

АНАЛІЗ МЕТОДІВ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ТЕПЛОВОЛОГОЇ ПЕРЕДАЧІ ЧЕРЕЗ БАГАТОШАРОВІ ЗАХИСНІ КОНСТРУКЦІЇ

Г.С. Ратушняк, К.В. Анохіна

Вступ

В нашій державі приділяється суттєва увага впровадженню іноваційних енергозберігаючих технологій в житлово-цивільному будівництві. Це обумовлено тим, що Україна тільки на 43% може забезпечити потреби в паливі за рахунок своїх національних ресурсів [1]. Проблема державного регулювання енергопостачання в капітальному будівництві України передбачає докорінну зміну стратегічних і тактичних методів енергозбереження в галузі. Одною з основних задач є зміна нормативної бази з метою підвищення теплозахисних якостей будівель, що направлено на проектування нових й реконструкцію існуючих захисних конструкцій будівель з енергозберігаючими теплофізичними параметрами. Ефективними енергозберігаючими конструкціями є багатошарові захисні конструкції. Але на теперішній час не достатньо досліджені їх теплофізичні параметри та відсутня науково обґрунтована методика моделювання тепловологої передачі в приміщеннях. Це стримує використання енергозберігаючих багатошарових захисних конструкцій в будівництві.

Основна частина

У загальному випадку захисні конструкції є неоднорідними і можуть містити вентилявані або замкнуті повітряні прошарки, а також джерела тепла. При визначенні математичної моделі теплопередачі через захисну конструкцію вважають, що [2]:

- теплотехнічні характеристики матеріалів шарів не залежать від вологості і температури матеріалу;
- вплив укосів віконного отвору, стиків, зовнішніх кутів, теплопровідних включень на деформацію температурного поля огороження корегується за допомогою введення еквівалентних теплотехнічних показників, так що температурне поле конструкції можна вважати одновимірним;
- теплопередача через конструкцію відбувається за рахунок теплопровідності і фільтрації повітря;
- мають місце втрати (виділення) тепла, пов'язані із замерзанням (таненням) вологи в матеріалі.

Відомим методом математичного моделювання тепловологої передачі є метод, що ґрунтується на рішенні рівняння теплопровідності [2]. Адже опір теплопровідності є важливою енергозберігаючою характеристикою будівель. На підставі прийнятих допущень рівняння теплопровідності для захисних конструкцій з урахуванням теоретичних положень цього методу можна записати у вигляді:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \operatorname{div} \lambda \Delta T \pm C_R J_F \frac{\partial T}{\partial y} + Q_{\text{sou}}, \quad (1)$$

де

$$H = \int_0^T [c\rho + \delta(\xi - T^*) \cdot i_{\text{mel}} \omega \rho_\omega L] \cdot \partial \xi, \quad (2)$$

T^* - температура фазового переходу вода-лід, °С;

L - льодовитість матеріалу;

ω - вагова вологість матеріалу;

ρ_w - щільність води, кг/м³;
 i_{mel} - питома теплота фазового переходу, Дж/кг;
 $\delta(\zeta - T^*)$ - дельта-функція Дірака;
 J_F - витрата повітря через одиницю поверхні захисних конструкцій, кг/(м²·ч);
 Q_{sou} - питома потужність джерел тепла в захисних конструкціях, Вт/м³;
 C_R - питома теплоємність повітря, Дж/(кг·°C);
 C, ρ – відповідно питома теплоємність в Дж/(кг·°C) і щільність матеріалів шарів захисних конструкцій, кг/м³, при цьому:

$C \cdot \rho = C_H(y)\rho_H(y)$ при $T > T^*$ та $C \cdot \rho = C_L(y)\rho_L(y)$ при $T < T^*$ [3]

$$C(y)\rho(y), \lambda(y) = \begin{cases} C_1\rho_1, \lambda_1 & 0 \leq y \leq \delta_1 \\ C_2\rho_2, \lambda_2 & \delta_1 \leq y \leq \delta_2 \\ \dots & \dots \\ C_{n-1}\rho_{n-1}, \lambda_{n-1} & \delta_{n-2} \leq y \leq \delta_{n-1} \\ C_n\rho_n, \lambda_n & \delta_{n-1} \leq y \leq \delta_n \end{cases}, \quad (3)$$

$C_i\rho_i$ - добуток питомої теплоємності матеріалу шару захисних конструкцій, Дж/(кг·°C) на його щільність, кг/м³ ($i=1,2,3,\dots,n$);

λ_i – коефіцієнт теплопровідності матеріалу шару захисних конструкцій, Дж/(кг·°C); ($i=1,2,\dots,n$);

$\delta = \delta_n$ - товщина огороження, м;

δ_i – відстань від зовнішньої поверхні захисних конструкцій до кінця i -го шару, м, ($i=1,2,\dots,n$).

