УДК 658.012.11.56

**С. Д. Штовба, к. т. н., доц.; О. П. Ротштейн, д. т. н., проф.;
О. М. Козачко, студ.**

НАСТРОЙКА НЕЧІТКОЇ МОДЕЛІ З ВИКОРИСТАННЯМ НЕЧІТКОЇ НАВЧАЛЬНОЇ ВИБІРКИ

Вступ

Нечітка модель представляє собою деяке функційне відображення, яке апроксимує залежність між входами та виходом за допомогою нечіткого логічного висновку і операціями над нечіткими множинами [1]. Структура моделі задається нечіткою базою знань, яка представляється сукупністю лінгвістичних правил типу «ЯКЩО-ТО». Настройка нечіткої моделі зводиться до пошуку таких її параметрів, які забезпечують найменше відхилення між експериментальними даними і результатами логічного висновку [2—4]. Параметрами настройки моделі являються параметри функцій належності нечітких термів і ваги правил. В [2 – 4] показано, що навчаючи нечітку модель за експериментальними даними, можна ідентифікувати довільну залежність «входи – вихід».

Методи навчання нечітких моделей добре розроблені тільки для випадку чіткої (crisp) навчальної вибірки [2 – 4]. Однак в багатьох прикладних задачах медицини, геології, політики, економіки, криміналістики деякі елементи навчальних вибірок не можуть бути задані чіткими числами, наприклад, «інфляційні очікування населення - *високі*», «політична ситуація - *нестабільна*», «кровотеча - *сильна*». Один з способів представлення такої невизначеної інформації є використання нечітких множин, що приводить до нечіткої навчальної вибірки.

Дана робота є розвитком методу ідентифікації нелінійних залежностей нечіткими базами знань [2—4]. В ній пропонується підхід до настройки нечіткої моделі в випадку нечіткої навчальної вибірки. Особливість підходу полягає в тому, що функції належності нечітких термів, які входять в базу знань і в навчальну вибірку, передбачаються однаковими і настроюються одночасно. Для розв'язання відповідної оптимізаційної задачі використовуються генетичні алгоритми.

1. Постановка задачі настройки нечіткої моделі

Будемо розглядати об'єкт з n входами x_i $(i = \overline{1, n})$ і одним виходом y

$$y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n), \tag{1}$$

для якого вважаються відомими:

— інтервали зміни входів $x_i \in \left[\underline{x}_i, \overline{x}_i\right]$;

— інтервал зміни $y \in \left[\underline{y}, \overline{y}\right]$ в випадку неперервного виходу і класи рішення $y \in \{d_1, d_2, \ldots, d_m\}$ - для дискретного виходу;

— нечітка база знань в вигляді такої сукупності лінгвістичних правил:

$$\bigcup_{p=\overline{1,k_j}}\left[\bigcap_{i=\overline{1,n}}\left(x_i = a_i^{jp}\right) \text{ з вагою } w_{jp}\right] \to y = d_j,\ j = \overline{1, m}, \tag{2}$$

де $\bigcup$ і $\bigcap$ — логічні операції ТА і АБО, відповідно; a_i^{jp} — лінгвістичний терм, який оцінює значення входу x_i в p-й диз'юнкції j-го логічного висловлювання, k_j — число диз'юнкцій в j-му логічному висловлюванню;

— навчальна вибірка в вигляді M пар експериментальних даних «входи-вихід» $\{X^r, y^r\}$, де $X^r = (x_1^r, x_2^r, \ldots, x_n^r)$ - вхідний вектор в r-й парі ($r = \overline{1, M}$), причому кожна координата вектора може бути задана числом $x_i^r \in \left[\underline{x}_i, \overline{x}_i\right]$ або термом $x_i^r \in \{a_i^{jp}\}$, $i = \overline{1,n}$, $j = \overline{1,m}$, $r = \overline{1,M}$, $p = \overline{1,k_j}$; y^r - значення виходу об'єкта в r-й парі, причому для неперервного виходу $y^r \in \left[\underline{y}, \overline{y}\right]$ і для дискретного — $y^r \in \{d_1, d_2, \ldots, d_m\}$.

Задача настройки полягає в знаходжені таких функцій належності нечітких термів і таких ваг правил, які забезпечують мінімальне відхилення між результатами нечіткого логічного висновку і експериментальними даними з навчальної вибірки.

