

# Формування умов оптимальності неоднорідних електричних систем за принципом найменшої дії

Лежнюк П.Д., Кулик В.В.

**Анотація** – Розглядаються методологічні засади формування умов самооптимізації станів електричних систем (ЕС) на основі принципу найменшої дії (ПНД), коли критерієм оптимальності є мінімум втрат електроенергії.

## I. Вступ

Однією з основних причин неоптимальності режимів електроенергетичних систем (ЕЕС) і, відповідно, додаткових втрат електроенергії при її транспортуванні та розподілі є неоднорідність ЕЕС [1, 2]. Неоднорідність ЕЕС призводить також до інших негативних явищ: зниження якості електроенергії, додаткове завантаження ЛЕП нижчих рівнів напруг, а також зниження рівня статичної та динамічної стійкості ЕЕС [3]. Неоднорідність є конструктивним параметром ЕЕС, тому негативно впливає на їх режими протягом всього часу функціонування системи.

Зниження міри неоднорідності ЕЕС досягається за рахунок встановлення в ній установок повздовжньої компенсації (УПК), реакторів або зміни конструкції ЛЕП. Компенсація негативного впливу неоднорідності ЕЕС режимними заходами з погляду на складність ЕЕС як об'єкта керування та на її особливості режимного характеру, передбачає відслідковування та зміни оптимальних значень параметрів у відповідності зі станами ЕЕС, що можливо лише за допомогою системи автоматичного керування (САК) регулюючими пристроями (РП).

У відповідності з цим постає задача обґрунтування і вибору принципів формування умов оптимальності, що забезпечили б комплексність підходу до вирішення вказаної проблеми, а також визначення характеристики неоднорідності, яка б однозначно характеризувала міру оптимальності ЕЕС в цілому.

## II. Принцип найменшої дії як метод оптимізації складних систем

Під самооптимізацією систем розуміють

природну автоматику, властивість систем та їх частин самоналагоджуватися таким чином, що забезпечується підвищення їх рівня з переходом до найбільш енергетично вигідного стану, або найбільш вигідного режиму функціонування. Перехід системи з одного стану в інший підпорядкований принципу найменшої дії, який може бути сформульований наступним чином [5]. Після відхилення від оптимального режиму функціонування в системі виникає зустрічна, протилежно скерована дія, тобто протидія, яка намагається повернути систему в оптимальний стан. Отже для будь-якої системи в довільний момент її існування нормою є якісний оптимум, глибина якого визначається мірою ідеальності системи.

ПНД зумовлює оптимальність функціонування будь-якої системи, а також розвиток, що скерований на підвищення міри її ідеальності. Для природних систем прояв даного явища є очевидним і необмеженим. Розвиток штучних систем у значній мірі здійснюється завдяки людині, тому вплив ПНД у даному випадку є опосередкованим.

Завдяки роботам Фейнмана, Еддінгтона, Гельмгольца [5] ПНД як суто механічний принцип було поширено на істотно немеханічні процеси. Таким чином він знайшов своє застосування для опису процесів електродинамічного, електромагнітного, теплового характеру тощо. В даній роботі розглядається застосування ПНД стосовно розвитку ЕЕС з метою забезпечення умов для їх самоорганізації, або самооптимізації їх функціонування у відповідності з заданим критерієм оптимальності - технологічними втратами електроенергії (далі, для скорочення, втрати).

Підвищення міри ідеальності ЕЕС забезпечується розвитком її у двох напрямках: шляхом оптимізації конструктивних параметрів та за рахунок насичення системи від'ємними зворотними зв'язками. Обидва напрямки є взаємопов'язаними і для забезпечення максимального системного ефекту мають розглядатися в комплексі.

Для того, щоб виявити фізичну суть оптимізації конструктивних параметрів ЕЕС під час їх

Authors are with the Institute of the Electrical Power Engineering, Ecology and Electrical Mechanics, Vinnytsya National Technical University, 95 Khmelnytske Shose str., 21021 Vinnytsya, Ukraine, e-mail: [LPD@inbox.ru](mailto:LPD@inbox.ru)

проектування і реконструкції, а також щоб виявити сутність реалізації зворотних зв'язків в ЕЕС, необхідно встановити першопричини відхилення станів системи від глобального оптимуму за заданим критерієм оптимальності та дати їм оцінку.

