

**М. Я. Островерхов, канд. техн. наук, доц.; М. П. Бурик, асп.**

## **ОПТИМІЗАЦІЯ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ НА ОСНОВІ КОНЦЕПЦІЇ ЗВОРОТНИХ ЗАДАЧ ДИНАМІКИ У ПОЄДНАННІ З МІНІМІЗАЦІЄЮ ЛОКАЛЬНИХ ФУНКЦІОНАЛІВ МИТТЄВИХ ЗНАЧЕНЬ ЕНЕРГІЙ**

*Синтезовано закони керування на основі концепції зворотних задач динаміки при мінімізації локальних функціоналів миттєвих значень енергій та перевірено стійкість електромеханічної системи за алгебраїчним критерієм Гурвиця.*

### **Вступ**

Підвищення технічного рівня устаткування за рахунок впровадження нових технологій, сучасних машин та механізмів висуває до сучасних електромеханічних систем ряд жорстких вимог, а саме: висока швидкодія, точність відтворення заданих траєкторій руху, відсутність помітного перерегулювання в перехідних режимах, необхідний запас стійкості, надійність, технологічність виготовлення та обслуговування [1]. Проте зі зростанням вимог до динамічних і статичних показників електромеханічних систем істотнішим виявляється вплив різного роду дестабілізуючих факторів. Це зумовлює використання законів керування на основі зворотної задачі динаміки, які забезпечують слабку чутливість до параметричних та координатних збурень.

### **Аналіз попередніх досліджень**

Методи оптимального керування у формі зворотних зв'язків за інтегральними функціоналами якості неминує приводять до необхідності знаходження функцій Ляпунова, що потребує розв'язання рівнянь Ріккати чи рівнянь в частинних похідних [2]. Практичне застосування законів керування, отриманих на основі вказаних традиційних методів, пов'язано з необхідністю мати повну достовірну інформацію про математичну модель об'єкта керування, тому для забезпечення заданої якості керування за умови зміни параметрів додатково необхідно застосовувати спеціальні алгоритми ідентифікації та налаштування параметрів чи адаптивного керування, що підвищує складність та громіздкість законів керування. Вказані проблеми електропривода можна вирішити за допомогою методів на основі концепції зворотних задач динаміки в поєднанні з мінімізацією локальних функціоналів миттєвих значень енергій.

*Метою роботи є підвищення якості керування електромеханічними системами завдяки розробці законів керування на основі концепції зворотних задач динаміки у поєднанні з мінімізацією локальних функціоналів, що характеризують миттєві значення енергії руху.*

### **Матеріал і результати дослідження**

Бажана якість керування замкнутого контуру у разі застосування концепції зворотних задач динаміки задається за допомогою диференційного рівняння [3]

$$\frac{d^n z}{dt^n} + \sum_{i=0}^{n-1} \gamma_i \frac{d^i z}{dt^i} = \sum_{j=0}^m \beta_j \frac{d^j x^*}{dt^j}. \quad (1)$$

Коефіцієнти рівняння  $\gamma_i$  та  $\beta_j$  визначають характер та тривалість перехідного процесу вихідної координати  $z$  під час руху по заданій траєкторії  $x^*$ . При цьому функція  $x^*$  є диференційована за часом необхідну кількість разів, а порядок правої частини рівняння менший за ліву, тобто  $m < n$ . Зв'язок між коефіцієнтами моделей та показниками якості керування, таких як час регулювання, вид перехідного процесу, перерегулювання, встановлюється за допомогою відомих методів, наприклад, кореневих чи частотних [3] з уточненням шляхом моделювання. Характеристичні рівняння систем 2-го порядку з типовими налаштуваннями мають такий вигляд:

$$\begin{aligned} s^2 + 2\omega_0 s + \omega_0^2 &- \text{біноміальна стандартна форма другого порядку;} \\ s^2 + 3\omega_0 s + 3\omega_0^2 &- \text{стандартна форма Бесселя другого порядку.} \end{aligned} \quad (6)$$

Методика синтезу законів керування координатами електромеханічних систем на основі концепції зворотних задач динаміки викладається на прикладі керування положенням маси, що обертається на осі. Рух маси в узагальненому вигляді описується рівнянням другого порядку

$$J\ddot{\varphi} = f(\varphi, \dot{\varphi}, u), \quad (7)$$

де  $J$  – момент інерції;  $\varphi$ ,  $\dot{\varphi}$ ,  $\ddot{\varphi}$  – положення, кутова швидкість та прискорення;  $f(\varphi, \dot{\varphi}, u)$  – диференційована та однозначна функція. Наближення якості керування положенням маси  $\varphi(t)$  до бажаної задається керуючою функцією  $u$ , яка описується рівнянням виду (1) того ж порядку, як і у об'єкта.

