

Ю. І. Муляр

**ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО  
КЕРУВАННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИМИ СИСТЕМАМИ**

Міністерство освіти і науки України  
Вінницький національний технічний університет

**Ю.І.Муляр**

**ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО  
КЕРУВАННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИМИ СИСТЕМАМИ**

Усі цитати, цифровий, фактичний матеріал та бібліографічні відомості перевірені, написання одиниць відповідає стандартам.

Зауваження рецензентів враховані.

Автор: \_\_\_\_\_ Ю.І.Муляр  
(підпис)

Вимогам, які висуваються до навчальної літератури, відповідає.

До друку і в світ дозволяю на підставах §2, п. 15 “Єдиних правил...”.

Проректор з навчальної та науково-методичної роботи

В.О.Леонтєв

Затверджено  
на засіданні кафедри ТАМ  
Протокол № 20  
від ”6” квітня 2004 р.  
Зав. кафедрою

\_\_\_\_\_ І.О. Сивак  
(підпис)

Міністерство освіти і науки України  
Вінницький національний технічний університет

Ю.І.Муляр

**ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО  
КЕРУВАННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИМИ СИСТЕМАМИ**

Затверджено Вченою радою Вінницького національного технічного університету як навчальний посібник для студентів спеціальності “Технологія машинобудування”. Протокол № 10 від 27 травня 2004 р.

Вінниця ВНТУ 2005

УДК 658.5.012.11  
М 90

*Рецензенти :*

*П.С.Берник*, доктор технічних наук, професор  
*Р.Д.Іскович-Лотоцький*, доктор технічних наук, професор  
*А.О.Малярчук*, кандидат технічних наук, доцент

Рекомендовано до видання Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України

**Муляр Ю.І.**

**М 90 Теорія автоматичного керування технологічними системами.**  
Навчальний посібник. – Вінниця: ВНТУ, 2005. – 99 с.

В посібнику наводиться комплекс програмних та навчальних матеріалів з дисципліни, необхідних студентам заочної форми навчання для виконання завдань, винесених на установчу сесію та на самостійну роботу для підготовки до складання диференційованого заліку.

УДК 658.5.012.11

© Ю. Муляр, 2005

## Зміст

Передмова .....	6
1 Мета та задачі дисципліни .....	7
2 Робоча навчальна програма дисциплін.....	7
2.1 Лекційні заняття.....	7
2.1.1 Вступна частина.....	7
2.1.2 Основні поняття теорії автоматичного керування.....	8
2.1.3 Класифікація автоматичних систем.....	8
2.1.4 Характеристики автоматичних систем.....	8
2.1.5 Типові динамічні ланки .....	9
2.1.6 Структурні схеми автоматичних систем.....	9
2.1.7 Стійкість автоматичних систем .....	9
2.1.8 Якість процесів керування.....	10
2.1.9 Застосування АЕОМ та ЦЕОМ для дослідження роботи автоматичних систем.....	10
2.1.10 Особливості нелінійних автоматичних систем .....	10
2.2 Лабораторні заняття.....	10
2.3 Практичні заняття .....	12
2.4 Контрольні роботи.....	12
3 Робочий план дисципліни .....	12
3.1 Обсяг навантаження .....	12
3.2 Лекційні заняття.....	12
3.3 Лабораторні заняття.....	14
3.4 Контрольна робота.....	14
3.5 Література до вивчення теоретичного курсу та для виконання контрольної роботи.....	14
4 Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт .....	15
Опис об'єкта дослідження .....	15

<i>Лабораторна робота 1. Статичні характеристики систем автоматичного керування і їхніх функціональних елементів</i> .....	17
1.1 Загальні положення.....	17
1.2 Установа для проведення досліджень.....	19
1.3 Прилади та устаткування .....	22
1.4 Методика виконання роботи.....	22
1.5 Зміст звіту .....	22
1.6 Питання для самопідготовки .....	23
<i>Лабораторна робота 2. Динамічні характеристики систем автоматичного керування. Перехідна функція</i> .....	23
2.1 Загальні положення.....	23
2.2 Установа для проведення експерименту .....	27
2.3 Прилади й устаткування.....	27
2.4 Методика виконання роботи.....	27
2.5. Зміст звіту .....	29
2.6 Питання для самопідготовки .....	29
<i>Лабораторна робота 3. Динамічні характеристики систем автоматичного керування. Частотні характеристики</i> .....	30
3.1 Загальні положення.....	30
3.2 Установа для проведення досліджень.....	31
3.3 Прилади та устаткування .....	32
3.4 Методика виконання роботи.....	32
3.5. Зміст звіту .....	33
3.6 Питання для самопідготовки .....	33
Література .....	34
<i>Лабораторна робота 4. Застосування ЕОМ для дослідження роботи систем автоматичного керування</i> .....	34
4.1 Загальні положення.....	34
4.1.1 Розрахункові схеми виконавчих пристроїв.....	34

