УДК 681.52.003

С.В. Бевз, С.М. Бурбело

КРИТЕРІАЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В ЗАДАЧАХ ПРОГНОЗУВАННЯ

Нині у зв'язку з реформуванням в різних галузях народного господарства та зважаючи на складну економічну ситуацію, в яку, на жаль, потрапили окремі підприємства, значною мірою збільшилась необхідність у науковому прогнозуванні. На сьогодні розроблено чимало методів прогнозування, проте жоден з них не є універсальним. Досить регулярною стала вимога точності прогнозних моделей. Така тенденція невипадкова, адже в ринкових умовах як завищення, так і заниження прогнозу неодмінно приводить до фінансового збитку. Розробка нових методів ведеться в напрямку ускладнення алгоритмів базових методів або поєднання кількох простих методів в одному з метою підвищення точності прогнозних результатів. З цією ж метою проводиться побудова багатофакторних моделей, у яких враховується вплив факторів різної природи на характер зміни процесу, оскільки врахування хоча б найбільш визначальних з них дозволяє значно підвищити ефективність прогнозу.

У статті пропонується підхід, в основу якого покладена апроксимація степеневого полінома:

$$y = \sum_{i=1}^{m} A_i \prod_{j=1}^{n} x_j^{\alpha_{ji}} \quad , \qquad (1)$$

де $y(x)$ — деякий узагальнений техніко-економічний показник; A_i, α_{ji} — сталі коефіцієнти, які визначаються властивостями системи; x_j — змінні параметри системи; m — кількість членів цільової функції; n — кількість змінних.

Друга теорема подібності (π-теорема) [1] стверджує: будь-яке повне рівняння фізичного процесу, що записане у визначеній системі одиниць, може бути подане у вигляді залежності між критеріями подібності π, тобто рівнянням, що зв'язує безрозмірні величини, отримані із параметрів, які беруть безпосередню участь у процесі.

Перетворивши вихідну модель (1) до критеріальної (безрозмірної) форми запису, отримаємо:

$$y_* = \sum_{i=1}^{m} \pi_i \prod_{j=1}^{n} x_{j*}^{\alpha_{ji}} , \tag{2}$$

де $y_* = \dfrac{y}{y_б}$; $x_{j*} = \dfrac{x_j}{x_{jб}}$ — відносні значення контрольованих параметрів системи; $\pi_i = \dfrac{A_i}{y_б} \prod_{j=1}^{n} x_j^{\alpha_{ji}}$ — критерії подібності моделі. За базис $\left(x_{jб},\ y_б \right)$ можуть бути прийняті значення будь-якої точки ретроспективних даних.

Залежності (1), (2) передбачають за своєю формою побудову як адитивної, так і мультиплікативної моделі. Проте перевагу слід віддати першій, оскільки в ній взаємовпливи змінних параметрів системи дещо згладжуються ваговими коефіцієнтами π_i, а також, зважаючи на те, що вона не зумовлює додаткової нелінійності в доданках моделі, що сприяє підвищенню точності прогнозу.

Слід зауважити, що значення критеріїв подібності π_i повинні задовольняти умову нормування [2]:

$$\sum_{i=1}^{m} \pi_i = 1 \ . \tag{3}$$

Рівняння (2) і (3) можуть бути використані для визначення параметрів критеріальної залежності. Для цього складається система нелінійних рівнянь:

$$\begin{cases} y_{s*} = \sum_{i=1}^{m} \pi_i \prod_{j=1}^{n} x_{js*}^{\alpha_{ji}}, \quad s = \overline{2, r}; \\ 1 = \sum_{i=1}^{m} \pi_i, \end{cases} \tag{4}$$

де r — кількість невідомих параметрів.

Рівняння (2) може бути використане для прогнозування згідно з виразом:

$$y_k = y_1 \sum_{i=1}^{m} \pi_i \prod_{j=1}^{n} x_{jk*}^{\alpha_{ji}}. \tag{5}$$

Принагідно відзначимо такі специфікатори багатофакторної моделі як точність прогнозованого результату, гнучкість обчислювального алгоритму, його швидка адаптація до значних коливань процесу. Таким чином, багатофакторна модель є надійною навіть у випадку нестаціонарності тренду, що зумовлюється особливостями окремих об'єктів. Однак з ростом числа врахованих факторів впливу дещо збільшується число елементів навчаючої вибірки, при цьому ускладнюється розв'язок, що уповільнює швидкодію алгоритму. Проте синкритична єдність іманентних властивостей багатофакторної моделі видається цілком природним явищем. Адже закономірності процесу, що розвивається під впливом більшої кількості факторів, повинен визначатися більш складними за формою рівняннями, менш генералізованими, оскільки в них відображено більш індивідуальні властивості. Як видно з вищесказаного, найбільш продуктивною виявляється модель, яка відслідковує найсуттєвіші риси явища, а другорядні подробиці при цьому моделлю не відтворюються.

