

УДК 621.311

Л. Б. Терешкевич, к. т. н., доц.;

М. І. Цибульський

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТА МЕТОД РОЗРАХУНКУ ПАРАМЕТРІВ КЕРУВАННЯ РЕАКТИВНОЮ ПОТУЖНІСТЮ КОНДЕНСАТОРНОЇ УСТАНОВКИ В СИСТЕМІ ЕЛЕКТРОПОСТАЧАННЯ

*Запропоновано математичну модель керування конденсаторною установкою та алгоритм її аналізу для режимів споживання реактивної потужності по вузлу під'єднання КУ, генерації в мережу енергопостачальної організації.*

### Вступ

Одним із найефективніших заходів з енергозбереження в розподільчих мережах 10 кВ є компенсація реактивної потужності [1]. З цією метою на виробництвах використовують конденсаторні установки (КУ) дискретного керування. Необхідність керування зумовлена тим, що режими в електричних мережах (в тому числі і реактивної потужності) динамічні. Таке керування повинно виконуватись з максимальною ефективністю використання КУ та з урахуванням всіх можливих наслідків.

Найсуттєвішими для такого керування факторами, які мають бути забезпечені, є допустимі значення реактивної потужності та рівнів напруги у вузлах мережі.

*Метою роботи є розробка математичної моделі керування реактивною потужністю, яка забезпечує знаходження технічних рішень з максимальною ефективністю використання КУ за умови виконання зазначених технічних обмежень та числового методу її аналізу.*

### Математична модель керування реактивною потужністю

Найпоширенішим випадком конструктивного виконання КУ в системах електропостачання є варіант, коли вони мають дискретні секції керування. Для таких випадків математична модель керування має бути дискретною. Вектор керування для такої КУ може бути знайденим за математичною моделлю

$$\begin{cases} Q' - \Delta Q \mathbf{X} \rightarrow \min; \\ \mathbf{X} + \bar{\mathbf{X}} = \mathbf{n}; \\ Q' - \Delta Q \mathbf{X} \geq Q_{\text{доп.}}; \\ U' + \Delta U \mathbf{X} \leq U_{\text{max. доп.}}; \\ x_i, \bar{x}_i = 1 \forall 0, \end{cases} \quad (1)$$

де  $Q'$  — природне (в припущенні, що всі КУ вимкнені) споживання реактивної потужності у цьому приєднанні;  $\Delta Q$  — матриця потужностей ступенів КУ розмірністю  $1 \times m$ , де  $m$  — кількість секцій КУ;  $Q_{\text{доп.}}$  — допустима реактивна потужність споживання чи генерації;  $\mathbf{X}$  — вектор управління, що складається з нулів («0» — означає, що відповідна секція КУ вимкнена) та одиниць («1» — відповідна секція КУ ввімкнена), його розмірність  $m \times 1$ ;  $\mathbf{n}$  — одинична стовпцева матриця розмірністю  $m \times 1$ ;  $U_{\text{max. доп.}}$  — максимально допустимий рівень напруги;  $U'$  — напруга на шинах ТП в припущенні, що всі конденсаторні батареї вимкнені;  $\Delta U$  — матриця добавок напруги, що мають місце внаслідок ввімкнення відповідних секцій КУ, розмірністю  $1 \times m$ ;  $\bar{\mathbf{X}}$  —

вектор, кожна компонента якого  $\bar{x}_i$  пов'язана з відповідною компонентою вектора  $X$  -  $x_i$  так, що коли  $\bar{x}_i = 1$ , то  $x_i = 0$  і навпаки;  $\forall$  — знак логічної операції «АБО».

Критерієм ефективності керування є мінімум споживання реактивної потужності на вводі підприємства, відповідні обмеження контролюють залишкову потужність (в найпростішому випадку — відсутність перетоків в мережу енергосистеми) та напругу в точці під'єднання КУ.

Математичну модель (1) можна віднести до лінійних та цілочислових, а розв'язок знайти, виконавши класичний симплекс-метод. Але для систем прийняття керувального рішення, які можуть мати і мікропроцесорну реалізацію (як дешевший варіант) з обмеженою швидкістю і обсягом пам'яті, стає критичною задачею зменшення трудомісткості обчислювального методу.

