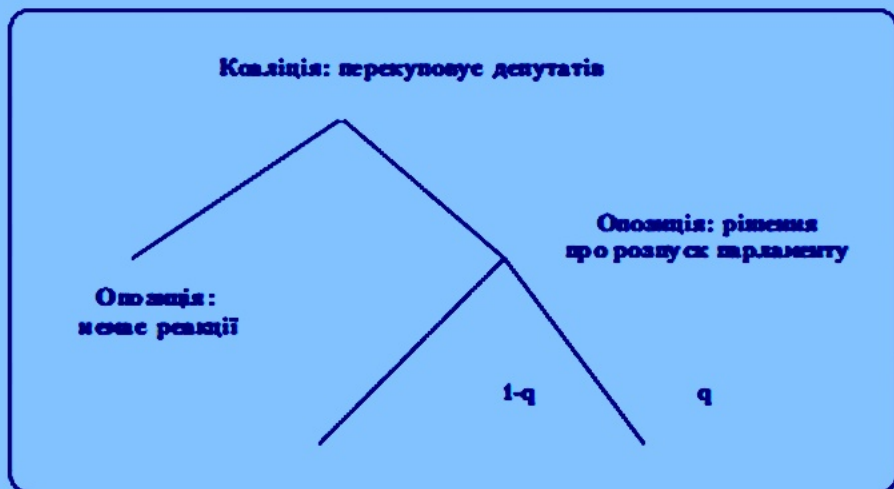


**В. О. Корнієнко, С. Г. Денисюк, А. А. Шиян**

# **МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ У ПОЛІТИКО-КОМУНІКАТИВНОМУ ПРОСТОРИ**



Міністерство освіти і науки України  
Вінницький національний технічний університет

**В. О. Корнієнко, С. Г. Денисюк, А. А. Шиян**

**МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ У ПОЛІТИКО-  
КОМУНІКАТИВНОМУ ПРОСТОРИ**

**Монографія**

Вінниця  
ВНТУ  
2009

УДК 32.019.5  
ББК 66.6/(2)511  
К 67

Рекомендовано до друку Вченою радою Вінницького національного технічного університету, Міністерством освіти і науки України (протокол № 13 від 3.07.2008 р.)

Рецензенти:

**А. А. Чічановський**, доктор політичних наук, професор  
**О. Л. Порфімович**, доктор політичних наук, професор  
**О. В. Мороз**, доктор економічних наук, професор

**Корнієнко, В. О.**

К 67      Моделювання процесів у політико-комунікативному просторі : монографія / В. О. Корнієнко, С. Г. Денисюк, А. А. Шиян. – Вінниця : ВНТУ, 2009. – 207 с.

ISBN 978-966-641-336-2

Монографія присвячена вивченню моделювання як методу аналізу політичних процесів. Подані визначення та методологія дослідження моделювання. Здійснено порівняльний аналіз теоретичних моделей та концепцій авторів, що представляють основні напрями розвитку політичного прогнозування. З'ясовано, що метод моделювання поєднує в собі багатоманітність прийомів та способів наукового пізнання і часто передбачає створення не однієї, а цілого ряду моделей, об'єднуючи в собі формалізовані і неформалізовані засоби побудови моделей. Проаналізовано основні підходи щодо проблеми вивчення соціально-політичних циклів як основи прогнозування соціальної напруженості в суспільстві.

**УДК 32.019.5**  
**ББК 66.6/(2)511**

**ISBN 978-966-641-336-2**

© В. Корнієнко, С. Денисюк, А. Шиян, 2009

## ЗМІСТ

|   |    |
|---|----|
| ПЕРЕДМОВА.....  | 5  |
| РОЗДІЛ 1. ТЕОРІЯ НЕКООПЕРАТИВНИХ ІГОР   |    |
| 1.1. Теорія ігор як механізм узгодження інтересів політичних сил.....   | 8  |
| 1.2. Концепції рішення для некооперативної гри.....   | 13 |
| РОЗДІЛ 2. ТЕОРІЯ КООПЕРАТИВНИХ ІГОР   |    |
| 2.1. Кооперативні ігри як узгодження інтересів політичних коаліцій етико-орієнтаційної легітимації.....                 | 19 |
| 2.2. Концепції рішення для кооперативних ігор та приклади...  | 24 |
| РОЗДІЛ 3. НЕЛІНІЙНІ ЗАДАЧІ МАТЕМАТИЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ  |    |
| 3.1. Сутність нелінійного програмування.....  | 27 |
| 3.2. Економічна інтерпретація задачі нелінійного програмування.....   | 29 |
| 3.3. Задачі з обмеженнями – рівностями.....   | 30 |
| 3.4. Загальна задача нелінійного програмування.....   | 38 |
| РОЗДІЛ 4. ТЕОРЕТИКО-ІГРОВЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОЛІТИЧНИХ ПРОЦЕСІВ  |    |
| 4.1. Математичне моделювання як метод дослідження.....  | 42 |
| 4.2. Двохпартійна модель із одновершинною перевагою виборців.....   | 47 |
| 4.3. Теоретико-ігрове моделювання виборчих ситуацій. Застосування рівноваги за Штакельбергом.....                       | 53 |
| 4.4. Теоретико-ігрове моделювання політичного конфлікту «диктатор – опозиція».....                                      | 61 |
| 4.5. Моделювання технологій президентських виборів в Україні: методологічні основи та вплив існуючого розкладу сил..... | 66 |
| 4.6. Математичне моделювання та побудова механізмів проведення президентських виборів в Україні.....                    | 73 |
| РОЗДІЛ 5. РОЛЬ ГРОШЕЙ В ПОЛІТИЦІ ТА МОДЕЛЮВАННЯ УПРАВЛІННЯ ВИБОРЧИМ ПРОЦЕСОМ  |    |
| 5.1. Гроші як чинник раціонального вибору в політиці. Парадокс Кондорсе і теорема неможливості Ерроу.....               | 78 |
| 5.2. Бідні та багаті: вимоги до розміру податків.....   | 82 |
| 5.3. Оптимальне управління фінансуванням виборчої кампанії в країні з нерозвинутою економікою.....                      | 85 |
| 5.4. Моделювання фінансових механізмів лобіювання в умовах «критичності» за кількістю депутатів.....                    | 94 |

