

УДК 338

Б. І. Мокін, акад. НАПН України, д-р. техн. наук, проф.;
Ю. В. Мокіна, канд. екон. наук, доц.; Н. С. Гончарук, асп.

ПРОГНОЗУВАННЯ НАДХОДЖЕННЯ ДО ВИЩОГО НАВЧАЛЬНОГО ЗАКЛАДУ КОШТІВ ЗА НАДАННЯ ДОЗВОЛЕНИХ ПЛАТНИХ ПОСЛУГ НА ОСНОВІ МОДЕЛЕЙ АВТОРЕГРЕСІЇ – ПРОІНТЕГРОВАНОГО КОВЗНОГО СЕРЕДНЬОГО

Здійснено аналіз процесів надходження до ВНЗ коштів за надання дозволених платних послуг шляхом занурення в область нестационарних часових рядів і запропоновано для прогнозування обсягів надходження позабюджетних коштів використовувати моделі авторегресії — проінтегрованого ковзного середнього зі структурою та параметрами, адекватними характеристикам цих часових рядів.

Постановка задачі та вихідні перебудови

В роботі [1] авторами визначені фактори, від яких залежить надходження коштів до вищих навчальних закладів за надання дозволених платних послуг, і побудовані узагальнені моделі їх взаємодії в структурі ієрархічної системи формування позабюджетних коштів, два верхніх рівнів якої зображені на рис. 1, перенесеному для зручності, з тієї ж роботи [1].

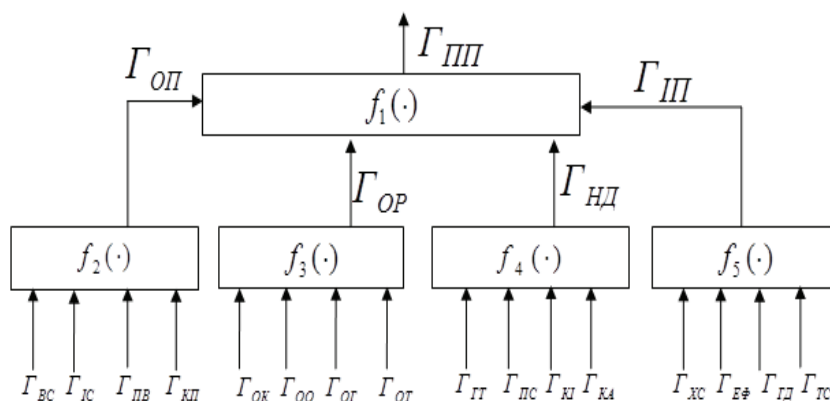


Рис. 1. Структурна схема двох верхніх рівнів ієрархії п'ятирівневої системи формування коштів університету від надання платних послуг

Зміст символів, використаних на рис. 1, є таким: Γ_{III} — гроші, отримані за усі платні послуги; Γ_{OP} — гроші, отримані за освітні послуги; Γ_{OP} — гроші, отримані від здавання в оренду; Γ_{HD} — гроші, отримані від наукових досліджень; Γ_{III} — гроші, отримані за інші послуги із числа дозволених.

$$\Gamma_{III}^{(i)} = f_1^{(i)}(\Gamma_{OP}^{(i)}, \Gamma_{OP}^{(i)}, \Gamma_{HD}^{(i)}, \Gamma_{III}^{(i)}), \quad (1)$$

де $i = 1, 2, 3, 4$ — це номер кварталу; Γ_{BC} — гроші, отримані від надання платних послуг вітчизняним студентам; Γ_{IC} — гроші, отримані від надання платних послуг іноземним студентам; Γ_{PB} — гроші, отримані від надання платних послуг на підготовчому відділенні; Γ_{KP} — гроші, отримані від надання послуг на різноманітних платних курсах;

$$\Gamma_{\text{ОП}}^{(i)} = f_2^{(i)}(\Gamma_{\text{ВС}}^{(i)}, \Gamma_{\text{ІС}}^{(i)}, \Gamma_{\text{ПВ}}^{(i)}, \Gamma_{\text{КП}}^{(i)}), \quad (2)$$

$$i = 1, 2, 3, 4,$$

$\Gamma_{\text{ОК}}$ — гроші, отримані від оренди площ в корпусах університету; $\Gamma_{\text{ОО}}$ — гроші, отримані від оренди обладнання; $\Gamma_{\text{ОГ}}$ — гроші, отримані від «оренди» місць в гуртожитках; $\Gamma_{\text{ОТ}}$ — гроші, отримані від «оренди» місць в таборах відпочинку;

$$\Gamma_{\text{ОР}}^{(i)} = f_3^{(i)}(\Gamma_{\text{ОК}}^{(i)}, \Gamma_{\text{ОО}}^{(i)}, \Gamma_{\text{ОГ}}^{(i)}, \Gamma_{\text{ОТ}}^{(i)}), \quad (3)$$