Критерії оптимізації і розрахункові співвідношення

Згідно [2–4] нечітка база знань (2) задає таку систему нечітких логічних рівнянь:

$$\mu^{d_j}(X) = \max_{p=\overline{1,k_j}}\left\{w_{jp} \min_{i=\overline{1,n}}\left[\mu^{a_i^{jp}}(x_i)\right]\right\}, \quad j = \overline{1, m}, \tag{3}$$

де $\mu^{a_i^{jp}}(x_i)$ — ступінь належності входу $x_i \in \left[\underline{x}_i, \overline{x}_i\right]$ до терму a_i^{jp}, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, m}$, $p = \overline{1, k_j}$.

Для дискретного випадку значення вихідної змінної визначається співвідношенням [3]

$$y = \arg\max\left\{\mu^{d_1}(X), \mu^{d_2}(X), \ldots, \mu^{d_m}(X)\right\}. \tag{4}$$

Для неперервного випадку значення вихідної змінної отримується в результаті дефазифікації [2, 3]

$$y = \frac{\underline{y}\,\mu^{d_1}(X) + y_1\,\mu^{d_2}(X) + \ldots + y_{m-1}\,\mu^{d_m}(X)}{\mu^{d_1}(X) + \mu^{d_2}(X) + \ldots + \mu^{d_m}(X)}, \tag{5}$$

де $y_k = \underline{y} + \dfrac{(\overline{y} - \underline{y})\ k}{m-1}$, $k = \overline{1, m-1}$.

Значення ступеня належності $\mu^{a_i^{jp}}(x_i)$ у співвідношені (3) залежить від типу функції належності, значення аргументу x_i і його типу (чіткий/нечіткий). Як і в попередніх роботах [2–4] будемо використовувати таку модель функції належності:

$$\mu^T(x) = 1\Big/\left[1 + \left((x - b)/c\right)^2\right], \tag{6}$$

де $\mu^T(x)$ — функція належності змінної x до терму T; b і c — параметри настройки: b — координата максимуму функції, c — коефіцієнт концентрації.

В випадку чіткого аргументу ступінь належності будемо визначати шляхом підстановки його значення в формулу (6). З нечітким аргументом $x = B$ ступінь належності терма B до терма A визначимо в результаті перетину нечітких множин A і B [4]

$$\mu^{A}(B) = \sup_{x}\left(\int_{x} \mu_{A \cap B}(x)/x\right). \qquad (7)$$

Приклади, які ілюструють обчислення ступеня належності з чітким і нечітким аргументах показані на рис. 1.

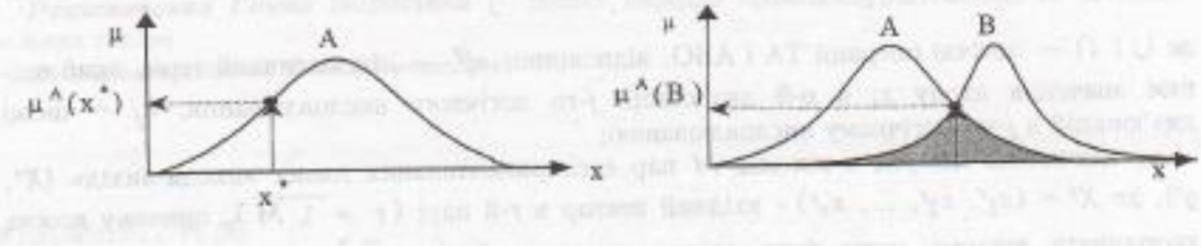


Рис. 1. Обчислення ступеня належності

Співвідношення (3)–(7) визначають нечітку модель об'єкта (1), яку запишемо у вигляді

$$y = F(\mathbf{X}, \mathbf{W}, \mathbf{B}, \mathbf{C}), \qquad (8)$$

де $\mathbf{X} = (x_1, x_2, ..., x_n)$ - вхідний вектор; $\mathbf{W} = (w_1, w_2, ..., w_N)$ - вектор ваг правил в базі знань (2); $\mathbf{B} = (b_1, b_2, ..., b_q)$ і $\mathbf{C} = (c_1, c_2, ..., c_q)$ - вектори параметрів функцій належності нечітких термів в (6); N — кількість правил в базі знань (2); q — загальна кількість термів a_i^{jp}; F — оператор зв'язку «входи - вихід», який відповідає (3)–(7).