4.1.2	Сили, які діють на елементи виконавчих пристроїв .....	36
4.1.3	Складання математичної моделі виконавчого пристрою .....	38
4.1.4	Визначення динамічної стійкості системи .....	40
4.1.4.1	Алгебраїчні критерії стійкості.....	41
4.1.4.2	Графоаналітичний критерій Михайлова.....	44
4.1.4	Розрахунок частотних характеристик САК .....	46
4.2	Технічні засоби для виконання робіт .....	50
4.3	Методика та послідовність виконання роботи .....	51
4.4	Завдання на лабораторну роботу .....	52
4.5	Зміст звіту .....	54
4.6	Питання для самоконтролю .....	54
	Література .....	55
5	Методичні вказівки до виконання контрольної роботи.....	56
5.1	Перелік питань до першого завдання. ....	56
5.2	Зміст другого завдання .....	56
5.3	Варіанти завдань до контрольної роботи. ....	58
5.4	Приклад виконання контрольної роботи.....	66
6	Питання до складання диференційованого заліку з дисципліни .....	90
6.1	Приклад білету для складання диференційованого заліку .....	91
6.2	Критерії оцінювання відповідей на диференційованому заліку .....	93
7	Питання для самоконтролю.....	97

## Передмова

Підвищення продуктивності праці у всіх галузях народного господарства – проблема першочергової державної ваги. Вирішення цієї проблеми дозволить інтенсифікувати виробництво та збільшувати обсяги продукції без збільшення чисельності робітників. Технічною базою виконання процесів по всіх складових циклу: заготівельні операції, механічну обробку, контроль, складання, випробування машин, складські підйомно-транспортні операції. Складність вирішення питань автоматизації визначається більш високим рівнем вимог до якості автоматичних пристроїв в порівнянні з машинами, керованими операторами. Намагання забезпечити максимальну продуктивність та економічність автоматів приводить до зростання робочих та холостих ходів, прискорень та динамічних навантажень на деталі і механізми. Це може не тільки привести до поломок та підвищеному зношенню, але і до порушення точності позиціювання робочих органів, викликати вібрації, порушити плавність руху, збільшити похибки керування.

Наукові дослідження та практика вказують, що якість роботи системи автоматичного керування (САК) необхідно забезпечувати як при схемному проектуванні, так і на таких етапах їх проектування та виготовлення. Проектування САК із застосуванням традиційних методів, які базуються на практичному досвіді інженера-конструктора та ручному методі розрахунків, найчастіше не забезпечує потрібні продуктивність та якість роботи автомата. Сучасна техніка вимагає відповідних методів розрахунку, які ґрунтуються на використанні математичного моделювання проєктованих САК, а їх розрахунок, дослідження та оптимізацію вести із застосуванням електронних обчислювальних машин. Це дозволить в стислі терміни визначити оптимальні параметри автомата, які забезпечать задані продуктивність та якість його роботи при мінімальних витратах на виготовлення та експлуатацію.

Мета даного навчального посібника – надати допомогу студентам-заочникам спеціальності машинобудівного профелю у їх самостійній роботі при вивченні дисципліни “Теорія автоматичного керування технологічними системами” (ТАК ТС) та виконанні навчальних завдань під час установчої сесії.

Лекційний курс розбитий на дві частини: перша частина охоплює основні поняття ТАК, принципи автоматичного керування, класифікацію САК, друга частина присвячена вивченню статичних та динамічних характеристик САК, а також – механічно-математичного апарату ТАК на базі використання електронно-обчислювальної техніки. На установчій сесії також виконуються лабораторні роботи. Для перевірки якості отриманих знань з дисципліни на самостійну роботу виноситься виконання однієї контрольної роботи.



## **1 Мета та задачі дисципліни**

Дисципліна має на меті розширення світогляду студентів і засвоєння загальних принципів та засобів, необхідних для керування динамічними системами різноманітної фізичної природи відповідно до виробничих та технологічних процесів.

Дисципліна покликана сформувавши у студентів системний підхід до вирішення актуальних задач керування автоматичним та автоматизованим виробничим процесом на базі сучасного програмно-керованого обладнання та засобів обчислювальної техніки.

