УДК 621.311:519.863:004.415.2.031

П. О. Черненко, д-р. техн. наук;
В. Л. Прихно, канд. техн. наук;
В. В. Трубіцин, асп.

ОПЕРАТИВНА ОПТИМІЗАЦІЯ РЕЖИМІВ ЕНЕРГОСИСТЕМ ЗА НАПРУГАМИ ТА РЕАКТИВНИМИ ПОТУЖНОСТЯМИ З ВИБОРОМ ЕФЕКТИВНИХ КЕРУВАЛЬНИХ ВПЛИВІВ

Розроблено алгоритм мінімізації цільової функції методом другого порядку розв'язання задачі оперативної оптимізації режиму енергосистеми за напругою та реактивною потужністю. Викладена методика визначення мінімальної кількості керувальних дій.

Постановка задачі дослідження

Розв'язуючи задачі оптимізації режиму електроенергетичної системи (ЕЕС) за напругою та реактивною потужністю, мінімізуються втрати активної потужності в електричній мережі шляхом зміни завантаження джерел реактивної потужності, коефіцієнтів трансформації трансформаторів з регулюванням під навантаженням, а також за рахунок включення або відключення реакторів. У розробку і вдосконалення методів розв'язання цієї задачі внесли свій вклад різні дослідники [1, 2] та ін. Деякі методи реалізовані в програмах промислового призначення (наприклад: РАСТР, СДО).

Проте, ці програми, в основному, призначені для ергатичного використання і не застосовуються в режимі реального часу, оскільки рекомендації по зміні режиму зачіпають усі можливі керувальні впливи, більшість з яких практично не можна виконати.

Великий обсяг розрахункових досліджень, проведених на схемах реальних ЕЕС показав, що значну частину економічного ефекту можна отримати за рахунок невеликої кількості оптимально вибраних керувальних впливів. Проте судити про потенційну ефективність того або іншого варіанта реалізації дій за результатами розв'язання задачі в традиційній постановці неможливо. Тому була розроблена спеціальна методика, що дозволяє забезпечити диспетчера такою інформацією:

— про величину економічного ефекту, який гіпотетично може бути досягнутий при залученні усіх можливих керувальних впливів;

— про найефективніші варіанти оптимізації із залученням від одного до десяти керувальних впливів, які можна реально реалізувати;

— про абсолютну і відносну ефективність кожного із запропонованих варіантів оптимізації режиму;

— про дозування керувальних впливів для кожного із запропонованих варіантів.

Зазвичай, розв'язання задачі оптимізації пов'язане з урахуванням великої кількості обмежень, тому отримати оціночні судження про вплив керувальних дій, на величину втрат (наприклад, на основі коефіцієнтів впливу) неможливо. Тому потрібний цілеспрямований пошук варіантів з повним розрахунком кожного з них (з метою визначення складу обмежень на момент завершення розрахунку). Аналіз показав, що для отримання оцінок величин зниження втрат можна спростити саму цільову функцію, замінивши її квадратичною апроксимацією. У зв'язку з необхідністю розрахунку великої кількості варіантів для пошуку найбільш ефективних впливів необхідно застосовувати оптимізаційний метод другого порядку. Це зумовлено такими міркуваннями:

— розв'язання задачі квадратичного програмування інформативне — розраховані дії дозволяють отримати мінімум 90 % від ефекту, який можливий на основі розрахунку з використанням нелінійної цільової функції і нелінійних обмежень;

— розрахунок кожного нового варіанта може бути здійснений шляхом корекції наявного розв'язання без істотних витрат часу.

Для оперативної оптимізації режиму ЕЕС необхідно мати інформацію про параметри поточного режиму. Тому доцільно поєднати в єдиному програмному модулі розв'язання двох задач: оцінювання стану і оперативної оптимізації.