Традиційно для прогнозування процесу за наявного чітко вираженого тренду досить ефективно використовуються однофакторні моделі, які будуються на основі екстраполяційних методів і відзначаються алгоритмічною простотою і достатньою ефективністю.

У найпростішому випадку як апроксимуючу залежність використовують многочлени першого та другого порядків. Однак такі моделі через незмінність показників степеня не можуть адекватно відображати динаміку зміни процесу і не завжди задовольняють вимоги точності та ефективності прогнозу. Тому доцільно спинитися на побудові моделі проміжного порядку, прогноз згідно з якою буде більш наближеним до реального тренду.

Математична модель у даному випадку матиме вигляд:

$$y = \sum_{i=1}^{m} A_i x^{\alpha_i} , \tag{6}$$

де A_i, α_i $i = \overline{1,m}$ — постійні коефіцієнти; x — змінний параметр прогностичної моделі.

Для ефективного розрахунку параметрів моделі та для обчислення прогнозних значень пропонується користуватись критеріальною формою запису рівняння (6):

$$y_* = \sum_{i=1}^{m} \pi_i x_*^{\alpha_i} . \tag{7}$$

де y_*, x_* — відносні відхилення від базисного значення. У цьому разі за базис доцільно приймати першу точку, крім того, якщо досліджуваний проміжок часу розбитий на інтервали однакової довжини, то початкове значення абсциси і крок випередження рекомендується приймати рівними одиниці.

Скориставшись (3), (7) для визначення невідомих параметрів критеріальної залежності, складаємо систему, аналогічну (4):

$$\begin{cases} y_{s*} = \sum_{i=1}^{m} \pi_i \cdot s^{\alpha_i} , \quad s = \overline{2,r} ; \\ 1 = \sum_{i=1}^{m} \pi_i , \end{cases} \tag{8}$$

Розв'язок системи рівнянь (8) можна отримати за допомогою одного з методів наближеного розв'язку системи нелінійних рівнянь, а саме:

методу Ньютона, методу простої ітерації, методу Зейделя або приведеного градієнта.

Для полегшення алгоритмізації розв'язання системи нелінійних рівнянь введемо заміну змінної: $\beta_k = 2^{\alpha_k}$, тоді $s^{\alpha_k} = \left(\beta_k\right)^{\left(ln\,s/ln2\right)}$.

Система (8) запишеться наступним чином:

$$\begin{cases} y_{s*} = \sum_{i=1}^{m} \pi_i \cdot \beta_i^{\left(ln\,s/ln2\right)}, \quad s = \overline{2,r}\,; \\ 1 = \sum_{i=1}^{m} \pi_i\,. \end{cases} \tag{9}$$

Розв'язавши систему нелінійних рівнянь (8) або (9), можна безпосередньо перейти до прогнозування за допомогою критеріальної залежності:

$$y_k = y_1 \cdot \sum_{i=1}^{m} \pi_i \left(\frac{x_k}{x_1}\right)^{\alpha_i} . \tag{10}$$

Важливо відзначити, що отримати прогнозовані значення можна на будь-який інтервал випередження. Крім того, даний метод дозволяє отримати прогноз навіть за умови неповноти інформації про модель. Коефіцієнти A_i можуть залишатись невідомими, в той час як обчислюються прогнозовані значення на майбутні проміжки часу за цією моделлю.

У випадку необхідності детермінізації всіх коефіцієнтів моделі доцільно скористатись методом найменших квадратів (МНК). У цьому разі спрогнозовані значення отримуються за допомогою екстраполяції вихідної моделі.

На рис.1. показано алгоритм розрахунку прогнозованих значень за методом критеріального прогнозування. У ньому виділено три основні блоки: 1 — введення вихідної інформації (ретроспективних даних), формування прогнозної моделі, розв’язання системи нелінійних рівнянь для знаходження коефіцієнтів π_i, α_i; 2 — прогнозування за допомогою критеріальної залежності (10); 3 — визначення коефіцієнтів A_i, прогнозування за допомогою моделі (6).

Висновки

1. Розглянуті можливості використання критеріального моделювання в задачах прогнозування.

