

Й. Й. Білинський, д-р. техн. наук, проф.; К. Ю. Іоніна, асп.

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВИМІРЮВАЛЬНОГО ПЕРЕТВОРЮВАЧА ТЕМПЕРАТУРИ ТОЧКИ РОСИ ГАЗУ З ВИБІРКОВІСТЮ ВИМІРЮВАНЬ

*Розроблено математичну модель вимірювального перетворювача температури точки роси газу. Проаналізовано розподіл температури всередині світловода.*

### Вступ

Зростання технічного рівня та необхідність дотримання вимог міжнародних стандартів якості постійно вимагає підвищення точності вимірювання вологості газів. Серед відомих методів вимірювання вологості газів одним із високоточних вважається конденсаційний метод на основі температури точки роси. Однак цей метод також має недоліки, зокрема, залежність показів сенсора від моменту фіксації температури початку конденсації вологи, оскільки для утворення видимої плівки конденсату на дзеркалі може знадобитися від декількох хвилин до годин, а також можлива деяка неоднозначність вимірювань через близькість температур конденсації вологи та інших складових газу [1–3].

*Метою роботи* є розробка вимірювального перетворювача температури точки роси газу, який забезпечує підвищення чутливості та точності вимірювання вологості.

### Основна частина

Відомо, що класична схема вимірювача вологості на основі конденсаційного методу містить конденсаційну поверхню, яку ще називають дзеркалом, та оптичну схему. Однак такий вимірювач завдяки одному зовнішньому відбиттю не забезпечує високу точність, оскільки отримання відбитого променя лише в одній точці вимагає додаткових апаратних затрат, а зміна інтенсивності залежить від швидкості випадання роси. Крім того, ймовірно, що на дзеркалі може конденсуватися не тільки вода, а одна чи навіть декілька домішок аналізованого газу з різними показниками заломлення (наприклад, вода – 1,333; азот – 1,197; етан – 1,37; декан – 1,4119; бутан – 1,3326). Тому варто провести перевірку того, яка саме речовина сконденсувалася, тобто забезпечити вибірковість вимірювань. Використання зовнішнього багаторазового відбиття дозволило би підвищити швидкість зміни вихідної інтенсивності, а отже й точності, але в такому випадку відбиття відбувалось би в різних місцях, що є суттєвим недоліком такої структури. Тому ефективним може бути використання явища внутрішнього багаторазового відбиття, що досягається за допомогою світловода [3].

У статті пропонується вимірювач температури точки роси газу на основі багаторазового внутрішнього відбиття, що забезпечує підвищення чутливості вимірювального перетворення. Для отримання ефекту повного внутрішнього відбиття в світловоді використовується вузький гомоцентричний пучок, кут введення якого лежить в межах критичного кута для води, з метою досягнення вибірковості вимірювань. При цьому реєстрація температури точки роси відбувається в момент отримання значення межі світлотіні, що відповідає показнику заломлення води.

Розглянемо поширення світла у світловоді з використанням гомоцентричного пучка (рис. 1). Вузький гомоцентричний пучок з рівномірним розподілом випромі-