$$\ddot{z} + \gamma_1 \dot{z} + \gamma_0 z = \beta_1 \dot{x}^* + \beta_0 x^*. \quad (8)$$

Для забезпечення стійкості замкнутого контуру коефіцієнти рівняння відповідно до критерію Гурвиця мають бути додатними  $\gamma_0 > 0$ ;  $\gamma_1 > 0$ , а для отримання астатизму 2-го порядку коефіцієнти  $\gamma_0$  та  $\gamma_1$  мають бути рівними коефіцієнтам правої частини рівняння  $\gamma_0 = \beta_0$ ,  $\gamma_1 = \beta_1$ . Ступінь наближення реального процесу до бажаного оцінюється функціоналом, який характеризує енергію прискорення

$$G(u) = \frac{1}{2} [\ddot{z}(t) - \ddot{\varphi}(t, u)]^2. \quad (9)$$

Визначаючи керуючу функцію  $u = u(\varphi, \dot{\varphi})$  класичними методами за умови абсолютного мінімуму функціонала

$$\min_u G(u) = 0, \quad (10)$$

отримується традиційний закон керування компенсаційного типу, для реалізації якого необхідна точна інформація про структуру та параметри об'єкта, тобто про функцію  $f(\varphi, \dot{\varphi}, u)$  цього прикладу. Відхилення параметрів об'єкта від розрахункових призводить до погіршення якості керування. Цей недолік усувається, якщо відмовитися від точного виконання умови (10), а обмежитися лише вимогою, щоб значення функціонала (9) належало околиці екстремуму-мінімуму, яке забезпечує допустиму по технічним умовам динамічну похибку. Для цього мінімізація функціонала здійснюється за градієнтним законом першого порядку

$$\frac{du(t)}{dt} = -\lambda \frac{dG(u)}{du}, \quad (11)$$

де  $\lambda$  – константа.

$$\frac{dG(u)}{du} = -\frac{\partial f(\varphi, \dot{\varphi}, u)}{\partial u} (\ddot{z} - \ddot{\varphi}), \quad (12)$$

де  $\frac{\partial f(\varphi, \dot{\varphi}, u)}{\partial u}$  – константа, що відповідає за стан рівноваги.

Після підстановки (12) в (11) знаходиться закон керування рухом маси

$$\dot{u}(t) = k(\ddot{z} - \ddot{\varphi}), \quad (13)$$

де  $k = \lambda \frac{\partial f(\varphi, \dot{\varphi}, u)}{\partial u} = \text{const} > 0$  – коефіцієнт підсилення регулятора.

Умова збіжності процесу мінімізації функціоналу

$$\frac{dG(u)}{dt} < 0; G(u) \rightarrow 0, \quad (14)$$

якщо  $t \rightarrow \infty$ , забезпечується за виконання правила знаків

$$\text{sign}(k) = \text{sign}\left(\frac{\partial f(\varphi, \dot{\varphi}, u)}{\partial u}\right). \quad (15)$$

Змінна  $\ddot{z}$  в законі керування (13) виступає в ролі заданого прискорення маси, яке обчислюється в реальному часі з рівняння бажаної якості керування (8) за виразом (якщо  $\gamma_0 = \beta_0$ ,  $\gamma_1 = \beta_1$ )

$$\ddot{z} = \gamma_0(x^* - \varphi) + \gamma_1(\dot{x}^* - \dot{\varphi}) \quad (16)$$

шляхом замикання зворотним зв'язком за положенням  $z = \varphi$  та швидкістю  $\dot{z} = \dot{\varphi}$ .