Проведені дослідження [2] свідчать, що найефективнішим у вирішенні подібних задач є метод динамічного програмування. Але метод динамічного програмування призначений для вирішення багатоетапних задач, які не мають технічних обмежень.

Задачу, що розглядається, можна вважати багатоетапною, якщо за етап її розв'язування прийняти знаходження рішення із ввімкнення (вимкнення) чергової секції КУ, а цілочислові значення змінних надають можливість забезпечити технічні обмеження на кожному етапі вирішення задачі. Контролюється дотримання технічних обмежень тим, що на кожному етапі вирішення задачі  $k$  вибір секції для комутації виконується із множини допустимих (таких, що задовольняють обмеженням задачі) —  $D_k$ , яка попередньо має бути сформована.

### Обчислювальний метод для аналізу математичної моделі

Алгоритм розробленого математичного методу, що дозволяє за математичною моделлю (1) знайти вектор керування, складається з двох гілок:

— перша дозволяє знайти рішення, пов'язане із ввімкненням секцій КУ, коли має місце споживання реактивної потужності за вузлом під'єднання КУ (далі такий напрямок потужності приймається як додатний);

— друга дає можливість розрахувати вектор керування, який реалізується вимкненням секцій КУ, коли напрямок реактивної потужності від мереж споживача в мережі енергопостачальної організації (далі — від'ємний напрямок).

Система прийняття керувального рішення на підставі вимірювань, які визначають також і напрямок реактивної потужності, для подальших обчислень реалізує першу або другу гілку алгоритму.

### Основні ідеї першої гілки алгоритму (для $k$ -го етапу розрахунків)

Сутність полягає в такому.

Крок 1. Формується множина  $D_k$ . Якщо  $D_k$  — пуста множина, то обчислювальний процес припиняється. Розв'язок знайдено за результатом  $(k - 1)$  етапу.

Крок 2. Користуючись рекурентними співвідношеннями Р. Беллмана для цієї задачі

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= \min_{1 \leq r \leq R_1} \{-\Delta Q_{r1} + Q'\}; \\ &\dots\dots\dots \\ f_k &= \min_{1 \leq r \leq R_k} \{-\Delta Q_{rk} + f_{(k-1)}\}, k = 2, 3, \dots, n \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

визначається секція КУ, яку необхідно ввімкнути, де  $f_k$  — оцінка стану системи на  $k$ -му етапі — реактивна потужність на вводі, якщо реалізувати всі рішення, що прийняті на попередніх етапах, включаючи цей.

Крок 3.  $k = k + 1$ . Перехід до кроку 1.

Звернемо увагу, що в цьому випадку вихідний режим (режим який має місце до прийняття і реалізації вектора керування) є допустимим (всі технічні обмеження математичної моделі (1) виконуються).

**Основні ідеї другої гілки алгоритму (для  $k$ -го етапу розрахунків)**

В цьому випадку параметри стану системи за результатом їх зміни досягнули значень, коли технічні обмеження математичної моделі (1) не забезпечуються. Такий стан оцінюється як недопустимий. Для поліпшення режиму потрібно вимкати ввімкнені секції КУ. При цьому будуть зменшуватись реактивна потужність від'ємного напрямку та напруга у вузлі.

Рішення на кожному етапі розв'язування задачі керування слід вибирати із множини  $D_k$ , яка в цьому випадку сформована із потужностей ввімкнутих секцій КУ, помножених на  $(-1)$ . Якщо за результатами вимкнення цієї секції та секцій, які визначені на всіх попередніх  $(k - 1)$  етапах, забезпечені обмеження математичної моделі (1), то розрахунки припиняються.

Друга гілка алгоритму має таку сутність.

Крок 1. Формується множина  $D_k$ .

Крок 2. За рекурентними співвідношеннями (2) визначається секція КУ для вимкнення.

Крок 3. Якщо технічні обмеження моделі (1) виконуються, то розрахунки припиняються.

Крок 4. Потужність секції, яка визначена до вимкнення, вилучається із подальшого розгляду.  $k = k + 1$ . Виконується перехід до кроку 1.