|   |            |
|---|------------|
| 5.5. Моделювання вибору економічної програми діяльності місцевої влади.....   | 99         |
| 5.6. Результати позачергових виборів (2007 р.) до Верховної Ради України: наслідки для олігархії.....                                   | 104        |
| 5.7. Економічні аспекти Конституційного процесу в Україні   | 112        |
| <b>РОЗДІЛ 6. КОНСТРУЮВАННЯ МЕХАНІЗМІВ ВПРОВАДЖЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ПОЛІТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ</b>  |            |
| 6.1. Механізм визначення рівня умінь та навичок людини.....   | 115        |
| 6.2. Технології визначення кількісного рівня репутації політика (політичної партії).....  | 116        |
| 6.3. Вплив репутації на політичне життя.....  | 119        |
| <b>РОЗДІЛ 7. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ СУСПІЛЬНИХ ІНСТИТУТІВ НА ЕФЕКТИВНІСТЬ ЕКОНОМІКИ УКРАЇНИ: НЕОБХІДНІСТЬ ПОЛІТИЧНИХ РІШЕНЬ</b> |            |
| 7.1. Моделювання впливу політико-економічних інститутів на економіку країни.....  | 142        |
| 7.2. Необхідні умови для розвитку економіки України за інноваційним механізмом.....   | 154        |
| 7.3. Необхідні умови для розвитку економіки України за інвестиційним механізмом.....  | 162        |
| 7.4. Рівень корупції як результат суспільного вибору: вплив асиметрії інформації на суспільну ефективність бізнесу.....                 | 169        |
| 7.5. Теоретико-ігрове моделювання ефективності системи вищої освіти в Україні.....  | 177        |
| <b>ПІСЛЯМОВА.....</b>   | <b>197</b> |
| <b>ЛІТЕРАТУРА.....</b>  | <b>203</b> |

## ПЕРЕДМОВА

Актуальність теми наявного монографічного дослідження зумовлена, по-перше, тим, що хронічна нестабільність політичної ситуації, періодично виникаючі політичні конфлікти, зміна форм політичної влади, недосконале правове регулювання тощо зумовлюють пошук основи для прогнозування суспільно-політичних криз та шляхів виходу з них. Сьогодні важливим завданням для України є вибір оптимальної моделі розвитку, адекватної геополітичної стратегії та такої системи національної безпеки, які б обумовили її розвиток як суверенної держави, повноцінного суб'єкта міжнародних відносин.

По-друге, гостра потреба в адекватному методологічному аналізі політичних процесів вимагає відповідного теоретико-методологічного та методичного інструментарію.

По-третє, вивчення проблем аналізу та моделювання політичних процесів відповідає соціальній потребі, тобто її вирішення може допомогти розв'язати питання, які постають перед суспільством.

Визначення моделей розвитку України передбачає врахування відповідних чинників і обрання методики підходу до самого процесу моделювання. Вихідною позицією є констатація, що Україна є самодостатньою системою, відповідно вагому роль відіграють внутрішній стан та оточення. Вибір оптимальної моделі є постулатом раціональної політики для України і в жодному разі не вимога наслідування тієї або іншої ідеологемі.

Особливістю аналізу соціально-політичних процесів є те, що моделювати їх значно складніше, ніж моделювати природні процеси. Це обумовлено тим, що людські дії є складнішими та часто непередбачуваними. Ця складність виливається в такі імплікації, що пов'язані з моделюванням політичної поведінки.

Виходячи з цього, метою нашого дослідження є визначення основних підходів до моделювання політичних процесів в умовах сучасного політико-комунікативного простору. Враховуючи гостроту і складність політичних процесів, ми маємо на меті, з однієї сторони – відобразити стан проблеми в певний момент, виявити найбільш гострі «критичні» моменти та конфлікти, з іншої – визначити тенденції розвитку й ті чинники, вплив яких може скоригувати небажаний розвиток, аналізувати діяльність державних, політичних, громадських чи інших організацій.

Для того, щоб визначити, яка ж модель розвитку є найбільш ефективною та сприятливою, необхідно проаналізувати загальну картину технологічних трансформацій, рушійних сил тощо. Слід зазначити, що універсальних та досконалих підходів до розв'язання цієї проблеми сьогодні не існує. Є лише спроби побудови можливих сценаріїв розвитку тих чи інших явищ в майбутньому. Крім того, на українській мові повністю відсутні книги як навчального, так і монографічного характеру, в яких було б викладено математичний апарат сучасної політології – в міжнародних журналах політологія зветься *political economy*, тобто «політична економіка» (не плутати із навчальною дисципліною «політична економія»). Це, передовсім, апарат теорії ігор, як некооперативних, так і кооперативних, а також методи нелінійної оптимізації. І якщо з останніми студенти можуть познайомитися за підручниками переважно технічного профілю, то теорії ігор явно «не пощастило».

Склалася парадоксальна ситуація: сучасна політологія є переважно *математизованою* наукою, а викладається вона в Україні тільки як навчальна дисципліна *описового* характеру. Якщо для гуманітарних факультетів це ще можна пояснити, то для студентів технічного та природничого напрямків, для яких *математичне моделювання* є звичним інструментом, це вже є суттєвим недоліком.

Отже, політологічна школа проф. В. О. Корнієнка здійснює одну із перших спроб застосування математичного моделювання в політології, яка полягає в розробці таких суспільних механізмів в політичній практиці, які із *необхідністю* приводять до потрібних нам подій, явищ, процесів тощо.

Виходячи із зазначеного автори цього монографічного дослідження поставили перед собою такі завдання:

- розкрити сутність теорії ігор як механізму узгодження інтересів різноманітних політичних сил;
- визначити роль нелінійних задач математичного програмування стосовно політико-комунікативних процесів у суспільстві;
- показати реальне застосування математичного моделювання як методу досліджень політико-комунікативних процесів;
- проаналізувати механізми впровадження результатів політичного моделювання;

— дослідити математичне моделювання впливу суспільних інститутів на економіку України й на необхідність прийняття політичних рішень.