Недоліком цього методу є те, що при виведенні рівняння (1) був використаний метод математичного описання задач Стефана, суть якого полягає в тому, що границя розподілу фаз (вода-лід) не виділяється в окрему граничну умову, а «включається» в рівняння теплопровідності. Вплив виділення або поглинання тепла при фазовому переході враховується тільки додаванням до «дійсної» теплоємності додаткового члена

$$\delta(T - T^*) \cdot i_{mel} \omega \rho_R L. \quad (4)$$

Другим методом математичного моделювання тепловологої передачі є метод із визначенням фільтрації повітря [4]. Вплив фільтрації повітря через захисні конструкції на їх тепलोзахисні властивості досліджувався з кінця XIX століття. Перенесення теплоти через конструкцію при обліку поздовжньої фільтрації повітря можна розрахувати тільки чисельними методами. Внаслідок повітропроникності конструкції, а також різниці вологостей назовні і всередині будинку відбувається перенесення вологи через шари захисної конструкції в пароподібному стані.

Витрата повітря через захисну конструкцію:

$$M_i = \pm \iint_F \left\{ \frac{K_{F,i}}{(\Delta P_0)^{1/n}} |P_{h,o} \left(1 + \frac{g}{BT_0} (h-z) \right) \times \left[1 + \frac{V_0^2}{2BT_0} A(z, y, \alpha) - P_{h,R} \left(1 + \frac{g}{BT_0} (h-z) \phi(z) \right) \right]^{1/n}} \right\} dz dy \quad (5)$$

де $P_{h,o}$ – зовнішній статичний тиск на висоті h м, Па;

$P_{h,R}$ – внутрішній статичний тиск на висоті h м, Па.

Якщо повітря входить в приміщення, то $M_i > 0$, а коли виходить з приміщення, то $M_i < 0$.

Розрахунки за формулою (5) дають змогу визначати до якої ступені такі чинники як тиск, змінюються під дією вітру через поверхню захисних конструкцій, а температура повітря змінюється від висоти приміщення (якими, як правило, можна нехтувати) впливають на визначення кількості інфільтрованого повітря через захисні конструкції і отже, визначення тепловтрат і теплонадходжень приміщення.

Аналізуючи вище викладене, приходимо до наступного висновку: облік зміни вітрового тиску за площею захисної конструкції і зміни температури внутрішнього повітря по висоті приміщення приводить до точнішого визначення витрати повітря, що

фільтрується через огороження і отже, до правильнішого визначення втрат тепла на інфільтрацію. Практичне використання цього методу потребує значних експериментальних даних зміни вітрового тиску за площею огорожувальної конструкції.

Наступний метод математичного моделювання теплового передачі включає в себе визначення граничних умов на поверхні огорожуючої конструкції [5].

Гранична умова на внутрішній поверхні огорожуючої конструкції включає кількість тепла, що передається поверхнею за рахунок теплопровідності, кількість тепла, що сприймається поверхнею в результаті променевого і конвективного теплообміну, джерела тепла, обумовлене фазовими переходами, і має вигляд:

$$y=\delta \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial y} = h_c^{in}(T_{in.SF} - T_R) + \sum C_0 \varepsilon_{i-j} b_{i-j} (T_{in.SF} - T_j) \varphi_{i-j} - (1 - \rho_i)(E_i - I_i) - q_{RAD} - q_{Ph}^{in.SF}, \quad (6)$$

де $T_{in.SF}$, T_j , T_R – відповідно середня температура внутрішньої поверхні захисної конструкції при розгляданні внутрішньої поверхні j -ої захисної конструкції приміщення і внутрішнього повітря °С:

h_c^{in} – коефіцієнт конвективного теплообміну між внутрішньою поверхнею захисної конструкції і омиваючим її повітрям, Вт/(м·°С);

q_{RAD} – поверхнева потужність джерел тепла, обумовлена впливом променевого теплообміну між внутрішньою поверхнею захисної конструкції та джерелом тепла всередині приміщення, Вт/м²;

$q_{Ph}^{in.SF}$ – джерела тепла на поверхні, обумовлені фазовими переходами, Вт/м².

