

УДК 004.925

О. Н. Романюк, д. т. н., проф.; М. Д. Обідник, асп.

СПРОЩЕННЯ РОЗРАХУНКІВ В ПРОЦЕСІ ТОНУВАННЯ ВИСОКОДЕТАЛІЗОВАНИХ ПОЛІГОНАЛЬНИХ ПОВЕРХОНЬ

Розглянуто питання спрощення розрахунків в процесі тонування високодеталізованих полігональних поверхонь за рахунок вилучення трудомісткої операції нормалізації. Введено критерій нормалізації, за яким адаптивно визначається доцільність виконання нормалізації для всіх точок полігону.

Вступ

Вимоги до якості зображень, які формуються засобами тривимірної комп'ютерної графіки, постійно зростають. У зв'язку з цим значно збільшується кількість полігонів, що апроксимують поверхні тривимірних об'єктів. Темпи розвитку апаратного забезпечення також високі, проте вони не в змозі у повній мірі задовольнити всі вимоги до якості зображень реального часу. Тому розробка нових методів формування зображень тривимірної комп'ютерної графіки залишається актуальною.

Одним з найтрудомісткіших етапів графічного конвеєра є процес тонування полігонів. Для коректного розрахунку освітленості об'єктів у процесі растеризації для кожної точки поверхні, яка відображається на екрані розраховується нормаль, яка задає орієнтацію поверхні у тривимірному просторі. При цьому всі вектори, що розташовані всередині полігонів, знаходяться інтерполяцією. Формули, що використовуються у процесі тонування, вимагають щоб нормалі мали одиничну довжину. Тому для кожного вектора, що інтерполюється, проводиться нормалізація. З обчислювальної точки зору класична процедура нормалізації складна, оскільки містить операції ділення та видобутку квадратного кореня, тому метою багатьох досліджень є спрощення процедури нормалізації [1].

Аналіз останніх досліджень

Р. Ліон запропонував розкласти вираз нормалізації $1/\sqrt{\vec{N} \cdot \vec{N}}$ у ряд Тейлора, обмежуючись трьома першими членами [2]

$$\vec{N}_n = \vec{N} \left(1 - \frac{1}{2}((\vec{N} \cdot \vec{N}) - 1) + \frac{3}{8}((\vec{N} \cdot \vec{N}) - 1)^2 \right).$$

Формула хоча і придатна для апаратної реалізації, але не забезпечує прийнятної точності.

У свою чергу науковці фірми VIDIA отримали формулу для наближеної нормалізації векторів з використанням одного кроку ітерації Ньютона-Рафсона [3]

$$\vec{N}_n = \frac{\vec{N}}{3} (3 - \vec{N} \cdot \vec{N}).$$

Виконання нормалізації, згідно з наведеною формулою, вимагає три операції ділення, шість операцій множення та три операції типу додавання, оскільки операції виконуються для кожної координати вектора. Великі абсолютні похибки визначення ортогональних складових вектора обмежує використання формули для задач зафарбовування.

Існує метод інтерполяції векторів нормалей, що не вимагає операції нормалізації. Відповідно до нього, інтерполяцію між початковим \vec{N}_a і кінцевим \vec{N}_b векторами, які мають одиничну довжину, можна виконати за формулою [4]

$$\vec{N}(\omega) = \vec{N}_a \frac{\sin((1-\omega)\psi)}{\sin(\psi)} + \vec{N}_b \frac{\sin(\omega \cdot \psi)}{\sin(\psi)},$$

де $\omega \in [0, 1]$, а ψ – кут між векторами \vec{N}_a та \vec{N}_b .

Однак, суттєвим недоліком цього методу є необхідність розрахунку тригонометричних функцій як для знаходження конкретного вектора нормалі, так і для розрахунку невідомих параметрів. Він також передбачає виконання операції ділення в циклі нормалізації.

Мета дослідження

Особливістю високодеталізованої поверхні є висока щільність полігональної мережі, якою вона задається. Це означає, що полігони мають невеликі розміри по відношенню до самого об'єкта візуалізації. Для розрахунку дифузної та спекулярної складових освітленості кожного полігона розраховуються вектори (нормалі), що задають його орієнтацію в тривимірному просторі. Використовуючи складні методи тонування, наприклад Фонга, нормалі інтерполюються вздовж ребер і кожного рядка растеризації. Кожний вектор, отриманий у результаті інтерполяції, нормалізується. Таке тонування дозволяє створити візуальний ефект кривизни полігона. Проте, зі зменшенням розмірів полігонів, кут між нормаллями, що знаходяться у вершинах, а відповідно і різниця між нормалізованим і ненормалізованим векторами зменшується.