В основу моделювання політичних процесів ми поклали два принципи.

Перший – визнання об’єктивного характеру політико-комунікативних процесів.

Другий принцип базується на визнанні домінуючої ролі в суспільному розвитку суб’єктивного чинника, тобто цілеспрямованої діяльності людей, яка спирається на набутий науковий потенціал та певні морально-етичні цінності, а в зв’язку з цим, і їх здатність вибирати, визначати орієнтири суспільного розвитку та шляхи досягнення визначених цілей.

Практичне значення монографічного дослідження полягає, на наш погляд, у можливості застосування викладеного матеріалу в реальній практиці політичного життя України, в діяльності конкретних суб’єктів політичного процесу до яких ми, насамперед, відносимо політичні партії та політичних лідерів. Монографія написана таким чином, щоб її можна було використати в навчальному процесі при викладанні економіки та політології у вищих навчальних закладах *технічного і технологічного* профілю, а також в університетах на *природничих* факультетах.

Ми сподіваємось, що монографія надасть достойний імпульс українській політичній аналітиці.

Розділи 1–2 та параграфи 4.1, 4.4, 4.6, 5.6 й 6.3 написані С. Г. Денисюк. Розділи 3 і 7, а також параграфи 4.3 та 5.5 написані А. А. Шияном. Інші розділи написані спільно всіма трьома авторами.



# РОЗДІЛ 1. ТЕОРІЯ НЕКООПЕРАТИВНИХ ІГОР

## 1.1. Теорія ігор як механізм узгодження інтересів політичних сил

Розглядаючи математичне моделювання в політології, звернемо особливу увагу на теорію ігор. Вона сьогодні викликає значний інтерес і є одним з найважливіших інструментів аналізу значної кількості задач, які виникають в політиці, економіці, соціальних науках та в інших сферах. Теорія ігор є порівняно молодого наукою, її історія налічує менше століття<sup>1</sup>. В 1911 р. Е. Цермело описав теоретико-ігровий підхід до шахової гри, в 1921 р. Е. Борель почав систематизувати вивчення матричних ігор, в 1928 р. була опублікована праця Дж. Фон-Неймана «До теорії стратегічних ігор». В 1944 р., після виходу в світ книги Дж. Фон-Неймана і О. Моргенштерна «Теорія ігор та економічна поведінка» [1] теорія ігор остаточно сформувалася як самостійна наука.

В наш час теорія ігор – розвинута математична теорія з багатьма взаємопов'язаними напрямками, яка дає можливість моделювання різноманітних політичних процесів [1–7]. В подальшому викладі теорії ігор ми будемо слідувати цим книгам.

З точки зору визначення [1–5], теорія ігор розглядає широке коло питань прийняття рішень групою учасників, які демонструють раціональну поведінку, згідно із якою кожний з гравців намагається шляхом вибору своєї стратегії максимізувати свій власний виграш. Взагалі під поняття «гра» підходить *будь-яка* ситуація з раціональними, тобто цілепокладаючими, оптимізуючими суб'єктами («учасниками», «гравцями» або «агентами»), а також деякі ситуації з неповною раціональністю.

Зрозуміло, що у випадку взаємодії декількох гравців, індивідуальна раціональна стратегія кожного із них залежить від стратегій інших. набір таких раціональних стратегій називається *розв'язанням гри* чи *рівновагою*.

Взагалі, структура будь-якої гри описується трьома блоками: 1) фізичні можливості, тобто допустима сукупність стратегій учасників; 2) цілі учасників; 3) тип поведінки та інформованості учасників,

---

<sup>1</sup> Зародженням теорії ігор як математичної дисципліни можна вважати 29 липня 1654 р., тобто днем, коли Б. Паскаль написав відомий лист П. Ферма (цей лист вважається початком теорії ймовірностей). Ідеї, які можна віднести до теоретико-ігрових, висловлювалися протягом 17–19 ст. Д. Бернуллі, П. Лапласом, П. Чебишевим, Г. Мінковським та іншими.

включаючи характер взаємодії, раціональність мислення, спосіб міркувань тощо.

Задача аналізу гри: виходячи із заданих можливостей, по цілям та інформації гравців уміти прогнозувати «розв'язання» гри, тобто сукупність можливих ходів та їх результатів:

1. **Можливості ходів** учасників (імовірна сукупність).
2. **Цілі** учасників (віддавання переваги, цільові функції).
3. **Інформація** і тип поведінки (інформаційні сукупності, «очікування», раціональність, контекст гри тощо).
4. **Хід гри** (розв'язання).

За цими та іншими ознаками різноманітні ігри можна класифікувати, наприклад, за характером доступних стратегій їх поділяють на види:

- конечні чи безконечні (частково безконечні у часі),
- дискретні чи безперервні,
- «статичні» (з одночасними ходами) та динамічні.

Динамічні ігри з дискретним часом називаються ще такими, що повторюються. Динамічні ігри, в яких динаміка описується диференційними або різницевиими рівняннями, називаються диференційними іграми.

Одним із основних критеріїв класифікацій теоретико-ігрових задач може слугувати кількість сторін (гравців), які приймають участь в конфлікті (грі). Розрізняють ігри двох учасників та ігри багатьох осіб<sup>2</sup>.

За співвідношенням цілей учасників ігри поділяють на *антагоністичні* (ігри двох учасників, коли сума вигравів гравців при кожному фіналі дорівнює нулю) чи *неантагоністичні* (ігри з довільною сумою, в яких сума вигравів гравців може відрізнятись від нуля для всіх чи для деяких фіналів гри; ігри з протилежними інтересами).

За інформаційною структурою ігри можна ділити на такі: з *довершеною* чи *недовершеною* раціональністю; з повною інформованістю та ігри з неповною інформованістю про різні параметри гри тощо.