### III. УМОВИ ОПТИМАЛЬНОГО СТРУМОРОЗПОДІЛУ В ЕЕС

Нормальні режими ЕЕС є оптимальними за умови досягнення мінімуму цільової функції, в якості якої приймаються сумарні втрати активної потужності в них, тобто

$$F = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \rightarrow \min, \quad (1)$$

$$\mathbf{x} \in \mathbf{D}_x, \quad \mathbf{u} \in \mathbf{D}_u,$$

де  $\mathbf{x}$  - параметри режиму ЕЕС;  $\mathbf{u}$  - параметри регулюючих пристроїв (коефіцієнти трансформації трансформаторів, автотрансформаторів і вольтододавальних трансформаторів, навантаження джерел реактивної потужності);  $\mathbf{D}_x$ ,  $\mathbf{D}_u$  – допустимі області зміни параметрів  $\mathbf{x}$  і  $\mathbf{u}$ .

Задачі (1) відповідає задача визначення струморозподілу, який забезпечує мінімум втрат активної потужності ЕЕС в кожний момент часу  $t$  за наявності обмежень на значення струмів в генеруючих вузлах. Вона може бути сформульована таким чином:

мінімізувати

$$F = \dot{\mathbf{I}}_t \mathbf{r}_e \hat{\mathbf{I}} \quad (2)$$

за умов

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{M}' \mathbf{I}_a &= \mathbf{J}_a; \\ \mathbf{M}' \mathbf{I}_p &= \mathbf{J}_p; \\ \mathbf{M}'' \mathbf{I}_a &\leq \bar{\mathbf{J}}_a; \\ \mathbf{M}'' \mathbf{I}_a &\geq \underline{\mathbf{J}}_a; \\ \mathbf{M}'' \mathbf{I}_p &\leq \bar{\mathbf{J}}_p; \\ \mathbf{M}'' \mathbf{I}_p &\geq \underline{\mathbf{J}}_p, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

де  $\dot{\mathbf{I}}_t, \hat{\mathbf{I}}$  – транспонований і спряжений вектори струмів в вітках;  $\mathbf{I}_a, \mathbf{I}_p$  – вектори активних і реактивних складових струмів в вітках;  $\mathbf{J}_a, \mathbf{J}_p$  – вектори активних і реактивних складових вузлових струмів;  $\mathbf{r}_e$  – діагональна матриця активних опорів віток;  $\bar{\mathbf{J}}_a, \underline{\mathbf{J}}_a$  – верхня і нижня допустимі межі зміни активної, а  $\bar{\mathbf{J}}_p, \underline{\mathbf{J}}_p$  – реактивної складових струмів генеруючих вузлів;  $\mathbf{M}'$  – перша матриця інцидентів мережі, в якій викреслені рядки, які відповідають генеруючим вузлам;  $\mathbf{M}''$  – матриця, рядками якої є рядки матриці інцидентів що відповідають генеруючим вузлам.

Умовний мінімум задачі (2)-(3) досягається тоді, коли струми у вітках розподіляються у відповідності з виразом, який отримано в результаті застосування методу Лагранжа [6]:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{a0} \\ \mathbf{I}_{p0} \\ \boldsymbol{\mu}_a \\ \boldsymbol{\mu}_p \\ \boldsymbol{\mu}'_a \\ \boldsymbol{\mu}'_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}'_r & 0 \\ 0 & \mathbf{C}'_r \\ -2\mathbf{r}'_{ij} & 0 \\ 0 & -2\mathbf{r}'_{ij} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{J}_a \\ \bar{\mathbf{J}}_a \\ \underline{\mathbf{J}}_a \\ \mathbf{J}_p \\ \bar{\mathbf{J}}_p \\ \underline{\mathbf{J}}_p \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\mu}'_a \geq 0, \quad \boldsymbol{\mu}'_p \geq 0,$$

$$\text{де } \mathbf{C}'_r = \mathbf{r}_e^{-1} \left[ \mathbf{M}'_t \mathbf{M}''_t \mathbf{M}'_t \right] \left( \begin{bmatrix} \mathbf{M}' \\ \mathbf{M}'' \\ \mathbf{M}'' \end{bmatrix} \mathbf{r}_e^{-1} \left[ \mathbf{M}'_t \mathbf{M}''_t \mathbf{M}'_t \right] \right)^{-1} -$$