$$i = 1, 2, 3, 4,$$

де $\Gamma_{\text{ГТ}}$ — гроші, отримані за виконання наукової госпдоговірної тематики; $\Gamma_{\text{ПС}}$ — гроші, отримані від публікації статей в університетських наукових журналах та за участь в наукових конференціях, які проводить університет; $\Gamma_{\text{КІ}}$ — гроші отримані за складання кандидатських іспитів пошукувачами, що не навчаються в аспірантурі в університеті; $\Gamma_{\text{КА}}$ — гроші, отримані від контрактників-аспірантів,

$$\Gamma_{\text{НД}}^{(i)} = f_4^{(i)}(\Gamma_{\text{ГТ}}^{(i)}, \Gamma_{\text{ПС}}^{(i)}, \Gamma_{\text{КІ}}^{(i)}, \Gamma_{\text{КА}}^{(i)}), \quad (4)$$

$$i = 1, 2, 3, 4,$$

де $\Gamma_{\text{ХС}}$ — гроші, отримані від харчування в студентській їдальні; $\Gamma_{\text{ЕФ}}$ — процентні гроші ендамент-фонду, створеного за рахунок спонсорських внесків; $\Gamma_{\text{ГД}}$ — процентні надходження від грошей покладених на депозит; $\Gamma_{\text{ТС}}$ — гроші від надання послуг типографії та інших служб університету.

$$\Gamma_{\text{ІП}}^{(i)} = f_5^{(i)}(\Gamma_{\text{ХС}}^{(i)}, \Gamma_{\text{ЕФ}}^{(i)}, \Gamma_{\text{ГД}}^{(i)}, \Gamma_{\text{ТС}}^{(i)}), \quad (5)$$

$$i = 1, 2, 3, 4.$$

Цілком очевидно, що для бухгалтерської звітності, яка формується в кінці кожного кварталу по факту, моделі (1)–(5) матимуть вигляд

$$\Gamma_{\text{ІП}}^{(i)} = \Gamma_{\text{ОП}}^{(i)} + \Gamma_{\text{ОР}}^{(i)} + \Gamma_{\text{НД}}^{(i)} + \Gamma_{\text{ІП}}^{(i)}, \quad (6)$$

$$i = 1, 2, 3, 4;$$

$$\begin{cases} \Gamma_{\text{ОП}}^{(i)} = \Gamma_{\text{ВС}}^{(i)} + \Gamma_{\text{ІС}}^{(i)} + \Gamma_{\text{ПВ}}^{(i)} + \Gamma_{\text{КП}}^{(i)}; \\ \Gamma_{\text{ОР}}^{(i)} = \Gamma_{\text{ОК}}^{(i)} + \Gamma_{\text{ОО}}^{(i)} + \Gamma_{\text{ОГ}}^{(i)} + \Gamma_{\text{ОТ}}^{(i)}; \\ \Gamma_{\text{НД}}^{(i)} = \Gamma_{\text{ГТ}}^{(i)} + \Gamma_{\text{ПС}}^{(i)} + \Gamma_{\text{КІ}}^{(i)} + \Gamma_{\text{КА}}^{(i)}; \\ \Gamma_{\text{ІП}}^{(i)} = \Gamma_{\text{ХС}}^{(i)} + \Gamma_{\text{ЕФ}}^{(i)} + \Gamma_{\text{ГД}}^{(i)} + \Gamma_{\text{ТС}}^{(i)}, \end{cases} \quad (7)$$

$$i = 1, 2, 3, 4.$$

І якби потоки надходжень, що входять в праві частини рівнянь моделі (7), були б детермінованими, то за допомогою моделей (6), (7) можна було б не лише фіксувати пост-фактум надходження до спецфонду університету як поквартально так і помісячно, але і прогнозувати ці надходження наперед, що є дуже важливим фактором підчас попереднього планування витрат із цього фонду.

Але через різноманітні причини, вплив яких ми намагатимемось у тій чи іншій мірі врахувати підчас побудови моделей функціонування трьох нижніх рівнів ієрархії нашої системи формування позабюджетних коштів, вищевказані потоки надходжень являють собою нестаціонарні дискретні випадкові процеси з різними трендами і різними дисперсіями, тому вико-

ристовувати моделі (6), (7) для прогнозування надходження коштів за надання платних послуг навіть лиш на один місяць вперед неможливо.

Розв'язання задачі

Побудова саме таких моделей нестационарних дискретних випадкових процесів, що характеризують потоки надходжень від початку року, на виходах 4-го та 5-го рівнів ієрархії системи формування позабюджетних коштів, показаних на рис. 1, і буде виконана у цій статті.

Дослідження потоків надходжень від надання будь-яких послуг, що надаються в університеті, які є дискретними випадковими процесами з відліками, що беруться через той самий проміжок часу, а тому називаються часовими рядами [2, 3], і які ми позначимо в узагальненому вигляді як $\Gamma_{(\bullet)}^{(k)}$, $k=1, 2, \dots, 12$, де k – номер місяця, що усі вони підпадають під одну із чотирьох графічних моделей, показаних на рис. 2.