Метою дослідження є спрощення розрахунків в процесі тонування за рахунок визначення доцільності проведення нормалізації векторів, що інтерполюються.

Розв'язання задачі

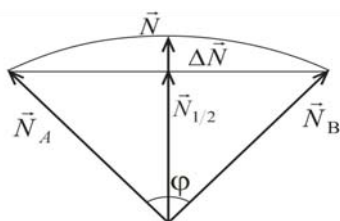


Рис. 1. Максимальна різниця нормалізації: \vec{N}_A , \vec{N}_B – нормалі у вершинах одного з ребер полігона; $\vec{N}_{1/2}$ – проінтерпольований вектор у середній точці ребра полігона; \vec{N} – вектор, отриманий після нормалізації $\vec{N}_{1/2}$; $\Delta\vec{N}$ – різниця між нормалізованим і ненормалізованим векторами

Знайдемо максимальну різницю між нормалізованим і ненормалізованим векторами у разі інтерполяції. Найбільше значення похибки буде спостерігатись посередині сегмента растеризації, оскільки хорда найвіддаленіша від кола у середній точці (рис. 1).

Доведено [5], що вектор \vec{N} розраховується за формулою

$$\vec{N} = \frac{\vec{N}_A + \vec{N}_B}{\sqrt{2 \cdot (1 + \vec{N}_A \cdot \vec{N}_B)}}.$$

Вектор $\vec{N}_{1/2}$ розраховується за формулою

$$\vec{N}_{1/2} = \frac{\vec{N}_A + \vec{N}_B}{2}.$$

Знайдемо різницю $\Delta\vec{N}$

$$\begin{aligned} \Delta\vec{N} = \vec{N} - \vec{N}_{1/2} &= \frac{\vec{N}_A + \vec{N}_B}{\sqrt{2(1 + \vec{N}_A \cdot \vec{N}_B)}} - \frac{\vec{N}_A + \vec{N}_B}{2} = \frac{\sqrt{2}(\vec{N}_A + \vec{N}_B) - (\sqrt{1 + \vec{N}_A \cdot \vec{N}_B})(\vec{N}_A + \vec{N}_B)}{2 \cdot \sqrt{(1 + \vec{N}_A \cdot \vec{N}_B)}} = \\ &= \frac{(\vec{N}_A + \vec{N}_B)(\sqrt{2} - \sqrt{1 + \vec{N}_A \cdot \vec{N}_B})}{2 \cdot \sqrt{(1 + \vec{N}_A \cdot \vec{N}_B)}}. \end{aligned}$$

Розрахуємо максимальну абсолютну похибку інтенсивності кольору за умови, що визначення дифузної складової світла проводиться за формулою

$$I_i = I_0 \cdot k_m \cdot (\vec{L} \cdot \vec{N}),$$

де I_i – інтенсивність дифузної складової світла у поточній точці, I_0 – інтенсивність випромінювання джерела світла, k_m – коефіцієнт дифузного відбиття, \vec{L} – вектор, який задає напрямок розміщення джерела світла.

За таких умов максимальну абсолютну похибку інтенсивності дифузної складової кольору ΔI_d можна визначити за формулою:

$$\Delta I_d = I_0 \cdot k_m \cdot (\vec{L} \cdot \vec{N}) - I_0 \cdot k_m \cdot (\vec{L} \cdot \vec{N}_{1/2}).$$

Враховуючи властивості скалярного добутку, можна записати:

$$\begin{aligned} \Delta I_d &= I_0 \cdot k_m \cdot (\vec{L} \cdot \vec{N}) - I_0 \cdot k_m \cdot (\vec{L} \cdot (\vec{N} - \Delta \vec{N})) = \\ &= I_0 \cdot k_m \cdot (\vec{L} \cdot (\vec{N} - (\vec{N} - \Delta \vec{N}))) = I_0 \cdot k_m \cdot (\vec{L} \cdot \Delta \vec{N}). \end{aligned}$$