Цільова функція поєднаної задачі є сумою втрат активної потужності в елементах заступної схеми. Оскільки втрати локалізуються в активних опорах гілок і активних провідностях шунтів, їх загальна величина характеризується функцією

$$F(X) = \sum_{i=1}^{n} I_i^2(X)\, R_i + \sum_{j=1}^{k} U_j^2 \cdot Y_j\,, \tag{1}$$

де X — вектор незалежних змінних: модулів напруги (Uj), фаз (φ_j), Q_m потужностей джерел реактивної потужності, коефіцієнтів трансформації ($K',\ K''$); k, m, n — загальна кількість вузлів, кількість вузлів з регульованою реактивною потужністю, кількість гілок відповідно в заступній схемі; $I_i(X)$, R_i — величини струму і активного опору відповідно в i-й гілці; U_j, Y_j — величини напруги і активної провідності відповідно в j-му вузлі.

Систему обмежень у вигляді рівності складають рівняння балансів активних потужностей (в усіх вузлах, окрім балансуючого), і реактивних потужностей (у вузлах, що не мають регульованих джерел):

$$\begin{cases} P_{\text{УЗЛ}}(X) = P_{\text{ЗАД}}; \\ Q_{\text{УЗЛ}}(X) = Q_{\text{ЗАД}}. \end{cases} \tag{2}$$

У вузлах, де є джерела реактивної потужності, обмеження мають вигляд двосторонніх нерівностей, які в цьому алгоритмі доцільно перетворити на рівності, додавши до кожного з них балансну змінну із заданим діапазоном регулювання відповідних джерел. У балансуючому вузлі фіксується фаза напруги, а обмеження, що відповідає балансу активної потужності для цього вузла, відсутнє. Таким чином, загальне число обмежень типу рівності в системі обмежень (2) дорівнює $2k-1$.

Обмеження на діапазон зміни незалежних змінних в загальному випадку мають вигляд двосторонніх нерівностей:

$$X_{\min} \le X \le X_{\max}. \tag{3}$$

Загальний підхід до реалізації процесу мінімізації цільової функції

Цільова функція (1) і обмеження (2) є нелінійними. Оптимізація функції (1) може здійснюватися різними методами, наприклад, методом приведеного градієнту [1].

У розробленому алгоритмі мінімізація цільової функції здійснюється ітераційним методом, на кожному кроці якого розв'язується задача квадратичного програмування. Такий підхід припускає заміну на початку чергової ітерації реальної цільової функції (1) квадратичною, а нелінійних обмежень — лінеаризованими.

Квадратична цільова функція, яка заміняє вихідну (1), є, по суті, першими двома членами розкладання в ряд Тейлора і має такий вигляд:

$$\Phi(X) = C^T X + \frac{1}{2} X^T G X\,; \tag{4}$$

$$C = \left[\frac{\partial F(X)}{\partial x_i}\right]^{(k)}; \quad G = \left[\frac{\partial^2 F(X)}{\partial x_i \partial x_j}\right]^{(k)};$$

де C — вектор-градієнт цільової функції; G — матриця Гессе, розрахована на k-й ітерації.

Після лінеаризації система обмежень має такий вигляд:

$$AX = B\,, \tag{5}$$

де A, B — прямокутна матриця і вектор нев'язок вузлових потужностей відповідно.

Структура матриці на початковому етапі оптимізації має такий вигляд:

$$A = \left[\begin{array}{c:c:c:c:c} \dfrac{\partial P_{\text{узл}}}{\partial U} & \dfrac{\partial P_{\text{узл}}}{\partial \varphi} & \dfrac{\partial P_{\text{узл}}}{\partial K'} & \dfrac{\partial P_{\text{узл}}}{\partial K''} & 0 \\ \hdashline \dfrac{\partial Q_{\text{узл}}}{\partial U} & \dfrac{\partial Q_{\text{узл}}}{\partial \varphi} & \dfrac{\partial Q_{\text{узл}}}{\partial K'} & \dfrac{\partial Q_{\text{узл}}}{\partial K''} & \dfrac{\partial Q_{\text{узл}}}{\partial Q_{\text{ген}}} \end{array}\right].$$