Для покращення результатів, отриманих за другою гілкою алгоритму (наприклад, для зменшення споживання реактивної потужності в межах виконання технічних обмежень), іноді можна знову звернутися до першої гілки і уточнити знайдений розв'язок.

Гілки алгоритму 1 та 2 базуються на однаковому математичному апараті, що зменшує складність уніфікації процесу прийняття керувального рішення.

В цілому блок-схема алгоритму розробленого обчислювального методу показана на рис. 1.

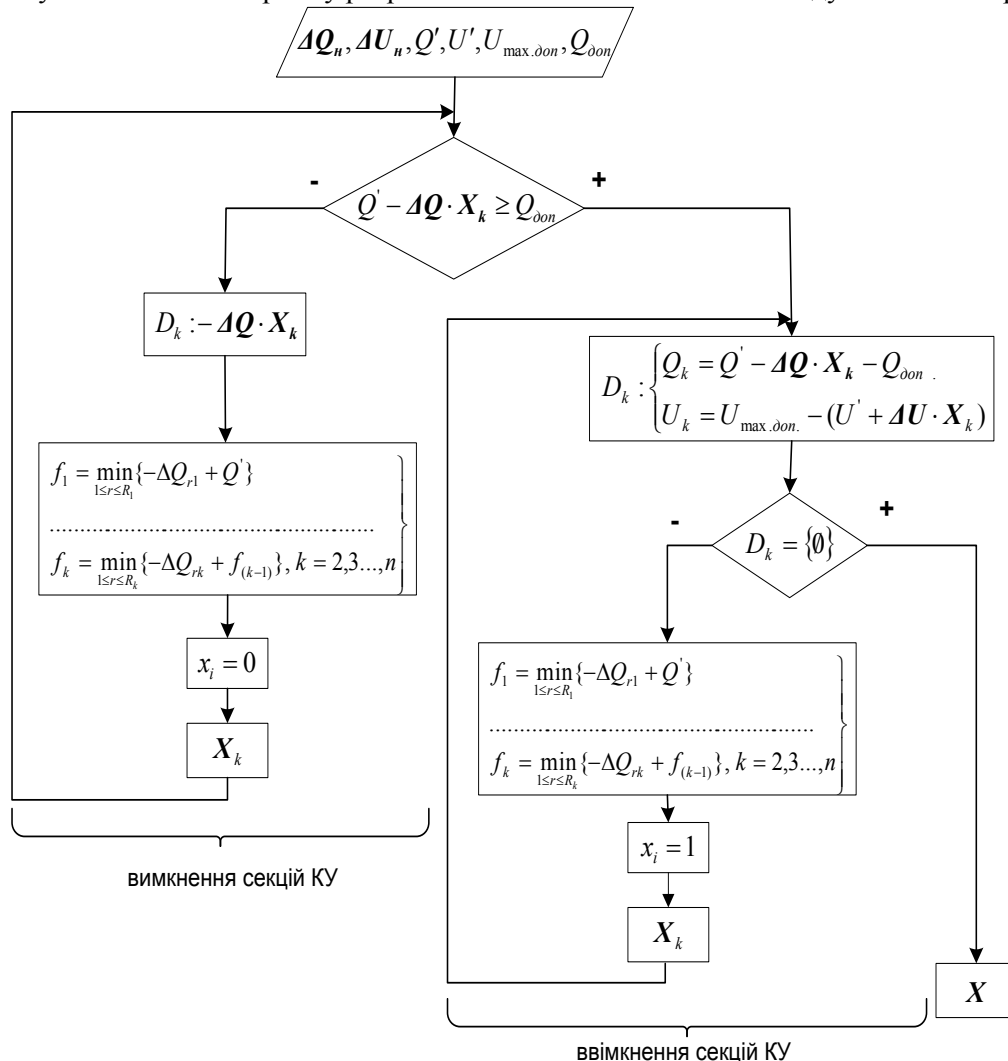


Рис. 1. Блок-схема алгоритму формування вектора управління КУ

**Приклад**

Для схеми (рис. 2), забезпечити мінімальні втрати активної потужності в лінії шляхом комутації відповідних секцій КУ для двох послідовних станів  $t_1$  та  $t_2$ , які відділяються один від одного проміжком часу  $\Delta t$ . Стан  $t_1$  характеризується потужністю споживача  $S_1 = 1000 + j650$  кВА поточною напругою на шинах низької напруги ТП

