

# АВТОМАТИКА ТА ІНФОРМАЦІЙНО-ВІМІРЮВАЛЬНА ТЕХНІКА

УДК 621.3117.612

О. П. Шеремета, к. т. н.;

А. І. Власюк, к. т. н.

## СПОСІБ ВІМІРЮВАННЯ Z-ПАРАМЕТРІВ ЧОТИРИПОЛЮСНИКА

*Запропоновано новий спосіб вимірювання Z-параметрів чотириполюсника за довільними, але рівними навантаженнями на його вхідних і вихідних електродах. Спосіб зменшує трудомісткість та вплив паразитних елементів тримача і вимірювального тракту. Вибрано методику оцінки похибки вимірювань.*

### Вступ

На точність та оперативність вимірювання параметрів чотириполюсника, особливо в діапазоні НВЧ, суттєво впливають такі фактори [1]:

- вплив паразитної індуктивності в колі спільного електрода;
- вплив паразитних параметрів тримача;
- складність здійснення «жорстких» режимів (короткого замикання, холостого ходу чи узгодження опорів).

Оскільки вирішити ці проблеми в рамках стандартних методів вимірювання параметрів чотириполюсника неможливо, то потрібно шукати нові, нестандартні підходи.

### Постановка задачі

Задачею роботи є розробка способу вимірювання параметрів чотириполюсника без необхідності здійснення «жорстких» режимів та мінімізація впливу паразитної індуктивності в колі спільного електрода та паразитних параметрів тримача.

### Розробка способу вимірювання Z-параметрів чотириполюсника

В загальному випадку рівняння вимірювання параметрів чотириполюсника записується у вигляді

$$\begin{cases} f_1(W_1 \dots W_s, M_1 \dots M_k, V_1 \dots V_m, A_1 \dots A_p) = 0; \\ f_e(W_1 \dots W_s, M_1 \dots M_k, V_1 \dots V_m, A_1 \dots A_p) = 0, \end{cases} \quad (1)$$

де  $W_1 \dots W_s$  — шукані параметри чотириполюсника;  $M_1 \dots M_k$  — задані впливи;  $V_1 \dots V_m$  — вимірювані параметри,  $A_1 \dots A_p$  — постійні величини.

Конкретний вигляд системи рівнянь вимірювання (1) визначається системою координат — набором вимірюваних параметрів і впливів, що задаються на виводах чотириполюсника.

Від вибору системи координат суттєво залежить вигляд матриці чотириполюсника і значення її елементів. Для вимірювання параметрів чотириполюсника використовують такі системи координат:

- контурні струми пар і (чи) напруги сторін;
- вхідні опори чи провідності;
- потужність сигналу.

Оскільки в межах відомих систем координат усунути проблеми під час вимірювання параметрів чотириполюсника, про які було сказано вище, неможливо, то для суттєвого підвищення якості

вимірювань необхідно вести пошук нових систем координат, вільних від вказаних недоліків.

В результаті проведеного аналізу величин  $V_1 \dots V_m$ , функціонально пов'язаних з параметрами чотириполосника, запропоновано використовувати коефіцієнти максимально стійкого підсилення за потужністю чотириполосника ( $K$ ). Такий вибір був зумовлений тим, що для вимірювання коефіцієнтів  $K$  достатньо забезпечити виконання значно простішої, ніж для здійснення «жорстких» режимів, умови рівності опорів навантаження та генератора. Крім того, за симетричної реалізації тримача його паразитні параметри не впливають на величину коефіцієнтів  $K$  [2].

Коефіцієнт  $K$  визначається як відношення потужностей сигналів, які пройшли через чотириполосник в прямому ( $W_{21}$ ) та зворотному ( $W_{12}$ ) напрямках за умови постійної потужності генератора:

$$K = W_{21} / W_{12} . \tag{2}$$

Коефіцієнт максимально стійкого підсилення за потужністю чотириполосника, який відповідає  $N$ -й схемі його включення ( $K_N$ ), залежить не тільки від властивостей досліджуваного чотириполосника, але й від імпедансів  $Z_{N,i}$  в колі його загального виводу. Тому запишемо

$$\begin{cases} K_{N, 1} = f_1(W_1 \dots W_s, Z_{N, 1}); \\ K_{N, n} = f_n(W_1 \dots W_s, Z_{N, n}). \end{cases} \tag{3}$$

Очевидно, що справедлива й інша форма запису системи (3)

$$\begin{cases} W_1 = \varphi_1(K_{N, 1} \dots K_{N, n}, Z_{N, 1} \dots Z_{N, n}); \\ W_s = \varphi_s(K_{N, 1} \dots K_{N, n}, Z_{N, 1} \dots Z_{N, n}). \end{cases} \tag{4}$$

Для того, щоб встановити, чи має система рівнянь (4) розв'язки, і якщо має, то які, підключимо між спільним електродом чотириполосника і спільною шиною додатковий імпеданс  $Z_d$  та проведемо дослідження залежності коефіцієнта максимально стійкого підсилення за потужністю чотириполосника в схемі включення зі спільним третім електродом ( $K_3$ ) від імпедансу  $Z_d$ .