матриця коефіцієнтів струморозподілу розрахункової схеми ЕЕС, в якій опори віток представлені тільки їх активними складовими (заступна г-схема ЕЕС);

$$\mathbf{r}'_{ij} = \left( \begin{bmatrix} \mathbf{M}' \\ \mathbf{M}'' \\ \mathbf{M}'' \end{bmatrix} \mathbf{r}^{-1} \left[ \mathbf{M}'_t \mathbf{M}''_t \mathbf{M}'_t \right] \right)^{-1} - \text{матриця}$$

вузлових опорів заступної г-схеми ЕЕС;

$$\boldsymbol{\mu}'_a = \begin{bmatrix} -r \\ \boldsymbol{\mu}_a \\ \boldsymbol{\mu}'_a \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\mu}'_p = \begin{bmatrix} -r \\ \boldsymbol{\mu}_p \\ \boldsymbol{\mu}'_p \end{bmatrix} - \text{вектори невизначених}$$

множників Лагранжа, що відповідають останнім чотирьом обмеженням (3).

Вираз (4) є загальним розв'язком задачі (2)-(3), коли накладені параметричні обмеження у вигляді нерівностей на обидві складові струмів генеруючих вузлів. Отже, для забезпечення мінімуму втрат активної потужності в ЕЕС активні і реактивні струми в ній повинні розподілятися в залежності від активних опорів її елементів. Це відповідає принципу найменшої дії, згідно якому перехід системи від одного стану до іншого здійснюється за найменших витрат енергії.

### IV. ПОКАЗНИК ОПТИМАЛЬНОСТІ ЕЕС

У неоднорідній ЕЕС струморозподіл в усталеному режимі може бути поданий у вигляді суми двох векторів струмів [7]:

$$\dot{\mathbf{I}} = \dot{\mathbf{I}}_e + \dot{\mathbf{I}}', \quad (5)$$

де  $\dot{\mathbf{I}}_e$  – вектор економічних струмів у вітках, знайдений у результаті розрахунку режиму ЕЕС за її заступною г-схемою;  $\dot{\mathbf{I}}' = \mathbf{N} \dot{\mathbf{I}}_{zp}$  – вектор додаткових струмів у вітках, накладення яких на  $\dot{\mathbf{I}}_e$  призводить до виконання другого закону Кірхгофа;  $\mathbf{N}$  – друга матриця з'єднань;  $\dot{\mathbf{I}}_{zp}$  – вектор контурних зрівнювальних струмів.

Значення струму  $\dot{\mathbf{I}}_e$  відповідає струморозподілу і втратам активної потужності в однорідній ЕЕС. Задача оптимізації втрат потужності в ЕЕС полягає в зменшенні до нуля струму  $\dot{\mathbf{I}}'$ . Цей струм можна визначити [6]:

$$\dot{\mathbf{I}}' = \dot{\mathbf{I}} - \dot{\mathbf{I}}_e = \mathbf{C}\dot{\mathbf{J}} - \mathbf{C}_r\dot{\mathbf{J}} = (\mathbf{C} - \mathbf{C}_r)\dot{\mathbf{J}}, \quad (6)$$

де  $\dot{\mathbf{J}}$  – задаючий струм у вузлах ЕЕС;  $\mathbf{C} = \mathbf{z}_e^{-1}\mathbf{M}_t\mathbf{Y}^{-1}$  – матриця струморозподілу в ЕЕС;  $\mathbf{C}_r = \mathbf{r}_e^{-1}\mathbf{M}_t\mathbf{Y}_r^{-1}$  – матриця струморозподілу в заступній  $r$ -схемі ЕЕС;  $\mathbf{z}_e = \mathbf{r}_e + j\mathbf{x}_e$  – матриця опорів віток ЕЕС;  $\mathbf{Y}$ ,  $\mathbf{Y}_r$  – матриці вузлових провідностей відповідно для заступних  $z$ -схеми та  $r$ -схеми ЕЕС.

Отже, задачу зменшення втрат потужності в ЕЕС можна сформулювати як задачу наближення природного струморозподілу в ЕЕС до ідеального, який відповідає розподілу по  $r$ -схемі

$$\dot{\mathbf{I}}' = (\mathbf{C} - \mathbf{C}_r)\dot{\mathbf{J}} \Rightarrow 0. \quad (7)$$

Оскільки матриця  $\mathbf{C}$  є комплексною, а матриця  $\mathbf{C}_r$  – дійсною, то (7) виконується за умови, коли  $\mathbf{C} \Rightarrow \mathbf{C}_r$ , тобто

$$\mathbf{C}_p = 0, \quad \mathbf{C}_a = \mathbf{C}_r, \quad (8)$$

де  $\mathbf{C}_a$ ,  $\mathbf{C}_p$  – активна і реактивна складові матриці струморозподілу  $\mathbf{C}$ .