Задачі вивчення дисципліни базуються на *знаннях* загальних принципів та тенденцій розвитку сучасних систем керування технологічними та виробничими процесами, сучасних засобів керування, основних положень лінійної теорії автоматичного керування; *вміннях* розробляти математичні моделі систем автоматичного керування механічним обладнанням, виконувати дослідження стійкості САК, аналізувати якість процесів керування технологічними системами; *навичках* системного аналізу та синтезу САК з використанням обчислювальної техніки.

Дисципліна будується на широкій основі з ряду інших дисциплін: механіки, фізики, математики, електроніки, електричних машин, електропривода, гідравліки, обчислювальної техніки, гідропривода та деяких інших, які відображають специфіку об'єктів регулювання та керування.

В свою чергу дисципліна забезпечує подальше вивчення дисциплін, зокрема, для заочної форми навчання: “Автоматизація виробництва в машинобудуванні” та “Технологічні основи гнучкого автоматизованого виробництва”.

Крім того, отримані знання з дисципліни використовуються при виконанні дипломних наукових робіт.

## **2 Робоча навчальна програма дисциплін**

### **2.1 Лекційні заняття**

#### **2.1.1 Вступна частина**

Розглядаються питання:

- роль автоматизації у сучасному науково-технічному прогресі;
- стислий історичний екскурс;
- перспективи розвитку автоматизації;
- мета, задачі, структура та зміст дисципліни, її зв'язок з іншими дисциплінами.

Література: - основна [2, С. 4–8]

## 2.1.2 Основні поняття теорії автоматичного керування

Розглядаються питання:

- зміст понять: “керований об’єкт”, “керована величина”, “зовнішнє збурююче діяння”, “простий керований об’єкт”, “керування об’єктом”, “керування”, “регулювання”, “автоматичне керування”, “напіваавтоматичне керування”, “автоматичний керуючий пристрій”, “система автоматичного керування”, “блок-схема автоматичної системи з однією керованою величиною”, “задавальне діяння системи”, “вхід”, “вихід системи”, “діяння”, “сигнал”;
- автоматичне регулювання та керування у живих організмах, природі, техніці;
- причини, які примушують вилучати людину як слабку ланку у системі керування;
- етапи розвитку технологічного процесу, місце САК у технологічному процесі;
- принципи автоматичного керування: принцип керування за відхиленням; поняття “зворотний зв’язок”; функціональна схема САК; принцип керування за збуренням; принцип комбінованого керування; принцип адаптації.

Література: - основна [1, С. 7–16];

- додаткова [3, С. 124–128; 4, С. 5–6 ]

## 2.1.3 Класифікація автоматичних систем

Розглядаються питання:

- ознаки, за якими класифікуються автоматичні системи;
- класифікація автоматичних систем (системи стабілізації, програмного керування, слідкуючі системи, одноконтурні, багатоконтурні, прямої дії, дискретні, статичні, астатичні, ізодромні, лінійні, нелінійні).

Література: - основна [1, С. 16–17, 46–58; 2, С. 15–48];

- додаткова [3, С. 117–124, 128–142; 4, С. 7–9; 5, С. 7–17, 385–431 ]

## 2.1.4 Характеристики автоматичних систем

Розглядаються питання:

- способи опису роботи автоматичних систем;
- складання диференційних рівнянь елементів автоматичної системи;
- форми запису рівнянь елементів автоматичної системи;
- перехід від рівнянь елементів до рівнянь автоматичної системи;

- оцінювання статичних властивостей автоматичної системи;
- оцінювання динамічних властивостей автоматичної системи.

Література: - основна [1, С. 59–74; 2, С. 56–59, 102–107];  
 - додаткова [3, С. 143–169, 217–239; 4, С. 9–24, 40–43;  
 5, С. 349–360 ]

### 2.1.5 Типові динамічні ланки

Розглядаються питання:

- класифікація типових ланок;
- аналіз типових ланок.

Література: - основна [1, С. 75–87; 2, С. 69–90 ];  
 - додаткова [3, С. 170–196; 4, С. 24–29; 5, С.360–373]

### 2.1.6 Структурні схеми автоматичних систем

Розглядаються питання:

- поняття структурної схеми, її порівняння з функціональною схемою;
- передавальна функція окремої ланки, типи з'єднань ланок;
- правила структурних перетворень, передавальна функція автоматичної системи;
- зв'язок між замкненою і розімкненою системами.

Література: - основна [1, С. 87–99; 2, С. 113–119];  
 - додаткова [3, С. 196–216; 4, С. 29–39]

### 2.1.7 Стійкість автоматичних систем

Розглядаються питання:

- поняття стійкості автоматичної системи;
- математична умова стійкості;
- алгебраїчні критерії стійкості;
- графоаналітичний критерій Михайлова;
- частотні критерії стійкості;
- оцінювання стійкості системи за її структурою;
- синтез автоматичної системи керування, виходячи із умови стійкості;
- запас стійкості автоматичної системи.