Після інтегрування обох частин рівняння (13) з урахуванням (16) знаходиться остаточний закон керування

$$u(t) = k(\dot{z} - \dot{\varphi}); \quad \dot{z} = \gamma_0 \int_0^t (x^* - \varphi) dt + \gamma_1(x^* - \varphi). \quad (17)$$

Після підстановки закону керування (17) в рівняння маси (7) отримується диференціальне рівняння замкнутої системи керування положенням маси

$$\ddot{\varphi} + (a_1 + b_0 k)\dot{\varphi} + (a_0 + b_0 k \gamma_1)\varphi + b_0 k \gamma_0 \varphi = b_0 k \gamma_0 x^* + b_0 k \gamma_1 \dot{x}^*. \quad (18)$$

Усталений рух замкнутої системи (18) буде асимптотично стійким, якщо для її характеристичного рівняння

$$p^3 + (a_1 + b_0 k)p^2 + (a_0 + b_0 k \gamma_1)p + b_0 k \gamma_0 = 0 \quad (19)$$

згідно з критерієм Гурвиця виконуються такі нерівності:

$$(a_1 + b_0 k)(a_0 + b_0 k \gamma_1) > b_0 k \gamma_0; \quad (a_1 + b_0 k) > 0; \quad (a_0 + b_0 k \gamma_1) > 0; \quad b_0 k \gamma_0 > 0. \quad (20)$$

Як видно з (20), за будь-яких додатних чи від'ємних значеннях коефіцієнтів  $a_0$  та  $a_1$  знайдеться таке значення коефіцієнта підсилення регулятора  $k$ , яке забезпечує виконання вказаних умов. Максимально-допустиме значення коефіцієнта  $\gamma_0$  обмежується значенням величин  $\gamma_1$ ,  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $b_0$  та  $k$ .

На рис. 1 показана структурна схема регулятора положення маси, яка побудована на основі рівняння (17). Як видно з рисунка, регулятор враховує тільки параметри  $\gamma_0$  та  $\gamma_1$  бажаного закону керування (8). Це надає системі керування властивості слабкої чутливості до параметричних збурень. Ідеальна нечутливість має місце з коефіцієнтом підсилення регулятора  $k \rightarrow \infty$ , що забезпечує повний збіг реальної та бажаної якості керування. Звичайно, з допустимим з точки зору технічної реалізації коефіцієнт підсилення існує похибка керування, максимально допустима величина якої встановлюється технічними вимогами.

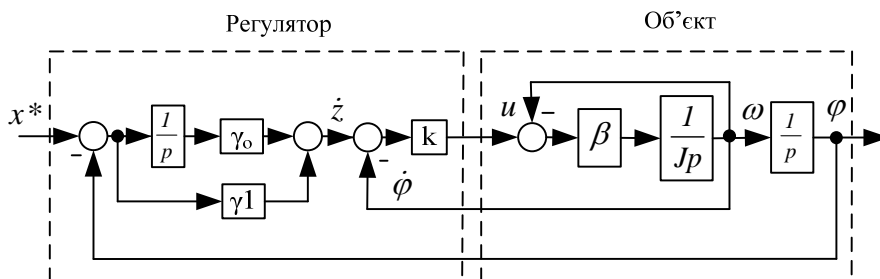


Рис. 1. Структурна схема системи керування положенням

Дослідження якості системи керування положенням на основі двигуна постійного струму з незалежним збудженням проведено моделюванням під час дії параметричного збурення у вигляді дворазового збільшення розрахункового моменту інерції електроприводу з  $0,065 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$  до значення  $0,13 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$  за різних коефіцієнтів підсилення регулятора положення.

Об'єкт керування, в ролі якого виступає електричний двигун постійного струму з незале-

жним збудженням, за умови нехтування його електромагнітною сталою часу описується диференціальним рівнянням другого порядку

$$J \frac{d\phi}{dt} = \beta(u - \phi), \quad (21)$$

де  $\beta$  — жорсткість механічної характеристики.

Бажана якість керування замкнутого контуру положенням задається диференціальним рівнянням другого порядку, що забезпечує монотонний перехідний процес за час 0,85 с з  $S$ -подібним сигналом завдання (реакція на ступінчасту функцію:  $t = 0,049$  с та  $\sigma = 16\%$ ) та астатизм другого порядку

$$\ddot{z} + 150\dot{z} + 7500z = 7500x^* + 150\dot{x}^*. \quad (22)$$

Двигун типу МІ-42 має такі дані:  $P_n = 1,1$  кВт — номінальна потужність;  $U_n = 220$  В — номінальна напруга на якорі;  $I_n = 6,3$  А — номінальний струм якоря;  $n_n = 1000$  об/хв — номінальна частота обертання,  $J = 0,065$  кг·м<sup>2</sup> — момент інерції,  $\beta = 0,83$  — жорсткість механічної характеристики,  $M_n = 10,5$  Н·м — номінальний момент. Параметри регулятора положення дорівнюють  $\gamma_0 = 7500$ ,  $\gamma_1 = 150$ , ( $k = 100$  та  $k = 1000$ ).

