

О. Б. Мокін, канд. техн. наук, доц.;
Б. І. Мокін, акад. НАПН України, д-р. техн. наук, проф.

**ВПЛИВ ПІДВИЩЕННЯ ЗОВНІШНЬОЇ РЕЙКИ НА ЗАКРУТЛЕННІ
 ЗАЛІЗНИЧНОЇ КОЛІЇ НА КРИТИЧНУ ШВИДКІСТЬ, З ЯКОЮ ПОТЯГ
 ЩЕ МОЖЕ ПРОХОДИТИ ЦЕ ЗАКРУТЛЕННЯ, НЕ СХОДЯЧИ З РЕЙОК**

З урахуванням ефекту підвищення зовнішньої рейки отримана математична модель для критичної швидкості, з якою потяг ще може проходити закрутлення залізничної колії, не сходячи з рейок цієї колії.

Постановка задачі і вихідні передумови

Як показано в роботі [1], значення критичної швидкості $v_{кр}^{(i)}$ i -го вагона потяга на закрутленні радіуса R , перевищення якої призводить до сходження цього вагона з рейок, може бути знайдено з виразу

$$v_{кр}^{(i)} = -(R + \Delta_i)\omega_i + \sqrt{\frac{R + \Delta_i}{m_i h_{ЦВi}} \left(P^{(i)} \left(\frac{l}{2} - \Delta_i \right) + F_{зч}^{(i-1)} \frac{l}{2} + F_{зч}^{(i+1)} \frac{l}{2} \right)}, \quad i = 2, 3, \dots, n-1, \quad (1)$$

в якому (в позначеннях рис. 1 роботи [1], який для зручності наведений нижче в уточненому відносно колісної пари вигляді): m_i — маса i -го вагона; ω_i — кутова швидкість обертання цієї маси навколо центра закрутлення; l — відстань між рейками колії в точках дотику з колесами потяга; Δ_i — відстань від вертикальної осевої лінії колії до центра маси завантаженого вагона, який збігається з центром ваги; $h_{ЦВi}$ — відстань від центра ваги вагона до горизонтальної площини, що проходить через точки дотику обох рейок з колесами вагона (плече відцентрової сили); $P^{(i)}$ — сила ваги вагона; $F_{зч}^{(i-1)}$, $F_{зч}^{(i+1)}$ — сили зчеплення цього вагона з сусідніми; $F_B^{(i)}$ — відцентрова сила, що діє на центр маси i -го вагона.

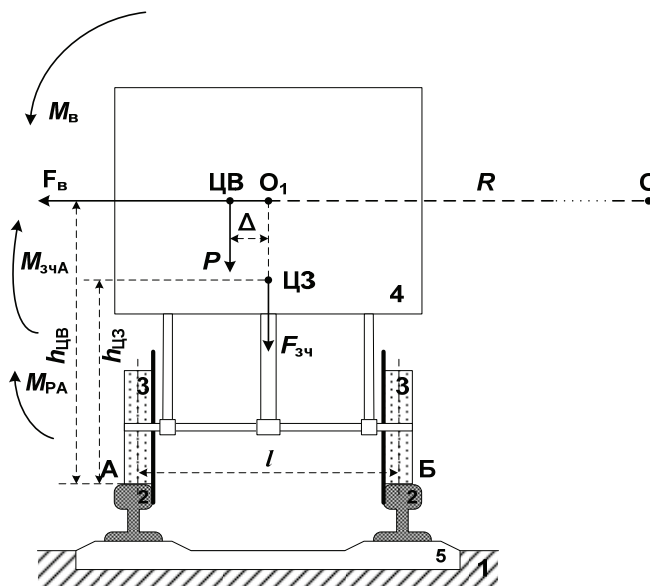


Рис. 1. Схематичний поперечний переріз вагона, що рухається у напрямку від нас по закрутленню радіуса R (OO_1) з центром в точці O за відсутності підвищення зовнішньої рейки

Нагадаємо, що на рис. 1, крім уже пояснених нами, мають місце ще й такі позначення: 1 — насип; 2 — рейка; 3 — колесо; 4 — кузов вагона; 5 — шпала, ЦВ — центр маси m вагона з

вантажем; ЦЗ — центр зчеплення вагона з іншим вагоном; $h_{ЦЗ}$ — висота точки зчеплення вагона над горизонтальною площиною, що проходить через точку А дотику колеса з рейкою. А також звертаємо увагу на те, що на цьому рисунку обидві рейки залізничної колії знаходяться на одному рівні.

