

ГІДРАВЛІЧНІ ВТРАТИ В ДВОФАЗНИХ ТУРБУЛЕНТНИХ КІЛЬЦЕВИХ ПОТОКАХ

Канд. техн. наук, доц. Чепурний М.М., канд. техн. наук Бужинський В.В.,
Пінчук О.Ю., Степанова Н.Д.

Ефективним засобом інтенсифікації теплотехнологічних процесів є здійснення їх в тонких шарах. В енергетиці, хімічній, харчовій та інших галузях промисловості набувають поширення плівкові тепломасообмінні та випарні апарати [1-3 та інш.]. Для опису тепломасопереносу в двофазних потоках використовується аналогія між переносом теплоти і кількості руху [4-6]. Останнє передбачає наявність достовірних даних про значення коефіцієнтів гідравлічного тертя ξ в зазначених потоках. Існуючі дослідження гідравлічних втрат обмежені і суперечливі [1-6]. Зважаючи на це, автори зробили спробу отримати більш достовірні дані для визначення коефіцієнтів гідравлічного опору і втрат тиску. Спільна усталена течія турбулентної плівки рідини і газу в трубі радіуса R може бути описана рівнянням нерозривності та руху відповідно [7]:

$$\frac{\partial}{\partial r}(rW_{ir}) + \frac{\partial}{\partial x}(rW_{ix}) = 0 \quad (1)$$

$$\rho_i \left(W_{ir} \frac{\partial W_{ix}}{\partial r} + W_{ix} \frac{\partial W_{ir}}{\partial r} \right) = -\frac{\partial P}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\tau_i) + g[(2-i)\rho_1 - (-1)^{i-1}\rho_2], \quad (2)$$

де r, x - радіальна і осьова циліндричні координати; W_{ix}, W_{ir} - відповідні проекції швидкостей; ρ_i - густина; P - тиск; τ_i - напруга тертя; індекси: $i=1$ відповідає величинам рідкої, $i=2$ - газової компонентам двофазного потоку.

Якщо ввести нову змінну $y=R-r$, то замість (1) і (2) одержимо

$$\rho_i \left\{ (R-y) \frac{\partial W_{ix}^2}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y} [(R-y) W_{ir} W_{ix}] \right\} =$$

$$= -(R-y) \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} (R-y) \tau_i + g(R-y) [(2-i)\rho_1 - (-1)^{i-1} \rho_2]$$
(3)

Розв'язання рівняння (3) повинно задовольняти граничним умовам

$$W_{ix}=W_{ir}=0; \tau_i = \tau_0 \text{ при } y=0$$

$$W_{ix} = W_{2x} = W_{\delta}; \tau_i = \tau_{\delta} \text{ при } y=\delta,$$
(4)

де δ - товщина плівки; W_{δ} - швидкість плівки на поверхні поділу фаз; τ_0, τ_{δ} - дотична напруга на стінці труби і поверхні поділу фаз відповідно; g - прискорення земного тяжіння.

Із співвідношень (3) і (4) можна установити зв'язок між градієнтом тиску і дотичними напругами на межах потоку. Якщо віднести (3) до рідкої фази ($i=1$), а потім до газової ($i=2$) і проінтегрувати їх від 0 до δ і від δ до R відповідно, то після суміщення результатів матимемо

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -\frac{2\tau_0}{R} + \left[g(\rho_1 - \rho_2) - \rho_1 \frac{\partial W_{1x}^2}{\partial x} \right] \frac{\delta(D-\delta)}{R^2} + \rho_2 \left(g - \frac{\partial W_{2x}^2}{\partial x} \right) \frac{R-\delta^2}{R^2};$$
(5)

$$\tau_{\delta} = \frac{R-\delta}{2} \left\{ \frac{2\tau_0}{R} + \left[\rho_1 \left(\frac{\partial W_{1x}^2}{\partial x} - g \right) + \rho_2 \left(2g - \frac{\partial W_{2x}^2}{\partial x} \right) \right] \frac{\delta(D-\delta)}{R^2} \right\},$$
(6)

де $D=2R$ - діаметр труби.

Для турбулентної течії дотичні напруги визначаються співвідношенням [8]

$$\tau_i = \left(\nu_i + l_i^2 \frac{dW_{1x}}{dy} \right) \frac{dW_{ix}}{dy}, \quad (7)$$

де довжина шляху перемішування l_i визначається за модернізованою Сполдінгом моделлю турбулентного переносу [9]; ν_i - коефіцієнт кінематичної в'язкості.

Для усталеної течії рівняння (3) для рідкої фази з урахуванням (5) і (7) можна привести до вигляду :

$$\left(l_1^* \frac{dW_{1x}^*}{dy^*} \right)^2 + \frac{4\delta^*}{Re_1} \frac{dW_{1x}^*}{dy^*} + \left[\frac{2\tau_0}{\rho_1 W_{1x}^*} + \frac{\rho_1 - 2\rho_2}{2\rho_1} \frac{a_1^2}{\delta^* Fr_1} \right] \frac{y^*(2-y^*)}{b_1} - \frac{\tau_0}{\rho_1 W_{1x}^2 b_1} = 0, \quad (8)$$

де $Re_1 = 4W_{1x}\delta/\nu_1$; $Fr_1 = W_{1x}^2 / (g\delta_1)$; $a_1 = (1-\delta^*)^2$; $b_1 = 1-y$; $\delta^* = \delta/R$; $y^* = y/R$;

$W_{1x}^* = W_{1x} / \bar{W}_{1x}$; \bar{W}_{1x} - середня швидкість плівки.