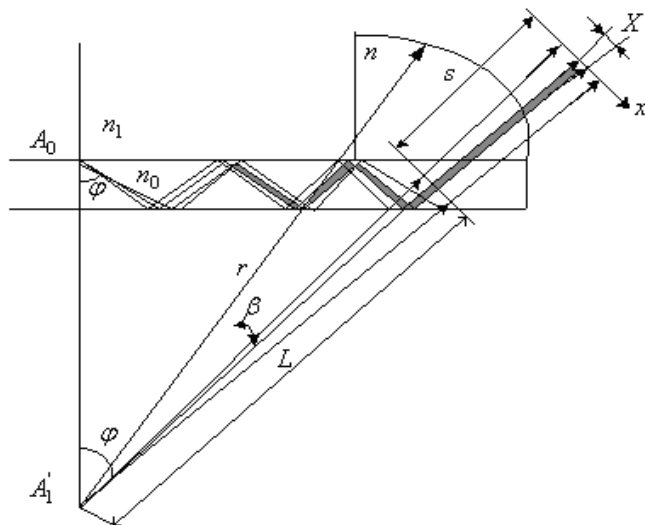


Рис. 1. Поширення світла в світловоді з використанням гомоцентричного пучка

нювання в плоскому куті його поширення, потрапляє в світловоді на межу розділу двох середовищ (скло світловода та конденсат), з показниками заломлення  $n_0$  і  $n_1$ , відповідно. Промінь, відбиваючись, утворює з перпендикуляром до площини розділу світловод-плівка конденсату кут  $\varphi$ , величина якого відповідає критичному куту. Всі промені з кутами менше критичного для цього значення  $n_1$  заломлюються в досліджуване середовище і на виході утворюється темна область, а промені з кутами більше критичного після відбиття утворюють світлу область.

Таким чином утворюється межа світлотіні, положення якої визначається за формулою

$$X = \frac{[2dk + S \cos(\varphi + \beta)] \left[ 1 - \sqrt{\left(\frac{n_0}{n_1}\right)^2} - 1 \cdot \operatorname{tg}\varphi \right]}{\cos(\varphi + \beta) \left( \sqrt{\left(\frac{n_0}{n_1}\right)^2} - 1 + \operatorname{tg}\varphi \right)},$$

де  $k$  — кількість відбиттів;  $d$  — довжина світловода;  $\beta$  — кут, величина якого є різницею між критичним кутом та кутом  $\varphi$ ;  $S$  — відстань до екрану чи іншої поверхні, на яку потрапляє світлотінь [1–4].

Залежність положення межі світлотіні від кількості відбиттів показана на рисунку 2а.

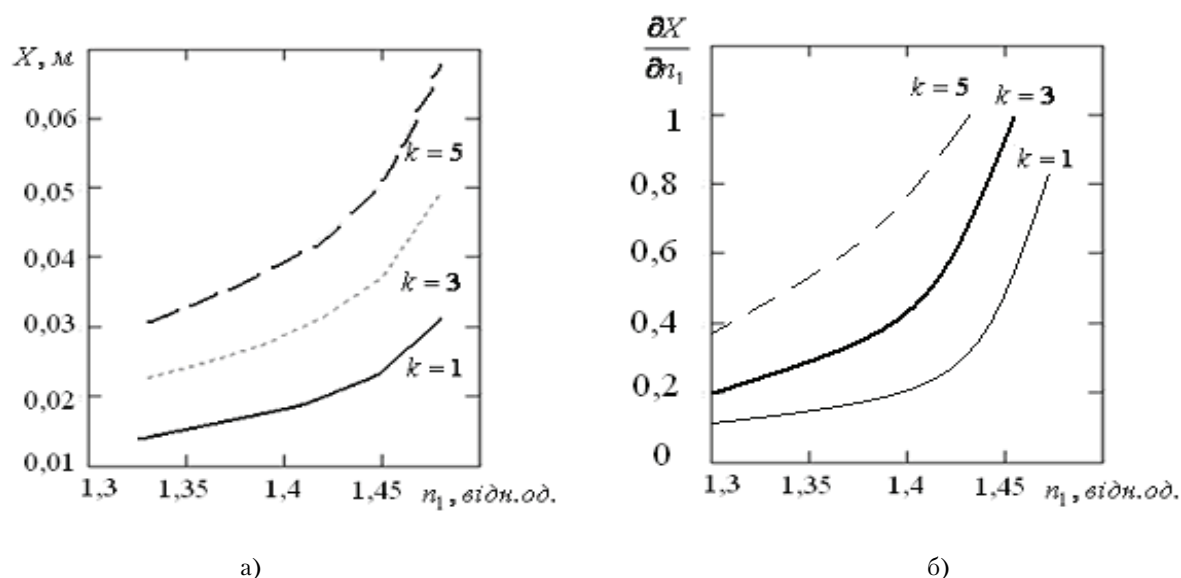


Рис. 2: а — залежність положення межі світлотіні від кількості відбиттів;  
б — графік чутливості для різної кількості відбиттів

Як бачимо, межа світлотіні зміщується пропорційно збільшенню кількості відбиттів. При цьому чутливість зростає зі збільшенням кількості відбиттів (рис. 2б).

