

О. М. Васілевський, канд. техн. наук, доц.

## ДОСЛІДЖЕННЯ СТАТИЧНИХ МЕТРОЛОГІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЗАСОБУ ВИМІРЮВАННЯ КУТОВОЇ ШВИДКОСТІ

Отримано аналітичні вирази для дослідження основних статичних метрологічних характеристик засобу вимірювання кутової швидкості, що дозволяють синтезувати цей тип засобів вимірювання із наперед заданими нормованими метрологічними характеристиками. Також побудовано та проаналізовано характеристики зміни отриманих аналітичних виразів основних статичних метрологічних характеристик.

### Вступ і постановка задачі

Одним з головних параметрів для встановлення відповідності стану електромоторів (ЕМ) нормативним документам під час випробувань є кутова швидкість, через значення якої розраховується багато інших параметрів обертального руху ЕМ, наприклад, таких, як момент інерції, динамічний момент, пусковий момент, момент опору тощо. Розробка засобів вимірювання кутової швидкості та метрологічного забезпечення до них задля досягнення необхідної єдності вимірювань є актуальною науковою задачею кожного точного вимірювання і випробування, особливо під час випробувань ЕМ, що випускаються з виробництва. У зв'язку з цим виникає необхідність розробки якісно нових засобів вимірювання (ЗВ) кутової швидкості з підвищеною точністю вимірювання та чутливістю, а також дослідження їх основних статичних метрологічних характеристик для синтезу цього типу ЗВ кутової швидкості з наперед заданими метрологічними характеристиками.

З огляду на вищесказане, метою статті є створення метрологічних моделей основних статичних метрологічних характеристик ЗВ кутової швидкості, які дозволять досліджувати і аналізувати характеристики зміни статичної характеристики, номінальної функції перетворення, чутливості, коефіцієнтів впливу, адитивну та мультиплікативну похибки.

### Викладення основного матеріалу

З робіт [1, 2] відомо, що розроблений ЗВ кутової швидкості з підвищеною точністю вимірювання описується рівнянням перетворення вигляду

$$N_{\omega} = \frac{kS_0R_{33}I \left( a \frac{\beta}{2} \omega t + a \frac{\beta^2}{4} \right)}{r^2 U_0} 2^n, \quad (1)$$

де  $S_0$  – інтегральна струмова чутливість фотодіода;  $r$  – відстань від джерела світла до поверхні, що освітлюється;  $R_{33}$  – опір кола зворотного зв'язку;  $n$  – розрядність АЦП;  $\omega$  – кутова швидкість (інформативний параметр);  $t$  – час;  $\beta$  – кут, що характеризує конфігурацію діафрагми тахометричного перетворювача;  $a = h(2R_0 + h)/(2\pi)$  – параметр модулятора, що входить до складу тахометричного перетворювача;  $R_0$  – радіус кола в центрі модулятора;  $h$  – відстань на якій закінчується спіраль Архімеда, що нанесена на модуляторі з початком на колі радіусом  $R_0$ ;  $I$  – сила світла;  $k$  – коефіцієнт пропорційності.

В робочих умовах ЗВ кутової швидкості здійснює функціональне перетворення інформативного параметра  $\omega$  у код  $N_{\omega}$  відповідно до аналітичного виразу (1). На інформативний параметр впливають всі інші параметри, які мають безпосередній зв'язок з вихідною величиною і спричиняють виникнення неінформативної складової перетворення. Аналіз отриманого рівняння перетворення (1) показує, що на процес перетворення інформативного параметра у вихідний сигнал впливає велика кількість параметрів (впливних величин), і всі вони є постійними величинами. Але для досліджень статичних метрологічних характеристик проаналі-

зуємо, як впливають на інформативний параметр  $\omega$  зміна кута  $\beta$ , що характеризує конфігурацію діафрагми тахометричного перетворювача. Для дослідження та аналізу основних статичних метрологічних характеристик ЗВ кутової швидкості розкладемо рівняння вимірювання (1) в ряд Тейлора [3, 4] і отримаємо:

$$N_{\omega} = N_{\omega\omega} + \left[ \frac{\partial N_{\omega}}{\partial \omega} \right]_0 \omega + \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial^2 N_{\omega}}{\partial \omega^2} \right]_0 \omega^2 + \frac{1}{6} \left[ \frac{\partial^3 N_{\omega}}{\partial \omega^3} \right]_0 \omega^3 + \dots + \left[ \frac{\partial N_{\omega}}{\partial \beta} \right]_0 \Delta\beta + \left[ \frac{\partial^2 N_{\omega}}{\partial \omega \partial \beta} \right]_0 \omega \cdot \Delta\beta + \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial^2 N_{\omega}}{\partial \beta^2} \right]_0 \Delta\beta^2 + \dots \quad (2)$$