Відносно похідної dW_{1x}^* / dy^* рівняння (8) є квадратичним. Однак залишається невідомим який знак (плюс чи мінус) треба ставити перед радикалом. Тому доцільно в (8) ввести заміну $u = dW_{1x}^* / dy^*$ і продиференціювати його по y^* , що дає

$$(u + B/2) \frac{du}{dy^*} + \frac{u}{2} \frac{dB}{dy^*} + \frac{1}{2} \frac{dA}{dy^*} = 0, \quad (9)$$

де $A = \left[\frac{\tau_0}{\rho W_{1x}^2} + \frac{\rho_1 - 2\rho_2}{2\rho_1} \frac{a_1^2}{\delta^* Fr_1} \right] \frac{y^*(2-y^*)}{b_1(l_1^*)^2} - \frac{\tau_0}{\rho W_{1x}^2 b_1 l_1^*}$; $B = \frac{4\delta^*}{Re_1 l_1^*}$.

Вираз (9) являє собою один з окремих випадків рівняння Абеля другого роду і його розв'язання після зворотної заміни змінних має вигляд :

$$\frac{dW_{1x}^*}{dy^*} l_1^* = -\frac{2\delta^*}{Re_1} + \left\{ \frac{\tau_0 l_1^*}{\rho_1 W_{1x}^2 b_1} - \left[\frac{\tau_0}{\rho_1 W_{1x}^2} + \frac{(\rho_1 - 2\rho_2)a_1}{2\rho_1 \delta^* Fr_1} \right] \frac{y^*(2-y^*)l_1^*}{b_1} + \frac{4(\delta^*)^2}{Re_1^2} \right\}^{0.5} \quad (10)$$

Для визначення похідної осьової складової швидкості газової фази необхідно в рівнянні (3) покласти $i=2$ і здійснити операції аналогічні до тих, що викладені вище. Це дає

$$\begin{aligned} \frac{dW_{2x}^*}{dy^*} l_2^* = & \frac{a_1^{0.5}}{Re_2} + \left\{ \frac{c_1(a_2 - y^*)(l_2^*)^2}{2b_1} \left[-\frac{2\tau_0}{\rho_1 W_{1x}^2} \frac{\rho_1 W_{1x}^2}{\rho_2 W_{2x}^2} + \frac{\rho_1 - 2\rho_2}{2\rho_2} \frac{\delta^* a_2}{a_1^{0.5} Fr_2} \right] + \right. \\ & \left. + \frac{a_1(l_2^*)^2}{2b_1} \left[-\frac{\tau_0}{\rho_1 W_{1x}^2} \frac{\rho_1 W_{1x}^2}{\rho_2 W_{2x}^2} + \frac{\rho_1 - \rho_2}{2\rho_2} \frac{\delta^* a_2}{b_1 Fr_2} + \frac{a_1^{0.5}}{2Fr_2} \right] \frac{a_1}{Re_2^2} \right\}^{0.5}, \quad (11) \end{aligned}$$

де $c_1=(y^*-\delta^*)$; $a_2=2-\delta^*$. За масштаб швидкості прийнята середня швидкість газу.

На межі поділу фаз виконується умова безперервності дотичних напруг (4), на підставі якої із співвідношень (10) і (11) визначається коефіцієнт гідравлічного опору

$$\xi = \frac{2\tau_0}{\rho_1 W_{1x}^2} = \frac{1}{a_3} \left\{ \frac{4a_4 a_5}{a_3 Re_1^2} - 2k + \left[\left(k \frac{4a_4 a_5}{a_3 Re_1^2} \right)^2 - 4k^2 + \frac{16a_4}{Re_1^2} \left(\frac{a_6}{Re_2^2} + \frac{a_7}{4Fr_2} \right) \right]^{0.5} \right\}, \quad (12)$$

$$\text{де } k = \left[\frac{a_8}{Fr_1} + \frac{a_9 a_{10}}{Re_1^2} - \left(\frac{a_5}{Re_2^2} + \frac{a_6}{4Fr} \right) \left(\frac{Re_2}{Re_1} \right)^2 \right]; a_3 = a_5 + \frac{a_1^{0.5}}{(l_1^*)^2}; a_4 = \left(\frac{2\delta^*}{(l_1^*)^2} - a_9 \right)^2;$$

$$a_5 = c_2 \varphi_1; \quad a_6 = \varphi_2 \varphi_1^2; \quad a_7 = \varphi_1 \varphi_2 \varphi_3; \quad a_8 = (\rho_1 - 2\rho_2) a_2 a_1^{0.5} / [\rho_1 (l_1^*)^2];$$

$$a_9 = 2c_2 \delta^* / (l_2^*)^2; \quad a_{10} = 4\delta^* / (l_1^*)^2 - a_9; \quad \varphi_1 = a_1^{0.5} / (l_2^*)^2; \quad \varphi_2 = 2c_2 \delta^* / a_1^{0.5};$$

$$\varphi_3 = \delta^* (\rho_1 - \rho_2) a_2 / (\rho_2 a_1^{0.5}) + a_1^{0.5}; \quad c_2 = (\rho_2 / \rho_1) (v_2 / v_1)^2.$$