$$\frac{\partial X}{\partial n_1} = \frac{[2dn_1(k-1)] \left[ \frac{n_1}{n_0} - \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_0}\right)^2} \operatorname{tg}\varphi \right]}{n_0^2 \left( 1 - \left(\frac{n_1}{n_0}\right)^2 \right)^4 + n_0 n_1 \left( 1 - \left(\frac{n_1}{n_0}\right)^2 \right)^{3/2} \operatorname{tg}\varphi} + \frac{2d(k-1) + S \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_0}\right)^2}}{n_1 \left( 1 - \left(\frac{n_1}{n_0}\right)^2 \right) - n_0 \left( 1 - \left(\frac{n_1}{n_0}\right)^2 \right)^{3/2} \operatorname{tg}\varphi}.$$

Розглянемо перетворювач на основі багаторазового внутрішнього відбиття, в склад якого входить випромінювач, оптична система, чутливий елемент—світловод та багатоелементний фотоприймальний пристрій (рис. 3).

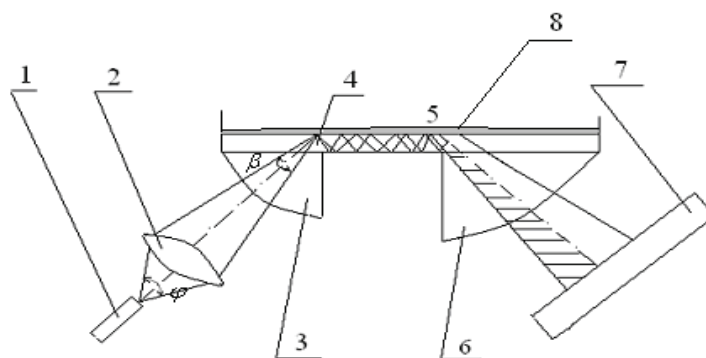


Рис. 3. Вимірювальний перетворювач: 1 – джерело випромінювання; 2 – система фокусування; 3 – пристрій введення; 4 – плоский світловод; 5 – контрольоване середовище; 6 – пристрій виведення; 7 – багатоеlementний фотоприймальний пристрій; 8 – плівка конденсату

Функція перетворення такого вимірювального перетворювача є складною багатоступеневою залежністю струму фотоприймача від зовнішнього впливу і має вигляд

$$\begin{cases} I_{fp}^N = \frac{\partial P_d}{\partial \varphi}(I_d) f_{fp} \{ \varphi [R(n)] \} S_{fp} K_n; \\ w(\%) = f(Tp), \end{cases} \quad (1)$$

де  $\frac{\partial P_d}{\partial \varphi}(I_d)$  – потужність оптичного випромінювання в одиничному куті, яка створюється джерелом випромінювання під час протікання по ньому струму  $I_d$ ;  $f_d$  – функція перетворення фотоприймача;  $S_{fp}$  – інтегральна чутливість фотоприймача;  $K_n$  – коефіцієнт втрат потужності оптичного випромінювання для  $n=0$ ;  $R(n)$  – коефіцієнт відбиття,  $w(\%)$  – відносна вологість газу;  $Tp$  – температура точки роси газу.

При проходженні випромінювання по світловоду відбувається багаторазове відбиття променя від його бічних поверхонь (рис. 3). Кожна точка відбиття описується як взаємодія падаючого променя з межею світловод – плівка конденсату.

Математична модель для випадку з граничною модуляцією оптичного випромінювання в плоскій діаграмі направленості джерела випромінювання може бути отримана шляхом конкретизації механізму зміни відбивної здатності у разі зміни показника заломлення зовнішнього середовища.

Потік випромінювання, що проходить через оптичну систему, можна описати як

$$E_d = \pi B S_d \sin^2 U, \quad (2)$$

де  $B$  – інтенсивність джерела випромінювання в одиничному куті;  $S_d$  – площа джерела;  $U$  – передній апертурний кут.

Величина інтенсивності потоку випромінювання, що падає на поверхню фотоприймача, визначається

$$F = \frac{4}{D^2} \Phi_d S_{pr}, \quad (3)$$

де  $S_{pr}$  – площа фоточутливого елемента;  $D$  – діаметр плями гомоцентричного пучка в області розміщення фотоприймача.