Зауважимо, що перша умова з (8) є необхідною, а друга – достатньою.

Запишемо матрицю  $\mathbf{C}$  згідно її визначення [7] і позначення як в (6) через активні і реактивні опори віток та провідності вузлів ЕЕС. Вона матиме вигляд:

$$\begin{aligned} \mathbf{C} &= (\mathbf{g}_e - j\mathbf{b}_e)\mathbf{M}_t(\mathbf{r} + j\mathbf{x}) = \\ &= (\mathbf{g}_e\mathbf{M}_t\mathbf{r} + \mathbf{b}_e\mathbf{M}_t\mathbf{x}) + j(\mathbf{g}_e\mathbf{M}_t\mathbf{x} - \mathbf{b}_e\mathbf{M}_t\mathbf{r}), \end{aligned}$$

де  $\mathbf{g}_e$ ,  $\mathbf{b}_e$  – активна та реактивна складові матриці провідностей віток;  $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{x}$  – активна та реактивна складові матриці опорів вузлів.

З останнього виразу слідує, що

$$\mathbf{C}_p = (\mathbf{g}_e\mathbf{M}_t\mathbf{x} - \mathbf{b}_e\mathbf{M}_t\mathbf{r})$$

$$\text{або} \quad \mathbf{C}_p = \mathbf{g}_e(\mathbf{M}_t\mathbf{x} \mathbf{r}^{-1} - \mathbf{x}_e\mathbf{r}_e^{-1}\mathbf{M}_t)\mathbf{r}. \quad (9)$$

Вираз, що знаходиться в дужках в формулі (9), позначимо

$$\boldsymbol{\gamma} = \mathbf{M}_t\mathbf{x}\mathbf{r}^{-1} - \mathbf{x}_e\mathbf{r}_e^{-1}\mathbf{M}_t. \quad (10)$$

Він є матрицею узагальнених показників неоднорідності ЕЕС. Як видно, значення  $\boldsymbol{\gamma}$  визначається співвідношенням реактивних та активних складових опорів елементів ЕЕС, тобто неоднорідністю її параметрів. Розмір даної матриці визначається кількістю віток  $n$  та кількістю вузлів  $m$  ЕЕС.

З виразу (10) неважко переконатися, що для однорідної ЕЕС, коли для всіх віток  $x_i/r_i = \text{idem}$ ,  $\boldsymbol{\gamma} = 0$ . Тобто, незалежно від навантаження ЕЕС  $\dot{\mathbf{I}}' = 0$  і додаткові втрати, що викликаються

зрівнювальними струмами, в ЕЕС відсутні. В інших випадках, коли  $x_i/r_i \neq \text{idem}$ ,  $\boldsymbol{\gamma} \neq 0$  і, відповідно,  $\dot{\mathbf{I}}' \neq 0$ .

На рис. 1 показано приклад зміни втрат потужності в ЕЕС в часі і в залежності від параметра РП  $u$ . У випадку однорідної системи траєкторія  $F$  проходить по дну “яру”. Згідно ПНД так буде завжди не залежно від навантаження. В інших випадках, коли  $x_i/r_i \neq \text{idem}$ , траєкторія  $F$  в залежності від конкретних експлуатаційних умов може проходити сторонами “яру” будь-як. Проте і в цьому випадку згідно ПНД втрати потужності на забезпечення технологічного процесу будуть мінімально можливі. Для того, щоб наблизити (оптимізувати) втрати в кожній точці траєкторії їх зміни до ідеально можливих, необхідно постійно в процесі експлуатації здійснювати в системі оптимізуючі дії засобами регулювання.

Оптимальне керування режимами ЕЕС

Як відомо [1], компенсувати додаткові втрати в ЕЕС можливо шляхом регулювання напруги у вузлах ЕЕС і введення в контури зрівнювальних е.р.с. В такій постановці задачі керувальними змінними є е.р.с., які необхідно ввести у всі замкнені контури для реалізації оптимального струморозподілу, та потужності джерел реактивної потужності. Зрівнювальні е.р.с. можуть бути введені шляхом зміни коефіцієнтів трансформації трансформаторів, які входять в контури ЕЕС.