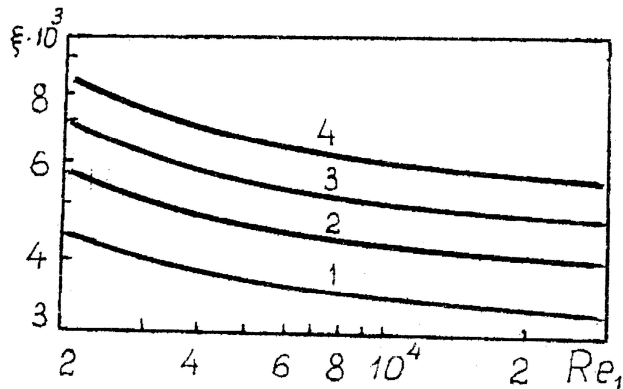


Рис. 1. Залежності коефіцієнтів гідравлічного опору

1 — $Re_2 \cdot 10^{-4} = 1,4$; 2 — 1,8;
3 — 2,2; 4 — 2,6

Розрахунок ξ за співвідношенням (12) хоча дещо громіздке, але легко реалізується за допомогою ЕОМ. На рис.1 наведені результати розрахунків для кільцевого двофазного низхідного потоку в трубі діаметром 30 мм в залежності від критеріїв Рейнольдса обох фаз. Із рисунка вид-

но, що вирішальний вплив на зміну коефіцієнтів гідравлічного тертя справляє газова фаза. При зростанні швидкості газу (Re_2) і сталому значенні Re_1 величина ξ зменшується, оскільки зменшується відносна шорсткість поверхні плівки, що відзначалось в [9,10]. Зіставлення отриманих результатів зі значеннями ξ , які обчислювались за даними [2,6,9,10], виявило їх збіжність з точністю до $\pm 10\%$, що свідчить про адекватність запропонованої моделі течії. Але отримане співвідношення (12) громіздке для інженерних розрахунків. Апроксимація його в межах $1600 < Re_1 < 40000$ і $6000 < Re_2 < 32000$, коли вся рідина рухається в плівці, а крапельний виніс відсутній, дає зручну формулу

$$\xi = 1.255 \cdot 10^{-6} Re_2 Re_1^{-0.175} \quad (13)$$

Треба однак зазначити, що точність розрахунків за (13) зменшується майже на $\pm 3\%$.

ВИСНОВКИ

1. Отримані аналітичні залежності для визначення коефіцієнтів гідравлічного тертя в двофазних турбулентних кільцевих потоках.
2. Отримані співвідношення для обчислення профілів швидкості в рідкій і газовій фазах, які реалізуються при наявності значень коефіцієнта гідравлічного опору.

ЛІТЕРАТУРА

1. Федоткин И.М., Липсман В.С. Интенсификация теплообмена в аппаратах пищевых производств. -М.: Пищевая. пром-сть. -1972. -228с.
2. Хьюит Д., Холл-Тейлор Н. Кольцевые двухфазные течения. – М. : Энергия, 1974. - 407с.
3. Козлов В.М., Миронов Ю.Л., Мусвик А.Б. Гидродинамика пленочных течений //Теплофизика ядерных энергетических установок. – Свердловск, -1982. -С. 41-45.
4. Теплопередача в двухфазном потоке /Под ред. Д.Баттеворса и Д.Хьюитта. -М.: Энергия, 1980. - 374 с.
5. Миропольский З.Л., Безруков Е.К. Взаимосвязь тепло- и массообмена и гидравлического сопротивления в парогенерирующих каналах //Тр. МЭИ -1974. -№200. - С.26-32.

6. Печеркин Н.И., Чехович В.Ю. Теплообмен в вертикальном газожидкостном потоке // Теплофизика и гидродинамика в процессах кипения и конденсации. -Новосибирск. -1985. -С.24-46.
7. Федоткин И.М., Чепурной М.Н., Шнайдер В.Э. Закономерности двухфазного кольцевого течения в вертикальных трубах // Докл. АН УССР. -1976. -Сер."А", -№1- С.32-34.
8. Рейнольдс А.Д. Турбулентные течения в инженерных приложениях. -М.: Энергия, 1979. - 405с.
9. Уоллис Г. Одномерные двухфазные течения. -М.: Мир, 1972. -440с.
10. Чепурний М.М., Ткаченко С.Й., Пінчук О.Ю. Гідродинаміка двофазних низхідних потоків // Вісник ВПІ. -1995. -№3. -С.50-52.

Кафедра теплоенергетики і газопостачання