

## МЕТОДИКИ ОЦІНЮВАННЯ РИЗИКУ В РАМКАХ КОНЦЕПЦІЇ БАГАТОФАКТОРНОЇ ЙМОВІРНІСНОЇ ВЕЛИЧИНИ.

Ризик є поняттям, що використовується у багатьох галузях людської діяльності, в тому числі в науці, техніці, економіці, промисловості і т.п. Це зумовлює і багаточисельні його трактування. Однак, більшість ризикових концепцій характеризують якісний бік ризику [5, 6-9]. Але для визначення кількісної оцінки ризику, можливості його прогнозування необхідно розробити концепцію ризику, придатну для математичної формалізації та подальшої комп'ютерної реалізації задачі досліджень. Зарубіжні трактування ризикових ситуацій, визначають ризикову ситуацію як ситуацію прийняття рішення, в якій шанс виникнення певної події відомий чи може бути обчисленим, або як ситуацію, результат якої є невідомим [10,11-14]. Ймовірність виникнення певної події вимірюється у відсотках або частках. Припускають, що тільки одна з подій виникне в майбутньому. Це обчислюється так:

$$S_1+S_2+\dots+S_m=1 ,$$

де

$S_i$  - ймовірність  $i$ -ої події.

Вітчизняні концепції ризику є в більшості схожими, наприклад: ризик - це вартісний вираз ймовірності події, що призводить до збитків [2]; або ризик - невизначеність в одержанні певних вигід взагалі або в одержанні того розміру їх, на який розраховується [3]. Інша концепція ризику враховує те, що ризик повинен бути наперед усе визначений кількісно, враховуючи категорію збитків [4]. Але всі ці підходи не дають чіткої характеристики ризику як кількісної величини, що не дає можливості його математичної формалізації та кількісного оцінювання. Для спрощення комп'ютерного та математичного аналізу ризику, його необхідно трактувати через певну математичну величину. Враховуючи його випадковий характер, притаманним поняттям для цього є ймовірність виникнення. Таким чином, автор зазначає, що ризик - це ймовірність виникнення збитків, що призводять до ненадійної роботи цілої системи або окремих її частин.

Ризик складається з багатьох джерел та виникає під впливом великої кількості чинників, що мають місце у певній галузі людської діяльності та конкретній системі тощо. Тому, найбільш повним виразом для визначення концепції ризику є такий: **ризик** - це багатофакторна ймовірнісна величина, що характеризує можливість недоотримання певного розміру вигід або деяких переваг. Для загального ризику можна записати:

$$R = f(\eta_1 + \eta_2 + \eta_3 + \dots + \eta_n)$$

де

$R$  - певний ризик;

$\eta_1 \dots \eta_n$  - чинники, що впливають на конкретну систему, в якій здійснюється процес прийняття рішення.

Ця концепція ризику, у протилежність вищезгаданій, дає можливість кількісного врахування та оцінювання ризику, як математичної величини, що значно спрощує процес його математичного моделювання й комп'ютерного прогнозування.

Автором пропонується розглянути загальну ризикову концепцію, пристосовану, наприклад, до економічної системи, зокрема, банківської сфери. Таким чином, загальний ризик за операціями має вигляд багатомірної матриці:

$$\begin{aligned} N &= \sum P_k, \\ P_1 &= |k_{11}, k_{12}, \dots, k_{1n}|; \\ P_2 &= |k_{21}, k_{22}, \dots, k_{2n}|; \\ &\dots\dots\dots \\ &\dots\dots\dots \\ P_n &= |k_{n1}, k_{n2}, \dots, k_{nn}|, \end{aligned}$$

де

$N$  - загальний ризик банку;

$P_1 \dots P_k$  - сумарний ризик окремої банківської операції;

$k$  - кількість операцій банку;

$n$  - кількість клієнтів банку.

Адитивний характер сукупного рівня ризику банку підтверджується тим, що ризики окремих банківських операцій, а також ризики в рамках однієї операції між різними клієнтами не є взаємопов'язаними. Наприклад, ризик, що виникає при наданні кредиту клієнту (фінансовий ризик = кредитний ризик+процентний ризик) не залежить від інвестиційного ризику, тобто формування портфеля цінних паперів або надання кредиту іншому клієнту тощо. Крім того, можливі витрати у випадку виникнення ризикових ситуацій будуть також складатися з усіх збитків банку по усіх операціях.