А також, враховуючи зовнішній контекст, ігри поділяють на: 1) *унікальні*, 2) *популяційні* (де гравці користуються знанням щодо протікання аналогічних ігор), 3) *що повторюються* в тому ж колективі (де гравці користуються загрозами).

Для аналізу умови гри її зазвичай формалізують в одній з трьох форм: в *характеристичній* (описуючи значення вигравів кожної коаліції тільки для кооперативних ігор), в *розгорнутій* (описуються послідовність можливих ходів) чи в *стратегічній* (описуються цільні

---

<sup>2</sup> Ігри, в яких є один активний гравець, розглядаються, в основному, в теорії статистичних рішень.

стратегії). Остання поділяється на *нормальну* стратегічну форму та *мультиперсонну*. В деякому сенсі, різні форми однієї гри – це різні моделі одного явища.

До речі, в психології та побуті під грою розуміють лише діяльність, безпосередні цілі якої *умовні*, тобто не пов'язані із життєвими інтересами учасників.

Теорія ігор умовно поділяється на *некооперативну* і *кооперативну* частини. В першій – суб'єктом прийняття рішень є індивід, в другій група індивідів або коаліція. До того ж, в кооперативних іграх учасники шукають компроміс в переговорах, в некооперативних – не можуть мати місце угоди поміж гравцями, тобто вони діють «не узгоджено».

Некооперативні ігри – це клас моделей теорії ігор, в яких передбачається, що в процесі опрацювання рішень гравці не можуть діяти разом. Це означає, що заборонені угоди між гравцями, передача гравцями один одному ресурсів та інформації, утворення яких-небудь коаліцій тощо. Навпаки, характерною рисою кооперативних ігор є те, що вирішальне значення має можливість гравців обирати дії разом, об'єднуючись для цієї мети в коаліції.

Розглядаючи некооперативні ігри, ми взяли за основу досить популярні в західних університетах підручники ігор для економістів Р. Гіббонса і Е. Расмусена, М. Осборна і А. Рубінштейна, праці В. Данілова, книги Р. Майерсона, Д. Фуденберга, Ж. Тіроля, С. Коковіна та інших [1–11].

Підкреслимо, що теорії некооперативних ігор – це спосіб моделювання і аналізу ситуацій, в яких оптимальні рішення кожного учасника (гравця) залежить від його припущень (очікувань) про гру опонентів. Кожний гравець повинен, в цьому випадку, намагатися передбачити гру опонентів, використовуючи свої знання правил гри і виходячи із припущень, що опоненти теж раціональні і самі намагаються передбачити кроки своїх опонентів і збільшити свої власні виграші.

Гра в нормальній або стратегічній формі умовно складається з трьох речей:

1. Списку гравців.
2. Для кожного гравця задається список (множина) стратегій.
3. Для кожного профілю стратегій вказується профіль платежів (виграшів) гравців.

Пояснимо зміст цих даних. Позначимо кількість гравців через  $N$ . Передбачається, що воно є кінцевим і може бути тотожним  $\{1, 2, \dots, n\}$ . Однак потрібно пам'ятати, що таке впорядкування гравців – це певною мірою волюнтаризм, і краще представити кількість  $N$  неструктурованою). Типовий гравець позначається символом  $i$ . Далі, для кож-

ного  $i \in N$  задається багаточисельність стратегій  $S_i$ , типова стратегія –  $s_i$ . Профіль стратегій – це набір по стратегії для кожного гравця  $s_N = (s_1, s_2, \dots, s_N)$ . Насамкінець, для кожного гравця вказується функція його виграшу  $u_i: S_N \rightarrow R$ . Неформально, кожний гравець обирає деяку стратегію. Коли це зроблять всі, то стає зрозумілим його вигрaш. Як зазначалося, кожний гравець намагається отримати вигрaш побільше. Головна складність полягає в тому, що цей вигрaш залежить не тільки від його дій, але й від дій (стратегій) інших гравців. І кожний гравець повинен (чи може) враховувати це в своїй поведінці. Можна зазначити: у грі в нормальній формі гравці стратегічно незалежні, вони можуть обрати будь-які стратегії, але залишаються пов'язаними корисністю.

В більшості ігрових моделей приймається порядок функціонування, у відповідності із якими гравці обирають свої стратегії діяльності одночасно. Розгляд послідовності ходів дозволяє виділити ієрархічні ігри. Теорія ієрархічних ігор займається вивченням ігрових моделей, в яких фіксовано порядок ходів гравців, тобто існує послідовність, в якій гравці діють.

Для опису поведінки гравців (політиків), які входять у деяку багатоелементну управлінську систему, недостатньо визначити їхні переваги і відповідності раціонального індивідуального вибору окремо – потрібно описати модель поведінки для декількох гравців – активних елементів (АЕ) нашої системи – у їхній взаємодії. Далі будемо вважати, що переваги елементів задані цільовими функціями.

У випадку, коли в системі є єдиний активний елемент, його цільову функцію позначимо через  $f(y)$ ,  $y \in A$ . Гіпотеза раціональної індивідуальної поведінки вимагає, щоб АЕ поведився таким чином, щоб вибором своєї дії максимізувати значення своєї цільової функції, тобто вибрати  $y \in \underset{t \in A}{\text{Arg max}} f(t)$ . У випадку, коли активних елементів є декілька, необхідно враховувати їх взаємний вплив один на одного – у цьому випадку і виникає гра.

У силу гіпотези раціональної поведінки кожен із гравців прагне вибором своєї стратегії максимізувати власну цільову функцію. Зрозуміло, що у випадку декількох гравців індивідуально раціональна стратегія залежить від стратегій інших гравців. Набір таких раціональних стратегій називається рішенням гри (або її рівновагою).

Кожному із  $n$  гравців (активних елементів) поставимо у відповідність функцію виграшу  $f_i(y)$ , де  $y = (y_1, \dots, y_n) \in A = \prod_{i \in I} A_i$  – вектор дій всіх гравців,  $I = \{1, 2, \dots, n\}$  – множина гравців. Використовуючи сформо-

вану сьогодні термінологію теорії ігор, будемо називати дії  $y^i$  стратегіями, а вектор  $y$  – ситуацією гри. Сукупність стратегій  $y_{-i} = (y_1, \dots, y_{i-1}, y_{i+1}, \dots, y_n)$  називається обстановкою (точніше – обстановкою гри) для  $i$ -го гравця.