У роботі [1] вираз (1) отримано, виходячи з балансу моментів $M_{PA}^{(i)}$, $M_{зчA}^{(i-1)}$, $M_{зчA}^{(i+1)}$, $M_{BA}^{(i)}$, створюваних відносно точки А дотику зовнішньої рейки і колеса i -го вагона силою ваги цього вагона $P^{(i)}$ та силами зчеплення його з сусідніми вагонами $F_{зч}^{(i-1)}$, $F_{зч}^{(i+1)}$ з одного боку та відцентровою силою $F_B^{(i)}$ з протилежного, тобто з рівності

$$M_{PA}^{(i)} + M_{зчA}^{(i-1)} + M_{зчA}^{(i+1)} = M_{BA}^{(i)}, \tag{2}$$

де

$$\begin{cases} M_{PA}^{(i)} = P^{(i)} \left(\frac{l}{2} - \Delta_i \right); \\ M_{зчA}^{(i-1)} = F_{зч}^{(i-1)} \frac{l}{2}; \\ M_{зчA}^{(i+1)} = F_{зч}^{(i+1)} \frac{l}{2}; \\ M_{BA}^{(i)} = F_B^{(i)} h_{ЦВ}^{(i)} = \frac{m_i \left(v^{(i)} + \omega_i (R + \Delta_i) \right)^2}{R + \Delta_i} h_{ЦВ}^{(i)}. \end{cases} \tag{3}$$

Цілком очевидно, що у випадку, коли лінійна швидкість $v^{(i)}$ цього вагона стане більшою її критичного значення $v_{кр}^{(i)}$, яке визначається зі співвідношення (1), момент, створюваний відцентровою силою, стане більшим суми протидіючих йому моментів, тобто рівність (2) стане нерівністю, і під дією результуючого моменту цієї нерівності i -й вагон почне перевертатись і зійде з колії. Тож для його несходження з колії повинна виконуватись нерівність

$$v^{(i)} \leq v_{кр}^{(i)}. \tag{4}$$

Легко бачити, що у випадку, коли точка А, відносно якої отримані моделі (1)–(4), знаходиться на стику закруглення та наступного горизонтального відрізка колії, тобто у випадку, коли потяг завершує виходити із закруглення, замість моделі (1) матимемо модель

$$V_{кр}^{(i)} = \sqrt{\frac{R + \Delta_i}{m h_{ЦВ}} \left(P^{(i)} \left(\frac{l}{2} - \Delta_i \right) + F_{зч}^{(i-1)} \frac{l}{2} + F_{зч}^{(i+1)} \frac{l}{2} \right)}, \quad i = 2, 3, \dots, n-1. \tag{5}$$

яка, якщо взяти, що

$$\begin{cases} F_{зч}^{(0)} = 0; \\ F_{зч}^{(n+1)} = 0, \end{cases} \tag{6}$$

буде справедливою і для електровоза, який будемо вважати першим вагоном, і для останнього n -го вагона. З урахуванням цього зауваження в моделі (5) для критичної швидкості вагона $V_{кр}$ можна покласти $i = \overline{1, n}$.