Автор пропонує розглядати ризикову математичну модель в рамках трьох основних компонентів: результуючих, вхідних та неконтрольованих змінних. Ці компоненти пов'язані математичними відношеннями як показано на рисунку 1. **Результуючі змінні** відображають рівень ризику системи. Крім того, вони визначають, наскільки система виконує свої функції згідно з кінцевою метою. Результуючі змінні є залежними, тобто це означає, що для виникнення події, яка оцінюється цими змінними, необхідно, щоб спочатку відбулася інша подія. В цьому випадку результуючі змінні залежать від вхідних та неконтрольованих змінних.

**Вхідні змінні** описують елементи задачі, які повинні бути обраними для оцінювання ризику. Ці змінні є керованими та контрольованими суб'єктом, який приймає рішення. Вхідні змінні є незалежними або невідомими змінними, виходячи із специфіки задачі.

**Неконтрольовані змінні.** В будь-якій ситуації прийняття ефективного рішення існують чинники, що впливають на результуючі змінні, але їх складно чи неможливо визначити. Прикладом таких змінних можуть бути: зовнішні чинники, які здатні змінити кінцеве рішення, що приймається в умовах невизначеності, ризику. Більшість з цих чинників є неконтрольованими тому, що вони впливають з оточуючого середовища, в якому працює особа, котра приймає рішення (ОПР).

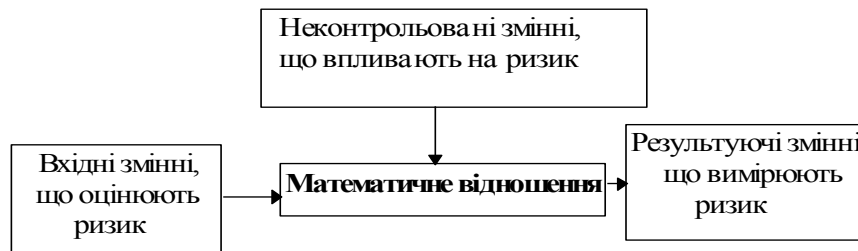


Рис.1 Зв'язок між компонентами математичної моделі ризику

Розглянемо цю компонентну будову ризикових моделей на прикладі його промислового використання.

Найважливішими складниками якості прямого чисельного контролю є ризики виробника та замовника [1]. Вони бувають локальними та середніми. Локальні ризики характеризують контроль з точки зору конкретного контролюемого виробу. Середні ризики характеризують контроль як методика в цілому. Вони є похідними від локальних ризиків - їх усередненням по множині всіх можливих образчиків виробів, що пройшли гіпотетичний контроль, організований за цією методикою. Цей підхід [1] дозволив знайти прості аналітичні співвідношення локальних ризиків, які є зручними в аналізі й інженерних розрахунках.

Контрольований параметр об'єкту контролю (ОК), що описується випадковою величиною  $X$ , вимірюється реальним вимірвальним пристроєм (ВП). Останній складається з двох частин - ідеального вимірника (ІВ), що дає на виході істинне значення  $x$  контрольованого параметру  $X$ , та суматора ( $C_1$ ), що накладе на  $X$  похибку вимірювання  $E_b$ . Отриманий результат співставляється на пристрої порівняння (ПП) з нижньою  $x_n$  та  $x_b$  межами норми, після чого приймається рішення  $r$  про результат контролю.

Нехай  $X' \in [x_n, x_b]$ . В цьому випадку можлива тільки похибка другого роду [1]. Вона з'являється тільки тоді, коли істинне значення контрольованого параметру ліворуч від  $x_n$  або праворуч від  $x_b$  (рис.2). Таким чином, ризик замовника визначається як ймовірність об'єднання двох несумісних подій:

$$p_2 = p[(x' - x_n < E < \infty) \cup (-\infty < E < x' - x_b)] = \int_{x' - x_n}^{\infty} f_e \partial e + \int_{-\infty}^{x' - x_b} f_e \partial e \quad (1).$$