Згідно [2–4] задача настройки нечіткої моделі ставиться як пошук такого вектора $(\mathbf{W}, \mathbf{B}, \mathbf{C})$, який забезпечує:

— для об'єкта з дискретним виходом

$$\frac{1}{M}\sum_{r=1}^{M}\sqrt{\sum_{j=1}^{m}\left[\mu^{d_j}(\mathbf{X}^r, \mathbf{W}, \mathbf{B}, \mathbf{C}) - \mu^{d_j}(y^r)\right]^2} \to \min, \qquad (9)$$

де $\mu^{d_j}(y^r) = \begin{cases} 1, & d_j = y^r; \\ 0, & d_j \neq y^r; \end{cases}$

— для об'єкта з неперервним виходом

$$\frac{1}{M}\sqrt{\sum_{r=1}^{M}\left[F(\mathbf{X}^r, \mathbf{W}, \mathbf{B}, \mathbf{C}) - y^r\right]^2} \to \min. \qquad (10)$$

Задачі оптимізації (9) і (10) будемо розв'язувати за допомогою генетичних алгоритмів, які добре зарекомендували себе у разі настройки прикладних нечітких моделей [3].

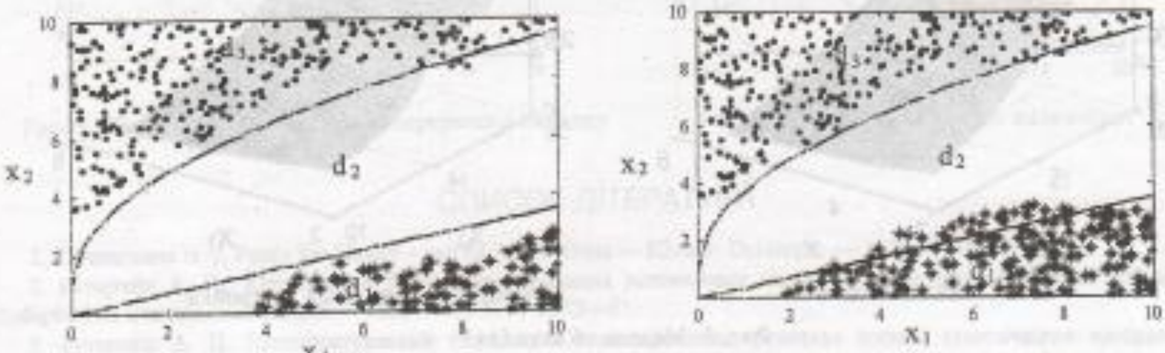
3. Комп'ютерні експерименти

Експеримент 1. Об'єкт з дискретним виходом

Розглядається об'єкт з двома входами $x_1 \in [0\ 10]$ і $x_2 \in [0\ 10]$ і одним виходом y, який може приймати одне з трьох дискретних значень $\{d_1, d_2, d_3\}$ у відповідності з вирішувальною функції:

$$y = \begin{cases} d_1, & \text{якщо } x_2 < 0,35\,x_1; \\ d_2, & \text{якщо } 0,35\,x_1 < x_2 < 0,27\sqrt{x_1} + 1; \\ d_3, & \text{якщо } x_2 > 0,27\sqrt{x_1} + 1. \end{cases}$$

Графічне зображення відповідних розділювальних функцій показано на рис. 2а. В результаті візуального спостереження була згенерована база знань нечіткої моделі об'єкта, яка показана в табл. 1. Для лінгвістичної оцінки вхідних змінних використовується єдина шкала лінгвістичних термів {"Низький (Н)", "Нижче середнього (НС)", "Вище середнього (ВС)", "Високий (В)"}. Результати класифікації за початковою нечіткою моделлю показані на рис. 2б.



а) початкова модель

б) модель після настройки

Рис. 2. Результати класифікації по нечіткій моделі ($\bullet - d_1$, $+ - d_2$, $* - d_3$)

Таблиця 1

База знань для дискретного випадку

x_1	x_2	d	w
В	Н	d1	0,563
ВС	Н	d1	0,621
НС	НС	d2	0,816
В	ВС	d2	0,849
ВС	НС	d2	0,59
ВС	ВС	d2	0,784
Н	ВС	d3	0,822
НС	В	d3	0,946
ВС	В	d3	0,883

