

## РОЗПОДІЛ ВНУТРІШНІХ СИЛОВИХ ФАКТОРІВ В ПЕРЕРІЗІ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ЗАГОТОВКИ ПРИ ЛОКАЛЬНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Встановлено основні закономірності розподілу згинального моменту і поперечної сили в перерізі тонкостінової оболонки при дії на неї зосередженою силою.

Ключові слова: локальне навантаження, згинальний момент, поперечна сила, ротаційна витяжка.

*The main regularities of the distribution of the bending moment and shear force at the section sheet obolonkov the action focused on her strength.*

**Keywords:** local loading, bend moment, transversal force, rotary extraction.

В різних галузях машинобудування знайшли широке використання осесиметричні тонкостінні вироби, до якості та експлуатаційних властивостей яких ставляться високі вимоги. Для виготовлення таких виробів широко використовуються методи ротаційної витяжки, що дає можливість значно знизити затрати на виготовлення інструменту і оснащення в порівнянні з іншими видами обробки металів тиском. На даний час цілий ряд робіт присвячені експериментальним дослідженням ротаційної витяжки [1–3], а також чисельним методам моделювання цих процесів [4], але практично відсутні методи розрахунку напружено-деформованого стану в осередку деформації та методи розрахунку розподілу внутрішніх силових факторів. В даній роботі запропонована інженерна методика визначення закономірностей розподілу внутрішніх силових факторів в перерізі циліндричної заготовки, при ротаційній витяжці.

Будемо розглядати циліндричну заготовку як тонкостінну оболонку на яку діє зосереджена сила  $P$  (рис. 1). В розглядуваному випадку крутні моменти відсутні внаслідок симетрії оболонки і характеру діючого навантаження. Схема навантаження оболонки показана на рис. 1. Сила  $T$ , стискує кільце, тому відносна деформація в коловому напрямі буде дорівнювати

$$e_{\phi} = \frac{T}{2E\delta R} = \frac{P}{4E\delta R}, \quad (1)$$

де  $E$  – модуль юнга,  $\delta$  – товщина оболонки,  $T$  – внутрішнє зусилля.

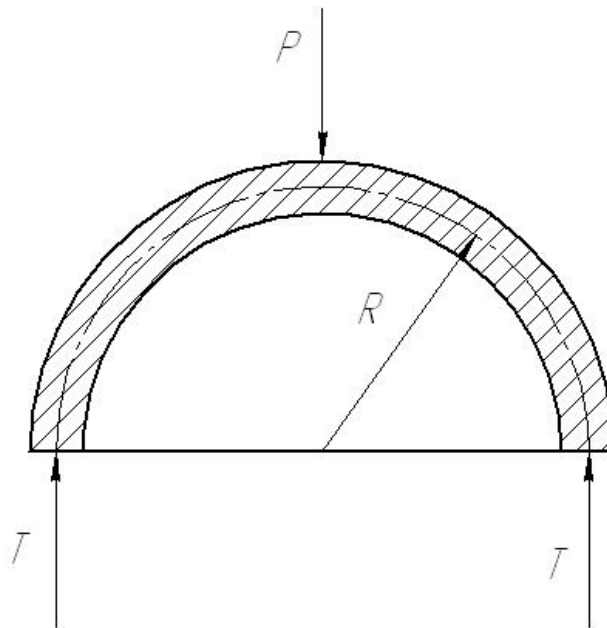


Рис. 1. Схема навантаження тонкостінної оболонки

При цьому серединна поверхня оболонки отримає радіальне переміщення

$$v = e_{\phi} R = \frac{P}{4E\delta}. \quad (2)$$

В роботі [5] для визначення переміщення  $v$  отримано наступне диференціальне рівняння

$$v^{IV} + 4\alpha^4 (v - v_0) = 0, \quad (3)$$

де  $4\alpha^4 = \frac{3(1-\nu^2)}{h^2 \cdot R^2}$ ,  $\nu$  – коефіцієнт Пуассона,

$v_0$  – величина пропорційна навантаженню  $P$  і визначається рівнянням (2).

Рівняння (3) повністю співпадає з рівнянням згину балки на пружній основі. Це стає зрозумілим, якщо виділити із оболонки стрічку, як показано на рис. 2. Внаслідок кривизни стрічки діючі з двох сторін зусилля  $T$ , дають складову направлену по радіусу, а так як  $T$  пропорційна прогину  $v$ , то ця стрічка знаходиться в тих же умовах, що і балка на пружній основі.