$U_{пот} = U_{ном} = 380$  В, стан  $t_2$  —  $S_2 = 800 + j450$  кВА. Допустиме значення реактивної потужності вводу становить  $Q_{доп} = 0$  квар, допустиме відхилення напруги  $\pm 5\%$  від  $U_n$ . Необхідні для вирішення задачі параметри схеми та режиму показані на рис. 2, де  $U_{пот}$ ,  $S_1$ ,  $S_2$  — поточні значення напруги та навантаження на момент прийняття керувального рішення;  $\Delta Q_n$  — матриця номінальних потужностей секцій КУ.

Розв'яжемо цю задачу за математичною моделлю (1) згідно з розробленим обчислювальним методом:

*Розв'язання.* Формалізуємо математичну модель в числовому вигляді для стану  $t_1$ :

$$\begin{cases} 650 - (300 \ 400 \ 150 \ 50 \ 25)X \rightarrow \min; \\ X + \bar{X} = n; \\ 650 - (300 \ 400 \ 150 \ 50 \ 25) \cdot X \geq 0; \\ 380 + (4,42 \ 5,89 \ 2,21 \ 0,74 \ 0,37) \cdot X \leq 405; \\ x_i, \bar{x}_i = 1 \forall 0, \end{cases} \quad (3)$$

де  $X^t = (x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5)$ ;  $\bar{X}^t = (\bar{x}_1 \ \bar{x}_2 \ \bar{x}_3 \ \bar{x}_4 \ \bar{x}_5)$ ;  $n^t = (1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1)$ ;

$$\Delta U = \Delta Q_n \frac{x_\Sigma}{U_n} = (300 \ 400 \ 150 \ 50 \ 25) \frac{0,0056 \cdot 10^{-3}}{380} = (4,42 \ 5,89 \ 2,21 \ 0,74 \ 0,37) \text{ В};$$

$$x_\Sigma = x_m + x_n = 0,0054 + 0,0002 = 0,0056 \text{ Ом};$$

$x_m$  — реактивний опір трансформатора;  $x_n$  — реактивний опір кабельної лінії.

Стан 1, етап 1:

Оскільки вхідна реактивна потужність споживається з мережі, переходимо до першої гілки алгоритму.

Визначимо  $D_{1,1}$ .

Обмеження моделі (3) забезпечує така множина допустимих до включення ступенів  $D_{1,1}$ :

$$D_{1,1} = \{300 \ 400 \ 150 \ 50 \ 25\}. \quad (6)$$

Тут і надалі перший знак індексу фіксує порядковий номер стану, для якого визначається керувальний вплив, другий характеризує етап розрахунків для вказаного стану.

Так як множина  $D_{1,1}$  не пуста, то переходимо до оцінки станів системи від включення ступенів.

Відповідно до (2) виконаємо оцінку станів системи:

$$f_{1,1} = \min \{(650 - 300)(650 - 400)(650 - 150)(650 - 50)(650 - 25)\} = 250 \text{ квар}, \quad (7)$$

отже найефективнішим на 1-му етапі є включення 2-го ступеня,  $x_2 = 1$ ,  $X_{1,1}^t = (0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0)$ :

$$Q'_1 - \Delta Q \cdot X_{1,1} = 650 - 400 = 250 > 0;$$

$$D_{1,2} : \begin{cases} Q_{1,2} = f_{1,1} = 250 \text{ квар}; \\ U_{1,2} = 405 - (380 + (5,89)) = 19,11 \text{ В}; \end{cases} \quad (8)$$