Таблиця 2

Фрагмент навчальної вибірки для дискретного випадку

x_1	x_2	D
7,2	Н	d1
В	2,6	d1
Н	0	d1
ВС	6,5	d2
ВС	НС	d2
В	8	d2
В	В	d3
2,2	ВС	d3
Н	В	d3

Настройка моделі проводилася з використанням нечіткої навчальної вибірки, фрагмент якої показано в табл. 2. Динаміка навчання моделі (рис. 3) обчислювалася за допомогою критерію (9) на тестувальній вибірці, яка складається з 1000 пар експериментальних даних «входи-вихід». Для порівняння на рис. 3 також показано динаміку навчання у випадку чіткої навчальної вибірки. На рис. 2б показано результати класифікації нечіткої моделі після настройки. Функції належності цієї моделі і оптимальні ваги правил показано на рис. 4 і в табл. 1, відповідно.

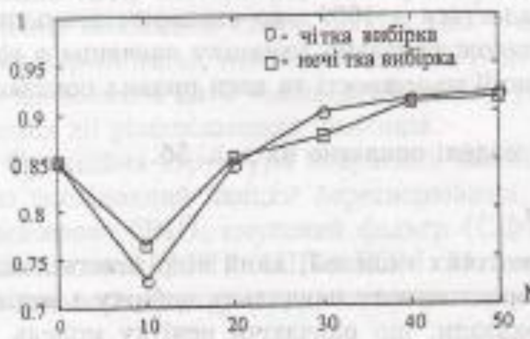


Рис. 3. Динаміка навчання для дискретного випадку

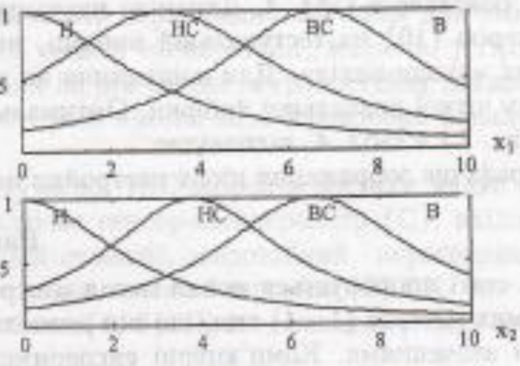
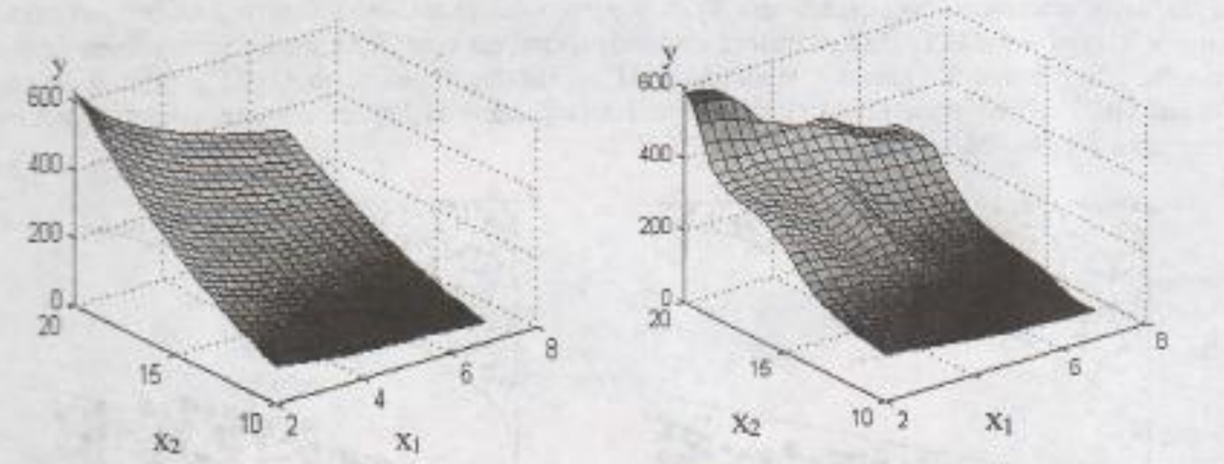


Рис. 4. Оптимальні функції належності



а) еталона модель

б) нечітка модель після настройки

Рис. 5. Модель об'єкта (11)

Експеримент 2. Об'єкт з неперервним виходом

Розглядається об'єкт з двома входами $x_1 \in [2\ 7]$ і $x_2 \in [10\ 20]$ і одним виходом $y \in [0\ 633]$, який заданий залежністю:

$$y = \frac{x_1 + x_2^3}{2\sqrt{x_1 x_2}}. \tag{11}$$

Графічне зображення цієї залежності показане на рис. 5а. По цьому зображенню була згенерована нечітка база знань, яка показана в табл. 3. Для лінгвістичної оцінки вхідних і вихідної змінних використовується терм-множина {"Низький (Н)", "Нижче середнього (НС)", "Середній (С)", "Вище середнього (ВС)", "Високий (В)"}.