Розрахуємо максимальну відносну похибку інтенсивності дифузної складової кольору δI_d

$$\begin{aligned} \delta I_d &= \frac{\Delta I}{I_i} = \frac{I_0 \cdot k_m \cdot (\vec{L} \cdot \Delta \vec{N})}{I_0 \cdot k_m \cdot (\vec{L} \cdot \vec{N})} = \frac{I_0 \cdot k_m \cdot \left(\vec{L} \cdot \frac{(\vec{N}_A + \vec{N}_B) \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{1 + \vec{N}_A \cdot \vec{N}_B})}{2 \cdot \sqrt{(1 + \vec{N}_A \cdot \vec{N}_B)}} \right)}{I_0 \cdot k_m \cdot \left(\vec{L} \cdot \frac{\vec{N}_A + \vec{N}_B}{\sqrt{2 \cdot (1 + \vec{N}_A \cdot \vec{N}_B)}} \right)} = \\ &= \frac{I_0 \cdot k_m \cdot \left(\vec{L} \cdot \frac{(\vec{N}_A + \vec{N}_B) \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{1 + \vec{N}_A \cdot \vec{N}_B})}{2 \cdot \sqrt{(1 + \vec{N}_A \cdot \vec{N}_B)}} \right)}{I_0 \cdot k_m \cdot \left(\vec{L} \cdot \frac{\vec{N}_A + \vec{N}_B}{\sqrt{2 \cdot (1 + \vec{N}_A \cdot \vec{N}_B)}} \right)} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{1 + \vec{N}_A \cdot \vec{N}_B}}{\sqrt{2}} = 1 - \sqrt{\frac{1 + \vec{N}_A \cdot \vec{N}_B}{2}}. \end{aligned}$$

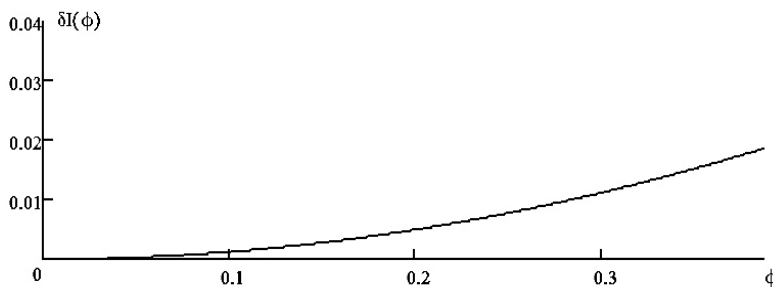


Рис. 2. Графік максимальної відносної похибки дифузної складової кольору

Графік максимальної відносної похибки інтенсивності дифузної складової кольору показано на рис. 2. Для наочності на графіку подано залежність максимальної відносної похибки інтенсивності дифузної складової кольору, розрахованої без нормалізації, від кута ϕ між нормальними \vec{N}_A та \vec{N}_B , оскільки $\vec{N}_A \cdot \vec{N}_B = \cos \phi$.

З графіка (див. рис. 2) випливає, що вже при куті між векторами \vec{N}_A і \vec{N}_B у $0,2 \text{ рад} \times 57,296^\circ = 11,46^\circ$ максимальна відносна похибка обчислень, виконаних без нормалізації, не перевищує 0,5 %.

За допомогою формули, яка визначає похибку обчислень, виконаних без нормалізації, можна встановити, чи варто вектори, які інтерполюються, нормалізувати. Для оцінки трикутного полігона на доцільність нормалізації векторів введемо критерій нормалізації η , який містить суму максимальних похибок обчислень, виконаних без нормалізації, на ребрах трикутника

$$\eta = \left(1 - \sqrt{\frac{1 + \vec{N}_A \cdot \vec{N}_B}{2}} \right) + \left(1 - \sqrt{\frac{1 + \vec{N}_A \cdot \vec{N}_C}{2}} \right) + \left(1 - \sqrt{\frac{1 + \vec{N}_B \cdot \vec{N}_C}{2}} \right), \quad (1)$$

де \vec{N}_A , \vec{N}_B та \vec{N}_C — нормалі у вершинах трикутного полігона.

Отримана формула критерію нормалізації містить три складні операції видобутку квадратного кореня, тому доцільно її апроксимувати. Для цього розкладемо кожен з трьох частин формули (1) у поліном Чебишева. Аргументом кожної складової формули є скалярний добуток двох векторів, який змінюється на інтервалі $[0, 1]$. Результатом лінійної апроксимації формули (1) є вираз

$$\begin{aligned} & \left(1 - \sqrt{\frac{1 + \vec{N}_A \cdot \vec{N}_B}{2}}\right) + \left(1 - \sqrt{\frac{1 + \vec{N}_A \cdot \vec{N}_C}{2}}\right) + \left(1 - \sqrt{\frac{1 + \vec{N}_B \cdot \vec{N}_C}{2}}\right) \approx \\ & \approx \left((-0,291 \cdot \vec{N}_A \cdot \vec{N}_B) + 0,285\right) + \left((-0,291 \cdot \vec{N}_A \cdot \vec{N}_C) + 0,285\right) + \\ & + \left((-0,291 \cdot \vec{N}_B \cdot \vec{N}_C) + 0,285\right) = 0,855 - 0,291(\vec{N}_A \cdot \vec{N}_B + \vec{N}_A \cdot \vec{N}_C + \vec{N}_B \cdot \vec{N}_C). \end{aligned}$$

Графіки абсолютної $|\Delta|$, а також відносної $|\delta|$ похибок лінійної апроксимації кожної з трьох частин критерію нормалізації на інтервалі $[0, 1]$ показані на рис. 3.