Оскільки досліджуваний чотириполосник і імпеданс  $Z_d$  можна подати у вигляді поверхового з'єднання чотириполосників, то матриця опорів результуючого чотириполосника ( $\|Z_p\|$ ) запишеться у вигляді

$$\|Z_p\| = \begin{vmatrix} Z_{11,3} + Z_d & Z_{12,3} + Z_d \\ Z_{21,3} + Z_d & Z_{22,3} + Z_d \end{vmatrix}, \tag{5}$$

де  $Z_{11,3}$ ;  $Z_{12,3}$ ;  $Z_{21,3}$ ;  $Z_{22,3}$  —  $Z$ -параметри чотириполосника.

На підставі (2), використовуючи елементи матриці (5), отримаємо:

$$K_3 = |(Z_{21,3} + Z_d) / (Z_{12,3} + Z_d)|. \tag{6}$$

Введемо позначення

$$\begin{cases} X_1 = (\text{Re } Z_{21,3})^2 + (\text{Im } Z_{21,3})^2; \\ X_2 = -[(\text{Re } Z_{12,3})^2 + (\text{Im } Z_{12,3})^2]; \\ X_3 = 2 \text{Re } Z_{21,3}; \\ X_4 = 2 \text{Im } Z_{21,3}; \\ X_5 = -2 \text{Re } Z_{12,3}; \\ X_6 = -2 \text{Im } Z_{12,3}; \end{cases} \tag{7}$$

$$m = \operatorname{Re} Z_d; \quad l = \operatorname{Im} Z_d; \quad c = (m^2 + l^2)(K_3^2 - 1)$$

і подамо (6) у вигляді

$$X_1 + K_3^2 X_2 + m X_3 + l X_4 + K_3^2 m X_5 + K_3^2 l X_6 = c.$$

Для знаходження шести невідомих  $X_1 \dots X_6$ , зв'язаних із «взаємними»  $Z$ -параметрами чотириполюсника системою рівнянь (7), необхідно задати  $n$  значень ( $n \geq 6$ ) додаткових імпедансів  $Z_{3,i}$ , виміряти відповідні коефіцієнти  $K_{3,i}$  і розв'язати систему рівнянь

$$\begin{pmatrix} 1 & K_{3,1}^2 & m_1 & l_1 & K_{3,1}^2 m_1 & K_{3,1}^2 l_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & K_{3,i}^2 & m_i & l_i & K_{3,i}^2 m_i & K_{3,i}^2 l_i \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & K_{3,n}^2 & m_n & l_n & K_{3,n}^2 m_n & K_{3,n}^2 l_n \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} X_1 \\ \dots \\ X_3 \\ \dots \\ X_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ \dots \\ c_i \\ \dots \\ c_n \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Особливістю цієї системи рівнянь є те, що вона замість точних значень  $K_{3,i}$ ,  $m_i$  і  $l_i$  містить результати вимірювань із випадковими похибками. Такі системи отримали назву систем умовних рівнянь.

Якщо число  $n$  поставлених дослідів, а значить і число незалежних рівнянь дорівнює числу шуканих невідомих, то система (8) має єдиний розв'язок, тому що складається із лінійно незалежних рівнянь. Цей розв'язок випадковий, так як відповідає випадковим значенням вихідних експериментальних даних.

Для кількості дослідів  $n$  більшого, ніж число шуканих коефіцієнтів (в нашому випадку  $n > 6$ ), число незалежних рівнянь є надлишковим. Тому є можливість зменшити випадкову похибку результату вимірювань шляхом усереднення.

Усереднення надлишкової системи рівнянь може бути виконане методом найменших квадратів (МНК). Цей метод дозволяє знайти такі значення шуканих параметрів, за яких сума квадратів відхилів залишків за всіма  $n$  рівняннями мінімальна.

На практиці, в результаті неоднорідності експериментальних даних, зумовленою похибкою вимірювань, МНК може дати абсурдний розв'язок навіть в тому випадку, якщо ця неоднорідність викликана наявністю навіть одного промаху. Тому кінцевим повинен прийматись результат, отриманий за МНК за однорідною статистикою, очищений від промахів.