Перший підхід до розв'язання задачі квадратичного програмування

Розв'язання задачі квадратичного програмування з обмеженнями типу рівності зведене до розв'язання задачі безумовної оптимізації із спроектованою матрицею Гессе і спроектованим вектор-градиентом [3]. Таке перетворення виконується за допомогою спеціальної проектуючої матриці Z. Існує декілька способів її формування, проте для задач великої розмірності, до яких відноситься і задача оптимізації режимів для побудови матриці Z найбільшою мірою підходить метод виключення змінних. При цьому прямокутна матриця A і вектор X розбиваються на дві складові (базисну і небазисну)

$$\left[A_{\text{Б}} \mid A_{\text{Н}}\right] \times \left[\frac{X_{\text{Б}}}{X_{\text{Н}}}\right] = \text{B}, \tag{6}$$

де $A_{\text{Б}}$ — базисна матриця розмірності $l \times l$; A_H — небазисна матриця розмірності $l \times (m-l)$; $X_{\text{Б}}$ — l-вимірний вектор базисних змінних; $X_{\text{Н}}$ — вектор небазисних змінних розмірності $(m-l)$.

Якщо базисна матриця є неособливою, базисні змінні можуть бути виражені через небазисні

$$X_{\text{Б}} = \text{A}_{\text{Б}}^{-1}\left(B - A_{\text{Н}} \cdot X_{\text{Н}}\right). \tag{7}$$

Підстановка виразу (7) в (4) еквівалентна перетворенню початкової системи до такого вигляду:

$$\Phi'(X_{\text{н}}) = \text{C}^{\text{T}} Z X_{\text{н}} + \frac{1}{2} X_{\text{н}}^{\text{T}} \cdot Z^T G \cdot Z \cdot X_{\text{н}}, \tag{8}$$

де Z — проектуюча матриця розмірності $l \times l$:

$$Z = \begin{bmatrix} -A_{\text{Б}}^{-1} \cdot \text{A}_{\text{Н}} \\ \text{I} \end{bmatrix}. \tag{9}$$

Зворотна матриця $A_{\text{Б}}^{-1}$ в явному вигляді не формується. З точки зору економії пам'яті ефективніше розкладання початкової матриці на трикутні співмножники, що зберігаються у вигляді пов'язаних списків ненульових елементів:

$$A_{\text{Б}} = UR,$$

де U, R — нижня та верхня трикутні матриці відповідно.

Для забезпечення обчислювальної стійкості, розкладання ведеться з частковим вибором провідного елемента. При цьому в кожному стовпці визначається максимальний за модулем піддіагональний елемент і рядки матриці міняються таким чином, щоб вибраний елемент став діагональним.

В результаті перетворення (8) початкова задача з лінійними обмеженнями зводиться до розв'язання задачі безумовної оптимізації цільової функції

$$\Phi'\left(X_{\text{н}}\right) = C'^{\text{T}} \cdot X_{\text{н}} + \frac{1}{2} \text{X}_{\text{н}}^{\text{T}} \cdot G' \cdot X_{\text{н}}, \tag{10}$$

де $C' = Z^T \cdot C$ — спроектований вектор-градієнт; $G' = Z^T \cdot G \cdot Z$ — спроектована матриця Гессе.

Очевидно, якщо матриця G' є позитивно визначеною, екстремум функції (10) досягається за такої умови:

$$G' \cdot X_{\text{н}} = -C'. \tag{11}$$

Для розв'язання системи лінійних рівнянь (11) з симетричною матрицею коефіцієнтів застосовується модифіковане розкладання Холеського

$$G' = L \cdot D \cdot L^T, \tag{12}$$

де L, D — нижня трикутна матриця та діагональна матриця, відповідно.