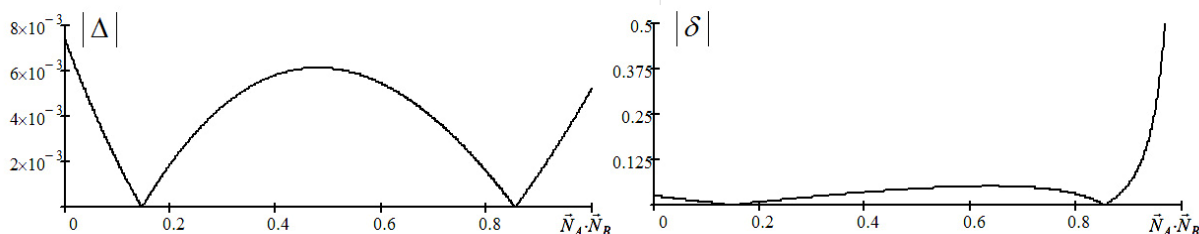


Рис. 3. Графіки похибок лінійної апроксимації

Формула (1) в результаті квадратичної апроксимації за допомогою поліномів Чебишева набуває вигляду

$$\eta \approx 0,876 - 0,341(\vec{N}_A \cdot \vec{N}_B + \vec{N}_A \cdot \vec{N}_C + \vec{N}_B \cdot \vec{N}_C) + 0,049\left((\vec{N}_A \cdot \vec{N}_B)^2 + (\vec{N}_A \cdot \vec{N}_C)^2 + (\vec{N}_B \cdot \vec{N}_C)^2\right).$$

Графіки абсолютної $|\Delta|$, а також відносної $|\delta|$ похибок квадратичної апроксимації кожної з трьох частин критерію нормалізації на інтервалі $[0, 1]$ показані на рис. 4.

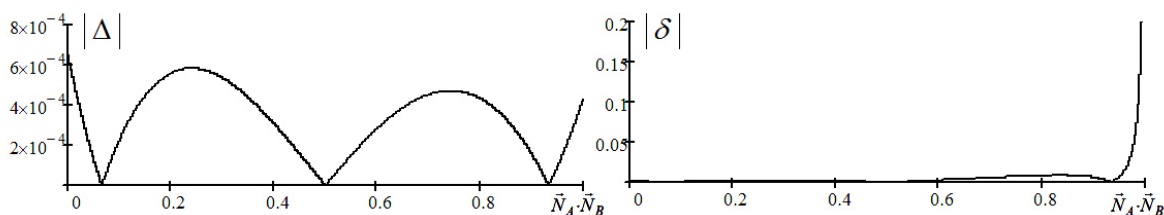


Рис. 4. Графіки похибок квадратичної апроксимації

За методом тонування Фонга спекулярна складова кольору світла розраховується за формулою

$$I_i = I_0 \cdot k_s (\vec{H} \cdot \vec{N})^n,$$

де I_i – інтенсивність спекулярної складової світла у поточній точці, I_0 – інтенсивність випромінювання джерела світла, k_s – коефіцієнт спекулярного відбиття, \vec{H} – вектор напівшляху, n – коефіцієнт яскравості поверхні.

Тоді максимальну абсолютну похибку інтенсивності спекулярної складової кольору ΔI_s можна визначити за формулою

$$\Delta I_s = I_0 \cdot k_s (\vec{H} \cdot \vec{N})^n - I_0 \cdot k_s (\vec{H} \cdot \vec{N}_{1/2})^n.$$

Враховуючи властивості скалярного добутку, можна записати, що

$$\Delta I_s = I_0 \cdot k_s (\vec{H} \cdot \vec{N})^n - I_0 \cdot k_s (\vec{H} \cdot (\vec{N} - \Delta \vec{N}))^n = I_0 \cdot k_s \cdot \left(\vec{H}^n \cdot \left(\vec{N}^n - (\vec{N} - \Delta \vec{N})^n \right) \right).$$