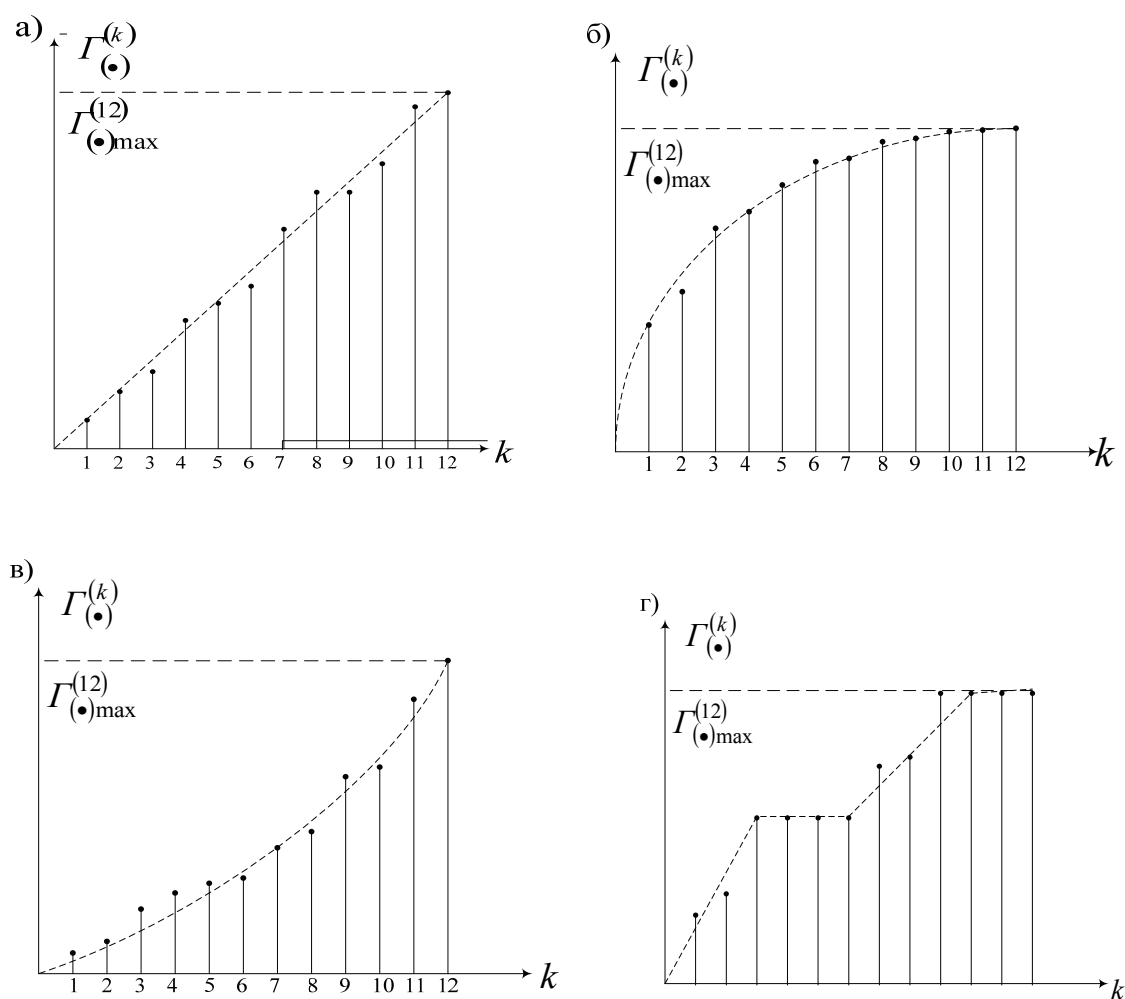


Рис. 2. Можливі графічні образи часових рядів в якості моделей надходження грошей за платні послуги, протягом року

Перша графічна модель, що показана на рис. 2а, має лінійний тренд, тобто, місячні послідовні значення обсягів надходжень з початку року позабюджетних коштів у цьому випадку є випадковими величинами, що наростають, маючи в якості осьової пряму лінію.

Друга графічна модель (рис. 2б) має параболічний тренд з віссю дискретного часу k в якості осі параболі і характеризує той випадок, коли на початку року місячні випадкові надходження є більшими, спадаючи до кінця цього року.

Третя графічна модель (рис. 2в) теж має параболічний тренд, але з віссю надходжень в якості осі параболі і характеризує той випадок, коли на початку року місячні випадкові надходження є малими, наростаючи до кінця цього року.

Четверта графічна модель (рис. 2г) має кусково-лінійний тренд, лінійно зростаючий впродовж 1-го та 3-го кварталів та незмінний впродовж 2-го та 4-го кварталів.

Як відомо [2, 3], найпростішою і достатньо ефективною моделлю прогнозу часового ряду є модель авторегресії $AR(p)$ порядку p , де p — це кількість попередніх значень часового ряду, які враховуються в моделі авторегресії.