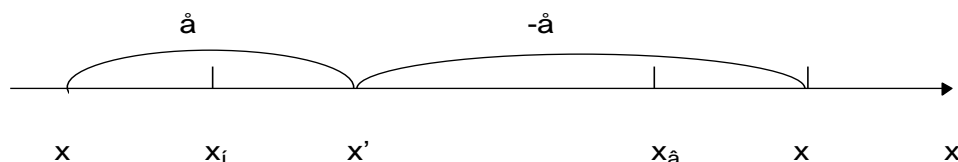
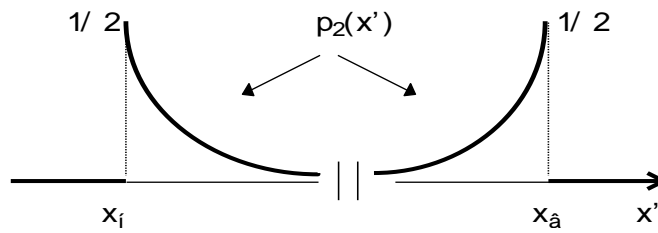


Рис. 2 - До інтегрального співвідношення локального ризику замовника

Графік локального ризику  $p_2(x')$  має вигляд функції, що зображена на рисунку 3.

а)



б)

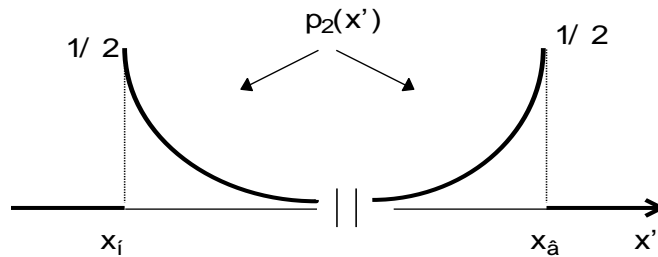


Рис.3 - Графіки локальних ризиків

З формул таблиці 1 випливає важливий практичний висновок: локальні ризики залежать тільки від розподілу  $f_e(e)$  інструментальної похибки  $E$  і не залежить від розподілу контролюваного параметру. Залежність  $p_2(x')$  зручно відобразити одним доданком (нижній рядок таблиці 1). Аналогічно для ризику замовника (верхній рядок табл.1).

Таблиця 1 - Інтегральні залежності локальних ризиків

Локальний ризик	Інтегральні залежності	
	В околу $x_n$	В околу $x_b$
виробника $p_1(x')$	$\int_{-\infty}^{x'-x_n} f_e(e) de$	$\int_{x'-x_b}^{\infty} f_e(e) de$
замовника $p_2(x')$	$\int_{x'-x_n}^{\infty} f_e(e) de$	$\int_{-\infty}^{x'-x_b} f_e(e) de$

Використовуючи формули таблиці 1 та визначаючи конкретний вигляд щільності розподілу  $f_e(e)$  ризику замовника в околу нижньої межі надані у табл.2.

Таблиця 2 - Ризик замовника в околу нижньої межі

Тип розподілу	Математичний запис $f_e(e)$	Формула ризику $p_{2H}(x')$
Рівномірний	$\frac{1}{4\varepsilon}$ при $ e  < 2\varepsilon$	$\frac{1}{4\varepsilon}(x_n - x' + 2\varepsilon)$ при $x_n \leq x' \leq x_n + 2\varepsilon$
Симпсона	$\frac{1}{3\varepsilon} \left(1 - \frac{ e }{3\varepsilon}\right)$ при $ e  < 3\varepsilon$	$\frac{1}{2} - \frac{x_n - x'}{3\varepsilon} \left(1 - \frac{x_n - x'}{6\varepsilon}\right)$ при $x_n \leq x' \leq x_n - 3\varepsilon$
Нормальний	$\frac{1}{\pi\varepsilon} \exp\left(-\frac{e^2}{\pi\varepsilon^2}\right)$ при $ e  < \infty$	$\frac{1}{2} \left[1 - \Phi\left(\frac{x' - x_n}{\sqrt{\pi\varepsilon}}\right)\right]$ при $x_n \leq x'$
Подвійний експоненціальний	$\frac{1}{2\varepsilon} \exp\left(-\frac{ e }{\varepsilon}\right)$ при $ e  < \infty$	$\frac{1}{2} \exp\left[-(x_n - x')/\varepsilon\right]$ при $x_n \leq x'$
Арксинуса	$\frac{1}{\pi\sqrt{\frac{\pi^2}{4}\varepsilon^2 - e^2}}$ при $ e  < \frac{\pi}{2}\varepsilon$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \arcsin \frac{2(x' - x_n)}{\pi\varepsilon}$

У формулах через  $\varepsilon$  позначено середнє арифметичне відхилення похибки E [1].