**Розв'язанням гри**, в загальному вигляді, можна назвати будь-який опис того, яким чином повинні вести себе гравці в тій чи іншій ситуації. Це не обов'язково повинен бути набір рекомендованих дій для кожного гравця. Розв'язанням, наприклад, може бути набір фіналів гри. Таке рішення можна інтерпретувати як набір ситуацій, раціональних відносно деяких припущень про поведінку гравців. Тобто при раціональній поведінці гравців повинні реалізовуватися тільки ситуації, належні рішенню. Розв'язанням гри може бути і набір змішаних стратегій, якщо недостатньо тільки одних чистих стратегій.

Сьогодні в теорії ігор не існує єдиної концепції рішення, що підходить для всіх класів ігор. Зумовлено це тим, що формальний опис гри є лише загальною копією з надзвичайно складних реальних процесів, що відбуваються в ході гри. Наприклад, обмін інформацією між політиками, можливих угод між ними, самостійних дій політичних діячів зі збільшення своєї інформованості. Звичайно, неможна виключити і можливість ірраціональної поведінки гравців, яка сьогодні практично не піддається формалізації.

Перерахуємо деякі концепції рішень в теорії ігор (табл.1.1).

Таблиця 1.1

Типологія рішень ігор в нормальній формі, в залежності від інформації про партнерів<sup>3</sup>

| <i>Інформація, на яку орієнтується кожний учасник <math>j</math>:</i> | <i>Тип виникаючих рішень (рівноваг), тобто тип поведінки</i>        |
|---|---|
| — тільки на знання переваг гравця                                     | $\Rightarrow$ ММ, МГР – «обережна» (максимін) або РДС – «домінуюча» |
| — на чужий хід у грі, що триває                                       | $\Rightarrow$ НР – «Нешевська»                                      |
| — лідер знає цілі, інші – хід, який робить лідер                      | $\Rightarrow$ Шт «Штакельбергівська»                                |

<sup>3</sup> Це не означає, що рішення Неша неможна використовувати в ситуації знання чужих цілей чи в ситуації переговорів. Таблиця свідчить тільки про типове використання понять. Всюди тут і надалі передбачається знання власних цілей, і «загальне знання» множини загальних стратегій всіх учасників.

## 1.2. Концепції рішень для некооперативної гри

Розглянемо найпоширеніші концепції рішень гри, розпочавши з простих [1–11].

**Максимінна рівновага.** Відповідно до принципу *максимального гарантованого результату* (МГР) гарантоване значення цільової функції  $i$ -го активного елемента визначається в такий спосіб:

$$f_i^G(y_i) = \min_{y_{-i} \in A_{-i}} f_i(y_i, y_{-i}), \text{ де } A_{-i} = \prod_{j \in I \setminus \{i\}} A_j, \quad i \in I.$$

Це припущення означає, що активний елемент вважає, що в результаті гри реалізується найгірша для нього обстановка, і вибором своєї стратегії  $y_i \in A_i$  він максимізує гарантоване значення цільової функції  $f_i^G(y_i)$ , тобто:

$$y_i^G = \arg \max_{y_i \in A_i} \min_{y_{-i} \in A_{-i}} f_i(y_i, y_{-i}), \quad i \in I.$$

Набір  $\{s_i^\delta\}_{i=1}^n$ , якщо він існує, називається *гарантуючими стратегіями* і відповідає *максимінній рівновазі*.

Слід зазначити, що використання принципу МГР дає активному елементу *песимістичну* оцінку результату гри, що не завжди доцільно використовувати на практиці.

**Приклад інтерпретації.** «Всі навколо – мої вороги» – так стверджує ця концепція рівноваги. Більше того: «вони (вороги) *свідомо* прагнуть зробити мені *як найгірше*». Саме так сприймає навколишній світ людина у цій грі, де вона може розраховувати тільки на *максимінну* рівновагу.

В антагоністичній грі (тобто грі з «нульовою сумою» чи, що є еквівалентним з постійною сумою виграшів) концепція максимінна дуже природна. Проте, не завжди максимінні рішення викликають довіру як можливий результат гри, що *повторюється*.

В багатьох випадках використання концепції максиміна викликають й інші сумніви: якщо гравці обережні, то чому не внести ступінь їх неприйняття ризику в значення виграшів, приписуючи, одночасно, деякі імовірності очікуваним крокам учасників?

Хоча, бувають випадки, коли очікування не відіграють суттєвої ролі – це ситуація, де має місце **«домінування»**.

Введемо поняття порівняння стратегій. Природно, що одна стратегія «слабко домінує» другу (тобто перша стратегія не гірша за другу).

Формальне визначення можна дати таке.

**Визначення.** Стратегія  $x_i \in X_i$  гравця  $i$  (слабко) домінує стратегію  $y_i \in X_i$ , якщо:

$$\begin{aligned} \forall x_{-i} \in X_{-i} &\Rightarrow u_i(x_i, x_{-i}) \geq u_i(y_i, x_{-i}), \\ \exists x_{-i} \in X_{-i} &: u_i(x_i, x_{-i}) > u_i(y_i, x_{-i}), \end{aligned}$$

де  $-i := \setminus \{i\}$ ,  $X_{-i} := (X_j)_{j \neq i}$ . Якщо є обидві наведені нерівності, то  $x_i$  сильно домінує над  $y_i$  (т. б.  $x_i$  краще за будь-яких дій партнерів).

Якщо дві стратегії  $x_i, y_i$  надають однакові виграші за будь-яких дій партнерів (тобто  $u_i(x_i, x_{-i}) = u_i(y_i, x_{-i}) \forall x_{-i}$ ), то вони еквівалентні для гравця  $i$ . Якщо з пари стратегій ні одна не слабко-домінує другу і вони не еквівалентні, то вони не порівняні.