Загальний вираз для величини потоку випромінювання, падаючого на приймач, з урахуванням втрат в світловоді, має вигляд  $F_{pr} = FR\tau_c$ , де  $R$  – коефіцієнт відбиття;  $\tau_c$  – коефіцієнт пропускання середовища, в якому поширюється випромінювання, що визначається з виразу

$$\tau_c = \exp(-\chi L_n),$$

де  $\chi$  – коефіцієнт екстинкції,  $L_n$  – довжина шляху променя в світловоді [1, 2].

Коефіцієнт відбиття  $R$  визначається згідно з формулою Френеля та закону заломлення, причому коефіцієнт відбиття для природного світла визначається таким чином [1–3]:

$$R(n_I) = 0,5 \left[ R_{\perp}^k(n_I) + R_{\parallel}^k(n_I) \right].$$

Для оцінки вихідної інтенсивності в області критичного кута використовуємо багатоелементний фотоприймач, який дозволяє в результаті відбиття гомоцентричного пучка зареєструвати просторовий розподіл освітленості, тобто значення напруги чи струму в кожній фотоприймальній комірці. Величина сигналу, яку реєструють подібні приймальні пристрої, залежить від енергії оптичного випромінювання, яку поглинув елемент за час накопичення,

$$I = S_{fp} \int_0^{T_n} F_{pr}(t) dt, \quad (4)$$

де  $S_{fp}$  – інтегральна чутливість елемента, А/Дж,  $T_n$  – час накопичення заряду.

Тоді значення струму на виході фотоприймача

$$I_{fp}(n_I, \varphi, P_{vix}) = \frac{2S_{fp}S_{pr}}{\pi D^2} (R_{\perp}^k + R_{\parallel}^k) \exp(-\chi L_n) \int_0^{T_n} F_{pr}(t) dt. \quad (5)$$

Оскільки багатоелементний фотоприймач має  $N$  фотоелементів, то у розрахунку мають бути враховані лише ті діапазони кутів випромінювання, в яких відбувається попадання на світлочутливі вікна фотоприймачів.

Тому, з урахуванням номера фотоприймача, (5) запишемо

$$I_{fp}(n_I, \varphi, P_{vix}) = \frac{2S_{fp}S_{pr}T_k}{\pi D^2} \exp(-\chi L_n) \left[ \frac{n_0 \cos(\varphi + \beta_N) - \sqrt{n_1^2 - n_0^2 \sin^2(\varphi + \beta_N)}}{n_0 \cos(\varphi + \beta_N) + \sqrt{n_1^2 - n_0^2 \sin^2(\varphi + \beta_N)}} \right]^{2k} +$$

$$+ \left[ \frac{n_1^2 \cos(\varphi + \beta_N) - n_0 \sqrt{n_1^2 - n_0^2 \sin^2(\varphi + \beta_N)}}{n_1^2 \cos(\varphi + \beta_N) + n_0 \sqrt{n_1^2 - n_0^2 \sin^2(\varphi + \beta_N)}} \right]^{2k} \int_0^{T_n} F_{pr}(t) dt, \quad (6)$$

де  $\beta_N = \arctg \frac{(N-1)(l+P) + \frac{1}{2}}{r}$  – кут між початком фотоприймача (фотолінійки) і центром  $N$ -го елемента;  $l$  – протяжність чутливої ділянки фотоприймача;  $P$  – зазор між чутливими елементами;  $r$  – протяжність нормалі від точки першого відбиття до фотолінійки;  $T_k$  – температурний коефіцієнт;  $P_{vix}$  – вихідна потужність [1–4].

Таким чином, наведені аналітичні вирази дозволяють розрахувати функцію перетворення плоского світловода з урахуванням кутового розходження у разі багаторазового відбиття.

На рис. 4 показано функцію перетворення первинного вимірювального перетворювача для кількох вибірових значень показника заломлення вимірюваного газу.

Як впливає з рис. 4, нахил кривої функції в зоні критичного кута є сталою величиною і прямує до значення  $90^\circ$ .

Номер фотокомірки визначається як

$$N = \left[ 0,5 + 0,5 \operatorname{sign}(I_{fp}^N - I_{nas}) \right] = \begin{cases} 1, & I_{fp} = I_N; \\ 0, & I_{fp}^N < I_N, \end{cases} \quad (7)$$

де  $I_{fp}^N$  – струм  $N$ -ї фотокомірки;  $I_{nas}$  – струм насичення.

