

МАШИНОБУДУВАННЯ І ТРАНСПОРТ

УДК 629.01: 629.3.027

А. П. Поляков, д-р техн. наук, проф.;

М. С. Гречанюк, асп.

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ РІВНЯННЯ ПОПЕРЕЧНО-КУТОВИХ КОЛИВАНЬ НАПІВПРИЧЕПА ВАНТАЖНОГО АВТОМОБІЛЯ

Запропоновано диференціальне рівняння поперечно-кутових коливань напівпричепи вантажного автомобіля за результатами аналізу коливань його елементів. Як основу для виведення диференціального рівняння поперечно-кутових коливань напівпричепи вантажного автомобіля застосовано рівняння Лагранжа. На основі виведеного диференціального рівняння отримано рівняння для визначення циклічної частоти коливань платформи напівпричепи вантажного автомобіля у разі наїзду на нерівність дорожнього покриття, що дозволяє виконувати теоретичні дослідження динаміки його руху.

Вступ

Збереження стійкості та керованості вантажного автомобіля з напівпричепом є важливою задачею, розв'язання якої дозволить забезпечити безпечний рух транспорту на дорогах. Тому науковцями приділяється значна увага питанням розробки теоретичного апарата для дослідження динаміки руху вантажного автомобіля з напівпричепом задля підвищення його стійкості та керованості. Один з аспектів питання подальшого розвитку теорії руху автомобілів і став предметом наведених досліджень.

На цей час існує декілька підходів до складання диференціального рівняння коливань автомобіля. Серед них найпоширенішими є:

- використання загального рівняння динаміки;
- застосування рівняння Лагранжа.

Використання загального рівняння динаміки є простішим способом для складання диференціального рівняння коливань автомобіля загалом і напівпричепи вантажного автомобіля зокрема. Однак використання рівняння Лагранжа дозволяє отримати більш узагальнений вигляд диференціального рівняння [1].

Проведений аналіз літературних джерел показав, що на сьогодні є розробленими диференціальні рівняння для багатомасової просторової математичної моделі та так званої «велосипедної» моделі руху вантажного автомобіля з напівпричепом. Зокрема, виведено диференціальні рівняння для багатомасової просторової математичної моделі руху вантажного автомобіля з напівпричепом на основі його геометрично-силових параметрів [2]. Проте ці рівняння відрізняються складністю їх аналітичного розв'язання.

В роботі [3] для виведення рівнянь динаміки руху вантажного автомобіля з напівпричепом запропоновано використання «велосипедної» моделі, за якої пара сил, що діє на колеса передніх і задніх осей, замінюється однією відповідною еквівалентною силою.

Поперечно-кутові коливання напівпричепи вантажного автомобіля та їх математична інтерпретація

На порушення поперечної стійкості під час прямолінійного руху вантажного автомобіля з напівпричепом одним із значних факторів впливу є профіль дорожнього покриття, який характеризується висотою нерівностей. Через низький центр мас тягача висота нерівностей профілю дорожнього покриття не чинить значного впливу на його показники стійкості. Однак у разі наїзду на нерівності дорожнього покриття напівпричепи, який має високе розташування центру мас, можуть виникати поперечно-кутові коливання, що може стати причиною перекидання всього автопоїзда.

Тому, на думку авторів, актуальним питанням динаміки руху вантажного автомобіля з напівпричепом є дослідження його прямолінійного руху у разі наїзду на нерівності профілю дорожнього покриття.

Для складання диференціального рівняння поперечно-кутових коливань напівпричепа вантажного автомобіля на основі аналізу коливань його елементів у разі наїзду на нерівності дорожнього покриття застосуємо рівняння Лагранжа другого роду [4], яке має вигляд

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial T}{\partial q_j} = Q_j, \quad j = 1, 2, \dots, k, \quad (1)$$

де q_j — узагальнені координати; \dot{q}_j — узагальнені швидкості, рівні похідним за часом від узагальнених координат; T — кінетична енергія системи; Q_j — узагальнені сили.

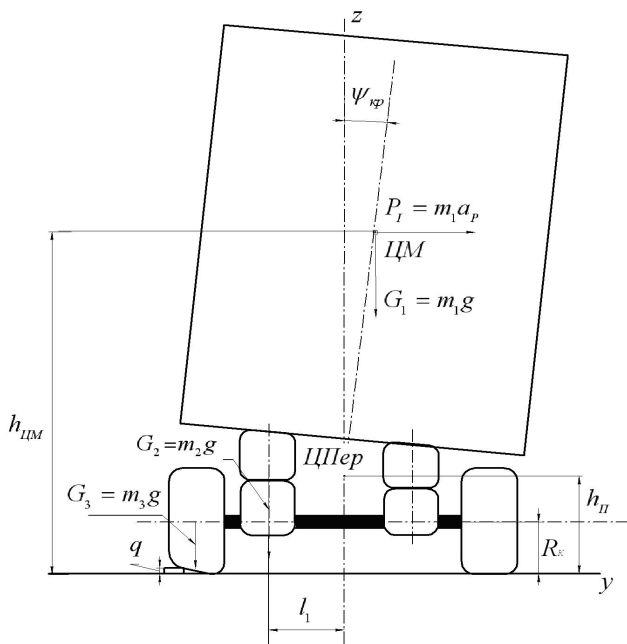
Величини T і Q_j повинні бути подані у вигляді функцій узагальнених швидкостей, узагальнених координат і часу [5]:

$$T = T(\dot{q}_1, \dots, \dot{q}_n, q_1, \dots, q_n, t); \quad (2)$$

$$Q_j = Q_j(\dot{q}_1, \dots, \dot{q}_n, q_1, \dots, q_n, t).$$

Узагальнені сили визначаються з виразів для суми елементарних робіт активних сил \vec{F}_i на можливому переміщенні системи, перетвореного до вигляду

$$\sum \delta A_i^F = \sum \vec{F}_i \cdot \delta \vec{r}_i = \sum_{j=1}^n Q_j \cdot \delta q_j. \quad (3)$$



Геометричні характеристики та сили, що діють на напівпричіп у разі наїзду на нерівність

Для складання рівняння Лагранжа другого роду для поперечно-кутових коливань напівпричепа вантажного автомобіля розглянемо геометричні характеристики напівпричепа та деякі сили, що діють на нього під час прямолінійного руху по нерівностях дорожнього покриття висотою q (рис.).

На рисунку: $ЦМ$ — координата центра мас напівпричепа вантажного автомобіля; $ЦПпер$ — точка перекидання напівпричепа вантажного автомобіля; $h_{ЦМ}$ — висота центра мас напівпричепа вантажного автомобіля; $h_{П}$ — висота точки перекидання напівпричепа вантажного автомобіля; $\psi_{кр}$ — кут крену напівпричепа вантажного автомобіля; P_1 — сила інерції; a_p — прискорення, що виникає під час дії сили інерції; G_1, G_2, G_3 та m_1, m_2, m_3 — сили ваги та маси платформи напівпричепа, пневматичного балона та колеса, відповідно; q — висота нерівності дорожнього покриття; R_k — радіус колеса; l_1 — відстань від вертикальної осі напівпричепа до вертикальної осі пневматичного балона.

Крім того при наїзді на нерівності дорожнього покриття вантажним автомобілем з напівпричепом в елементах підвіски напівпричепа виникають сили тертя (тертя повітря в повітряпроводі пневматичної підвіски, тертя рухомих елементів підвіски та ін.) які чинять вплив на поперечно-кутові коливання. В даному дослідженні введено припущення про те, що цими силами можна знехтувати, однак в подальшій роботі заплановано розглянути їх вплив на поперечно-кутові коливання напів-

причепу вантажного автомобіля при його наїзді на нерівності дорожнього покриття.

Для складання диференціального рівняння поперечно-кутових коливань напівпричепа вантажного автомобіля у разі наїзду на нерівність висотою q визначимо кінетичну енергію його елементів (платформи напівпричепа, пневматичних балонів та коліс).

$$T_1 = \frac{m_1 V_1^2}{2}; \quad (4)$$

$$T_2 = 2 \frac{m_2 V_2^2}{2} = m_2 V_2^2; \quad (5)$$

$$T_3 = 2 \left(\frac{m_3 V_{c3}^2}{2} + \frac{I_3 \omega_3^2}{2} \right), \quad (6)$$

де V_1, V_2, V_{c3} — швидкості руху платформи напівпричепа, пневматичного балона та середня швидкість руху, відповідно; I_3 — момент інерції колеса; ω_3 — кутова швидкість руху колеса.

Відомо, що середня швидкість руху може бути визначена як

$$V_{c3} = \omega_3 \cdot R_k \rightarrow \omega_3 = \frac{V_{c3}}{R_k}. \quad (7)$$

Припустимо, що $V_1 = V_2 = V_{c3}$, та введемо узагальнені координати

$$\begin{cases} V_{c3} = \dot{x}_{c3} = \dot{q}; \\ \omega_3 = \dot{\psi} = \frac{\dot{q}}{R_k}; \\ \dot{x}_1 = h_{ЦМ} - \dot{q}; \\ \dot{x}_2 = h_{П} - \dot{q}. \end{cases} \quad (8)$$

Тоді повна кінетична енергія системи визначатиметься з рівняння

$$T = \frac{m_1 \dot{q}^2}{2} + m_2 \dot{q}^2 + m_3 \dot{q}^2 + 2 \left(\frac{m_3 R_k^2}{2} \cdot \frac{\dot{q}^2}{R_k^2} \right). \quad (9)$$