Підкреслимо, що модель (5) отримана з моделі (1) завдяки тому, що в точці А на стику закруглення з горизонтальним відрізком колії замість рівнянь (3) будуть справедливими рівняння:

$$\begin{cases} M_{PA} = P \left(\frac{l}{2} - \Delta \right); \\ M_{зчA} = F_{зч} \frac{l}{2}; \\ M_B = F_B h_{ЦВ} = \frac{m V^2}{R + \Delta} h_{ЦВ}. \end{cases} \tag{7}$$

Поставимо задачу — визначити, як зміняться математичні моделі (1) та (5), якщо зовнішня рейка закруглення за методикою, викладеною у роботі [2], буде підвищена над площиною, на

якій встановлена внутрішня рейка, на кут γ , тобто знайдемо вирази для $V_{кр\gamma}^{(i)}$ та $v_{кр\gamma}^{(i)}$.

Використання виразів (1)–(7) та рис. 1 є першою вихідною передумовою, необхідною для розв’язання поставленої задачі. А як другу вихідну передумову використаємо експлуатаційну вимогу (згідно з «Правилами визначення підвищення зовнішньої рейки і встановлення допустимих швидкостей у кривих ділянках колії» [3]) проходити потягами закруглення з незмінною швидкістю.

Розв’язання поставленої задачі

Спочатку отримаємо аналог моделі (5) для вагона потяга, який починає рухатись з точки А в кінці того ж закруглення, але за умови підвищення зовнішньої рейки на кут γ по відношенню до горизонтальної площини, на якій встановлена внутрішня рейка. Це показано на рис. 2, на якому усі інші позначення зберігають той самий зміст, що і на рис. 1, і, крім того, додаються кілька проєкцій, зміст яких легко бачити з цього ж рис. 2.

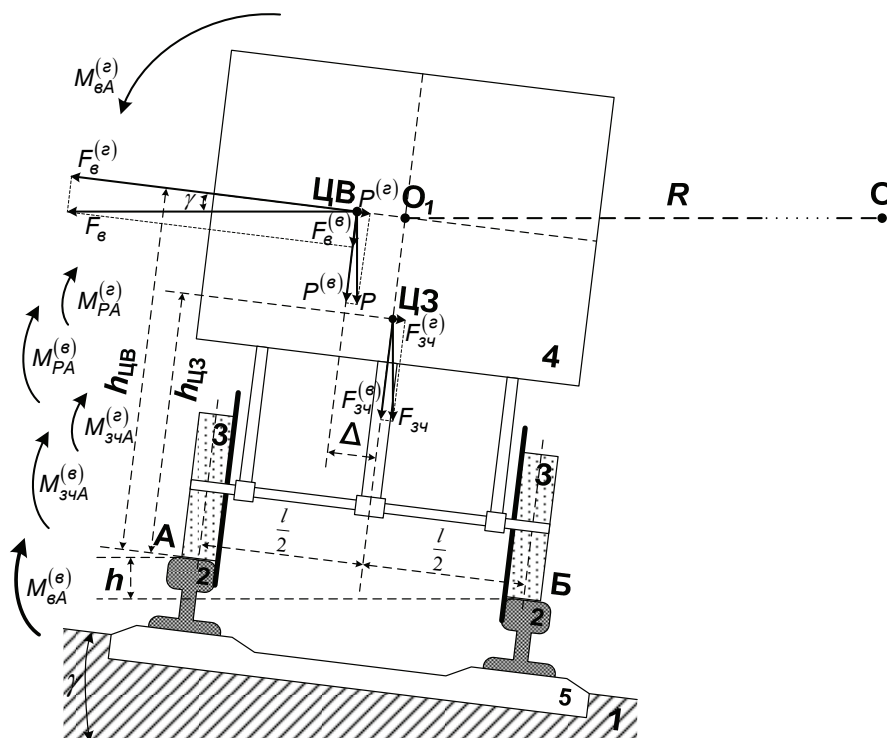


Рис. 2. Схематичний поперечний переріз вагона, що рухається у напрямку від нас по закругленню радіуса R (OO_1) з центром в точці O за наявності підвищення зовнішньої рейки