Суть модифікації полягає в тому, що в процесі розкладання контролюється позитивна визначеність матриці G' і виконується її корекція, якщо умова позитивної визначеності не дотримується. В результаті формується розкладання деякої позитивно певної матриці, що відрізняється від G' елементами головної діагоналі.

Розкладання (12) дозволяє визначити компоненти вектора X_H в результаті розв'язання систем лінійних рівнянь спочатку з нижньою трикутною матрицею, потім з діагональною і, на завершення, з верхньою трикутною матрицею. Після обчислення вектора компоненти вектора визначаються відповідно до вираження (7). На відміну від початкової, спроектована матриця Гессе не є слабозаповненою і її доцільно зберігати в пам’яті повністю. Цей недолік компенсується тим, що розмірність спроектованої матриці значно менша, ніж в початковій — кількість рядків і стовпців першої відповідає кількості параметрів регулювання.

У момент початку обчислень необхідно контролювати умову, що початковий розв’язок знаходиться усередині допустимої області, тобто не порушені обмеження на діапазон зміни незалежних змінних (3). Оскільки у вихідній точці ця умова може не дотримуватися, застосовується спеціальна процедура введення режиму в допустиму область. Оскільки деякі з компонентів вектора X, розраховані відповідно до (11), можуть призводити до порушення допустимих меж зміни незалежних параметрів, то у більшості випадків доводиться обмежувати рух уздовж вектора X до першого порушеного обмеження.

Якщо однією зі змінних досягнута верхня або нижня межа, вона має бути зафіксована на обмеженні і виведена з оптимізації (число параметрів оптимізації у зв'язку з цим зменшується на одиницю).

Реалізована стратегія зняття обмежень припускає послідовний вивід з набору змінних в черговості, яка визначається величинами компонент градієнта. Як і у разі виходу на обмеження небазисною змінною при знятті обмеження не потрібна корекція розкладання базисної матриці, а необхідно лише відновити стовпець і рядок спроектованої матриці Гессе, які були викреслені при накладенні відповідного обмеження.

Основний недолік описаного алгоритму пов'язаний зі значними витратами часу на виконання розрахунку, якщо число обмежень, що враховуються, виявляється великим. Причому, як показує досвід основні витрати часу доводяться на розрахунок спроектованої матриці Гессе після корекції зворотної базисної матриці. Нижче приведений опис другого підходу, ефективнішого з точки зору швидкодії.

Другий підхід до розв’язання задачі квадратичного програмування

Для скорочення витрат часу на проведення розрахунків необхідно, передусім, відмовитися від перерахунку спроектованої матриці Гессе, пов’язаного з урахуванням обмежень. Ефективне розв’язання отримано при використанні штрафних функцій, що вводяться у випадках порушень допустимих діапазонів зміни кожної із змінних. Перевага цього підходу значною мірою пояснюється тим, що обмеження типу нерівностей пов’язані лише з незалежними змінними і добавка штрафного доданку зачіпає тільки один діагональний елемент початкової матриці Гессе і одну компоненту вектора-градієнта.

Введення штрафних доданків перетворить квадратичну апроксимацію цільової функції (4) до такого вигляду:

$$\Phi(X) \;=\; C^T \cdot X \;+\; \frac{1}{2}\cdot X^T \cdot G \cdot X \;+\; \frac{1}{2}\left(X - X_{\mathrm{min/max}}\right)^T \cdot R \cdot \left(X - X_{\mathrm{min/max}}\right), \tag{14}$$

де $X_{\mathrm{min/max}}$ — вектор значень порушених обмежень (або мінімальних, або максимальних); R — діагональна матриця вагових коефіцієнтів штрафних доданків ($r_{ii} = 0$, якщо x_i знаходиться усередині допустимого діапазону).