Аналітичний вираз для чутливості ЗВ кутової швидкості має вигляд

$$S_{\omega} = \frac{\partial N_{\omega}}{\partial \omega} = \frac{kS_{I0}R_{33}I\beta at}{2U_0r^2} 2^n. \quad (3)$$

Зміна чутливості в діапазоні перетворення інформативного параметра  $\omega$  є похідною другого порядку від рівняння перетворення (1)  $S'_{\omega} = \frac{\partial^2 N_{\omega}}{2\partial \omega^2}$  і в цьому випадку дорівнює нулю.

Коефіцієнти впливу кута  $\beta$  (впливна величина) на вихідний параметр описуються аналітичними виразами вигляду

$$\beta_{0\omega} = \frac{\partial N_{\omega}}{\partial \beta} = \frac{kS_{I0}R_{33}I \left( \frac{a}{2} \omega t + \frac{a}{2} \beta \right)}{r^2 U_0} 2^n; \quad (4)$$

$$\beta'_{0\omega} = \frac{\partial^2 N_{\omega}}{2\partial \beta^2} = \frac{kS_{I0}R_{33}Ia}{4r^2 U_0} 2^n. \quad (5)$$

Коефіцієнт спільного впливу інформативного параметра та впливної величини  $\beta$  на номінальну чутливість  $S_{\omega}$  ЗВ кутової швидкості описується аналітичним виразом, що має вигляд

$$\alpha_{0\beta} = \frac{\partial^2 N_{\omega}}{\partial \omega \partial \beta} = \frac{kS_{I0}R_{33}Iat}{2r^2 U_0} 2^n. \quad (6)$$

Аналітичний вираз номінальної функції перетворення ЗВ кутової швидкості з урахуванням рівняння (1) має вигляд

$$N_{\omega n} = S_{\omega} \omega = \frac{kS_{I0}R_{33}I\beta at}{2U_0r^2} 2^n \omega. \quad (7)$$

Абсолютна мультиплікативна похибка перетворення  $\Delta N_{\omega m}$  в умовах зміни кута  $\beta$  на величину  $\Delta\beta = \beta - \beta_n$  описується аналітичним виразом вигляду

$$\Delta N_{\omega m} = \alpha_{0\beta} \omega \Delta\beta = \frac{kS_{I0}R_{33}Iat}{2r^2 U_0} 2^n \omega (\beta - \beta_n). \quad (8)$$

Абсолютна адитивна похибка перетворення  $\Delta N_{\omega a}$  в умовах зміни кута  $\beta$  на величину  $\Delta\beta$  описується аналітичним виразом, що має вигляд

$$\Delta N_{\omega a} = \beta_{0\omega} (\beta - \beta_n) + \beta'_{0\omega} (\beta - \beta_n)^2 = \frac{kS_{I0}R_{33}I \left( \frac{a}{2} \omega t + \frac{a}{2} \beta \right)}{r^2 U_0} 2^n \Delta\beta + \frac{kS_{I0}R_{33}Ia}{4r^2 U_0} 2^n \Delta\beta^2. \quad (9)$$

Характеристики зміни отриманих аналітичних виразів (1)–(9) основних статичних метрологічних характеристик ЗВ кутової швидкості за номінальних значень впливних величин наведені на рис. 1–8.