Але модель $AR(p)$ може бути синтезованою лише для стаціонарного часового ряду в той час як із рис. 2 випливає, що надходження позабюджетних коштів в університет мають вигляд нестационарних часових рядів.

Тож перш ніж синтезувати моделі $AR(p)$ для цих нестационарних часових рядів, їх необхідно попередньо стаціонаризувати.

Для цього спочатку сформуємо для графіків рис. 2 графіки перших обернених різниць кожних двох сусідніх відліків, тобто, зі зсувом назад.

$$\nabla \Gamma_{(i)}^{(k)} = \Gamma_{(i)}^{(k)} - \Gamma_{(i)}^{(k-1)}, \quad (8)$$

$$k = 1, 2, \dots, 12.$$

Якщо дотримуватись масштабу рис. 2, то графіки перших обернених різниць, визначених згідно з (8), матимуть вигляд, показаний на рис. 3.

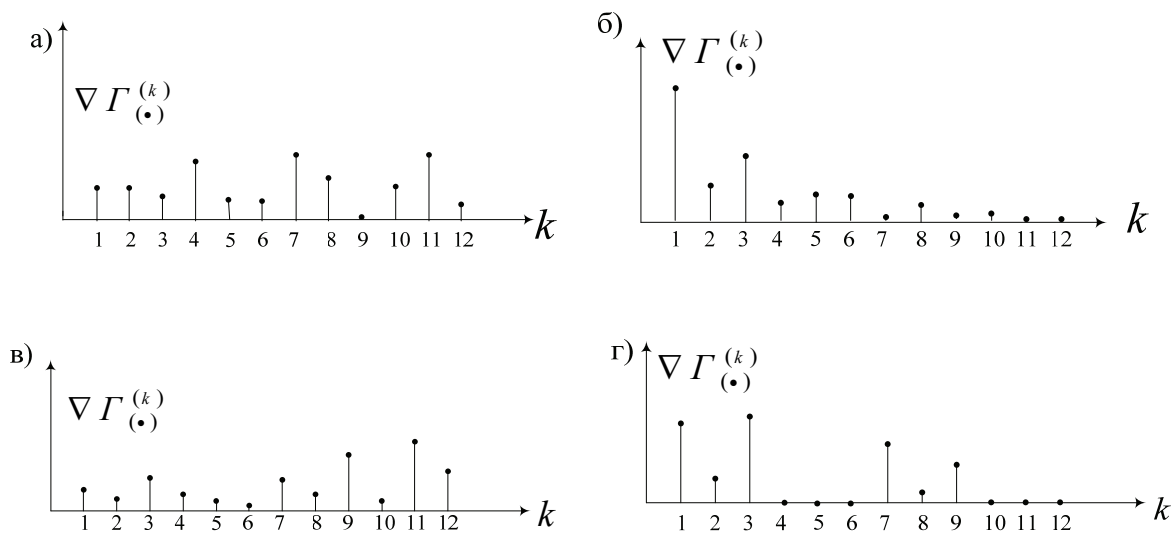


Рис. 3. Можливі графічні образи перших обернених різниць часових рядів в якості моделей надходження грошей за платні послуги

Із рис. 3 легко бачити, що послідовності $\nabla \Gamma_{(i)}^{(k)}$, $k = 1, 2, \dots, 12$, ще теж не є стаціонарними. А тому сформуємо із них графіки других обернених різниць для послідовностей рис. 2, тобто побудуємо графіки для

$$\nabla^2 \Gamma_{(i)}^{(k)} = \nabla \Gamma_{(i)}^{(k)} - \nabla \Gamma_{(i)}^{(k-1)}, \quad (9)$$

$$k = 1, 2, \dots, 12.$$

Якщо дотримуватись масштабу рис. 2 та рис. 3, то графіки других обернених різниць, визначених згідно з (9), матимуть вигляд, наведений на рис. 4.

Із рис. 4 легко бачити, що послідовності $\nabla^2 \Gamma_{(i)}^{(k)}$, $k = 1, 2, \dots, 12$, уже відображають стаціонарні дискретні часові ряди з нульовим середнім, для яких уже можна синтезувати моделі авторегресії.