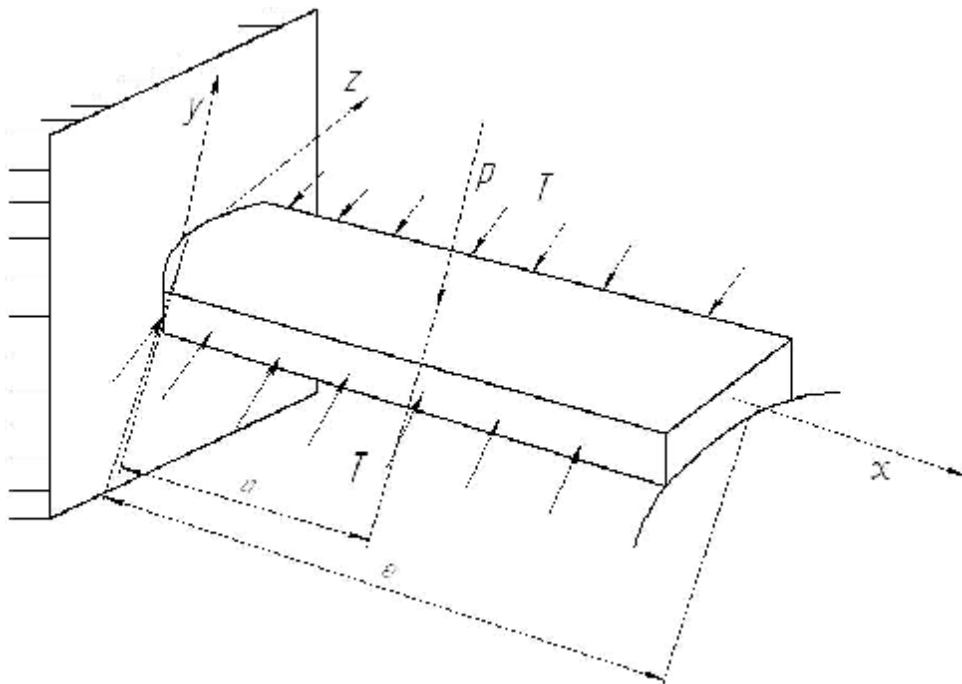


Рис. 2. Елемент стрічки, вирізаної з оболонки

Виходячи з викладеного, для оцінки розподілу внутрішніх силових факторів будемо розв'язувати задачу подібну задачі для балки на пружній основі. Зовнішнє навантаження задається силою  $P$ . Крім того, в поздовжніх перерізах оболонки діє колова сила  $T$ . Величина цієї сили пропорційна пружному відносному видовженню кілець оболонки. Тому на рис. 3, де показано поперечний переріз стрічки, сила  $T$  умовно показана як реакція пружної основи. Вона дає рівнодійну  $r$ , яку можна розглядати як реакцію пружної основи. Із рис. 3 находимо

$$r = 2T \sin \frac{\Delta\alpha}{2} \approx 2T \frac{\Delta S}{R + v}, \quad (4)$$

Відносне видовження радіуса  $R$ , а відповідно, і відносне видовження стінок оболонки в коловому напрямі буде дорівнювати:  $e_\phi = \frac{v}{R}$ . Тоді колові напруження по закону Гука будуть дорівнювати:  $e_\phi = E \frac{v}{R}$ ,

звідки сила  $T$ :  $T = \sigma \cdot \delta \cdot l = \frac{\delta E}{R} v$  і, відповідно:

$$r = \frac{\delta E}{R^2} v. \quad (5)$$

Формула (5) показує, що зусилля  $r$  можна розглядати як реакцію пружної основи, яка чинить опір прогином балки-стрічки з коефіцієнтом пропорційності:

$$K = \frac{\delta E}{R^2}. \quad (6)$$

Виходячи із того, що при  $P=0$  дорівнює нулю і прогин балки ( $v_0=0$ ), та враховуючи дію навантаження  $P$  переписемо рівняння (3) у виді:

$$v^{IV} + 4\beta^4 v = \frac{P}{\Delta S E_1 I_Z}, \quad (7)$$

де  $I_Z$  – осьовий момент інерції поперечного перерізу балки-стрічки,  $E_1 = \frac{E}{1 - \nu^2}$ .