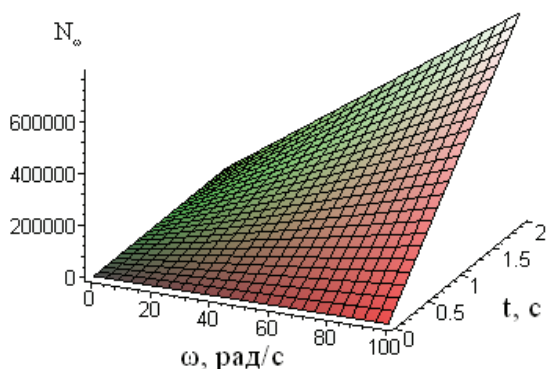


Рис. 1. Поверхня зміни статичної характеристики ЗВ кутової швидкості

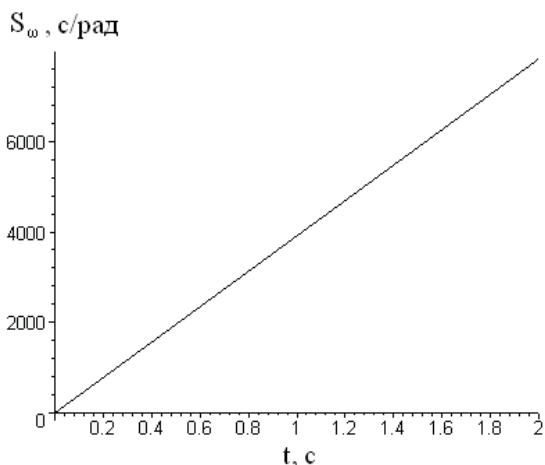


Рис. 2. Чутливість ЗВ кутової швидкості  $t, c$

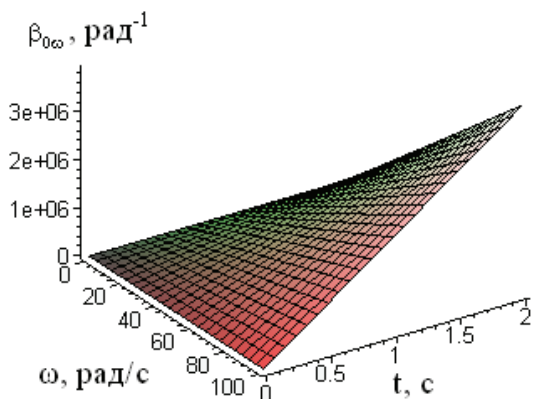


Рис. 3. Коефіцієнт впливу впливної величини  $\beta$  на вихідну величину

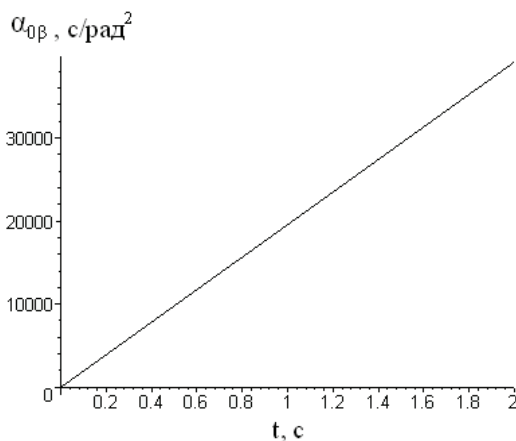


Рис. 4. Коефіцієнт сумісного впливу інформативного параметра та впливної величини  $\beta$  на номінальну чутливість

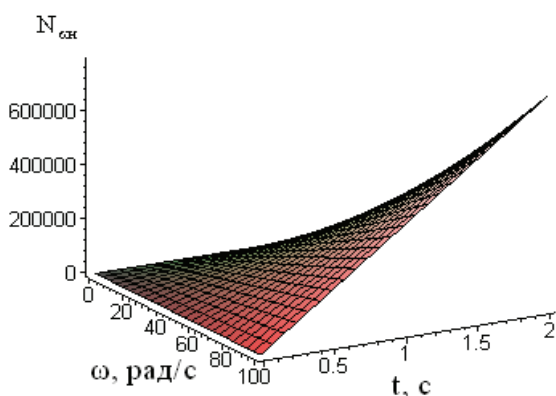


Рис. 5. Характеристика зміни номінальної функції перетворення ЗВ кутової швидкості

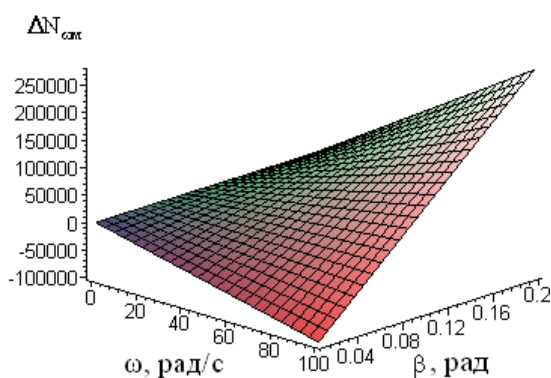


Рис. 6. Поверхня зміни абсолютної мультиплікативної похибки ЗВ кутової швидкості в умовах зміни кута

Характеристики зміни статичної характеристики (1) та абсолютної мультиплікативної похибки ЗВ кутової швидкості в умовах відхилення кута  $\beta$  (8) показано на рис. 8.