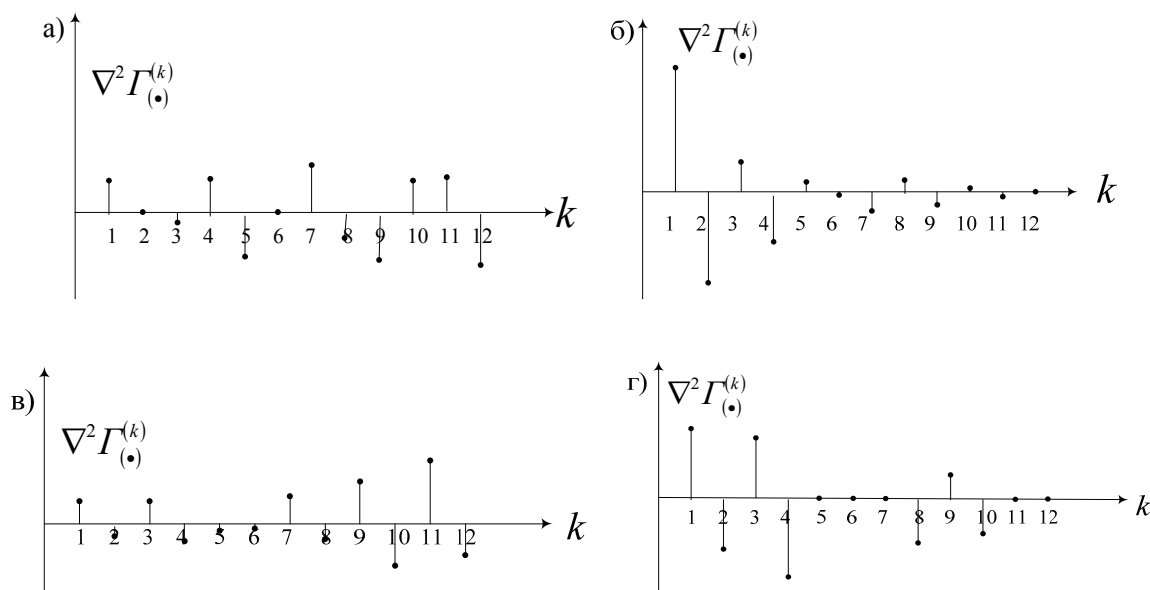


Рис. 4. Можливі графічні образи других обернених різниць часових рядів в якості моделей надходження грошей за платні послуги протягом року

Для зручності введемо нову дискретну випадкову змінну $Z_{(\bullet)}^{(k)}$ у такий спосіб:

$$Z_{(\bullet)}^{(k)} = \nabla^2 \Gamma_{(\bullet)}^{(k)}, \tag{10}$$

$$k = 1, 2, \dots, 12.$$

Якщо відомо [2, 3], структура моделі $AR(p)$ для часового ряду $Z_{(\bullet)}^{(k)}$, $k = 1, 2, \dots, 12$ матиме вигляд:

$$Z_{(\bullet)}^{(k)} = \varphi_1 Z_{(\bullet)}^{(k-1)} + \varphi_2 Z_{(\bullet)}^{(k-2)} + \dots + \varphi_p Z_{(\bullet)}^{(k-p)} + \alpha_{(\bullet)}^{(k)}, \tag{11}$$

де $\alpha_{(\bullet)}^{(k)}$, $k = 1, 2, \dots, 12$ — гаусівський дискретний білий шум з нульовим середнім та з дисперсією:

$$\sigma_{\alpha_{(\bullet)}}^2 = \text{const}_{(\bullet)}. \tag{12}$$

Із виразу (11) видно, що для того, аби мати можливість спрогнозувати значення дискретної випадкової змінної $Z_{(\bullet)}^{(k)}$ в момент дискретного часу k , необхідно мати значення цієї змінної у попередні моменти дискретного часу до $k-p$ включно, потрібно мати комп'ютерну програму генерації дискретного білого шуму з дисперсією (12), а також необхідно за реалізацією часового ряду попереднього року, використавши методику Юла–Уокера [2, 3], визначити множину коефіцієнтів

$$\{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots, \varphi_p\}. \tag{13}$$

І першим питанням, на яке треба дати відповідь, беручись за розв'язання задачі ідентифікації моделі (11), є питання: «А які значення може мати параметр p ?»

Для відповіді на це питання повернемося до рис. 2, із якого для випадку 2а бачимо, що випадкової величини дискрети $\Gamma_{(\bullet)}^{(k)}$ протягом року послідовно лягають в околі лінійно-наростаючого тренду. А положення прямої лінії на координатній площині можна визначити, маючи мінімум дві точки, через які вона проходить. Тож при такому характері наростання

випадкової дискретної величини $\Gamma_{(\bullet)}^{(k)}$ в моделі (11) для її другої оберненої різниці $Z_{(\bullet)}^{(k)}$ необхідно приймати:

$$p = 2, \tag{14}$$

тобто у цьому випадку множина (13) матиме лише два члени: φ_1, φ_2 . Для випадків «б» та «в» рис. 2 бачимо, що випадкової довжини дискрети $\Gamma_{(\bullet)}^{(k)}$ протягом року послідовно лягають в околі параболічного тренду, а для визначення положення параболи на координатній площині уже знання двох точок не вистачить — їх ми повинні знати як мінімум три, тож за такого характеру наростання випадкової дискретної величини $\Gamma_{(\bullet)}^{(k)}$ в моделі (11) для її другої оберненої різниці $Z_{(\bullet)}^{(k)}$ необхідно приймати:

$$p = 3, \tag{15}$$

тобто у цих двох випадках множина (13) матиме три члени: $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$.