Розрахуємо максимальну відносну похибку інтенсивності спекулярної складової кольору δI_s

$$\begin{aligned} \delta I_s &= \frac{\Delta I}{I_i} = \frac{I_0 \cdot k_s \left(\bar{H}^n \cdot \left(\bar{N}^n - (\bar{N} - \Delta \bar{N})^n \right) \right)}{I_0 \cdot k_s \cdot \bar{H}^n \cdot \bar{N}^n} = \frac{\bar{N}^n - (\bar{N} - \Delta \bar{N})^n}{\bar{N}^n} = 1 - \left(\frac{\bar{N} - \Delta \bar{N}}{\bar{N}} \right)^n = \\ &= 1 - \left(1 - \frac{\Delta \bar{N}}{\bar{N}} \right)^n = 1 - \left(1 - \left(1 - \sqrt{\frac{1 + \bar{N}_A \cdot \bar{N}_B}{2}} \right) \right)^n = 1 - \left(\sqrt{\frac{1 + \bar{N}_A \cdot \bar{N}_B}{2}} \right)^n. \end{aligned}$$

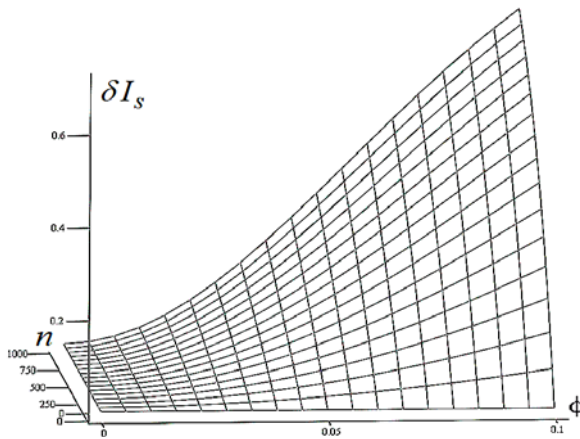


Рис. 5. Графік максимальної відносної похибки спекулярної складової кольору

Графік максимальної відносної похибки інтенсивності спекулярної складової кольору, розрахованої без нормалізації, подано на рис. 5. Показано залежність δI_s від коефіцієнта яскравості поверхні n та кута ϕ між нормальними \bar{N}_A і \bar{N}_B .

Із графіка (рис. 5) випливає, що похибка інтенсивності спекулярної складової кольору δI_s швидко зростає зі збільшенням кута між нормальними. Тому критерій нормалізації не доцільно використовувати для поверхонь, які мають спекулярні властивості.

Висновки

У результаті проведених досліджень встановлено, що спрощення розрахунку інтенсивності дифузної складової кольору в процесі тонування високодеталізованих полігональних поверхонь можна досягти за рахунок вилучення трудомісткої операції нормалізації на ділянках поверхні, де критерій нормалізації η , введений у статті, не буде перевищувати заданий поріг. Тонування полігонів з адаптивним вибором нормалізації доцільно застосовувати для областей, які не містять спекулярної складової кольору або її частка суттєво не впливає на інтегральну інтенсивність. Тому запропонований підхід спрощення розрахунків тонування поверхонь тривимірних об'єктів можна застосовувати тільки у поєднанні з методами ідентифікації відблиску [5, 6].

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Stan Melax. 3D Vector Normalization Using 256-Bit Intel® Advanced Vector Extensions (Intel AVX) [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <http://software.intel.com/file/30814>.
2. Lyon R. F. Phong Shading Reformulation for Hardware Renderer Simplification / R. F. Lyon // Apple Technical Report. — 1993. — № 43.
3. Barrera T., Hast A., Bengtsson E. Fast Near Phong-Quality Software. Shading SCCG'06 full paper, 2006. — P 44—50.
4. Farin G. Mathematical Principles for Scientific Computing and Visualization / G. Farin, D. Hansford. — Peters, Ltd. 2008. — 275 p.
5. Романюк О. Н. Аналітичні методи ідентифікації відблиску / О. Н. Романюк, М. Д. Обідник // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. — 2010. — № 1. — С. 94—100.
6. Романюк О. Н. Метод пробних перевірок для ідентифікації відблиску / О. Н. Романюк, М. Д. Обідник, Г. Г. Сергєєв // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. — 2010. — № 2. — С. 124—128.

Рекомендована кафедрою програмного забезпечення

Надійшла до редакції 7.02.12
Рекомендована до друку 10.02.12

Романюк Олександр Никифорович — професор, **Обідник Микола Дем'янович** — аспірант.
Кафедра програмного забезпечення, Вінницький національний технічний університет