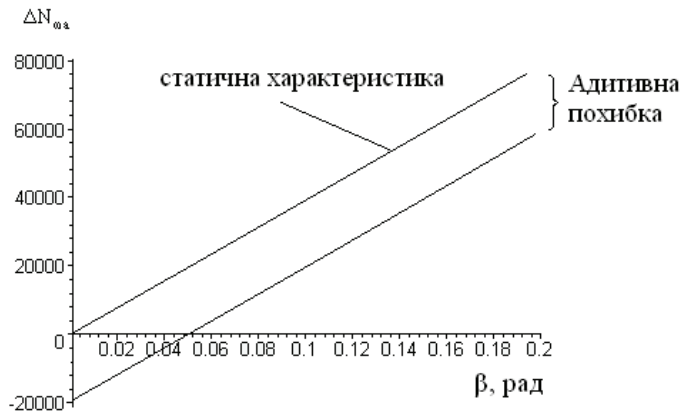


Рис. 7. Характеристика зміни абсолютної адитивної похибки ЗВ кутової швидкості в умовах відхилення кута  $\beta$  від номінального значення

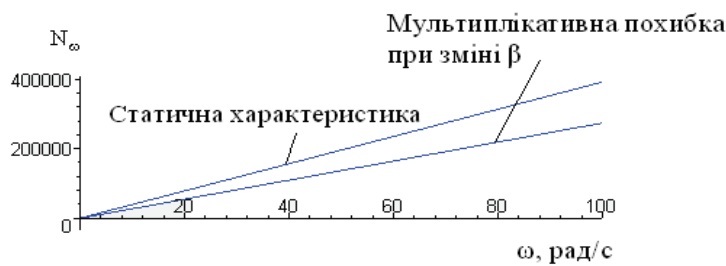


Рис. 8. Характеристики зміни теоретичної статичної характеристики та мультиплікативних похибок ЗВ кутової швидкості в умовах відхилення кута  $\beta$

Як видно з рис. 1, статична характеристика рівняння перетворення (1) ЗВ кутової швидкості є лінійною на всьому діапазоні вимірювань.

Чутливість ЗВ кутової швидкості (див. рис. 2) є постійною, а отже шкала цього ЗВ є рівномірною. Також з рис. 2 випливає, що зі зростанням часу вимірювання  $t$  значення чутливості ЗВ підвищується. Таким чином, чим менший час вимірювання, тим значення порогу чутливості є нижчим, при цьому ЗВ має вищу чутливість, нижчу нижню межу вимірювання і ширший діапазон вимірювання.

Значення коефіцієнта впливу впливної величини кута  $\beta$  (див. рис. 3) на вихідну величину відіграє важливу роль, а отже його зміна (відхилення від номінальних значень) суттєво впливає на значення вихідного сигналу ЗВ, що в свою чергу призводить до появи додаткових похибок вимірювання. Причому, чим вища вимірювана кутова швидкість  $\omega$ , тим більше значення коефіцієнтів впливу, а отже під час вимірювання високих кутових швидкостей відхилення впливних величин від номінальних значень призведе до появи значних похибок вимірювання і, як наслідок, до недостовірних результатів вимірювань. Тому змінювати (нехтувати їх зміною) зазначені впливні величини під час вимірювання кутової швидкості ні в якому разі не можна.

Підставляючи номінальні значення обертальних параметрів в рівняння (5), отримуємо постійне значення коефіцієнта швидкості зміни впливної величини  $\beta$  на вихідний сигнал, що дорівнює  $9778,5 \text{ рад}^{-2}$ , яке не залежить ні від діапазону вимірювання кутової швидкості, ні від часу вимірювання.

Характеристика зміни номінальної функції перетворення (див. рис. 5) ЗВ кутової швидкості є аналогічною до теоретичної статичної характеристики, що описується аналітичним виразом (1), і на всьому діапазоні вимірювання кутової швидкості відрізняється лише на постійне абсолютне значення десяткового коду  $\Delta N_{\omega}$ , що не перевищує 391,5. Враховуючи зазначену розбіжність в кількостях імпульсів між статичною характеристикою, що описується рівнянням (1), і номінальною функцією перетворення, що описується рівнянням (7), за максимальної кількості імпульсів 600000 (див. рис. 1, 5) на верхньому діапазоні вимірювань, отри-

маємо зведену похибку, яка не перевищує  $\gamma = 391,5 \cdot 100 \% / 600000 = 0,07 \%$ .