На рис. 5 показана залежність номера фотокомірки  $N$  від показника заломлення контрольованого середовища.

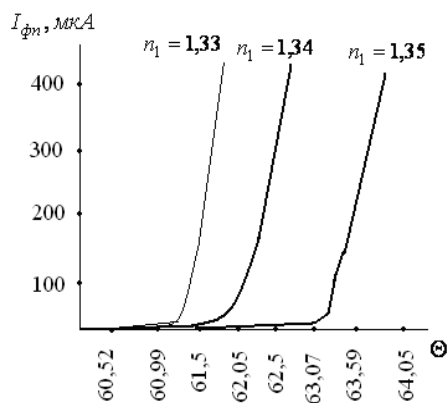


Рис. 4. Функція перетворення для вибірових значень показника заломлення середовища:  $n_1 = 1,33; 1,34; 1,35$

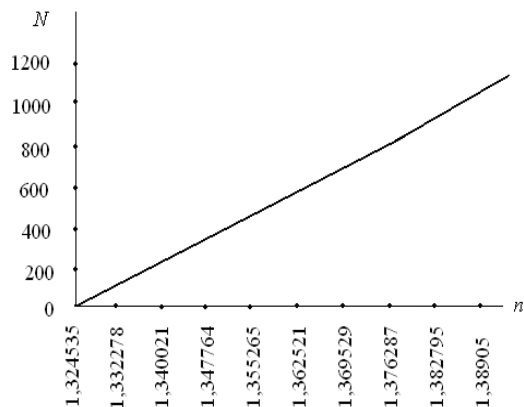


Рис. 5. Залежність номера фотокомірки від показника заломлення контрольованого середовища

Загальний аналіз отриманих розрахункових даних підтвердив залежність просторового світлопропускання плоского світловода від показника заломлення зовнішнього середовища. Результати дослідження відкривають можливість вибору параметрів світловоду та діапазону зміни показника заломлення для забезпечення максимальної чутливості і лінійності характеристики пристрою [3, 4].

Крім того, важливе значення має розміщення сенсора температури відносно охолоджувальної поверхні. Якщо сенсор знаходиться на одній зі сторін охолоджувача, то він фіксуватиме температуру, відмінну від температури точки роси. Тому сенсор температури необхідно або розміщувати на конденсаційній поверхні світловода, або на його бічній поверхні з подальшим перерахунком його показів. В другому випадку температура  $t_x$  в будь-якому перерізі

світловода матиме вигляд [5]

$$t_x = t_{c1} - \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\delta} x, \tag{8}$$

де  $x$  — відстань перерізу від початку координат;  $t_{c1}$  — температура гарячої поверхні стінки;  $t_{c2}$  — температура холодної поверхні;  $\delta$  — товщина світловода.

Графічно розподіл температури всередині світловода за різної товщини показано на рис. 6.

З графічної залежності розподілу температури по товщині всередині світловода випливає, що температура поширюється лінійно і чим менша товщина світловода, тим більший у ньому перепад температури між двома сусідніми точками, за умови рівності температур гарячої та холодної сторін.

Температура точки роси за показами сенсора

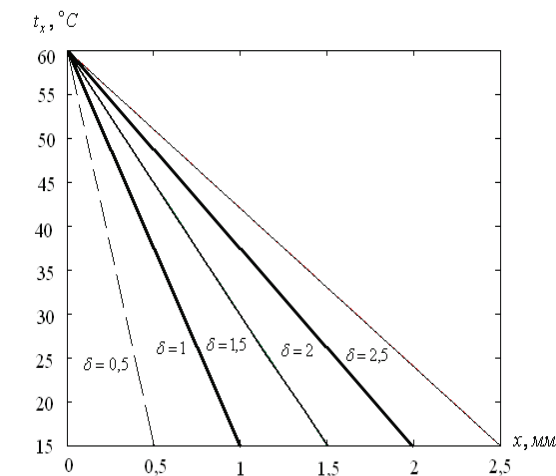


Рис. 6. Розподіл температури всередині світловода для різної товщини світловода  $\delta$