**Рівновага Неша.** Однією із найчастіше використовуваних концепцій є рівновага Неша. Вектор  $y^N = \{y_1^N, \dots, y_n^N\}$  називається *рівновагою Неша* (точкою Неша для цієї гри), якщо:

$$\forall i \in I, \forall y_i \in A_i \quad f_i(y_i^N, y_{-i}^N) \geq f_i(y_i, y_{-i}^N)$$

Інакше кажучи, нікому із активних елементів не вигідно змінювати свою стратегію, за умови, що інші АЕ не міняють своїх стратегій. Слід зазначити, що використання концепції рівноваги Неша вимагає введення такої гіпотези: гравці не можуть *домовитися* і піти із цієї точки *спільно*. Тобто, рівновага Неша припускає відсутність коаліцій гравців, що передбачається для некооперативних ігор.

**Приклад інтерпретації.** У рівновазі Неша особисте рішення гравця повертається на нього самого. Інакше кажучи, якщо він прийняв «не те» рішення, що *обумовлено* вимогою рівноваги Неша, то він «одержує менше», тобто *програє*.

Таким чином, рівновага Неша «повертає» на певного гравця всі його «невдалі» рішення. Ця рівновага сформульована в термінах діяльності *того ж самого* гравця, і, у випадку програшу, він може «повернути свій гнів» винятково на самого себе!

Більш того: рівновага Неша вимагає *довіри* до того, що всі інші гравці – також «розумні», і добре знають та «можуть обчислити» свою власну вигоду. Понад те: рівновага Неша вимагає – якщо якийсь *один* гравець «зрозумів», яким чином можна досягти такої рівноваги, то найкраща його стратегія полягає в тому, щоб негайно

інформувати інших гравців про всі ті стратегії, яких вони повинні дотримуватися, щоб збільшити їхній виграш (тобто перейти до рівноваги Неша)!

По суті, в рівновазі Неша «закодована» технологія для самоорганізації суспільства: *вперше* в історії людства воно зіштовхнулося із технологіями самоорганізації. Причому, саме такими технологіями, що *забезпечують виграш* всім тим людям, які «приєдналися» до такого співтовариства.

Відзначимо, що так звана «сильна» рівновага Неша *обов'язково* є також і Парето-оптимальним рішенням гри.

**Рівновага в домінантних стратегіях.** Ситуація гри  $y^d = (y_1^d, \dots, y_n^d)$  називається *рівновагою в домінантних стратегіях* (РДС), якщо:

$$\forall i \in I, \forall y_{-i} \in A_{-i}, \forall y_i \in A_i \quad f_i(y_i^d, y_{-i}) \geq f_i(y_i, y_{-i}).$$

Домінантна стратегія кожного елемента абсолютно оптимальна, тобто не залежить від поведінки інших гравців (від тих стратегій, які вони обирають). Слід зазначити, що далеко не у всіх іграх існують рівноваги в домінантних стратегіях. До того ж, будь-яка рівновага в домінантних стратегіях є рівновагою Неша, але не навпаки.

Поняття домінування, використані до всіх гравців відразу, дозволяють сформулювати чотири типи рішень, по два – для сильної, по два – для слабкої концепції.

**Визначення.** Множина рівноваг в (слабко) домінуючих стратегіях є множина профілів (наборів) слабо-домінуючих стратегій для всіх гравців:

$$WIDE := \prod_{i \in I} ID_{Wi} = (ID_{W1} \times ID_{W2} \times \dots \times ID_{Wm}).$$

Аналогічно визначається множина рівноваг в сильно-домінуючих стратегіях:

$$SIDE := \prod_{i \in I} ID_{Si} = (ID_{S1} \times ID_{S2} \times \dots \times ID_{Sm}).$$

Множина профілів (наборів) *слабко-недомінуючих стратегій* гравців позначимо:

$$WND := \prod_{i \in I} ND_{Wi} = (ND_{W1} \times ND_{W2} \times \dots \times ND_{Wm}).$$



Аналогічно, множину профілів в сильно-недомінуючих стратегіях позначимо:

$$SND := \prod_{i \in I} ND_{Si} = (ND_{S1} \times ND_{S2} \times \dots \times ND_{Sm}).$$

**Парето-оптимальні ситуації.** Вектор стратегій  $y^p$  називається Парето-оптимальним (ефективним), якщо не існує іншої ситуації, у якій всі гравці виграють не менше і хоча б один гравець виграє набагато більше, тобто:

$$\forall y \in A \quad \exists i \in I : f_i(y) < f_i(y^p).$$

Крім ігор, Парето-оптимальні ситуації виникають при оцінюванні того ж самого об'єкта за різними критеріями. Множина Парето складається із таких точок (векторів оцінок альтернатив), для яких неможна поліпшити оцінку альтернативи хоча б за одним критерієм, не погіршивши її за іншим критерієм.

**Приклад інтерпретації.** Опишемо більш докладно, що являє собою Парето-оптимум або оптимальність за Парето.

З погляду гравця, який «програє» при порушенні оптимуму за Парето, становище не таке вже й погане. Гравець, у якого виграш став меншим, – це не він сам: це інша людина. Ось той, «інший» є «винним»: «потрібно було думати (крутиться, працювати тощо)». Насамкінець, політична гра – це «прагнення до максимуму влади, власного прибутку».

Але той гравець, який «програв», розглядає ситуацію дещо поіншому. «Інші» (або «хтось конкретний інший») виграли, тобто позбавили його якихось благ, і тому вони – «погані», «людина людині – вовк». У результаті, відбувається скочування до «максимінної» рівноваги.

Оптимум за Парето не здатний узгодити виграш і програш, він розділяє людей. Тут немає співпереживання, координації та взаємодопомоги.

В **рівновазі Штакельберга** (*Шт*) очікування різних гравців формуються, виходячи з різних принципів. Перший гравець орієнтується на індивідуально-оптимальні відповіді партнерів, знаючи їх переваги, а решта гравців грають, як в рівновазі Неша, непередбачливо реагуючи на його хід і на ходи один одного. Рівновага Штакельберга може виникнути, наприклад, коли один з гравців здійснює свій вибір раніше за інших і знає їх цілі.