Таблиця 3

База знань для неперервного випадку

x_1	x_2	y	w
Н	Н	НС	0,1
Н	ВС	В	0,882
ВС	Н	НС	0,221
ВС	ВС	С	0,915
НС	ВС	С	0,546
С	С	НС	0,488
С	НС	НС	0,352
Н	ВС	ВС	0,253
НС	ВС	ВС	0,155

Таблиця 4

Фрагмент навчальної вибірки для неперервного випадку

x_1	x_2	y
НС	18,54	353,89
Н	16,88	349,21
5,97	ВС	255,79
2,77	В	491,10
В	18,16	268,24
3,16	Н	97,62
С	19,79	403,71
Н	14,57	263,44
5,47	С	168,44

Настройка моделі проводилася з використанням нечіткої навчальної вибірки, фрагмент якої показано в табл. 4. Динаміка навчання моделі (рис. 6) обчислювалася за допомогою критерію (10) на тестувальній вибірці, яка складається з 1000 пар експериментальних даних «входи-вихід». Для порівняння на рис. 6 також показано динаміку навчання в випадку чіткої навчальної вибірки. Оптимальні функції належності та ваги правил показані на рис. 7 і в табл. 4, відповідно.

Графічне зображення після настройки нечіткої моделі показано на рис. 5б.

Висновки

В статі пропонується новий метод настройки нечітких моделей, який відрізняється від відомих методів [1—4] тим, що він дозволяє використовувати навчальну вибірку з нечіткими значеннями. Комп'ютерні експерименти показали, що навчаючи нечітку модель з використанням нечіткої навчальної вибірки можна досягати результатів, які майже не відрізняються від ідентифікації з використанням чіткої навчальної вибірки.

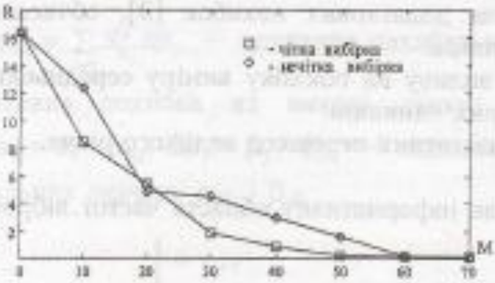


Рис. 6. Динаміка навчання для неперервного випадку

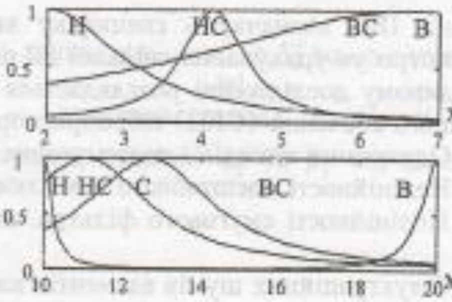


Рис. 7. Оптимальні функції належності

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Zimmermann H.-J. Fuzzy Set Theory – and its Applications.— Kluwer: Dordrecht. — 1991. — 315p.

2. Ротштейн А. П., Кательников Д. И. Идентификация нелинейных зависимостей нечеткими базами знаний // Кибернетика и системный анализ. — 1998. — № 5. — С. 53—61.

3. Ротштейн А. П. Интеллектуальные технологии идентификации: нечеткая логика, генетические алгоритмы, нейронные сети. Винница: Універсум-Вінниця, 1999.

4. Ротштейн А. П., Штовба С. Д. Прогнозирование надежности алгоритмических процессов при нечетких исходных данных // Кибернетика и системный анализ. — 1998. — № 4. — С. 85—93.

Штовба Сергій Дмитрович — доцент кафедри комп'ютерних систем управління.

Вінницький державний технічний університет;

Ротштейн Олександр Петрович – професор.

Єрусалимський політехнічний інститут, Ізраїль;

Козачко Олексій Миколайович — студент факультету автоматики та комп'ютерних систем управління.

Вінницький державний технічний університет