Очевидно, функція (14) легко може бути представлена у вигляді

$$\bar{\Phi}(X) \;=\; \bar{C}^T \cdot X \;+\; \frac{1}{2}\cdot X^T \cdot \bar{G} \cdot X\,, \tag{15}$$

якщо $\bar{C} \;=\; C \;+\; R \cdot \left(X - X_{\mathrm{min/max}}\right)$; $\bar{G} = G + R$.

Збільшення i-го діагонального елемента на величину r_{ii} з урахуванням чергового обмеження приводить до такого перерахунку спроектованої матриці Гессе $\bar{G}'$:

$$\bar{G}'_i \;=\; G' + \; v_i^T \cdot v_i\;, \tag{16}$$

де v_i — вектор-рядок, отриманий з i-ї строки проектуючої матриці Z, $v_i \;=\; \sqrt{r_{ii}} \cdot z_i$.

Спеціальний вид добавки (16) в спроектовану матрицю Гессе дозволяє організувати перерахунок співмножників розкладання Холеського. Очевидно

$$\bar{G}_i' = L \cdot D \cdot L^T + v_i^T \cdot v_i = L\left(D + p^T \cdot p\right) L^T,$$

де p^T — розв'язання трикутної системи $L\, p^T = v^T$.

Матрицю $D + p^T \cdot p$, в свою чергу, можна представити у вигляді співмножників розкладання Холеського:

$$\bar{G}_i' = L \cdot \hat{L} \cdot \widehat{D} \cdot \hat{L}^T \cdot L^T = \bar{L} \cdot \bar{D} \cdot \bar{L}^T. \qquad (17)$$

Алгоритм обчислення $\bar{L}$ і $\bar{D}$ виглядає таким чином [3]:

— встановлюється: $t^{(0)} = 1$ і $v^{(1)} = v$;

— для $j = 1, 2, \ldots n$ (n — кількість строк і стовпців матриці G') розраховуються:

$$p_j = v_j^{(j)}; \quad t_j = t_{j-1} + p_j^2 / d_j;$$

$$\bar{d}_j = d_j \cdot t_j / t_{j-1}; \quad \beta_j = p_j / \left(d_j \cdot t_j\right);$$

$$v_r^{j+1} = v_r^{(j)} - p_j \cdot l_{r\,j}; \quad \bar{l}_{r\,j} = l_{r\,j} + \beta_j \cdot v_r^{(j+1)} \quad (r = j+1, \ldots, n).$$

У разі зняття обмежень використовується той же підхід, що і при накладанні — добавка, що вноситься, в спроектовану матрицю Гессе компенсує вплив відповідного штрафного доданку і корекція розкладання Холеського виконується аналогічно тому, як це відбувається при накладанні.

Загальна стратегія врахування і зняття обмежень в другому підході повністю відповідає викладеному у описі першого підходу.

Важливо відмітити, що в процесі розрахунку штрафи накладаються лише на незалежні змінні, що приводить до внесення добавок в головну діагональ спроектованої матриці Гессе. Посилення головної діагоналі лише покращує обумовленість матриці. Це єдиний випадок (обмеження накладаються лише на незалежні змінні, а не на функції від них), коли використання штрафних функцій сприятливо позначається на властивостях матриць і, як наслідок, на стійкість обчислювального процесу.

Вибір ефективних керувальних впливів

Алгоритм розв'язання задачі вибору найефективніших впливів, реалізація яких дозволяє отримати істотну долю від потенційно можливої величини зниження втрат, базується на описаному вище алгоритмі оптимізації методом другого порядку. Як відзначалося, наявність обмежень не дозволяє отримати оціночних величин без виконання розрахунку, хай і з деякими спрощеннями (нелінійна цільова функція замінюється квадратичною, а обмеження лінеаризуються).

У початковій стадії процесу відбору варіантів оптимізації усі змінні, що відповідають керувальним впливам, фіксуються на початкових значеннях. Далі обмеження по черзі знімаються і оцінюється ефективність підключення до процесу оптимізації кожної змінної окремо. Зняття фіксації виконується за допомогою корекції розв'язання задачі квадратичного програмування. При цьому, відповідно до (17) розраховується додаткова матриця-мультиплікатор і уточнюються діагональні елементи розкладання спроектованої матриці.