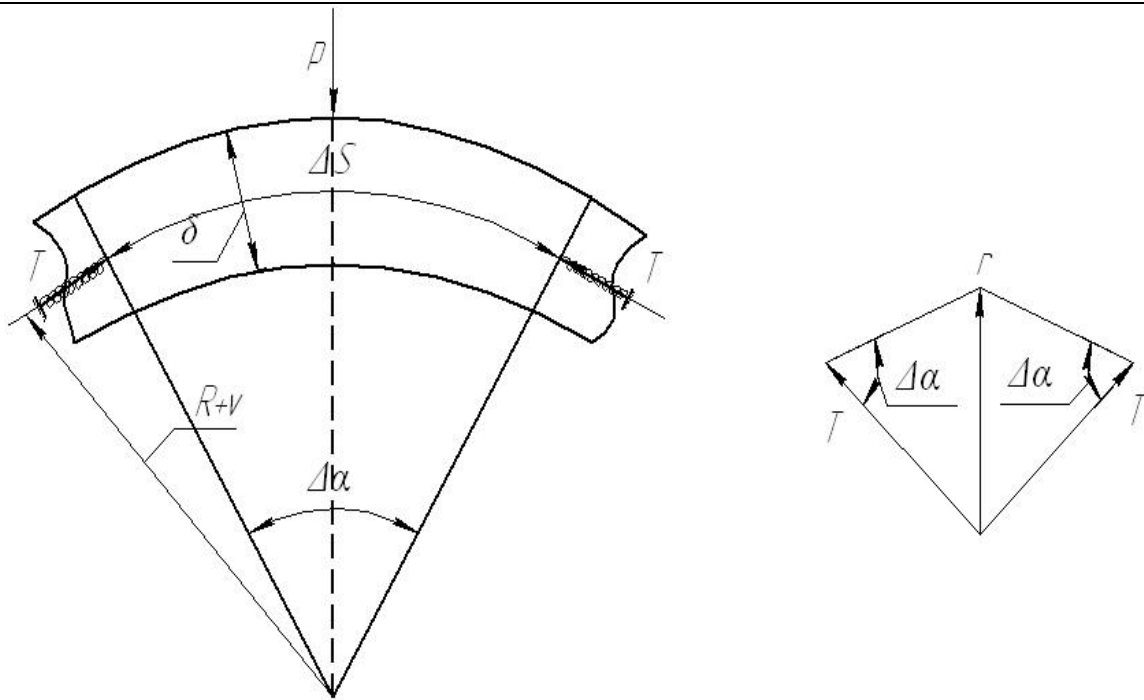


Рис. 3. Поперечний переріз стрічки

Момент інерції стрічки  $I_Z$  буде дорівнювати:

$$I_Z = \frac{\Delta S \cdot \delta^3}{12}. \quad (8)$$

Величина коефіцієнта  $\beta$  в рівнянні (7) з урахуванням (6) і (8) буде дорівнювати:

$$\beta = 4 \sqrt{\frac{k}{4E_1 I_Z}} = 4 \sqrt{\frac{3(1-\nu^2)}{R^2 \delta^2}}. \quad (9)$$

Для тих випадків, коли навантаження  $P$  лінійно залежить від  $\nu$ , продиференціюємо рівняння (7) два рази по  $x$ , помножимо на  $E_1 I_Z$  і, враховуючи те, що  $E_1 I_Z \nu'' = M$ , отримаємо:

$$\frac{d^4 M}{dx^4} + 4\beta^4 M = P'''. \quad (10)$$

Якщо розглядати балку-полоску кінцевої довжини, закріплену як показано на рис. 2 та навантажену зосередженою силою  $P$ , то в рівнянні (10)  $P'''=0$ . Академік А. Н. Крилов запропонував наступний розв'язок рівняння (10):

$$\begin{aligned} M &= M_0 Y_1(x) + \frac{Q_0}{\beta} Y_2(x) - \frac{P}{\beta} Y_2(x-a); \\ Q &= -4\beta M_0 Y_4(x) + Q_0 Y_1(x) - P Y_1(x-a), \end{aligned} \quad (11)$$

де

$$\left. \begin{aligned} Y_1(x) &= ch\beta x \cos \beta x; \\ Y_2(x) &= \frac{1}{2} [ch\beta x \sin \beta x + sh\beta x \cos \beta x]; \\ Y_3(x) &= \frac{1}{2} sh(\beta x) \sin \beta x; \\ Y_4(x) &= \frac{1}{4} [ch\beta x \sin \beta x - sh(\beta x) \cos(\beta x)]. \end{aligned} \right\} \text{ – функції А. Н. Крилова.}$$