І в останньому випадку на рис. 2г в моделі (11) для другої оберненої різниці $Z_{(\bullet)}^{(k)}$ випадкової дискретної величини $\Gamma_{(\bullet)}^{(k)}$ також необхідно визначати значення параметра p за рівністю (15), оскільки хоча у цьому випадку ми маємо тренд кусково-лінійний, але через зміни напрямку тренду в точках припасування його лінійних відрізків нам також потрібно мати для врахування зміни напрямку не дві попередні точки, а як мінімум три.

Тепер розглянемо питання визначення числових значень множини коефіцієнтів (13) для моделі (11) як для випадку (14), так і для випадку (15).

За методикою Юла–Уокера [2, 3] у загальному випадку для множини (13) матимемо

$$\Phi = M^{-1} \cdot \rho, \tag{16}$$

де

$$\Phi = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \vdots \\ \varphi_p \end{pmatrix}; \quad \rho = \begin{pmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \vdots \\ \rho_p \end{pmatrix}; \quad M = \begin{pmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{p-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{p-2} \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 & \dots & \rho_{p-3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{p-1} & \rho_{p-2} & \rho_{p-3} & \dots & 1 \end{pmatrix}; \tag{17}$$

ρ_i — автокореляція часового ряду $Z_{(\bullet)}^{(k)}$ із затримкою j

$$\rho_j = \frac{\gamma_j}{\gamma_0}, \quad j = 1, 2, \dots, p, \quad \rho_j = \rho_{-j}; \tag{18}$$

γ_j — автоковаріація часового ряду $Z_{(\bullet)}^{(k)}$ із затримкою j

$$\gamma_j = \text{cov} \left\{ Z_{(\bullet)}^{(k)} \cdot Z_{(\bullet)}^{(k+j)} \right\} = \frac{1}{N-j} \sum_{k=1}^{N-j} Z_{(\bullet)}^{(k)} \cdot Z_{(\bullet)}^{(k+j)}; \tag{19}$$

γ_0 — дисперсія часового ряду $Z_{(\bullet)}^{(k)}$

$$\gamma_0 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left(Z_{(\bullet)}^{(k)} \right)^2; \tag{20}$$

M^{-1} — це матриця, обернена до матриці M .

Звертаємо увагу на те, що для нашої задачі $N = 12$, а із системи рівнянь Юла–Уокера для моделі (11)

$$M_{\varphi} = \rho, \text{ якщо } j = 0, \quad (21)$$

матимемо

$$\gamma_0 = \varphi_1 \gamma_1 + \varphi_2 \gamma_2 + \dots + \varphi_p \gamma_p + \sigma_{a(\bullet)}^2. \quad (22)$$

Легко бачити, що при ідентифікації моделі (11) для часового ряду, зображеного на рис. 2а вирази (17) суттєво спрощуються і згідно з (14) будуть мати вигляд:

$$\Phi = \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{Bmatrix}; \quad \rho = \begin{Bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \end{Bmatrix}; \quad M = \begin{Bmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{Bmatrix}. \quad (23)$$

А для усіх інших випадків, зображених на рис. 2, вирази (17) згідно з (15) матимуть вигляд:

$$\Phi = \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{Bmatrix}; \quad \rho = \begin{Bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \end{Bmatrix}; \quad M = \begin{Bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{Bmatrix}. \quad (24)$$

Тих із економістів, хто забув чи не знав як, маючи матрицю M , знайти матрицю M^{-1} обернену до неї, відсилаємо до підручників з лінійної алгебри, наприклад [4].

Тепер розглянемо питання генерації імпульсів білого шуму a_t , які, будучи підмішаними до зверненої суми попередніх значень часового ряду в рівнянні (11), робить модель авторегресії адекватною реальному часовому ряду.

В кожному стандартному пакеті прикладних програм, наприклад, Matlab, є підпрограма генерації імпульсів гаусівського білого шуму, і для її ініціації потрібно лише задати значення дисперсії $\tau_{a(\bullet)}^2$, яким задаватиметься адекватний діапазон розкиду значень дискретної випадкової змінної $Z_{(\bullet)}^{(k)}$.

Це значення легко знаходиться з тотожності (22).

Для умови (14) воно становитиме

$$\sigma_{a(\bullet)}^2 = \gamma_0 - \varphi_1 \gamma_1 - \varphi_2 \gamma_2, \quad (25)$$

а для умови (15) —

$$\sigma_{a(\bullet)}^2 = \gamma_0 - \varphi_1 \gamma_1 - \varphi_2 \gamma_2 - \varphi_3 \gamma_3. \quad (26)$$

Тепер ми маємо усе, що нам потрібно, для використання моделі (11) в задачі прогнозу наступного значення другої оберненої різниці $Z_{(\bullet)}^{(k)}$ часового ряду $\Gamma_{(\bullet)}^{(k)}$.

Залишається лише з'ясувати, як, знаючи другу обернену різницю $Z_{(\bullet)}^{(k)}$, визначити адекватне їй значення часового ряду $\Gamma_{(\bullet)}^{(k)}$.