Перепишемо останнє рівняння як [6]:

$$y=\delta \quad -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} = h_R^{con}(T_R - T_R^{con}), \quad (7)$$

де $h_R^{con} = h_c^{in} + \sum C_0 \varepsilon_{i-j} b_{i-j} \varphi_{i-j}$, (8)

$$T_R^{con} = \frac{h_c^{in} T_R + \sum C_0 \varepsilon_{i-j} b_{i-j} \varphi_{i-j} T_j + (1 - \rho_i)(E_i - I_i) + q_{Ph}^{in.SF} + q_{RAD}}{h_R^{con}}. \quad (9)$$

Гранична умова на зовнішній поверхні захисної конструкції включає кількість тепла, що передається поверхневою теплопровідністю (q_T), кількість тепла, що сприймається поверхнею в результаті конвективного теплообміну із зовнішнім повітрям (q_c), променевого теплообміну з «оточенням» (q_{sur}), а також джерела тепла, які обумовлені сонячною радіацією, поглиненою поверхнею (q_{sol}), та фазовими переходами на поверхні ($q_{Ph}^{out.SF}$) і має вигляд

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial y} = q_c + q_{sur} + q_{sol} + q_{Ph}^{out.SF}. \quad (10)$$

Величину q_c (Вт/м²), розраховують за формулою:

$$q_c = h_c^{out}(T_{out.SF} - T_0), \quad (11)$$

де T_0 , $T_{out.SF}$ – відповідно температури зовнішнього повітря та зовнішньої поверхні захисної конструкції, °С;

h_c^{out} – коефіцієнт конвективного теплообміну між зовнішньою поверхнею захисної конструкції та потоком повітря, що омиває її, Вт/(м·°С).

Величину q_{sur} , Вт/м², можна розрахувати за формулою

$$\begin{aligned} q_{sur} = & C_0 \varepsilon_{SF-L} b_{SF-L} (T_{out.SF} - T_L) \varphi_{SF-L} + \\ & + C_0 \varepsilon_{SF-B} b_{SF-B} (T_{out.SF} - T_B) \varphi_{SF-B} + \\ & + C_0 \varepsilon_{SF-H} b_{SF-H} (T_{out.SF} - T_H) \varphi_{SF-H} \end{aligned}, \quad (12)$$

де ε_{SF-L} , ε_{SF-B} , ε_{SF-H} – приведені коефіцієнти випромінювання відповідно між захисною конструкцією і поверхнею землі, між захисною конструкцією та поблизу розташованими будівлями та спорудами, між огорожуючою конструкцією і «небом»;

φ_{SF-L} , φ_{SF-B} , φ_{SF-H} – коефіцієнти опромінення відповідно між захисною конструкцією та землею, між захисною конструкцією та поблизу розташованими будівлями та спорудами, між захисною конструкцією і «небом»;

T_L , T_B , T_H – температури відповідно поверхні землі, поблизу розташованих будівель та споруд, „неба”, °C;

b_{SF-L} , b_{SF-B} , b_{SF-H} – корегуючі коефіцієнти.

Розрахуємо величину q_{sol} Вт/м², згідно формули [7]:

$$q_{sol} = \rho J, \quad (13)$$

ρ – коефіцієнт поглинання загальної сонячної радіації матеріалом внутрішньої поверхні захисної конструкції;

J – загальна константа сонячної радіації на внутрішню поверхню, Вт/м².

Перепишемо рівняння (6) у вигляді:

$$y=0 \quad -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} = h_0^{con} (T_R - T_0^{con}), \quad (14)$$

в якому

$$h_0^{con} = h_c^{out} + C_0 (\varepsilon_{SF-L} b_{SF-L} \varphi_{SF-L} + \varepsilon_{SF-B} b_{SF-B} \varphi_{SF-B} + \varepsilon_{SF-H} b_{SF-H} \varphi_{SF-H}), \quad (15)$$

$$T_0^{con} = \frac{1}{h_0^{con}} [h_c^{out} T_0 + C_0 (\varepsilon_{SF-L} b_{SF-L} \varphi_{SF-L} T_L + \varepsilon_{SF-B} b_{SF-B} \varphi_{SF-B} T_B + \varepsilon_{SF-H} b_{SF-H} \varphi_{SF-H} T_H) + q_{sol} + q_{Ph}^{out.SF}].$$

Для визначення тепловологої передачі через багатошарові захисні конструкції цим методом необхідні значення багатьох коефіцієнтів, величини яких можуть змінюватись в значних межах, а це не дозволяє отримати шукані величини тепловологої передачі з необхідною достовірністю.

Математична модель теплового режиму приміщення є елементом системи більш високого порядку – теплового режиму будівлі. Зв'язками між цими елементами є теплообмін між приміщеннями, що відбувається, головним чином, за рахунок повітрообміну і теплопередачі через внутрішні огороження. Тому важливим методом математичного моделювання тепловологої передачі через багатошарові захисні конструкції є створення графа. Якщо вважати вершинами графа внутрішні огороження, а зв'язками (дугами) зовнішні огороження і внутрішнє повітря, то граф схеми фрагмента будівлі можна представити у вигляді рис. 1 [7].

