УДК 618.315

Світлана Бевз, Вікторія Войтко, Юрій Томашевський (Україна, Вінниця)

РЕАЛІЗАЦІЯ ПРИНЦИПУ ВКЛАДЕНИХ МАТРИЦЬ В ТЕОРІЇ НАДІЙНОСТІ

Аналізуючи перспективи використання імовірнісних методів матричного аналізу [1] в розрахунках складних структурних схем надійності, розглянемо граф мережі розподіленого резервування (див. рис. 1) з матрицею безпосередніх зв'язків, яка є симетричною відносно головної діагоналі квадратною матрицею з одиничними діагональними елементами, та елементами, що складають булеві функції прямого з'єднання між вузлами схеми. Відмови кожного блоку схеми є незалежними подіями, які виключають можливість проходження сигналу між відповідними вузлами схеми [2].

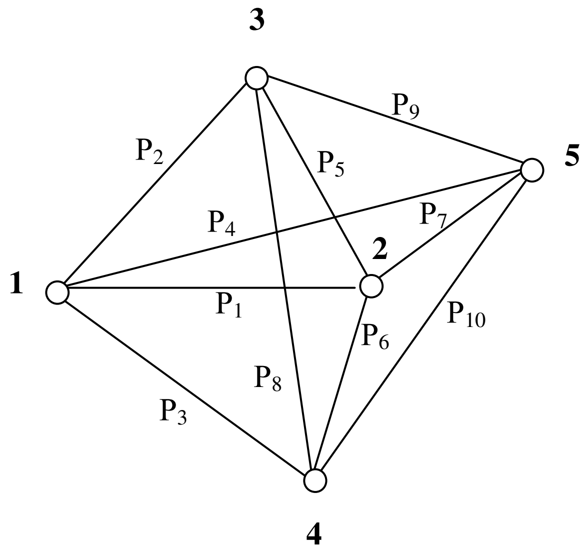

Рисунок 1 – Графічна схема взаємозв'язків.

Для реалізації принципу вкладених матриць розіб'ємо матрицю взаємозв'язків на блоки наступним чином:

$$\begin{array}{c} \\ 1\\2\\3\\4\\5 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccc|cc} 1 & P_1 & P_2 & P_3 & P_4 \\ P_1 & 1 & P_5 & P_6 & P_7 \\ P_2 & P_5 & 1 & P_8 & P_9 \\ \hline P_3 & P_6 & P_8 & 1 & P_{10} \\ P_4 & P_7 & P_9 & P_{10} & 1 \end{array}\right] \end{array},$$

тоді дана матриця запишеться у вигляді блочної: $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$,

де $A=\begin{bmatrix} 1 & P_1 & P_2 \\ P_1 & 1 & P_5 \\ P_2 & P_5 & 1 \end{bmatrix}$; $B=\begin{bmatrix} P_3 & P_4 \\ P_6 & P_7 \\ P_8 & P_9 \end{bmatrix}$;

$C=\begin{bmatrix} P_3 & P_6 & P_8 \\ P_4 & P_7 & P_9 \end{bmatrix}$; $D=\begin{bmatrix} 1 & P_{10} \\ P_{10} & 1 \end{bmatrix}$.

Проведемо процедуру розгортання узагальненої матриці взаємозв'язків, розпочавши з симетричної субматриці (блок D), ключовим елементом якої є імовірність безвідмовної роботи десятої вітки графа схеми (вітка між вузлами 4, 5): $\begin{bmatrix} 1 & P_{10} \\ P_{10} & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} P_8 \\ P_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_8 + P_9 P_{10} \\ P_9 + P_8 P_{10} \end{bmatrix}$.

Отриманий за результатами кон'юнкції вектор складає функціональні елементи першого рядка на порядок вищої субматриці взаємозв'язків, яка в свою чергу слугує для визначення елементів першого рядка субматриці наступного рівня:

$$\begin{bmatrix} 1 & P_8 + P_9 P_{10} & P_9 + P_8 P_{10} \\ P_8 + P_9 P_{10} & 1 & P_{10} + P_8 P_9 \\ P_9 + P_8 P_{10} & P_{10} + P_8 P_9 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} P_5 \\ P_6 \\ P_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_5 + P_6 (P_8 + P_9 P_{10}) + P_7 (P_9 + P_8 P_{10}) \\ P_6 + P_5 (P_8 + P_9 P_{10}) + P_7 (P_{10} + P_8 P_9) \\ P_7 + P_6 (P_{10} + P_8 P_9) + P_5 (P_9 + P_8 P_{10}) \end{bmatrix}$$

Повне значення імовірності безвідмовної роботи першого блоку структурної схеми надійності (вітка графа між вузлами 1 і 2 на рис. 1):

$$P_1 + \begin{bmatrix} P_5 + P_6 (P_8 + P_9 P_{10}) \\ + P_7 (P_9 + P_8 P_{10}) \end{bmatrix} \cdot P_2 + \begin{bmatrix} P_6 + P_5 (P_8 + P_9 P_{10}) \\ + P_7 (P_{10} + P_8 P_9) \end{bmatrix} \cdot P_3 + \begin{bmatrix} P_7 + P_6 (P_{10} + P_8 P_9) \\ + P_5 (P_9 + P_8 P_{10}) \end{bmatrix} \cdot P_4$$

Запропоновано принцип вкладених матриць для задач надійності складних структурних схем, який виявляє імплікативні зв'язки імовірнісних елементів матриць даного класу.

Література

1. Сигорский В.П. Математический аппарат инженера. – К.: Техника, 1975. – 768 с.

2. Бевз С.В., Войтко В.В., Лапко В.С. Спрощення структурних схем надійності методом еквівалентних перетворень// Вісник ВПІ. – № 6. – 2003. – С. 298-303.