Для цього повернемося до рівняння (10).

Якщо його зліва домножити на оператор ∇^{-2} , то отримаємо, що

$$\Gamma_{(\bullet)}^{(k)} = \nabla^{-2} Z_{(\bullet)}^{(k)}. \quad (27)$$

Але, як відомо [2, 3], оператор ∇^{-2} , обернений до оператора ∇^2 другої оберненої різниці значень часового ряду, дорівнює оператору S^2 подвійної суми, тобто

$$\nabla^{-2} = S^2. \tag{28}$$

З урахуванням (28) рівняння (27) можна переписати так:

$$\Gamma_{(\bullet)}^{(k)} = S^2 Z_{(\bullet)}^{(k)}. \tag{29}$$

У свою чергу рівняння (29) можна переписати і так:

$$\begin{aligned} \Gamma_{(\bullet)}^{(k)} &= S \left(SZ_{(\bullet)}^{(k)} \right) = S \left(\sum_{j=0}^{12} Z_{(\bullet)}^{(k-j)} \right) = S \left(Z_{(\bullet)}^{(k)} + Z_{(\bullet)}^{(k-1)} + Z_{(\bullet)}^{(k-2)} + \dots + Z_{(\bullet)}^{(k-11)} + Z_{(\bullet)}^{(k-12)} \right) = \\ &= SZ_{(\bullet)}^{(k)} + SZ_{(\bullet)}^{(k-1)} + SZ_{(\bullet)}^{(k-2)} + \dots + SZ_{(\bullet)}^{(k-11)} + SZ_{(\bullet)}^{(k-12)} = \left(Z_{(\bullet)}^{(k)} + Z_{(\bullet)}^{(k-1)} + Z_{(\bullet)}^{(k-2)} + \dots + Z_{(\bullet)}^{(k-11)} + Z_{(\bullet)}^{(k-12)} \right) + \\ &+ \left(Z_{(\bullet)}^{(k-1)} + Z_{(\bullet)}^{(k-2)} + \dots + Z_{(\bullet)}^{(k-11)} + Z_{(\bullet)}^{(k-12)} \right) + \left(Z_{(\bullet)}^{(k-2)} + \dots + Z_{(\bullet)}^{(k-11)} + Z_{(\bullet)}^{(k-12)} \right) + \dots + \left(Z_{(\bullet)}^{(k-11)} + Z_{(\bullet)}^{(k-12)} \right) + \left(Z_{(\bullet)}^{(k-12)} \right) \end{aligned} \tag{30}$$

або

$$\Gamma_{(\bullet)}^{(k)} = Z_{(\bullet)}^{(k)} + 2Z_{(\bullet)}^{(k-1)} + 3Z_{(\bullet)}^{(k-2)} + \dots + 12Z_{(\bullet)}^{(k-11)} + 13Z_{(\bullet)}^{(k-12)}. \tag{31}$$

Із (31) для $k=0$ матимемо

$$\Gamma_{(\bullet)}^{(0)} = Z_{(\bullet)}^{(0)}; \tag{32}$$

для $k=1$ —

$$\Gamma_{(\bullet)}^{(1)} = Z_{(\bullet)}^{(1)} + 2Z_{(\bullet)}^{(0)}; \tag{33}$$

для $k=2$ —

$$\Gamma_{(\bullet)}^{(2)} = Z_{(\bullet)}^{(2)} + 2Z_{(\bullet)}^{(1)} + 3Z_{(\bullet)}^{(0)} \tag{34}$$

і так аж до $k=12$ —

$$\Gamma_{(\bullet)}^{(12)} = Z_{(\bullet)}^{(12)} + 2Z_{(\bullet)}^{(11)} + 3Z_{(\bullet)}^{(10)} + \dots + 12Z_{(\bullet)}^{(1)} + 13Z_{(\bullet)}^{(0)}. \tag{35}$$

Але, якщо ми маємо статистику попередніх років, то замість укорочення на кожному кроці співвідношень (30) можемо використовувати точніші співвідношення з однаковою кількістю членів в кожній із проміжних сум, а саме

$$\begin{aligned} \Gamma_{(\bullet)}^{(k)} &= S^2 Z_{(\bullet)}^{(k)} = S \left(SZ_{(\bullet)}^{(k-j)} \right) = SZ_{(\bullet)}^{(k)} + SZ_{(\bullet)}^{(k-1)} + SZ_{(\bullet)}^{(k-2)} + \dots + SZ_{(\bullet)}^{(k-11)} + SZ_{(\bullet)}^{(k-12)} = \\ &= \left(Z_{(\bullet)}^{(k)} + Z_{(\bullet)}^{(k-1)} + Z_{(\bullet)}^{(k-2)} + \dots + Z_{(\bullet)}^{(k-11)} + Z_{(\bullet)}^{(k-12)} \right) + \left(Z_{(\bullet)}^{(k-1)} + Z_{(\bullet)}^{(k-2)} + \dots + Z_{(\bullet)}^{(k-12)} + Z_{(\bullet)}^{(k-13)} \right) + \\ &+ \left(Z_{(\bullet)}^{(k-2)} + Z_{(\bullet)}^{(k-3)} \dots + Z_{(\bullet)}^{(k-13)} + Z_{(\bullet)}^{(k-14)} \right) + \dots + \left(Z_{(\bullet)}^{(k-12)} + Z_{(\bullet)}^{(k-13)} \dots + Z_{(\bullet)}^{(k-23)} + Z_{(\bullet)}^{(k-24)} \right). \end{aligned} \tag{36}$$