2. Розроблено метод критеріального прогнозування. Згідно з проведеним аналізом відзначимо його основні переваги:

♦ запропоновано модель апроксимуючої залежності, показники степеня якої вираховуються за ретроспективними даними і можуть бути як цілими, так і дробовими, що максимально наближає прогнозований процес до реального, забезпечуючи високу точність;

♦ число членів полінома може бути довільним і вибирається залежно від вимог до точності очікуваних результатів та наявності ретроспективних даних;

♦ за допомогою даного методу можна отримати прогноз навіть за умови неповноти інформації про модель (при невідомих коефіцієнтах апроксимуючої залежності A_i);

♦ оскільки в моделі використовується критеріальна (безрозмірна) форма запису, то враховуються лише відносні відхилення параметрів процесу;

♦ метод критеріального прогнозування дозволяє отримати прогноз двома шляхами: за критеріальною моделлю і за допомогою апроксимуючої залежності. У другому випадку для визначення необхідних параметрів апроксимуючої моделі можна скористатись МНК. Але слід зауважити, прогнозування в першому випадку відрізняється вищою точністю, простотою отримання прогнозних результатів, кращою гнучкістю алгоритму і, зрештою, не містить громіздких обчислень, що забезпечує ефективне використання машинного часу;

♦ запропонований метод прогнозування поряд з однофакторними моделями передбачає використання багатофакторних, що дає можливість врахування багатьох різних факторів, які впливають на динаміку процесу. Це збільшує точність прогнозованих результатів, хоча при цьому дещо збільшується число елементів навчаючої вибірки.

3. Розроблено програмне забезпечення, що дозволяє реалізувати запропоновані підходи та підтверджує їх працездатність і ефективність.

Література

Вен

иков В.А. Теория подобия и моделирования. - М.: Вышая школа, 1976. - 480 с.

Аст

ахов Ю.Н., Лежнюк П.Д. Применение критериального метода в электроэнергетике. - К.: УМК ВО, 1989. - 140 с.

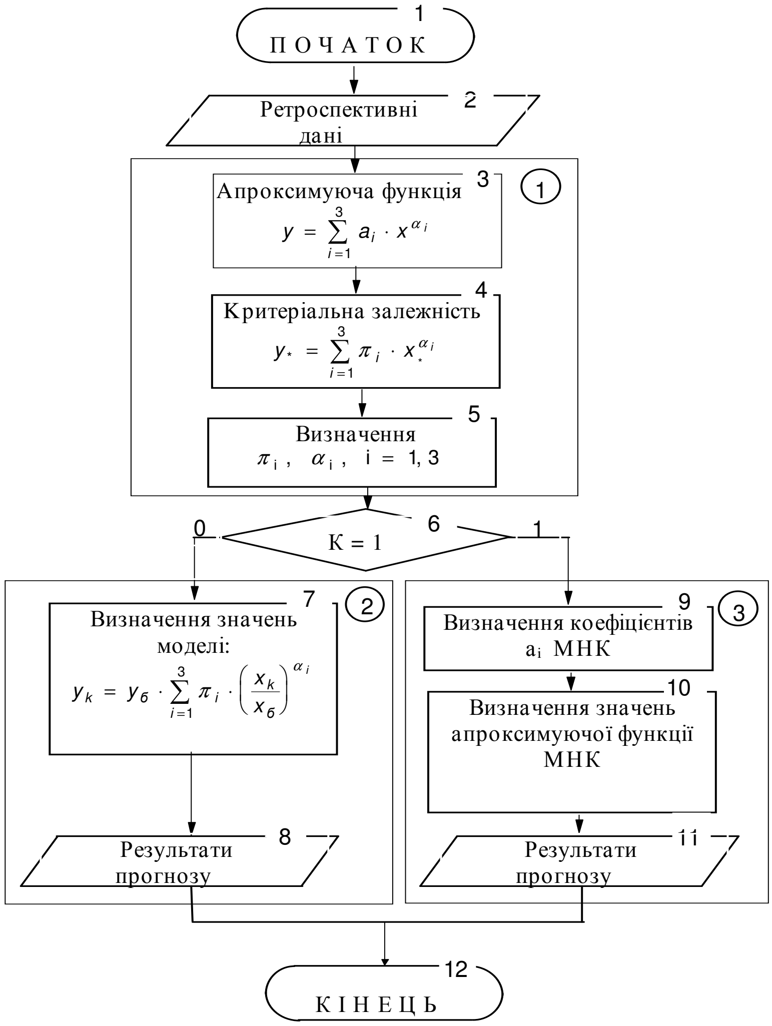

Рис. 1. Алгоритм розрахунку параметрів моделі та визначення прогнозованих значень за методом критеріального прогнозування.