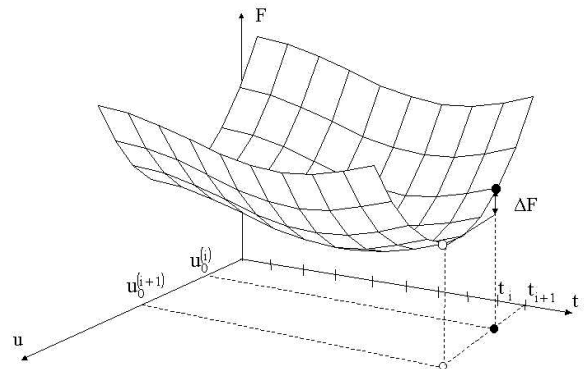


Рис.1.

В [8] показано, що оптимальне значення втрат в ЕЕС досягається при відносних значеннях е.р.с., які визначаються за формулами:

$$\mathbf{E}_{*zp.a}^E(t) = \boldsymbol{\pi}_a^E \mathbf{J}_{*p}^E(t), \quad \mathbf{E}_{*zp.p}^E(t) = \boldsymbol{\pi}_p^E \mathbf{J}_{*a}^E(t), \quad (11)$$

де  $\mathbf{E}_{*zp.a}^E(t)$ ,  $\mathbf{E}_{*zp.p}^E(t)$  – вектори активних і реактивних складових відносних значень зрівнювальних е.р.с.;  $\mathbf{J}_{*a}^E(t)$ ,  $\mathbf{J}_{*p}^E(t)$  – вектори активних і реактивних складових відносних значень струмів у вузлах;  $\dot{\mathbf{J}}(t) = \dot{\mathbf{U}}_o^{-1}(t) \dot{\mathbf{S}}(t)$  – вектор струмів у вузлах ЕС;  $\dot{\mathbf{U}}_o(t)$  – діагональна

матриця вузлових напруг;  $\dot{\mathbf{S}}(t) = \mathbf{P}(t) + j\mathbf{Q}(t)$  – вектор потужностей у вузлах;  $\boldsymbol{\pi}_a^E$ ,  $\boldsymbol{\pi}_p^E$  – матриці критеріїв подібності.

В (11) всі параметри подаються у відносних одиницях. За базисні приймаються параметри ідеального режиму, розрахованого за заступною г-схемою ЕЕС.

Матриці критеріїв подібності визначаються за формулами [8]:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\pi}_a^E &= -\left[\mathbf{E}_{зр.а}^{(\delta)}\right]_{Д}^{-1} \mathbf{v} \mathbf{r}_e \mathbf{M}_\alpha^{-1} \left[\mathbf{J}_p^\delta\right]_{Д}; \\ \boldsymbol{\pi}_p^E &= \left[\mathbf{E}_{зр.р}^\delta\right]_{Д}^{-1} \mathbf{v} \mathbf{r}_e \mathbf{M}_\alpha^{-1} \left[\mathbf{J}_a^\delta\right]_{Д}, \end{aligned} \quad (12)$$

де  $\mathbf{v} = \mathbf{N}_\alpha \mathbf{x}_\alpha \mathbf{r}_\alpha^{-1} - \mathbf{x}_k \mathbf{r}_k^{-1} \mathbf{N}_\alpha$  – матриця системних показників неоднорідності ЕЕС, яка відрізняється від (10) тим, що формується тільки для дерева схеми ЕЕС;  $\mathbf{r}_k$ ,  $\mathbf{x}_k$  – діагональні матриці опорів базисних контурів;  $\mathbf{M}_\alpha$ ,  $\mathbf{N}_\alpha$  – матриці з'єднань віток дерева схеми ЕЕС у вузлах і контурах.

