засобу відрізком колії, який передує цьому закругленню.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Мокін Борис Іванович. Математичні моделі багатомасових розподілених динамічних систем для задач оптимізації (частина 1) / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2008. — № 6. — С. 55—58.
2. Мокін Борис Іванович. Математичні моделі багатомасових розподілених динамічних систем для задач оптимізації (частина 2) / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2009. — № 1. — С. 28—33.

3. Мокін Борис Іванович. Модель обмеження на лінійну швидкість вагона електропотяга під час його руху по закругленню колії / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2009. — № 3. — С. 27—29.

4. Мокін Борис Іванович. До питання визначення сил в задачі моделювання руху електропотяга на закругленнях колії в умовах обмеження на лінійну швидкість / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2009. — № 6. — С. 52—53.

Рекомендована кафедрою відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів

Надійшла до редакції 6.04.10  
Рекомендована до друку 24.06.10

**Мокін Олександр Борисович** — завідувач кафедри відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів.

Вінницький національний технічний університет