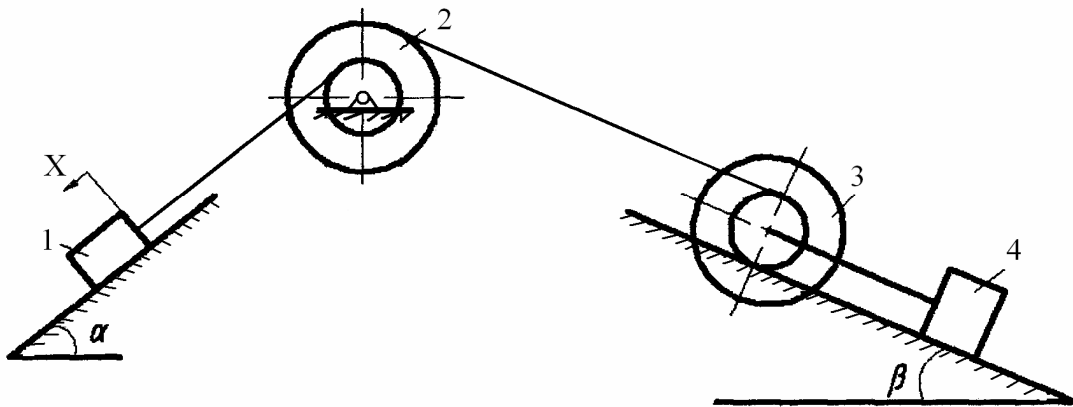


В. О. Приятельчук, В. І. Риндюк, В. О. Федотов



**ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА  
АНАЛІТИЧНА МЕХАНІКА**

**Розрахунково-графічні та контрольні завдання**



Міністерство освіти і науки України  
Вінницький національний технічний університет

**В. О. Приятельчук, В. І. Риндюк, В. О. Федотов**

**Теоретична механіка. Аналітична механіка**  
Розрахунково-графічні та контрольні завдання

**Навчальний посібник**

Вінниця  
ВНТУ  
2011

УДК 531 (075)  
ББК 22.213я73  
П77

Рекомендовано до видання Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 6 від 29.01.2009 р.)

Рецензенти :

**В. Ф. Анісімов**, доктор технічних наук, професор

**І. О. Сивак**, доктор технічних наук, професор

**В. І. Савуляк**, доктор технічних наук, професор

**Приятельчук В.О.**

П77 Теоретична механіка. Аналітична механіка. Розрахунково – графічні та контрольні завдання: навчальний посібник / В. О. Приятельчук, В. І. Риндюк, В. О. Федотов. – Вінниця: ВНТУ, 2011. – 71с.

В посібнику наведені п'ять завдань з розділу теоретичної механіки: Аналітична механіка. Кожне із завдань розв'язується відповідно за допомогою методу кінетостатики, принципу можливих переміщень, загального рівняння динаміки та рівняння Лагранжа другого роду. Кожне завдання має триста варіантів з прикладом виконання. Рекомендується для студентів денної та заочної форм навчання.

**УДК531 (075)**  
**ББК 22.21я73**

## Зміст

|   |   |    |
|---|---|----|
| 1 | Порядок та основні вимоги до виконання роботи .....   | 4  |
| 2 | Розрахунково-графічні та контрольні завдання.....   | 5  |
|   | АМ1 Використання принципу Д'Аламбера для визначення<br>реакцій в'язей.....  | 5  |
|   | 2.1 Приклад виконання завдання .....  | 6  |
|   | АМ2 Використання принципу Д'Аламбера для визначення<br>реакцій в'язей балки.....  | 16 |
|   | 2.2 Приклад виконання завдання .....  | 22 |
|   | АМ3 Використання принципу можливих переміщень до механічної<br>системи з одним ступенем вільності .....                             | 26 |
|   | 3.1 Приклад виконання завдання .....  | 32 |
|   | АМ4 Дослідження руху механічної системи за допомогою<br>загального рівняння динаміки .....  | 36 |
|   | 4.1 Приклад виконання завдання .....  | 42 |
|   | АМ5 Використання рівняння Лагранжа другого роду для<br>дослідження руху матеріальної системи з однією ступеню вільності.....        | 47 |
|   | 5.1 Приклад виконання завдання .....  | 48 |
|   | АМ6 Використання рівняння Лагранжа другого роду для.....<br>дослідження руху матеріальної системи з двома ступенями вільності ..... | 56 |
|   | 6.1 Приклад виконання завдання .....  | 57 |
|   | Словник найбільш вживаних термінів.....   | 68 |
|   | Література.....   | 70 |

## 1 ПОРЯДОК ТА ОСНОВНІ ВИМОГИ ДО ВИКОНАННЯ РОБОТИ

З розділу „Аналітична механіка” студенти виконують одну розрахунково-графічну або контрольну роботу. Студенти вибирають варіант схеми (рисунок) за двома останніми цифрами (шифр) залікової книжки з таблиці 1, а дані для розрахунку – за останньою цифрою шифру.

Таблиця 1

| Дві останні цифри шифру | Варіант |
|-------------------------|---------|
| 01, 31, 61, 91,         | 1       |
| 02, 32, 62, 92,         | 2       |
| .....                   | ...     |
| 29, 59, 89,             | 29      |
| 30, 60, 90,             | 30      |

Студенти денної форми навчання оформляють розрахунково-графічне завдання відповідно до діючих стандартів ЄСКД (ГОСТ 2.105–95) або (ДСТУ3008–95).