Оскільки, як впливає з рис. 2, рівняння балансу обертальних моментів, котрі діють на вагон у вертикальній площині, що проходить через точку А, для цього випадку набуває вигляду

$$\begin{aligned}
 P^{(i)} \left(\frac{l}{2} - \Delta_i \right) \cos \gamma + P^{(i)} h_{ЦВ}^{(i)} \sin \gamma + F_{34}^{(i-1)} \frac{l}{2} \cos \gamma + F_{34}^{(i-1)} h_{ЦЗ} \sin \gamma + F_{34}^{(i+1)} \frac{l}{2} \cos \gamma + F_{34}^{(i+1)} h_{ЦЗ} \sin \gamma = \\
 = \frac{m_i V^2}{R + \frac{\Delta_i}{\cos \gamma}} h_{ЦВ}^{(i)} \cos \gamma - \frac{m_i V^2}{R + \frac{\Delta_i}{\cos \gamma}} \left(\frac{l}{2} - \Delta_i \right) \sin \gamma,
 \end{aligned} \tag{8}$$

то з цього рівняння випливає, що

$$V_{кр\gamma}^{(i)} = \sqrt{\frac{R + \frac{\Delta_i}{\cos \gamma}}{m_i \left(h_{ЦВ}^{(i)} \cos \gamma - \left(\frac{l}{2} - \Delta_i \right) \sin \gamma \right)}} f(*), \tag{9}$$

де

$$f(*) = P^{(i)} \left(\frac{l}{2} - \Delta_i \right) \cos \gamma + P^{(i)} h_{\text{ЦВ}}^{(i)} \sin \gamma + F_{\text{зч}}^{(i-1)} \frac{l}{2} \cos \gamma + F_{\text{зч}}^{(i-1)} h_{\text{ЦЗ}} \sin \gamma + F_{\text{зч}}^{(i+1)} \frac{l}{2} \cos \gamma + F_{\text{зч}}^{(i+1)} h_{\text{ЦЗ}} \sin \gamma.$$

Цілком очевидно, що для будь-якої іншої точки закруглення колії з піднятою на кут γ зовнішньою рейкою аналог виразу (1) матиме вигляд

$$v_{\text{кр}\gamma}^{(i)} = - \left(R + \frac{\Delta_i}{\cos \gamma} \right) \omega_i + \sqrt{\frac{R + \frac{\Delta_i}{\cos \gamma}}{m_i \left(h_{\text{ЦВ}}^{(i)} \cos \gamma - \left(\frac{l}{2} - \Delta_i \right) \sin \gamma \right)}} f(*). \quad (10)$$

Звертаємо увагу на те, що у виразі для $f(*)$, який входить до структури моделей (9) та (10), сили $F_{\text{зч}}^{(i-1)}$, $F_{\text{зч}}^{(i+1)}$ зчеплення $(i-1)$ -го та $(i+1)$ -го вагонів з i -м вагоном мають структуру

$$F_{\text{зч}}^{(i-1)} = P^{(i-1)} - F_{\text{ркп}}^{(i-1)}; \quad F_{\text{зч}}^{(i+1)} = P^{(i+1)} - F_{\text{ркп}}^{(i+1)}, \quad (11)$$

де $P^{(i-1)}$, $P^{(i+1)}$ – сили ваги $(i-1)$ -го та $(i+1)$ -го вагонів, а $F_{\text{ркп}}^{(i-1)}$, $F_{\text{ркп}}^{(i+1)}$ – сили, що створюються ресорними комплектами пружин цих вагонів у разі розміщення пружин між боковою рамою кожної колісної пари та надресорною балкою, що кріпиться шарнірно з вагоном.