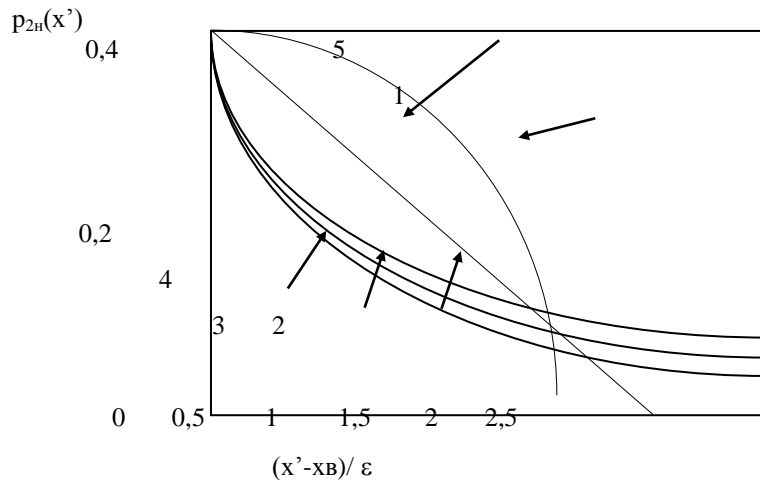


Рис.4 - Графіки ризиків замовника в околу  $x_n$

де 1 - рівномірний розподіл; 2 - розподіл Симпсона; 3 - нормальний розподіл; 4 - подвійний експоненціальний розподіл; 5 - розподіл арксинуса .

Методика вимірювання ризику впливає з його стохастичної суті і базується на трьох основних параметрах, що мають відповідно ймовірнісну природу. Це ймовірнісні величини, що традиційно визначаються при прийнятті рішення в умовах ризику [5]:

- очікуване значення;
- середнє квадратичне відхилення;
- коефіцієнт варіації.

**Очікуване значення показника** - це середнє зважене, де як ваги використовуються ймовірності подій, а як усереднені величини - значення показника при кожній з подій:

$$\bar{A} = A_i * P_i ,$$

де  $\bar{A}$  - очікуване значення;

$A_i$  - значення при  $i$ -ій події;

$P_i$  - ймовірність  $i$ -ої події .

Середнє квадратичне відхилення обчислюється як квадратний корінь з середнього зваженого квадрата відхилення від очікуваного значення:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{x=1}^n (A_x - \bar{A})^2 P_x}$$

Середнє квадратичне відхилення - це абсолютний вимір ризику. Чим більше середнє квадратичне відхилення, тим вищий ризик.

Коефіцієнт варіації (cv) - вимір відносної дисперсії (відносний вимір ризику):

$$cv = \sigma \frac{\sigma}{A} .$$

Розглянемо формулювання ризикової концепції іншим шляхом. Нехай критерій для прийняття позитивного рішення в умовах ризику буде таким: перебільшення заданого рівня втрат оціночно може відбуватися з ймовірністю, що не більша заданої. Виходячи з цього критерію сформулюємо алгоритм прийняття рішення в ризикових умовах таким шляхом.

**Крок 1.** Визначається максимальний діапазон можливих втрат (недоотримання певних вигід)  $Q_{max}$ , виходячи із специфіки задачі.

**Крок 2.** Визначається, виходячи із розв'язуємої проблеми, закон розподілу ризику  $f=P(q)$ , який в подальшому береться за базовий. Він складається, виходячи з відповідного рівня знань про об'єкт. Необхідно зауважити, що взагалі можливо виділити декілька рівней знань про об'єкт: коли відоме точне значення параметру (детермінована інформація), коли відомий закон розподілу (ймовірнісно визначена

інформація), наявною є приблизна картина закону розподілу (частково-невизначена); можливо вказати лише деякий інтервал можливих значень параметру (невизначена інформація). В останньому випадку найчастіше робиться припущення про рівномірний розподіл параметру на інтервалі:

$$\int_0^{a_n} p(q) dq, \quad n = \overline{1, k},$$

де  $a_n$  - максимальне значення втрат у певній зоні. З метою визначення закону розподілу ризику можуть бути використані будь-які методи: статистичні методи оцінювання, перевірки гіпотез, методи прогнозування, експертних оцінок та ін.