Для цього необхідно використовувати «робастні», тобто стійкі до неоднорідності експериментальних даних, варіанти за МНК, основані на почерговому відкиданні експериментальних точок і оцінюванні змін отриманого рішення, що виникають внаслідок цього.

Для того, щоб визначити «взаємні»  $Z$ -параметри чотириполюсника в схемі включення із загальним третім електродом з відомими  $X_1 \dots X_6$ , необхідно розв'язати систему рівнянь (7). Ця система також є умовною, так як передбачає використання в якості вихідних даних випадкових величин  $X_1 \dots X_6$ , які є результатом розв'язання системи (7).

Якщо не використовувати надлишок системи рівнянь (7), то перших два рівняння можна відкинути. Тоді отримаємо таку систему рівнянь:

$$\begin{cases} X_3 = 2 \operatorname{Re} Z_{21,3}; \\ X_4 = 2 \operatorname{Im} Z_{21,3}; \\ X_5 = -2 \operatorname{Re} Z_{12,3}; \\ X_6 = -2 \operatorname{Im} Z_{12,3}, \end{cases}$$

розв'язавши яку, визначимо «взаємні»  $Z$  — параметри чотириполюсника в схемі включення із загальним третім електродом:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} Z_{21,3} &= X_3/2; \\ \operatorname{Im} Z_{21,3} &= X_4/2; \\ \operatorname{Re} Z_{12,3} &= -X_5/2; \\ \operatorname{Im} Z_{12,3} &= -X_6/2. \end{aligned} \tag{9}$$

Однак в будь-якій окремо взятій схемі включення чотириполосника вимірюються лише «взаємні»  $Z$ -параметри ( $Z_{21}$  та  $Z_{12}$ ). Для того ж, щоб повністю описати параметри чотириполосника, необхідно, крім того, знати «власні»  $Z$ -параметри ( $Z_{11}$  та  $Z_{22}$ ).

Для визначення «власних»  $Z$ -параметрів було запропоновано використати залежність коефіцієнтів  $K$ , які обрані нами в якості вимірюваних параметрів систем координат, не лише від імпедансу в колі загального виводу чотириполосника, але й від схеми його включення:

$$\begin{cases} K_{1,i} = f_1(W_1 \dots W_s, Z_{1,1} \dots Z_{1,n}); \\ K_{N,i} = f_N(W_1 \dots W_s, Z_{N,1} \dots Z_{N,n}). \end{cases} \tag{10}$$

Причому кожне рівняння системи (10) складається, в свою чергу, із системи рівнянь (3). Розв'язуючи систему рівнянь (10), отримаємо:

$$\begin{cases} W_1 = \varphi_1(K_{1,1} \dots K_{N,n}, Z_{1,1} \dots Z_{N,n}); \\ W_s = \varphi_s(K_{1,1} \dots K_{N,n}, Z_{1,1} \dots Z_{N,n}). \end{cases} \tag{11}$$

Використовуючи якість невизначеної матриці опорів, у відповідності до яких сума елементів в рядках і стовпцях тотожно рівна нулю,

$$\sum_{S=1}^m Z_{Sj} = 0; \quad \sum_{j=1}^m Z_{Sj} = 0,$$

за відомими «взаємними»  $Z$ -параметрами чотириполосника в  $N$  схемах його включення, визначаємо відсутні «власні» параметри чотириполосника:

$$\begin{aligned} Z_{11} &= Z_{11,3} = Z_{11,1} = -(Z_{21,1} + Z_{21,3}); \\ Z_{22} &= Z_{22,1} = Z_{11,2} = -(Z_{12,1} + Z_{21,2}); \\ Z_{33} &= Z_{22,3} = Z_{22,2} = -(Z_{21,3} + Z_{21,2}), \end{aligned} \tag{12}$$

де  $Z_{11}$ ,  $Z_{22}$ ,  $Z_{33}$  — елементи невизначеної матриці опорів.

### Вибір методики оцінки результуючої похибки вимірювань

Для вимірювання «взаємних»  $Z$ -параметрів чотириполосника в цій системі координат необхідно послідовно розв'язати дві системи умовних рівнянь. Тому що  $X_1 \dots X_6$  — однойменні величини, можна стверджувати, що «взаємні» параметри чотириполосника в запропонованій системі координат вимірюються методом сукупних вимірювань.