Розглянемо деякі приклади некооперативних ігор, а саме, статичних ігор з повною інформацією.

**Приклад 1.** «Голосування». Розглянемо таку ситуацію – три гравця 1, 2, 3 і три альтернативи –  $A, B, C$ . Гравці голосують одночасно за одну із альтернатив, а утриматись неможливо. Таким чином, простір стратегій  $S_i = \{A, B, C\}$ . Альтернатива, що отримала більшість, перемагає. Якщо ні одна з альтернатив не отримує більшість, то обирається альтернатива  $A$ . Функції вигравшів такі:

$$\begin{aligned} u_1(A) &= u_2(B) = u_3(C) = 2, \\ u_1(B) &= u_2(C) = u_3(A) = 1, \\ u_1(C) &= u_2(A) = u_3(B) = 0. \end{aligned}$$

В цій грі три рівноважних результати<sup>4</sup> (в чистих стратегіях):  $A, B, C$ . Тепер подивимось на рівноваги (їх більше трьох): якщо гравці 1 і 3 голосують за  $A$ , то гравець 2 не змінить результат, як би він не голосував, і гравцю 3 все одно, як він голосує.

$(A, A, A)$  і  $(A, B, A)$  – рівноваги Неша, але  $(A, A, B)$  – не є рівновагою Неша, так як другому гравцю краще голосувати за  $B$ .

**Приклад 2.** Аукціон другої ціни.

У продавця є одна одиниця неподільного товару. Є  $n$  потенційних покупців, які оцінюють товар відповідно в  $0 \leq v_1 \leq \dots \leq v_n$  і ці оцінки є «загальновідомими». Покупці одночасно роблять свої заявки (призначають ціну)  $s_i \in (0, +\infty]$ . Той, хто призначить максимальну заявку отримує товар і сплачує другу ціну, тобто якщо гравець  $i$  виграв ( $s_i > \max_{j \neq i} s_j$ ), то його корисність є  $u_i = v_i - \max_{j \neq i} s_j$ , а решта покупців нічого не отримують і нічого не платять (тобто  $u_j = 0$ ). Якщо декілька покупців призначають найвищу ціну, то товар розподіляється випадково (наприклад, рівномірно).

Легко переконалися в тому, що стратегія призначення своєї оцінки ( $s_i = u_i$ ) слабо домінує решту. Дійсно, нехай  $r_i \equiv \max_{j \neq i} s_j$ . Нехай  $s_i > v_i$ . Тоді, якщо  $r_i \geq s_i$ , то  $i$ -тий учасник отримує 0, що він отримав би і при  $s_i = v_i$ . Якщо  $r_i < s_i$ , то він отримає  $v_i - r_i$ , що він знову отримує, призначивши  $v_i$ . Якщо тепер  $v_i < r_i < s_i$ , то його корисність  $v_i - r_i < 0$ , а якщо б він назвав  $v_i$ , то отримав би 0. Аналогічно і для  $s_i < v_i$ : якщо  $r_i \leq s_i$  чи  $r_i \geq v_i$ , то він отримає ту ж корисність, називаючи  $v_i$  замість  $s_i$ . Якщо ж  $s_i < r_i < v_i$ , то він втрачає можливість отримати по-

<sup>4</sup> Під розв'язанням слід розуміти повний опис «результату гри»: і обрані стратегії, і відповідні вигравші гравців і, можливо, якісь інші атрибути (наприклад, що переміг певний гравець  $X$ ). В цьому випадку ми маємо на увазі альтернативу, що перемогла.

зитивну корисність. Варто відмітити, що оскільки власна оцінка є домінуючою стратегією, то важливо чи мають покупці інформацію щодо оцінок інших покупців. Ми показали, що стратегія призначення своєї ціни ( $s_i = v_i$ ) слабо домінує всі інші стратегії. Таким чином, в цій грі багато рівноваг за Нешем. Точніше, для будь-якого гравця  $i$  та для будь-якої заявки  $s$  такої, що  $0 < s \leq v_i$  існує хоча б одна рівновага за Нешем, за якої гравець  $i$  платить  $s$  і отримує товар. Дійсно, оберемо  $i \in I$ , зафіксуємо  $s \in (0, v_i]$  і отримуємо:

$$\begin{aligned} x_i^* &= \max_{1 \leq j \leq n} v_j + 1, \\ x_j^* &= s \quad \forall j \neq i. \end{aligned}$$

Тоді  $x^* = (x_1^*, \dots, x_n^*)$  – рівновага за Нешем.

В цьому випадку єдина можливість відхилитися у гравця  $i$  – це поступитися товаром на користь когось іншого, отримуючи в цьому випадку нульовий виграш. Єдина можливість гравця  $j$ ,  $j \neq i$  – це отримати товар, сплативши ціну  $x_i^*$ , що є більшою  $v_j$ , отримуючи тим самим негативний виграш.

## РОЗДІЛ 2. ТЕОРІЯ КООПЕРАТИВНИХ ІГОР

### 2.1. Кооперативні ігри як узгодження інтересів політичних коаліцій

В попередньому розділі були розглянуті некооперативні ігри, тобто ігри, в процесі яких гравці не можуть діяти разом. При цьому, під спільними діями може розумітися добровільний обмін інформацією між гравцями про обрані стратегії, функції виграшу, інші параметри гри, спільний вибір стратегій, передача гравцями частини виграшу один одному.

Тепер ми переходимо до вивчення кооперативних ігор [3–5]. Як вже зазналося, тут упор переноситься зі стратегічних аспектів на можливості коаліцій. Передбачається, що гравці можуть створювати різні коаліції та підписувати зобов'язуючі договори і домовленості. Це означає, що для кожної коаліції є багато варіантів користі, які вона може забезпечити своїм членам. Тут і надалі будемо використовувати певну термінологію.