**Крок 3.** Поділяємо діапазон можливих втрат  $0 \dots Q_{\max}$  на декілька зон  $k: \forall a_n \in \{a_1, a_2, \dots, a_k\}, n = \overline{1, k}$ , (скажімо, якщо  $k=4$ , то поділимо на зони мінімального, середнього, великого й неприпустимого ризиків (див.рис.5)). Кількість зон  $k$  повинна відображати ситуаційний аспект прийняття рішення.

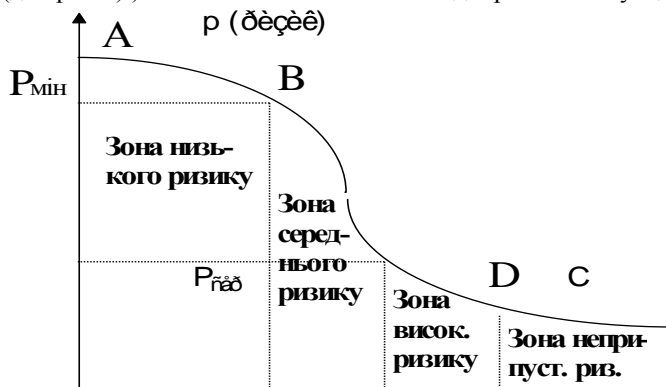


Рис.5 - Розподіл ймовірності втрат за зонами ризику

**Крок 4.** Кожній із розглянутих зон  $a_n, n = \overline{1, k}$  присвоюється певна ймовірність виникнення  $P_{a_n}^{\text{нор}}$ , яка у подальшому буде вважатися за базову ймовірність. Значення цієї ймовірності можуть бути отримані, використовуючи минулі статистичні дані бо знання експертів у цій галузі прийняття рішення.

**Крок 5.** Визначаємо для досліджуваного об'єкту закон розподілу ризику, тобто співвідношення між можливими рівнями втрат (недоотримання певних вигід) та ймовірностями їх виникнення  $f=p'(q)$ .

**Крок 6.** Виходячи з вищерозглянутого нормального закону розподілу ризику, отримаємо:

$$\int_0^{a_n} p'(q) dq = P'_{a_n}, \quad \forall a_n, a_n \in \{a_1, a_2, \dots, a_k\}, n = \overline{1, k} \quad (1)$$

де  $a_n$  - множина максимальних базових значень втрат кожної ризикової зони;  $P'_{a_n}$  - ймовірність виникнення певного рівня втрат об'єкту (недоотримання певних вигід)  $a_n, n = \overline{1, k}$ , де  $k$  - кількість зон ризику.

Кожний базовий рівень втрат  $a_n, n = \overline{1, k}$  підставляємо в (1) та знаходимо рівень ймовірності  $P'_{a_n}$  досліджуваного об'єкту при базових рівнях втрат  $a_n$ .

**Крок 7.** Перевіримо для кожної зони  $a_n$  справедливість виразу:

$$P'_{a_n} \leq P_{a_n}^{\text{нор}} \quad (2),$$

якщо ця нерівність є справедливою при всіх зонах ризику, то є сенс приймати відповідне позитивне рішення щодо цього об'єкту. Якщо в будь-якій зоні нерівність (2) не є справедливою, то прийняття позитивного рішення щодо цього об'єкту характеризується ступенем ризику, на зоні якого не є справедливою нерівність (2). При  $P'_{a_n} \geq P_{a_n}^{\text{нор}}$  пропонується приймати негативне рішення щодо досліджуваного об'єкту.

Цей алгоритм може широко застосовуватися у багатьох системах підтримки прийняття рішення (СППР), що характеризуються ризикованістю або невизначеністю у процесі прийняття відповідного рішення, зокрема, у медицині, фінансовій або банківській сфері, промислового керуванні об'єктами, штучному інтелекті і т.п. Викладена методика повинна набувати комп'ютерної реалізації у разі її використання для автоматизації вищерозглянутого процесу. Вона може бути реалізована як експертна система з відповідними базами знань, що повинні поповнюватися автоматично у процесі самонавчання системи, що адаптується до розв'язання задачі у певній галузі людської діяльності.