Особливістю характеру взаємозв'язків між показниками теплового режиму приміщень при розгляді їх як елементів системи більш високого порядку – теплового режиму будівлі – є те, що тут мають місце направлені безперервні процеси. При цьому кінцеві, або «вихідні», показники k -го приміщення ($k=1, 2, \dots, n-1$; n – число приміщень) служать початковими, або „вхідними”, показниками для $(k+1)$ приміщення [18]. Дійсно, показники теплового режиму в першому приміщенні входять в граничні умови для внутрішнього огороження другого приміщення і т.д. Такий замкнений взаємозв'язок показників можна представити в векторно-матричній формі:

$$T_k = T_k [\Omega_k; T_k; (\Omega_k)]. \quad (16)$$

де T_k – сукупність залежних параметрів (наприклад, показників теплового режиму k -го приміщення):

Ω_k – сукупність незалежних параметрів (наприклад, теплотехнічних показників k -го приміщення і його багатошарових захисних конструкцій) та залежних параметрів для $(k-1)$ приміщення.

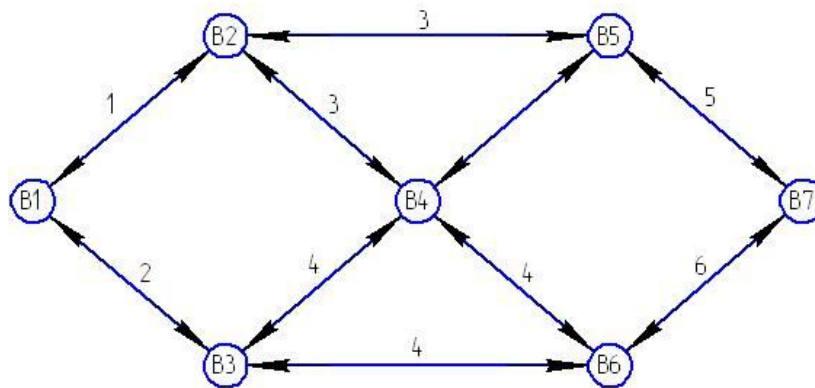


Рис. 1. Граф схеми фрагмента будівлі:

1, 2,..., 6 – дуги графа (зовнішні огороження плюс внутрішнє повітря)

Використання при математичному моделюванні тепловологої передачі через багатошарові захисні конструкції методу графів дозволяє визначати їх енергозберігаючі характеристики на системному рівні.

Висновки

1. Тепловий режим приміщення, математичні моделі елементів якого розглянуті, являє собою елемент системи більш високого порядку – теплового режиму будівлі. Зв'язками між цими елементами є теплообмін між приміщеннями, що відбувається, головним чином, за рахунок повітрообміну і теплопередачі через зовнішні захисні конструкції.
2. Систему елементів і зв'язків, що моделює тепловий режим будівлі з багатошаровими захисними конструкціями, можна представити у вигляді графа, в якому кожному приміщенню як єдиній теплоенергетичній системі відповідає вершина графа, а зв'язки між приміщеннями або із зовнішніми елементами – дуги графа. При цьому необхідно враховувати кількісні та якісні характеристики матеріалів багатошарових захисних конструкцій.

Список літератури

1. Табунщиков Ю.А., Бродач М.М. Математическое моделирование и оптимизация тепловой эффективности зданий. – М.; АВОК–ПРЕСС, 2002. –194 с.: ил.
2. Тихонов А.П., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1972. – 359 с.
3. Шкловер А.М. Теплопередача при периодических тепловых воздействиях. – М.; Л.: Госэнергоиздат, 1961. – 237 с.
4. СНИП 2.04.05-91 „Отопление, вентиляция и кондиционирование”. – К.: Украинский научно-исследовательский и проектный институт по гражданскому строительству; 2001. – 44 с.
5. Ратушняк Г.С., Попова Г.С. Практикум з будівельної теплофізики. Навчальний посібник. – В.: ВДГУ, 1998. – 86 с.
6. Гурьянов Н.С. Способ оценки фактической величины приведенного сопротивления теплопередаче наружных ограждающих конструкций зданий. Строительные материалы, оборудование, технологии XXI века.– ООО „РИА Композит”, 2003, №12, с.20.
7. Беляев В.С., Хохлова Л.П. Проектирование энергоэкономичных и энергоактивных гражданских зданий. Учебное пособие для студентов вузов. – М.: Высш. школа, 1991. – 255 с.: ил.

Ратушняк Георгій Сергійович – професор, к.т.н., завідувач кафедри теплогазопостачання Вінницького національного технічного університету.

Анохіна Катерина Володимирівна – бакалавр будівництва.