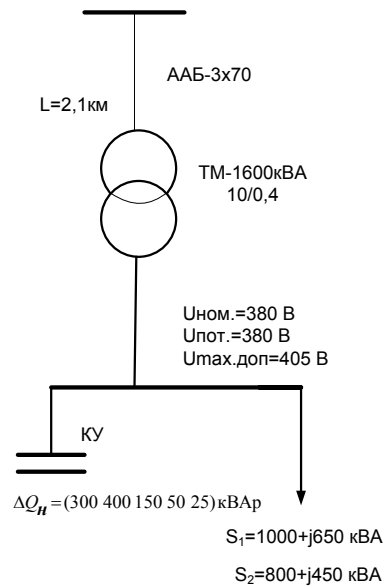


Рис. 2. Розрахункова схема і вихідні дані тестової задачі

$$D_{1,2} = \{150 \ 50 \ 25\};$$

$$f_{1,2} = \min \{(250-150) \ (250-50) \ (250-25)\} = 100 \text{ квар}; \quad (9)$$

$$x_3 = 1, \mathbf{X}_{1,2}^t = (0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0).$$

За результатами наступних двох етапів отримаємо: вектор керування  $X_1, 4t = (0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1)$ ; сумарна номінальна реактивна потужність включених ступенів 625 квар; остаточна вхідна реактивна потужність підприємства — 25 квар; напруга на ТП 389,3 В.

Нехай через час  $\Delta t$  режим споживання реактивної потужності змінився. Визначимо вектор керування КУ для стану  $t_2$ .

Стан 2, етап 1:

Оцінимо напрямок реактивної потужності:

$$Q_2' - \Delta Q \cdot X_{1,4} = 450 - (300 \ 400 \ 150 \ 50 \ 25) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 450 - 625 = -175 < 0. \quad (10)$$

Оскільки реактивна потужність генерується в мережу енергосистеми, переходимо до другої гілки алгоритму.

Формуємо  $D_2, k$  з усіх ввімкнених на етапі 1 ступенів зі знаком «-»:

$$D_{2,1} = (-1) \Delta Q \cdot X_{1,4} = \{-400 \ -150 \ -50 \ -25\}. \quad (11)$$

Для другої гілки алгоритму напруга на збірних шинах ТП не контролювалася, оскільки відключення ступенів КУ зменшує напругу в вузлі, отже перевищення гранично допустимого значення напруги внаслідок таких дій неможливе.

Виконуємо оцінку станів системи внаслідок вимкнення ступенів:

$$f_{2,1} = \min \{(-175 - (-400)) \ (-175 + 150) \ (-175 + 50) \ (-175 + 25)\} = -150 \text{ квар}, \quad (12)$$

отже, необхідно на 1-му етапі відключити 5-й ступінь,  $x_5 = 0, \mathbf{X}_{2,1}^t = (0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0)$ .

Аналогічні розрахунки на етапі 2 дають вектор керування  $X_2, 2t = (0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0)$ .

Оскільки обмеження щодо допустимої реактивної потужності виконуються — переходимо до першої гілки алгоритму і за можливості поліпшуємо керувальне рішення. Всі результати за станами та етапами зведемо у таблицю.

Результати розрахунку оптимального вектора управління КУ

Стан	Етап	Гілка алгоритму	Вектор керування $X^t$	Сумарна потужність секцій КУ, квар	Реактивна потужність навантаження, квар	Залишкова реактивна потужність вводу, квар	Напруга на збірних шинах, В
1	1	1	(0 1 0 0 0)	400	650	250	385,89
	2	1	(0 1 1 0 0)	550		100	388,1
	3	1	(0 1 1 1 0)	600		50	388,84
	4	1	(0 1 1 1 1)	625		25	389,2
2	1	2	(0 1 1 1 0)	600	450	-150	не контр.
	2	2	(0 1 1 0 0)	550		-100	не контр.
	3	2	(0 1 0 0 0)	400		50	не контр.
	4	1	(0 1 0 1 0)	450		0	392,14

Графічна ілюстрація процесу знаходження оптимального керувального рішення показана на рис. 3, де  $Q$  — споживана потужність навантаження ( $Q_1'$  та  $Q_2'$ ); заштрихована частина — генерується КУ, не заштрихована — споживається з енергосистеми.