Значення  $M_0$  і  $Q_0$  визначається за формулами (11) для трьох різних координат точки прикладання сили  $P$ :  $x_1=a_1=14$  мм,  $x_2=a_2=28$  мм,  $x_3=a_3=40$  мм. При цьому використано граничні умови:

$$M(l) = M_0 Y_1(\beta l) + \frac{Q_0}{\beta} Y_2(\beta l) - \frac{P}{\beta} Y_2(\beta(l - a_i)) = 0; \tag{12}$$

$$Q(l) = -4\beta M_0 Y_4(\beta l) + Q_0 Y_1(\beta l) - P Y_1[\beta(l - a_i)] = 0.$$

На рис. 3, 4, 5, наведені результати розрахунку значень згинального моменту  $M$  і поперечної сили  $Q$  для випадку, коли діаметр оболонки  $d=80$  мм, товщина оболонки  $\delta_1=0,8$  мм і сила  $P=2,27$  кН прикладена в точках з координатами 14 мм, 28 мм, 40 мм. Величину сили  $P$  визначали з умови появи пластичної деформації в зоні контакту інструменту у виді торіодального ролика із заготовкою за методикою, наведеною в роботі [6].

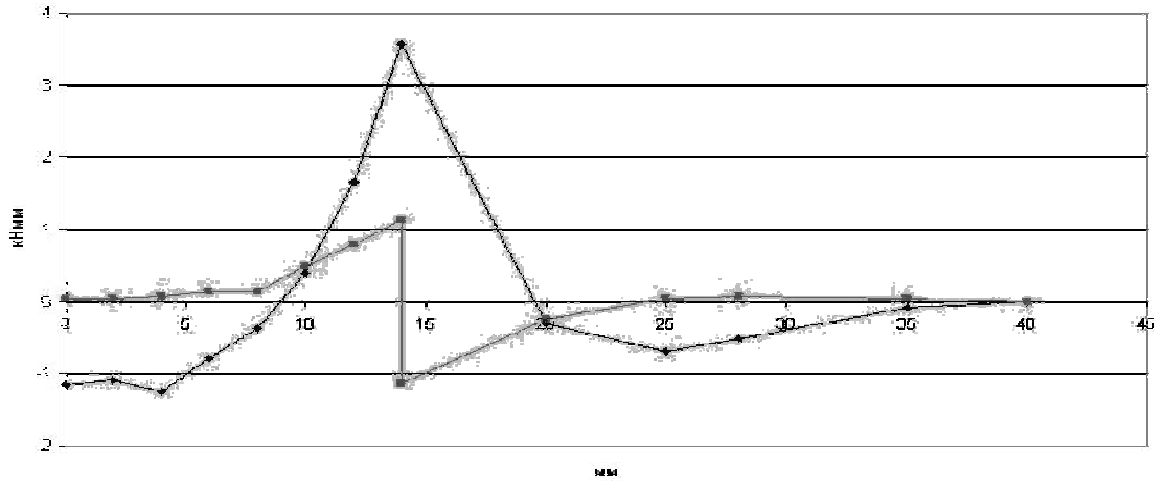


Рис. 3. Результати розрахунку розподілу  $M, Q$  по довжині заготовки, коли сила  $P$  прикладена в перерізі з координатою  $x=a_1=14$  мм

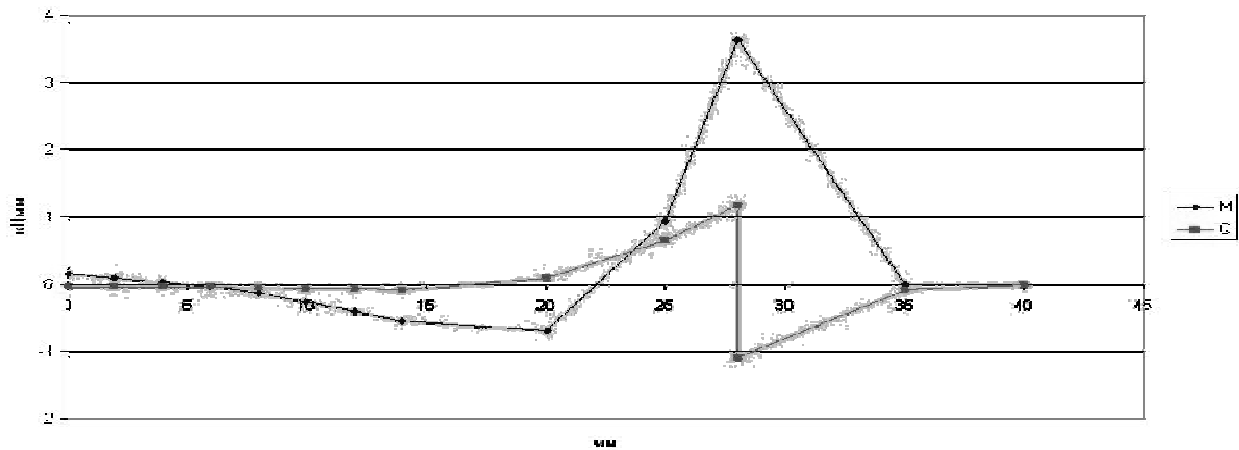


Рис. 4. Результати розрахунку розподілу  $M, Q$  по довжині заготовки, коли сила  $P$  прикладена в перерізі з координатою  $x=a_2=28$  мм