На рис. 2а показано графік перехідних процесів положення якоря двигуна ( $\phi_{уст} = 73,5$  рад). Для порівняння отриманих результатів на рис. 2б показано динамічні похибки керування положенням якоря з коефіцієнтами підсилення регулятора  $k = 100$  та  $1000$  за різних значень моменту інерції. Як видно, система практично не чутлива до параметричного збурення, а графіки похибок керування положенням зливаються між собою. Як впливає з рис. 2в та 2г, збільшення вдвоє моменту інерції електропривода (графіки суцільною лінією) призводить до збільшення динамічного моменту з 22,75 до 45,5 Н·м та максимального значення напруги з 132,4...160 В. На рис. 2г зображено розгін двигуна до номінальної кутової швидкості 105 рад/с.

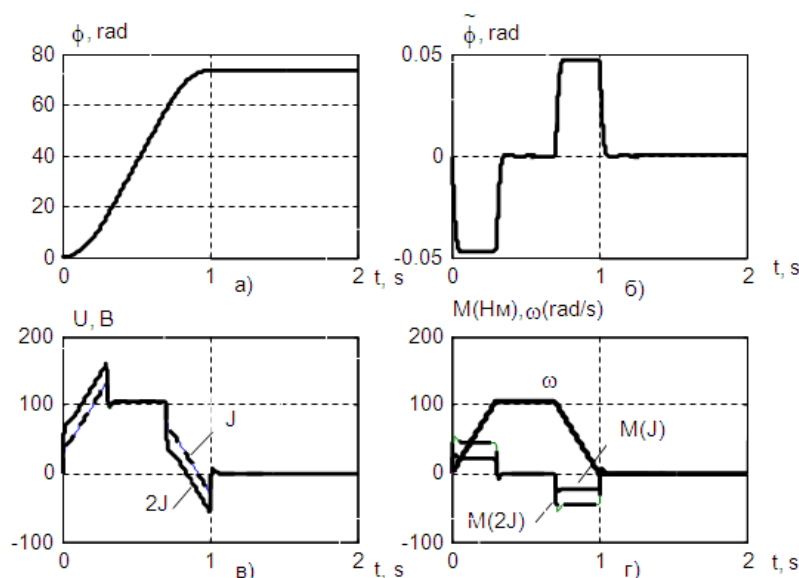


Рис. 2. Графіки перехідних процесів та похибок

## Висновки

Запропонований метод оптимізації законів керування координатами електромеханічних систем на основі концепції зворотних задач динаміки у поєднанні з мінімізацією локальних функціоналів енергій руху забезпечує високу якість керування в статичному та перехідному режимах в умовах параметричних та координатних збурень. Для побудови структури регуляторів не потрібна детальна математична модель об'єкта керування. Закон керування записується безпосередньо за рівнянням об'єкта керування та за диференціальним рівнянням, яким задається бажана якість керування координатою електромеханічної системи, тому розв'язувати оптимізаційну задачу в традиційному розумінні не потрібно. Розглянута методика до-

зволяє розробити закони керування та їх практичну реалізацію і для об'єктів високого порядку, причому, зі збереженням таких якісно нових властивостей, як слабка чутливість до параметричних та координатних збурень.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Башарин А. В. Управление электроприводами : учеб. пос. для вузов / А. В. Башарин, В. А. Новиков, Г. Г. Соколовский. — Л. : Энергоиздат. Ленингр. Отд-ние, 1982 — 392 с
2. Крутько П. Д. Обратные задачи динамики в теории автоматического управления. Цикл лекций : учеб. пос. для вузов. — М. : Машиностроение, 2004 — 576 с.
3. Островерхов М. Я. Метод синтезу регуляторів електромеханічних систем на основі концепції зворотних задач динаміки в поєднанні з мінімізацією локальних функціоналів миттєвих значень енергії / Вісник НТУ «Харківський політехнічний інститут». — Харків : НТУ «ХПІ », 2008. — № 30. — С. 105—110.

Рекомендована кафедрою електромеханічних систем автоматизації в промисловості і на транспорті

Стаття надійшла до редакції 10.02.12

Рекомендована до друку 14.02.12

**Островерхов Микола Якович** — доцент, **Бурик Микола Петрович** — аспірант.

Кафедра автоматизації електромеханічних систем та електроприводу, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», Київ