Але не треба забувати, що будь-яка СППР є лише радником, несе відповідальність за прийняття рішення лише особа (ОПР), яка його визначає і відповідає за наслідки цього рішення. Тому необхідно зауважити, що не останнє місце при складанні СППР при вирішенні деяких специфічних задач повинно приділятися можливості врахування суб'єктивізму ОПР, що дозволить зробити процес прийняття рішення строго формалізованим і таким, що може бути повністю автоматизованим без втручання ОПР. Це стосується, наприклад банківської сфери, де, скажімо, можливість надання кредиту, в деяких випадках зумовлюється розміром хабаря, що був отриманий ОПР.

#### **Висновки.**

- Було запропоновано концепцію ризику, що сприяє спрощенню складення математичних моделей ризиків та розробці відповідних експертних систем, котрі в свою чергу надають можливість кількісного оцінювання ризику і його контролювання за допомогою комп'ютерного моделювання;
- визначено компонентну будову математичної моделі ризику, яка дає можливість відокремити джерела походження ризику для його оперативного керування;
- створено один з можливих підходів щодо формування критерію прийняття рішення у ризикових ситуаціях та розроблено відповідний алгоритм, котрий дає можливість математичної формалізації процесу прийняття рішення при ризикових ситуаціях. Він дозволяє ідентифікувати кінцеве відповідне рішення при таких ситуаціях, крім того, за допомогою цього алгоритма стає можливим визначення ймовірності виникнення певного рівня втрат об'єкту при прийнятті відповідного рішення. Він також легко підлягає комп'ютерній формалізації, що значно спрощує можливість його використання. Складений алгоритм здатний до адаптування щодо прийняття ефективного рішення за умов невизначеності або ризику у будь-якій галузі людської діяльності.

#### **Література**

1. Большевцев А.Д., Смолин Ю.А., Шулик П.В. Локальные риски изготовителя и заказчика // Контроль та управління в складних системах (КУСС-99). Книга за матеріалами п'ятої міжнародної науково-технічної конференції.-Вінниця:УНІВЕРСУМ-Вінниця.-1999.- с.292-296.
2. Лаврушина О.И. Банковское дело.-М.: Банковский и биржевой научно-консультационный центр.- 1992.- 428 с.
3. Спицын И. О., Спицын Я. О. Маркетинг в банке.- К.: ЦММС "Писпайт",1993.-656 с.
4. Тетруева Н. Деякі питання щодо аналізу теорії вибору раціонального портфеля інвестицій //Фінанси України.-1996.-№10.-с.78-81.
5. Georg E. Pinches. Essentials of financial managment.-New York: Harper Collins Publishers, 1992.-907 p.
6. Fama, Eugene F. Foundations of Finance. New York: Basic Books, 1976.
7. Haugen,Robert A. Modern Investment Theory, 2<sup>nd</sup> ed. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1990.
8. Bey, Roger P., Goerge E. Pinches. Additional Evidence of Heteroscedasticity in the Market Model//Journal of Financial and Quantitative Analysis.-1980.-№15 -pp.299-322.
9. Brown, Keith C., W.V. Harlow, Seha M. Tinic. Risk Aversion, Uncertain Information, and Market Efficiency//Journal of Financial Economics.- 1988.-№22 -pp.355-385.
10. E.Turban, Jack R. Meredith. Fundamentals of managment science. -Illinois: Business Publications, 1988.-915 p.
11. Harvey, Campbell R. Time-Varying Conditional Covariances in Tests of Asset Pricing Models// Journal of Financial Economics.- 1989.- №24 - pp. 289-317.
12. Huberman, Gur, Shmuel Kandel. Market Efficiency and the Value Line Record//Journal of Business.- 1990.- №63 - pp. 187-216.
13. Levy, Haim, Zvy Lerman. The Benefits of International Diversification in Bonds//Financial Analysts Journal.- 1988.- №44 - pp. 56-64.
14. Coles, Jeffrey L., Ury Loewenstein. Equilibrium Pricing and Portfolio Composition in the Presence of Uncertain Parameters//Journal of Financial Economics.- 1988.- №22 - pp. 279-303.