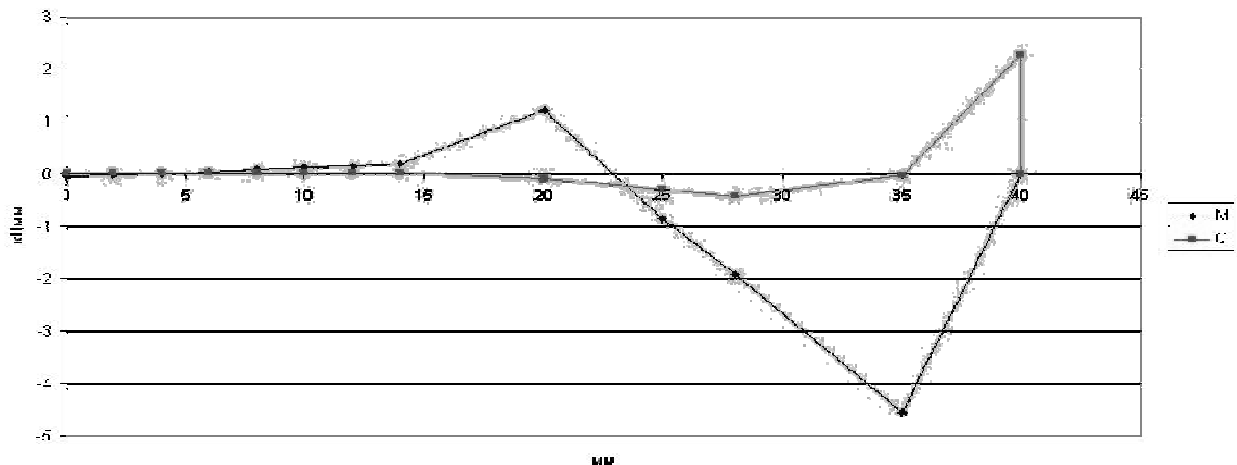


Рис. 5. Результати розрахунку розподілу  $M, Q$  по довжині заготовки, коли сила  $P$  прикладена в перерізі з координатою  $x=a_3=40$  мм

**Висновки**

Отримані закономірності розподілу згинального моменту і поперечної сили в перерізі циліндричної оболонки по її довжині залежно від координати точки прикладання сили. Установлено, що на характер отриманих залежностей впливає величина прикладеної сили, координати точки її прикладання, радіус кривизни оболонки, товщина оболонки, жорсткість її поперечного перерізу та граничні умови задачі.

**Література**

1. Маленичев А. С. Взаимосвязь конструктивных характеристик оборудования и технологической оснастки для ротационной вытяжки с параметрами качества получаемых изделий / А. С. Маленичев // Механика деформируемого твердого тела и обработка металлов давлением. – Тула : ТулГУ, «Гриф», 2000. – С. 215–221.
2. Могильный Н. И. Ротационная вытяжка оболочковых деталей на станках / Н. И. Могильный – М. : Машиностроение, 1983. – 190 с.
3. Трегубов В. И. Силовые режимы ротационной вытяжки цилиндрических деталей на специализированном оборудовании / В. И. Трегубов, С. П. Яковлев, С. С. Яковлев // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением. – 2005. – № 1. – С. 17–23.
4. Наумов Д. М. Моделирование процесса ротационной вытяжки с утонением методом конечных элементов / Д. М. Наумов, А. И. Вальтер // Известия ТулГУ. Серия: Технические науки. – Тула : Изд-во ТулГУ, 2011. – Вып. 5. – С. 324–332.
5. Работнов Ю. Н. Механика деформируемого твёрдого тела / Ю. Н. Работнов. – М. : Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1988. – 712 с.
6. Дрозд М.С. Инженерные расчёты упругопластической контактной деформации / М.С. Дрозд, М.М. Матлин, Ю.И. Сидякин. – М. : Машиностроение, 1986. – 224 с.

Надійшла 27.1.2013 р.  
Рецензент: д.т.н. Огородніков В.А.