З характеристики зміни абсолютної мультиплікативної похибки ЗВ кутової швидкості в умовах відхилення кута  $\beta$  (виливної величини) видно, що чим менше значення вимірюваної кутової швидкості, тим менше значення мультиплікативної похибки (див. рис. 6). Крім того, зі зменшенням кута  $\beta$ , який характеризує конфігурацію діафрагми, що обмежена двома променями, зменшується абсолютне значення мультиплікативної похибки (див. рис. 6). З рис. 6 видно, що оптимальним значенням кута  $\beta$ , за якого абсолютна мультиплікативна похибка має мінімальне значення, є значення, яке дорівнює 0,1 рад.

З рис. 7 видно, що у разі відхилення кута  $\beta$  (виливної величини) від номінального значення навіть на 0,05 рад, з'являється адитивна похибка, абсолютне значення якої складає  $-20000$  імпульсів при вимірюванні кутової швидкості на 10 рад/с. Привівши зазначене значення абсолютної адитивної похибки до верхньої межі вимірювання, що відповідає 600000 імпульсів, отримаємо зведену адитивну похибку, що складає 3,3 %. Тому відхилення впливної величини  $\beta$  від свого номінального значення має бути недопустимим і має періодично контролюватися (перевірятися). У разі залишення без уваги такого відхилення впливної величини  $\beta$  та невилучення значення адитивної похибки з результатів вимірювань, шляхом внесення в них поправки на зазначену кількість імпульсів, це призведе до значної похибки вимірювання кутової швидкості, а отже і до низької достовірності результатів вимірювань.

В результаті проведених досліджень основних статичних метрологічних характеристик встановлено, що запропонований ЗВ кутової швидкості має менші значення похибок у разі вимірювання саме низьких кутових швидкостей роторів ЕМ. А отримані аналітичні вирази для адитивної і мультиплікативної складових похибки вимірювання дозволяють коригувати результати вимірювань кутових швидкостей, шляхом внесення поправок або помноження їх на коригувальний коефіцієнт, що дозволяє вилучити (або зменшити) вплив систематичної складової похибки вимірювання кутової швидкості.

### Висновки

Отримані аналітичні вирази зміни основних статичних метрологічних характеристик засобів вимірювання кутової швидкості дають можливість аналізувати такі статичні метрологічні характеристики, як статична характеристика, номінальна функція перетворення, чутливість, коефіцієнт впливу, адитивна та мультиплікативна похибки, а також виявляти причини підвищеної похибки вимірювання кутової швидкості, вказувати шляхи їх зменшення або усунення, а також синтезувати засоби вимірювання кутової швидкості із наперед заданими нормованими метрологічними характеристиками.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Васілевський О. М. Елементи теорії підвищення точності вимірювання та синхронізації кутових швидкостей роторів взаємозв'язаних електромоторів : моногр. / О. М. Васілевський, П. І. Кулаков. — Вінниця : ВНТУ, 2011. — 176 с. — ISBN 978-966-641-420-8.
2. Васілевський О. М. Метрологічне забезпечення засобу вимірювання кутової швидкості та моменту інерції електромоторів / О. М. Васілевський // Вісник інженерної академії України. — К. — 2012. — № 1. — С. 211—215.
3. Метрологічне забезпечення вимірювань і контролю : навч. посіб. / [С. Т. Володарський, В. В. Кухарчук, В. О. Поджаренко, Г. Б. Сердюк]. — Вінниця : ВДТУ, 2001. — 219 с.
4. Метрологія та вимірювальна техніка : навч. посіб. / [В. В. Кухарчук, В. Ю. Кучерук, В. П. Долгополов, Л. В. Грумінська]. — Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2004. — 252 с. — ISBN 966-641-084-2.

Рекомендована кафедрою метрології та промислової автоматики

Стаття надійшла до редакції 16.11.12  
Рекомендована до друку 27.11.12

**Васілевський Олександр Миколайович** — начальник відділу захисту інформації та інформаційно-технічного забезпечення МОНмолодьспорту України, Київ; доцент кафедри метрології та промислової автоматики Вінницького національного технічного університету, Вінниця