Враховуючи те, що для реальних колій в Україні значення R не виходять з діапазону від кількох сотень метрів до кількох тисяч, а максимальне значення підвищення зовнішньої рейки h не перевищує 150 мм, що за стандартизованих нормативних значень $l = 1520$ мм обмежує $\cos \gamma$ значеннями, не меншими 0,996; відношеннями $\frac{\Delta_i}{\cos \gamma}$ у виразах (9), (10) можна знехтувати без внесення похибок, більших за десяті частини відсотка, і представити їх у вигляді:

$$V_{\text{кр}\gamma}^{(i)} \approx \sqrt{\frac{R}{m_i \left(h_{\text{ЦВ}}^{(i)} \cos \gamma - \left(\frac{l}{2} - \Delta_i \right) \sin \gamma \right)}} f(*); \quad (12)$$

$$v_{\text{кр}\gamma}^{(i)} \approx -R\omega_i + \sqrt{\frac{R}{m_i \left(h_{\text{ЦВ}}^{(i)} \cos \gamma - \left(\frac{l}{2} - \Delta_i \right) \sin \gamma \right)}} f(*). \quad (13)$$

А якщо врахувати ще й те, що згідно з положеннями роботи [4]

$$R\omega \approx R \left(\frac{v}{2\pi R} \right) = \frac{v}{6,28}, \quad (14)$$

то з виразів (13) та (14) випливає, що

$$v_{\text{кр}\gamma}^{(i)} \approx 0,86 \cdot \sqrt{\frac{R}{m_i \left(h_{\text{ЦВ}}^{(i)} \cos \gamma - \left(\frac{l}{2} - \Delta_i \right) \sin \gamma \right)}} f(*). \quad (15)$$

Звертаємо увагу на те, що, записуючи вирази для обертальних моментів відносно точки А, розміщеної на зовнішній рейці колії, ми не повинні враховувати силу $F_{\text{ркп}}^{(i)}$, створювану ресорними комплектами пружин цього вагону, оскільки вона урівноважується відповідною силою реакції рейки, але повинні враховувати сили $F_{\text{ркп}}^{(i-1)}$, $F_{\text{ркп}}^{(i+1)}$, що створюються ресорними комплектами пружин зчеплених вагонів, оскільки вони прикладаються не до точки А на зовнішній рейці колії, а до центрів зчеплення цих вагонів з i -м.

Нагадаємо також, що в усіх нормативних відомчих методиках визначення впливу підвищення зовнішньої рейки на h , включаючи [2] і [3], допустимі значення лінійної швидкості $V_{\text{крв}}^{(i)}$ i -го вагона визначаються, виходячи з рівності нулю поперечного прискорення, створюваного різницею горизонтальних складових відцентрової сили $F_{\text{в}}^{(i)}$ та сили ваги $P^{(i)}$.

Тобто, виходячи з виразу

$$\frac{m_i \left(V_{\text{крв}}^{(i)} \right)^2}{R} \cos \gamma = P^{(i)} \sin \gamma, \quad (16)$$

який, зважаючи на те, що

$$\cos \gamma \approx 1; \quad \sin \gamma = \frac{h}{l}; \quad P^{(i)} = m_i g, \quad (17)$$

приводять до вигляду

$$\frac{\left(V_{\text{крв}}^{(i)} \right)^2}{R} = \frac{gh}{l}, \quad (18)$$

де g — прискорення вільного падіння тіла.

Із виразів (16)–(18) випливає, що

$$V_{\text{крв}}^{(i)} = \sqrt{\frac{ghR}{l}} = \sqrt{\frac{R}{m_i} P^{(i)} \sin \gamma}. \quad (19)$$

Порівнюючи вирази (12), (15) з виразом (19), бачимо, що значення критичної лінійної швидкості, отримані з їх використанням, суттєво відрізняться. І в цьому немає нічого дивного, оскільки вони виведені за різними критеріями і з урахуванням різної кількості факторів, а саме — відомча модель (19) для критичної лінійної швидкості виведена з використанням критерію максимального комфорту для пасажирів і однаковості тиску вагона на обидві рейки, що досягається згідно з виразом (18) нульовим значенням поперечного прискорення вагона, а наші моделі (12), (15) виведені з використанням критерію (4), дотримання якого забезпечує несходження вагона з рейок. Наша модель (15) враховує також кутову швидкість обертання центра маси вагона навколо центра закруглення колії, що зовсім не враховується у відомчих методиках визначення допустимої лінійної швидкості вагона на закругленні колії.