*Інформаційними коаліціями* будемо називати групу гравців, які обмінюються один з одним інформацією. Вважається, що в процесі створення коаліції підписуються угоди, які примушують гравців повідомляти необхідну інформацію. При цьому можливість блефу, повідомлення недостовірної інформації, не розглядається. Коаліції, члени яких можуть між собою обмінюватися виграшами, будемо називати коаліціями користності або просто коаліціями.

*Коаліція* – це підмножина гравців  $K \subset N$ ; коаліція  $N$  називається *тотальною*. Для набору стратегій  $s_N = (s_i, i \in N)$  через  $s_K$  позначається його проєкція на  $S_K = \times_{i \in K} S_i$ ; аналогічно розуміється  $s_{-K}$ . Теорія кооперативних ігор робить ставку, в основному на кооперативні дії гравців в процесі гри, тобто її цікавить те, які коаліції утворюються в процесі гри і які умови необхідні для стійкого існування коаліцій. З цим пов'язана суттєва різниця в постановці задачі у порівнянні з теорією некооперативних ігор, основною математичною моделлю якої є гра в нормальній формі.

Гра, в нормальній формі, як досить детальний опис конфліктної ситуації, є дуже складною моделлю для дослідження кооперативних взаємодій гравців. Щоб описати за допомогою гри в нормальній формі навіть переговорний процес, вимагається суттєве ускладнення множини стратегій кожного гравця, що включає як елементи, що відповідають передачі інформації іншим гравцям, так і елементи, що описують реакцію на їх повідомлення.

Основна ідея кооперативних ігор полягає в тому, щоб не розглядаючи переговорний процес як такий, аналізувати можливі його підсумки і робити висновки про реалізацію того чи іншого результату переговорів. Тому і елементами опису гри у формі характеристичної функції є не стратегії гравців, а виграші, які може собі гарантувати та чи інша коаліція.

Припустимо, що у нас є гра  $G = (N, (S_i), (u_i))$  в нормальній формі. Якщо всі гравці домовляться використовувати стратегічний профіль  $s_N$ , то виграші гравців зручно зображати вектором  $u(s_N) = (u_i(s_N)) \in R^N$ . Коли ми перебираємо всі стратегічні профілі з  $S_N$ , ми отримуємо деяку кількість в просторі  $R^N$ , який зазвичай позначають  $V(N)$ . Якщо гра кінцева, то отримується деяка кількість, що є не досить зручним. Тому, як правило, з кожним вектором у  $V(N)$  включають і всі менші.

Схожі чисельності  $V(K)$  можна пов'язати не тільки з тотальною коаліцією, але й з кожною коаліцією  $K$ , хоча це можна зробити різними способами. Ми розглянемо найприродніший спосіб. Наприклад, коаліція  $K$  гарантує вектор корисностей  $x$  з  $R^K$ , якщо існує корельована стратегія  $\sigma_K \in \Delta(S_K)$ , така що для будь-якої  $\sigma_{-K}$  виконується нерівність:

$$u_i(\sigma_K, \sigma_{-K}) \geq x_i \quad \forall i \in K$$

Позначимо через  $V^a(K)$ , або просто через  $V(K)$ , багато тих векторів у просторі  $R^K$ , які може гарантувати  $K$ . По суті, – це мінімаксна ідеологія.

Що можна сказати про цю множину  $V(K)$ ? По-перше, вони опуклі (це можна перевірити) і нормальні (в тому сенсі, що з будь-якої точки містять менші). По-друге, вони замкнені і обмежені зверху (коли гра кінцева). По-третє, виконана така властивість *суперадитивності*: якщо коаліції  $K$  і  $K'$  не перетинаються, то  $V(K \cup K')$  містить добуток  $V(K) \times V(K')$ . Можна перевірити.

Характеристична функція називається *суперадитивною*, коли для будь-яких коаліцій, що не пересікаються, їх об'єднання може отримати користність не меншу, ніж ці коаліції могли б отримати в сумі, діючи окремо. В цих умовах об'єднання в коаліцію, що включає всіх гравців, є найефективнішим з точки зору сумарної користності поведінки учасників гри, однак додаткового дослідження потребує стійкість цієї коаліції.

Суперадитивні ігри є типовим випадком. Дійсно, нехай є коаліції  $S$  і  $T$  з їх виграшами  $v(S)$  і  $v(T)$ . Що заважає коаліції  $SUT$ , що утворилася, діяти так, якби такого об'єднання не існувало? Тоді користність цієї коаліції буде як мінімум дорівнювати сумі користностей коаліцій  $S$  і  $T$ ,

Шановний читачу!

Умови придбання надрукованих примірників монографії наведені на сайті видавництва <http://publish.vntu.edu.ua/get/?isbn=978-966-641-336-2>

Уважаемый читатель!

Условия приобретения печатных экземпляров монографии приведены на сайте издательства <http://publish.vntu.edu.ua/get/?isbn=978-966-641-336-2>

Dear reader!

You may order this monograph at the Web page <http://publish.vntu.edu.ua/get/?isbn=978-966-641-336-2>

Наукове видання

**Корнієнко Валерій Олександрович**  
**Денисюк Світлана Георгіївна**  
**Шиян Анатолій Антонович**

**МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ У  
ПОЛІТИКО-КОМУНІКАТИВНОМУ ПРОСТОРИ**

**Монографія**

Редактор С. Малішевська  
Оригінал-макет підготовлено авторами

Підписано до друку 23.12 2009 р.  
Формат 29,7×42¼. Папір офсетний.  
Гарнітура Times New Roman.  
Друк різнографічний. Ум. друк. арк.11,9  
Наклад 100 прим. Зам № 2009-202

Вінницький національний технічний університет,  
комп'ютерний інформаційно-видавничий центр,  
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,  
ВНТУ, ГНК, к. 114  
Тел. (0432) 59-85-32  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи  
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.

Віддруковано у Вінницькому національному технічному університеті,  
в комп'ютерному інформаційно-видавничому центрі,  
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,  
ВНТУ, ГНК, к. 114  
Тел. (0432) 59-81-59  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи  
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.