Обробка результатів для сукупних вимірювань обґрунтовується в припущенні, що вихідні дані не містять систематичних похибок, а випадкові — розподілені за нормальним законом. Оцінки середніх квадратичних похибок «взаємних»  $Z$ -параметрів, знайдені як результат сукупного вимірювання, на основі [3] виражаються такими формулами:

$$\begin{aligned} \delta \operatorname{Re} Z_{21} &= \delta(\Delta X_3)/2; \\ \delta \operatorname{Re} Z_{12} &= \delta(\Delta X_5)/2; \\ \delta \operatorname{Im} Z_{21} &= \delta(\Delta X_4)/2; \\ \delta \operatorname{Im} Z_{12} &= \delta(\Delta X_6)/2. \end{aligned} \tag{13}$$

Для знаходження оцінок середніх квадратичних похибок  $\Delta X_3$ ,  $\Delta X_4$ ,  $\Delta X_5$ ,  $\Delta X_6$  необхідно перетворити систему умовних рівнянь (8) в систему нормальних рівнянь і скористатися формулами

$$\begin{aligned}\delta(\Delta X_3) &= \sqrt{D_{33}/D} \cdot \delta(v); & \delta(\Delta X_4) &= \sqrt{D_{44}/D} \cdot \delta(v); \\ \delta(\Delta X_5) &= \sqrt{D_{55}/D} \cdot \delta(v); & \delta(\Delta X_6) &= \sqrt{D_{66}/D} \cdot \delta(v),\end{aligned}\quad (14)$$

де  $\delta(v) = \sqrt{\sum_{i=1}^n v_i^2}/2$  — оцінка середньоквадратичного відхилення умовних рівнянь. Величини

$\delta(v)$  визначаються з підстановки в кожне рівняння системи (8) невідомих  $X_1 \dots X_6$ ;

$D$  — головний визначник системи нормальних рівнянь;  $D_{33} D_{44} D_{55} D_{66}$  — алгебраїчні доповнення елементів головного визначника, які отримуються шляхом видалення з матриці головного визначника рядка і стовпця, відповідних індексам.

«Власні»  $Z$ -параметри чотириполюсника визначаються як алгебраїчна сума відповідних «взаємних»  $Z$ -параметрів. Тому для оцінювання їх результуючої похибки скористаємося методикою оцінювання результуючої похибки для безпосередніх вимірювань [4]. Отримаємо

$$\delta(Z_c) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \delta^2(Z_{B,i})}, \quad (15)$$

де  $\delta(Z_c)$  — оцінка середньоквадратичної похибки «власного»  $Z$ -параметра чотириполюсника;  $\delta(Z_{B,i})$  — оцінка середньоквадратичної похибки «взаємних»  $Z$ -параметрів чотириполюсника, через які визначаються «власні»  $Z$ -параметри.

Довірчий інтервал похибки обчислюють за формулою

$$\xi_p = t_p \delta(Z_i), \quad (16)$$

де  $\delta(Z_i)$  — оцінка середньоквадратичної похибки  $i$ -го  $Z$ -параметра чотириполюсника;  $t_p$  — визначається з розподілу Стюдента за числом степенів вільності і вибраної довірчої ймовірності.

### Висновки

Розроблено спосіб вимірювання  $Z$ -параметрів чотириполюсника з довільними, але рівними навантаженнями на його вхідних і вихідних електродах. Спосіб забезпечує зменшення впливу кіл живлення за постійним струмом, а також паразитних елементів тримача і вимірювального тракту. Для реалізації способу вимірювання  $Z$ -параметрів чотириполюсника необхідно: задати  $n$  значень додаткового імпедансу в колі загального виводу в кожній схемі включення чотириполюсника, виміряти відповідні коефіцієнти  $K$  та розв'язати систему рівнянь.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Филинюк Н. А. Анализ методов измерения иммитансных и волновых параметров активных четырехполюсников / Н. А. Филинюк, К. В. Огородник // Вісник Технологічного інституту Поділля. — 2005. — № 4/Ч1, Т2.
2. Филинюк Н. А., Песков С. Н., Павлов С. Н. Определение параметров физической эквивалентной схемы ВЧ транзисторов / Н. А. Филинюк, С. Н. Песков, С. Н. Павлов // Изв. ВУЗов МВ и ССО СССР. Радиоэлектроника. — 1982. — № 12/Т 25.
3. Кукуш В. Д. Определение погрешностей результатов и средств измерений / В. Д. Кукуш. — Харьков, 1979. — 116 с.
4. Новицкий П. В. Оценка погрешностей результатов измерений / П. В. Новицкий, И. А. Зограф. — Л. : Энергоиздат, 1985. — 248 с.

Рекомендована кафедрою проектування комп'ютерної та телекомунікаційної апаратури

Надійшла до редакції 7.09.10  
Рекомендована до друку 14.09.10

**Шеремета Олександр Петрович** — доцент кафедри проектування комп'ютерної та телекомунікаційної апаратури;

**Власюк Анатолій Іванович** — доцент кафедри інтеграції навчання з виробництвом.

Вінницький національний технічний університет