Студенти заочної форми навчання можуть виконувати завдання в зошитах. На титульній сторінці зошита вказується номер контрольної роботи, назва дисципліни, прізвище та ініціали студента, шифр, факультет, назва академічної групи і домашня адреса.

Розв’язання кожної задачі потрібно починати на розвороті зошита (з лівої сторони) так, щоб розрахункова схема та формули, складені за нею, находилися поряд. На початку сторінки пишеться номер завдання, варіант і наводиться коротка умова задачі (що відомо та що потрібно знайти). Розрахункові схеми (рисунок) виконуються за допомогою креслярських приладів або комп’ютера. Розрахунки потрібно супроводжувати короткими поясненнями. На кожній сторінці залишаються поля для зауважень рецензента. Якщо робота подається на повторну перевірку після виправлення помилок (при виконанні її в другому зошиті) обов’язково прикладається незарахована робота.

Після зарахування усіх задач студент повинен до іспиту захистити контрольну роботу. Графік захисту планується деканатом. Пояснення до розв’язування дається стисло у вигляді простих речень.

## 2 РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНІ ТА КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ

### АМ1 Використання принципу Д'Аламбера для визначення реакцій в'язей

Визначити реакції зовнішніх в'язей механічної системи в довільний момент часу, яка складається з двох тіл масою  $m_1$  і  $m_2$  рис.АМ1.5 - АМ1.8 (у варіантах 6, 7, 8 і 20  $m_2$  - точкова маса).

Система приводиться в рух під дією пари сил з моментом  $M$ , а при відсутності моменту в умові задачі (табл.АМ1.1) задається кутова швидкість  $\omega$ .

Таблиця АМ1.1

| Варіант | $m_1$ | $m_2$ | $l$ | $R$ | $M$ | $\omega$ |
|---------|-------|-------|-----|-----|-----|----------|
|         | кг    |       | м   |     | Нм  | рад/с    |
| 1       | 20    | 5     | 0,6 | 0,3 | 1   | -        |
| 2       | 25    | 10    | 0,5 | 0,2 | 0   | -        |
| 3       | 30    | 6     | 0,8 | 0,3 | -   | 3,0      |
| 4       | 35    | 7     | 0,8 | 0,4 | 2   | -        |
| 5       | 20    | 4     | 0,6 | 0,2 | 2   | -        |
| 6       | 25    | 6     | 0,7 | 0,3 | -   | 2,0      |
| 7       | 20    | 8     | 0,4 | 0,2 | 1   | 5,0      |
| 8       | 40    | 9     | 0,9 | 0,4 | 3   | -        |
| 9       | 20    | 10    | 0,6 | 0,2 | 1   | -        |
| 10      | 45    | 15    | 1,0 | 0,3 | 4   | -        |

$l$  – відповідні довжини елементів фігур на рисунках;

$R$  – радіуси елементів фігур на рисунках.

#### 1.1 Приклад виконання завдання

$$\text{Дано: } m_1 = \frac{P}{g}; \quad m_2 = \frac{2P}{g}; \quad l_1 = l; \quad \omega = \text{const.}$$

Схема системи і необхідні розміри наведені на рисунку АМ1.1.

Знайти: а) реакцію шарніра А;

б) додатковий динамічний тиск в підшипниках при умові, що стержень 1 відхилений від осі обертання на кут  $\alpha$ .

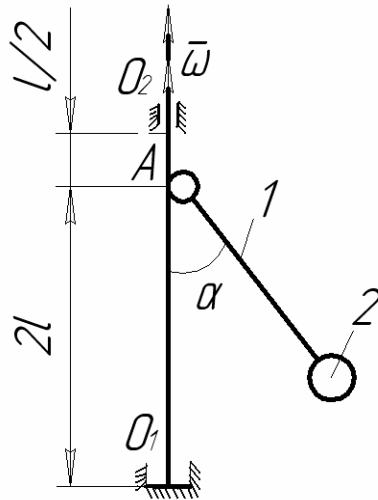


Рисунок АМ1.1

**Розв'язання.** Для визначення реакції в'язей використаємо принцип Д'Аламбера. Оскільки  $\omega = const$ , розглянемо тільки відцентрові сили інерції частинок стержня 1 та силу інерції точкового вантажу 2. Відомо, що головний вектор сил інерції точок тіла, що звершує обертальний рух, визначаємо за формулою:

$$\Phi = m a_c,$$

де  $m$  - маса тіла,

$a_c$  - прискорення центра ваги тіла.

Рівнодійна сил інерції точок тіла дорівнює їх головному вектору. Тому рівнодійна сил інерції точок стержня

$$\Phi_1 = m_1 a_c = m_1 \omega^2 \frac{l}{2} \sin \alpha = \frac{P}{g} \omega^2 \frac{l}{2} \sin \alpha. \quad (1.1)$$

Для точкового вантажу 2

$$\Phi_2 = \frac{2P}{g} \omega^2 l \sin \alpha. \quad (1.2)$$

Для визначення реакцій опор необхідно знати точку прикладання сили  $\Phi_1$ . Оскільки сума моментів паралельних сил інерції точок стержня відносно точки А дорівнює моменту рівнодійної цих сил, то