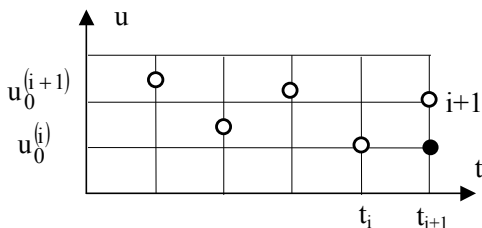


Рис.2

Співвідношення (11) є законами оптимального керування, в яких коефіцієнти зворотного зв'язку за фізичним змістом є критеріями подібності. У відповідності з (11) та ПНД розроблена САК нормальними режимами ЕЕС [9]. Результатом дії САК є наближення поточної реальної траєкторії зміни втрат потужності до оптимальної при заданих експлуатаційних умовах. На рис. 2 це проілюстровано станом ЕЕС в точці  $t_{i+1}$ . Для моменту  $t_{i+1}$ , якщо значення параметра РП залишається рівним  $u_0^{(i)}$ , яке було оптимальним для стану системи в  $t_i$ , то виникнуть додаткові втрати  $\Delta F$  (див. рис. 1). Для зменшення їх необхідно змінити параметр  $u$  з  $u_0^{(i)}$  в напрямку до  $u_0^{(i+1)}$ . Міра наближення  $u$  до  $u_0^{(i+1)}$  встановлюється доцільною інтенсивністю роботи РП та іншими чинниками [9]. Як правило, задача оптимального керування режимами ЕЕС полягає в тому, щоб підтримувати значення  $F^* = F/F_0$  у встановленій зоні нечутливості  $\delta F^*$ . При виході з неї здійснюються керувальні впливи регулюючими пристроями.

## V. ВИСНОВКИ

1. Електроенергетичні системи як штучні системи не є оптимальними з точки зору втрат

електроенергії під час її виробництва, транспортування і розподілу. Вдосконалення їх здійснюється під час прийняття рішень по їх розвитку та реконструкції, а також під час експлуатації шляхом оптимального керування режимами їх роботи. Оскільки робиться це безсистемно, без належної координації оптимальних рішень за загальносистемним критерієм, то технологічні процеси в ЕЕС супроводжуються втратами електроенергії, які є більшими за технічно можливі і економічно доцільні. Для розроблення стратегії розвитку, реконструкції та експлуатації ЕЕС на єдиних методологічних засадах може бути використаний принцип найменшої дії.

2. За допомогою запропонованих загальносистемних показників неоднорідності, які відповідають принципу найменшої дії, можна оцінити вплив зміни топології ЕЕС, введення нових ліній електропередач, УПК та трансформаторів на оптимальність ЕЕС. Ними можна скористатись для проведення цілеспрямованої реконструкції ЕЕС з метою зменшення міри її неоднорідності, тобто послідовного усунення першопричини неоптимальності режимів і створення, таким чином умов самооптимізації поточкорозподілу в електроенергетичній системі.

3. При автоматизації оптимального керування потоками потужності та напругою в ЕЕС для реалізації принципу найменшої дії можливо і доцільно застосовувати методи теорії подібності та моделювання. На основі них можна розв'язувати задачі, характерні для АСДУ, з єдиних методологічних засад на всіх етапах оптимального керування. Такий підхід дозволяє побудувати адаптивну САК, діями якої поточні режими ЕЕС будуть наближатися до оптимальних.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- [1] Холмский В.Г. Расчет и оптимизация режимов электрических сетей. – М.: Высшая школа, 1975. – 280 с.
- [2] Кузнецов В. Г., Тугай Ю.И., Баженов В.А.. Оптимизация режимов электрических сетей. – К.: Наукова думка, 1992. – 216 с.
- [3] Чебан В.М., Ландман А.К., Фишов А.Г. Управление режимами электроэнергетических систем в аварийных ситуациях. – М.: Высшая школа, 1990. – 144 с.
- [4] Мякишев Г.Я. Динамические и статистические закономерности в физике. – М.: Наука, 1973. – 318 с.
- [5] Лежнюк П.Д., Ярных Л.В. Расчет токораспределения в электрической сети // Электричество. - 1982. - №8. – С. 10-14.
- [6] Математические задачи электроэнергетики / Под ред. В.А. Венникова. – М.: Высшая школа, 1981. – 320 с.
- [7] Лежнюк П.Д., Оболонський Д.І., Пауткіна Л.Р. Моделирование влияния неоднородности электрической системы на оптимальность її режимів // Вісник ВПІ. – 1996. - №4. – С. 44-49.
- [8] Лежнюк П.Д., Кулик В.В., Кравцов К.І. Моделирование та формування умов самооптимізації режимів електроенергетичної системи // Технічна електродинаміка: Тематичний випуск “Проблеми сучасної електротехніки”. ч. 3. – 2002. – С. 96-101.