Порівнюючи вирази (12), (15) з виразом (19), також легко бачити, що значення допустимої лінійної швидкості вагона, визначені за нашими моделями, будуть більшими за значення цієї швидкості, визначеної за відомчою методикою, оскільки у відомчій методиці не враховуються сили зчеплення вагона з сусідніми, котрі починають протидіяти відцентровій силі лише після вибрання люфту в зчіплюючих пристроях.

Визначаючи місце наших моделей серед інших моделей, отриманих іншими авторами і уже увійшли у відомчі методики оцінки впливу підвищення зовнішньої рейки, можна стверджувати, що їх використання є доцільним при визначенні швидкостей руху вантажних потягів, для яких можна заради збільшення швидкостей проходження потягами закруглень допустити перевищення поперечним прискоренням його нормативних $0,7 \text{ м/сек}^2$.

Слід зазначити, що в деяких роботах, які були опублікованими після 1999 року, тобто року, в якому введено в дію відомчу методику [2], наприклад, в роботі [5], їх авторами також пропонуються дещо інші моделі для визначення критичних значень швидкості проходження закруглень, але усі ці моделі не вносять нового змісту у відомчу методику, а лише доповнюють її, у той час як на основі наших моделей, придатних для планування руху по закругленнях вантажних потягів, у цю методику можна привнести і новий зміст.

Висновки

1. За критерієм безпеки руху синтезована математична модель для визначення критичного значення лінійної швидкості руху вагона по закругленню колії з підвищенням зовнішньої рейки, при перевищенні якого вагон зійде з рейок.

2. Показано, як змінюється критичне значення лінійної швидкості вагона при врахуванні кутової швидкості обертання його центра маси навколо центра закруглення, що не враховано у моделях, які використовуються у відомчих нормативних методиках.

3. Здійснено порівняння синтезованих моделей для визначення критичного значення лінійної швидкості руху вагона по закругленню колії з підвищенням зовнішньої рейки з тими моделями, що використовуються у відомчих методиках організації руху залізничного транспорту на закругленнях.

4. Визначено місце синтезованих моделей на множині усіх моделей визначення критичних значень швидкості руху вагона по закругленню колії з підвищенням зовнішньої рейки, запропонованих іншими авторами і уже внесених для використання до відомчих нормативних методик і інструкцій або запропонованих до внесення.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Мокін Б. І. Модель обмеження на лінійну швидкість вагона електропотяга під час його руху по закругленню колії / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2009. — № 3. — С. 27—29.
2. Інструкція по устрою та утриманню колії залізниць України / [Е. І. Даниленко, А. М. Орловський, А. П. Татуревич та ін.]. — К. : Транспорт України. — 1999. — 248 с.
3. Правила визначення підвищення зовнішньої рейки і встановлення допустимих швидкостей в кривих ділянках колії (ЦП/0056): Затв. наказом Укрзалізниці від 27.04.99 / [А. М. Орловський, О. М. Патласов, В. В. Циганенко та ін.].— Дніпропетровськ: Арт-Прес. — 1999. — 44 с.
4. Фейнман Ричард. Фейнмановские лекции по физике / Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. ; пер. с англ. — М. : Мир, 1976. —Т 1-2. — 439 с.
5. Курган Д. Н. Определение допускаемой скорости движения в кривой реального очертания / Д. Н. Курган // Транспорт : сб. науч. тр. — Днепропетровск, 2001. Вып. 8. — С. 119—123.

Рекомендована кафедрою відновлювальної енергетики та транспортних електросистем і комплексів

Стаття надійшла до редакції 28.05.12
Рекомендована до друку 30.05.12

Мокін Олександр Борисович — завідувач кафедри, **Мокін Борис Іванович** — професор.

Кафедра відновлювальної енергетики та транспортних електросистем і комплексів, Вінницький національний технічний університет, Вінниця