Для скорочення витрат часу на розрахунок, спочатку оцінюється потенційна ефективність кожного з можливих варіантів без урахування того факту, що можуть з'явитися нові порушені обмеження. Якщо виявляється, що деякі варіанти, навіть без урахування знов виниклих обмежень, не є привабливими, то вони далі не розглядаються і для них поглиблений розрахунок (з урахуванням обмежень) не виконується. Повний оціночний розрахунок виконується лише для декількох дій, що обіцяють значну економію. Далі з розрахованих варіантів відбирається один — найкращий за величиною зниження втрат.

Обчислювальний процес розвивається таким чином. Спочатку шляхом зняття фіксації визначається перша, найбільш ефективна дія. Знайдений керувальний вплив складає перший варіант. Далі програма починає пошук другого впливу, який забезпечує максимальну економію у поєднанні з першим. Таким чином, процес триває, і видно варіанти отримання максимальної вигоди за рахунок поєднання нового впливу з раніше відібраними. Очевидно, у кожному із запропонованих варіантів рекомендовані впливи для одного і того ж параметра матимуть різні значення. Тому максимальний ефект досягається у разі повної реалізації остаточно прийнятого варіанта.

Описана методика оптимізації режиму за напругою і реактивною потужністю реалізована у вигляді програми промислового призначення і оформлена в двох варіантах — у вигляді виконуваного модуля (kocmoc_or.exe) і у вигляді динамічної бібліотеки (kocmoc_or.dll). Розроблена програма включена до складу ПК КОСМОС, призначеного для виконання оперативних розрахунків режимів енергосистем на основі телеметричної інформації [4]. Взаємодія основана на використанні динамічної бібліотеки. Під час роботи програми у складі ПК КОСМОС для аналізу результатів можуть бути задіяні усі засоби, передбачені для цих цілей, — як табличні, так і графічні.

Програма оптимізації пройшла всебічне тестування і показала добрі результати за швидкодією і стійкістю обчислювального процесу. Тестування полягало у виконанні великої кількості розрахунків на основі реальних моделей енергосистем і енергооб'єднань, які використовувались для проведення оперативних розрахунків на основі телеметричної інформації.

Висновки

Програма оперативної оптимізації за напругами і реактивними потужностями, розроблена на основі запропонованого алгоритму, дозволяє отримувати істотний ефект за мінімальної кількості впливів. Ця особливість розробки створює реальні передумови для її використання в практиці диспетчерського керування енергосистем.

Список використаної літератури

1. Крумм Л. А. Методы оптимизации при управлении электроэнергетическими системами / Л. А. Крумм. — Новосибирск : Наука, 1981. — 319 с.

2. Методы оптимизации режимов энергосистем / [Горнштейн В. М., Мирошниченко Б. П., Пономарев А. В. и др.] — М. : Энергия, 1981. — 336 с.

3. Гилл Ф. Практическая оптимизация / Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. — М. : Мир, 1985. — 509 с.

4. Прихно В. Л. Программный комплекс КОСМОС оперативных расчетов режимов энергосистем на основе телеметрической информации / В. Л. Прихно // Пр. Ін-ту електродинаміки НАНУ. Енергоефективність : зб. наук. пр. — Київ : ІЕД НАН України, 2000. — С. 118—127.

Рекомендована кафедрою електричних станцій та систем

Стаття надійшла до редакції 10.10.11
Рекомендована до друку 8.11.11

Черненко Павло Олексійович — провідний науковий співробітник, ***Прихно Віталій Леонідович*** — старший науковий співробітник, ***Трубіцин Віталій Володимирович*** — аспірант.

Відділ моделювання електроенергетичних об'єктів і систем, Інститут електродинаміки НАН України, Київ