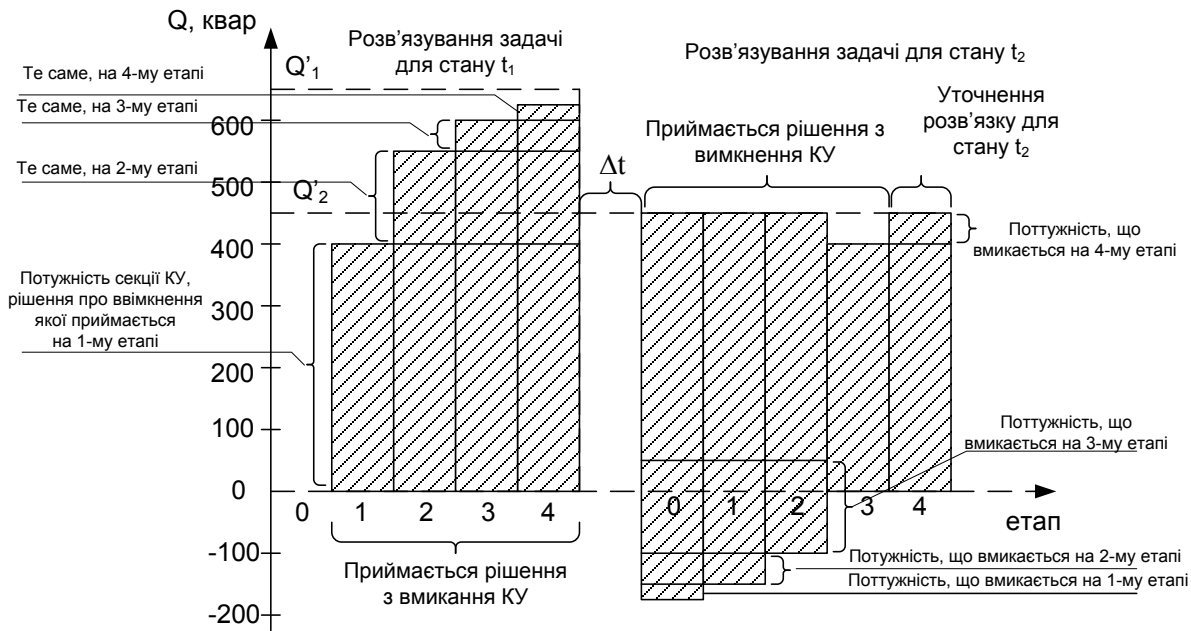


Рис. 3. Графічна ілюстрація процесу розв'язання задачі

За результатами аналізу отриманих розв'язків можна вказати на те, що запропонований алгоритм забезпечує:

- роботу в базисі найпотужнішим ступеням, а отже і зменшення збурень та збільшення ресурсу комутувальної апаратури;
- мінімальну кількість комутацій для досягнення оптимального значення споживаної реактивної потужності.

### Висновки

1. Розроблена математична модель дозволяє знайти керувальне рішення для конденсаторної установки, що забезпечує мінімальне значення реактивної потужності, яка споживається, вимоги за залишковою реактивною потужністю та за напругою і реалізується мінімальною кількістю комутацій.

2. Запропонований алгоритм аналізу математичної моделі забезпечує знаходження керувального рішення для будь-яких випадків (як споживання, так і її генерації).

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Жежеленко И. В. Реактивная мощность в системах электроснабжения : учеб. пос. / И. В. Жежеленко, Ю. Л. Саенко. — К. : УМК В.О., 1989. — 108 с.
2. Терешкевич Л. Б. Математична модель оптимального управління конденсаторними пристроями в системі електропостачання / Л. Б. Терешкевич, Хінді Айман Тахер // Вінницького політехнічного інституту. — 2001. — № 3. — С. 59—62.

Рекомендована кафедрою електротехнічних систем електроспоживання та енергоменеджменту

Надійшла до редакції 27.04.10  
 Рекомендована до друку 26.05.10

**Терешкевич Леонід Борисович** — доцент, **Цибульський Максим Іванович** — асистент.

Кафедра електротехнічних систем електроспоживання та енергоменеджменту, Вінницький національний технічний університет