Після простих математичних перетворень рівняння (10) набуде вигляду:

$$T = \dot{q}^2 (0,5m_1 + m_2 + 2m_3). \quad (11)$$

Знайдемо елементарні роботи для елементів напівпричепа вантажного автомобіля. Як відомо, $\delta A = Q \cdot q$. Тоді для елементів напівпричепа вантажного автомобіля матимемо

$$\delta A_1 = m_1 g \cdot S_1; \quad S_1 = \psi_{кр} (h_{ЦМ} - h_{П}) = \frac{q}{R_k} (h_{ЦМ} - h_{П}); \quad (12)$$

$$\delta A_1^{ін} = m_1 a_p \cdot S_1; \quad (13)$$

$$\delta A_2 = m_2 g \cdot S_2, \quad S_2 = \frac{q}{R_k} l_1; \quad (14)$$

$$\delta A_3 = m_3 g \cdot q. \quad (15)$$

Повна робота системи визначатиметься з рівняння

$$\delta A = q \left(m_1 g \frac{1}{R_k} (h_{ЦМ} - h_{П}) + m_1 a_p \frac{1}{R_k} (h_{ЦМ} - h_{П}) + m_2 g \frac{1}{R_k} l_1 + m_3 g \right). \quad (16)$$

Диференціальне рівняння поперечно-кутових коливань напівпричепа вантажного автомобіля

набуде вигляду

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dq} \dot{q}^2 (0,5m_1 + m_2 + 2m_3) = \\ & = q \left(m_1 g \frac{1}{R_k} (h_{\text{ЦМ}} - h_{\text{П}}) + m_1 a_p \frac{1}{R_k} (h_{\text{ЦМ}} - h_{\text{П}}) + m_2 g \frac{1}{R_k} l_1 + m_3 g \right). \end{aligned} \quad (17)$$

Для визначення частоти коливань платформи напівпричепа вантажного автомобіля у разі наїзду на нерівність дорожнього покриття запишемо рівняння (17) у вигляді

$$\ddot{q}^2 (0,5m_1 + m_2 + 2m_3) - q \left(m_1 g \frac{1}{R_k} (h_{\text{ЦМ}} - h_{\text{П}}) + m_1 a_p \frac{1}{R_k} (h_{\text{ЦМ}} - h_{\text{П}}) + m_2 g \frac{1}{R_k} l_1 + m_3 g \right) = 0. \quad (18)$$

Як відомо [6], рівняння (17) має такий загальний вигляд:

$$\ddot{q}^2 - \omega^2 q = 0$$

або
$$\ddot{q}^2 \cdot a - q \cdot b = 0, \quad (19)$$

де $a > 0$, $b > 0$.

Тоді циклічну частоту коливань платформи напівпричепа вантажного автомобіля у разі наїзду на нерівність дорожнього покриття можна визначити зі співвідношення

$$\omega = \sqrt{\frac{b}{a}} = \sqrt{\frac{m_1 g \frac{1}{R_k} (h_{\text{ЦМ}} - h_{\text{П}}) + m_1 a_p \frac{1}{R_k} (h_{\text{ЦМ}} - h_{\text{П}}) + m_2 g \frac{1}{R_k} l_1 + m_3 g}{0,5m_1 + m_2 + 2m_3}}. \quad (20)$$

Висновки

Запропоноване авторами диференціальне рівняння поперечно-кутових коливань напівпричепа вантажного автомобіля для визначення частоти коливань платформи напівпричепа вантажного автомобіля дозволяє виконувати теоретичні дослідження динаміки його руху.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Смирнов Г. А. Теория движения колесных машин / Г. А. Смирнов. — М. : Машиностроение, 1990. — 352 с. — ISBN 5-217-01093-2.
2. Кузнецов Р. М. Покращення показників стійкості триланкових автопоїздів у граничних режимах руху : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук / Р. М. Кузнецов. Національний транспортний університет. — К., 2007. — 20 с.
3. Абрамов А. М. Управление динамикой движения седельных автопоездов / А. М. Абрамов // Транспорт Российской Федерации. — 2007. — Вип. 9. — С. 70—73.
4. Павловський М. А. Теоретична механіка / М. А. Павловський — К. : Техніка, 2002. — 512 с. — ISBN 966-575-184-0.
5. Краткий справочник для инженеров и студентов : Высшая математика. Физика. Теоретическая механика. Сопровождение материалов / [А. Д. Полянин, В. Д. Полянин, В. А. Попов и др.]. — М. : Международная программа образования, 1996. — 432 с. — ISBN 5-7753-0001-7.
6. Курс теоретической механики / [В. И. Дронг, В. В. Дубинин, М. М. Ильин и др.]; под ред. К. С. Колесникова. — М. : изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2005 г. — 736 с. — ISBN 5-7038-1695-5.

Рекомендована кафедрою автомобілів та транспортного менеджменту

Стаття надійшла до редакції 23.12.10
Рекомендована до друку 11.01.11

Поляков Андрій Павлович — професор, **Гречанюк Микола Сергійович** — аспірант.

Кафедра автомобілів та транспортного менеджменту, Вінницький національний технічний університет, Вінниця