температури розраховується таким чином:

$$T_p = \begin{cases} \sum_{i=1}^4 D_i (R_t/R_0 - 1)^i, & R_t/R_0 < 1 (T_p < 0^\circ\text{C}); \\ \frac{\sqrt{A^2 - 4B(1 - R_t/R_0)} - A}{2B}, & R_t/R_0 \geq 1 (T_p \geq 0^\circ\text{C}), \end{cases} \tag{9}$$

де  $R_t, R_0$  — опір при вимірюваній температурі точки роси та номінальний опір при  $0^\circ\text{C}$ , відповідно,  $A, B, D_1, D_2, D_3, D_4$  — табличні сталі, які залежать від температурного коефіцієнта сенсора [6].

Таким чином, формули (6)–(9) дають змогу описати роботу вимірювального світловодно-

го перетворювача температури точки роси газу. При цьому, зміна струму фотоприймача (формула (6)), що відповідає конденсації саме води за положенням світлотіні (формула (7)) згідно з номером фотокомірки, уточнення показів сенсора температури (формула (8)), виконуються після зняття показів сенсора температури (формула (9)). Отримані дані температури, що відповідають точці роси, за допомогою стандартних формул та таблиць [7] переводяться у значення вологості вимірюваного газу, оскільки вологість газу є базовим показником газів, який наводиться у стандартах та комерційних угодах. Запропонований перетворювач має вищу точність та чутливість за рахунок покращення метрологічних характеристик чутливого елемента, в якому використовується принцип багаторазового відбиття, та вдосконалення системи реєстрації температури точки роси, яка дозволяє досягти вибіркості вимірювань.

### Висновки

Розроблено математичну модель вимірювального світловодного перетворювача температури точки роси газу. Проаналізовано розподіл температури всередині світловода, який носить лінійний характер. Запропоновано структуру вимірювального перетворювача температури точки роси газу на основі плоского світловода, який забезпечує підвищення чутливості й точності завдяки використанню багаторазового відбиття променя у світловоді.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Вейнберг В. Б. Оптика световодов / В. Б. Вейнберг, Д. К. Саттаров. — 2-е изд, перераб. и доп. — Л. : Машиностроение (Ленингр. отд-ние), 1977. — 320 с.
2. Азимов Р. К. Оптоэлектронные преобразователи больших перемещений на основе полых световодов / Р. К. Азимов, Ю. Г. Шипулин. — М. : Энергоатомиздат, 1987. — 56 с.
3. Кучикян Л. М. Световоды / Л. М. Кучикян. — М. : Энергия, 1973. — 60 с.
4. Пат. 64355 Україна G01N 19/00. Конденсаційний гігрометр природного газу / Білинський Й. Й., Іоніна К. Ю.; заявник і патентовласник — Вінницький національний технічний університет; заявл. 14.03.2011; опубл. 10.11.2011, Бюл. № 21.
5. Чепурний М. М. Застосування теорії подібності для розв'язання задач тепломасообміну / М. М. Чепурний, С. Й. Ткаченко, В. В. Бужинський. — Вінниця : ВДТУ, 2001. — 110 с.
6. Construction and application of platinum temperature sensors [Електронний ресурс] : Data Sheet / JUMO GmbH & Co. KG. — 2005. — 11 с. — Режим доступу до ресурсу : [http://www.jumo.de/C1256CE50036DD09.nsf/4C48EFC7025D021CC1256CF300480F4A/74BE0F7CC1A71EEBC1256D04002C78F7/\\$file/t90.6000gb.pdf?OpenElement](http://www.jumo.de/C1256CE50036DD09.nsf/4C48EFC7025D021CC1256CF300480F4A/74BE0F7CC1A71EEBC1256D04002C78F7/$file/t90.6000gb.pdf?OpenElement).
7. Митчел Дж. Акватметрия / Митчел Дж., Смит Д. — М. : Химия, 1980. — 600 с.

Рекомендована кафедрою електроніки

Стаття надійшла до редакції 16.02.12  
Рекомендована до друку 15.03.12

**Білинський Йосип Йосипович** — завідувач кафедри, **Іоніна Катерина Юрївна** — аспірантка.  
Кафедра електроніки, Вінницький національний технічний університет, Вінниця