Або

$$\begin{aligned} \Gamma_{(\bullet)}^{(k)} &= Z_{(\bullet)}^{(k)} + 2Z_{(\bullet)}^{(k-1)} + 3Z_{(\bullet)}^{(k-2)} + \dots + 12Z_{(\bullet)}^{(k-11)} + 13Z_{(\bullet)}^{(k-12)} + 12Z_{(\bullet)}^{(k-13)} + 11Z_{(\bullet)}^{(k-14)} + \\ &+ \dots + 2Z_{(\bullet)}^{(k-23)} + Z_{(\bullet)}^{(k-24)}. \end{aligned} \tag{37}$$

Саме для такого випадку сукупність рівнянь (10), (11) називають моделлю часового ряду $\Gamma_{(\bullet)}^{(k)}$, $k=1,2,\dots,N$ на основі авторегресії — проінтегрованого ковзного середнього АРПКС

(p, q, d) , де p – порядок авто регресії в рівнянні (11), q – кількість імпульсів білого шуму в рівнянні (11), а d – порядок оберненої різниці в рівнянні (10), або, що те ж саме, кратність суми в рівнянні (29).

У нашому випадку для умови (14) маємо модель прогнозу АР ПКС (2, 1, 2), а для умови (15) маємо модель прогнозу АРПКС (3, 1, 2).

Використовуючи символи $\Gamma_{(\bullet)}^{(k)}$ в позначенні k -ї дискрети нестационарного дискретного часового ряду з графічним зображенням, показаним на рис. 2, ми цим самим підтверджуємо, що замість нижнього індексу (\bullet) можна в отриманих моделях АРПКС (p, q, d) підставляти будь-який із нижніх індексів змінних, що стоять в лівих частинах моделей (1)–(5), аби лише графік цієї змінної з таким нижнім індексом мав такий же вигляд, як і зображений на рис. 2.

Цілком очевидно, що, якщо нам потрібно прогнозувати майбутні значення не лише змінних $\Gamma_{(\bullet)}^{(k)}$, які стоять в лівих частинах моделей (1)–(5), але і майбутні значення якоїсь із змінних $\Gamma_{(\bullet)}^{(k)}$, що стоять в правих частинах моделей (2)–(5), наприклад, $\Gamma_{\text{ОП}}^{(k)}$ чи $\Gamma_{\text{ОТ}}^{(k)}$, то запропонована методика побудови моделей прогнозу для них також може бути використаною, аби лише графічний образ цих змінних мав такий самий характер, як і показаний на рис. 2.

Висновки

1. Здійснено аналіз процесів надходження до ВНЗ коштів за надання дозволених платних послуг шляхом занурення в область нестационарних часових рядів.
2. Запропоновано для прогнозування обсягів надходження позабюджетних коштів використовувати моделі авторегресії – проінтегрованого ковзного середнього (АРПКС).
3. Розроблена методика синтезу моделей АРПКС (p, q, d) для прогнозування обсягів надходження будь-якої складової спецфонду бюджету ВНЗ та методика ідентифікації цих моделей.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Мокін Б. І. Ієрархія факторів, що забезпечують надходження до вищих навчальних закладів позабюджетних коштів та узагальнені моделі їх взаємодії / Б. І. Мокін, Ю. В. Мокіна, Н. С. Гончарук // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2012. — № 3. — С. 75—84.
2. Бокс Дж. Анализ временных рядов. Прогноз и управление / Дж. Бокс, Г. Дженкинс. — М. : Мир, 1974. — 408с.
3. Мокін Б. І. Математичні методи ідентифікації динамічних систем : навч. посіб. / Б. І. Мокін, В. Б. Мокін, О. Б. Мокін. // Вінниця : ВНТУ. — 2010. — 260 с.
4. Рублев А. Н. Линейная алгебра / А. Н. Рублев. — М. : Высшая школа, 1968. — 387 с.

Рекомендована кафедрою менеджменту та моделювання в економіці

Стаття надійшла до редакції 3.07.12
Рекомендована до друку 1.08.12

Мокін Борис Іванович — професор кафедри;

Кафедра відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів;

Мокіна Юлія Вікторівна — доцент, **Гончарук Наталія Сергіївна** — аспірантка.

Кафедра менеджменту та моделювання в економіці.

Вінницький національний технічний університет, Вінниця