Література: - основна [1, С. 108–122; 2, С. 133–165];  
 - додаткова [3, С. 240–258; 4, С. 77–108; 5, С. 380–384]

### 2.1.8 Якість процесів керування

Розглядаються питання:

- показники якості перехідних процесів;
- корневі методи оцінювання процесів регулювання;
- діаграма Вишнеградського.

Література: - основна [1, С. 122–138; 2, С. 202–246];  
- додаткова [3, С. 259–285; 4, С. 116–149]

### 2.1.9 Застосування АЕОМ та ЦЕОМ для дослідження роботи автоматичних систем

Розглядаються питання:

- застосування аналогових електронних обчислювальних машин;
- застосування цифрових електронних обчислювальних машин;

Література: - додаткова [3, С. 354–374]

### 2.1.10 Особливості нелінійних автоматичних систем

Література: - основна [1, С. 110–125; 2, С. 84–98];  
- додаткова [3, С. 170–180]

## 2.2 Лабораторні заняття

За результатами проведення лабораторних занять студенти повинні *знати*:

- конструкцію та принцип дії одного із засобів автоматизації – електромеханічного перетворювача (ЕМП);
- методику дослідження статичної характеристики, перехідної функції, частотної характеристики ЕМП, основи аналізу цих характеристик;
- загальні підходи до складання програми роботи ПЕОМ або програмованого мікрокалькулятора для подальшого дослідження САК;

*вміти*:

- на лабораторному стенді зняти статичну характеристику, перехідну функцію та частотну характеристику ЕМП; проаналізувати отримані результати;
- розробити математичну модель САК на рівні розглядання механічного виконавчого пристрою;

- розробити програму роботи ПЕОМ або програмованого мікрокалькулятора для визначення стійкості, перехідної функції та частотних характеристик САК.

Лабораторні заняття проводяться за такою тематикою та змістом кожної:

**Лабораторна робота № 1.** Тема: “Принцип дії елекромеханічного перетворювача” (ЕМП). Визначення статичної характеристики ЕМП.

Зміст роботи:

- вивчення конструкції та принципу дії ЕМП;
- на лабораторному стенді дослідження залежності  $X_{вих} = f(X_{вх})$ ;
- висновки по роботі.

**Лабораторна робота № 2.** Тема: “Визначення перехідної функції ЕМП”.

Зміст роботи:

- експериментальне дослідження реакції ЕМП на вхідний сигнал ступінчастого типу;
- зняття з екрана осцилографа графіка перехідної функції;
- визначення за графіком основних показників якості перехідного процесу;
- висновки по роботі.

**Лабораторна робота № 3.** Тема: “Визначення частотної характеристики ЕМП”.

Зміст роботи:

- експериментальне дослідження реакції ЕМП на вхідний сигнал гармонічного типу – залежності  $A = f(\omega)$ , де  $A$  – амплітуда вихідного сигналу,  $\omega$  – частота вхідного сигналу;
- побудова графіка залежності  $A = f(\omega)$  – амплітудно-частотної характеристики;
- висновки по роботі.

**Лабораторна робота № 4.** Тема: “Застосування ЕОМ для дослідження роботи САК”.

Зміст роботи:

- складання математичних моделей САК на рівні розглядання механічного виконавчого пристрою;
- розробка програм для ПЕОМ або програмованих мікрокалькуляторів, або застосування стандартної програми МATHCAD для ПЕОМ з метою визначення динамічної стійкості САК, перехідної функції, частотних характеристик.

Методика проведення лабораторних робіт наводиться нижче.

### 2.3 Практичні заняття

Для студентів заочної форми навчання практичні заняття не плануються.

### 2.4 Контрольні роботи

В режимі самостійної роботи виконується одна контрольна робота. Зміст роботи наводиться нижче.

## 3 Робочий план дисципліни

### 3.1 Обсяг навантаження

Загальна кількість годин – 162, з них:

- лекцій – 14;
- лабораторних занять – 10;
- самостійна робота (позааудиторна) – 138.

Вивчення дисципліни здійснюється у 9-му семестрі, на сесії складається диференційований залік.

### 3.2 Лекційні заняття

#### ***Лекція 1. Тема: “Вступ до дисципліни ” (1 година).***

Зміст:

- роль автоматизації у сучасному науково-технічному процесі;
- мета та задачі викладання дисципліни.

#### ***Лекція 2. Тема: “Основні поняття ТАК” (1 година).***

Зміст:

- розгляд понять: “керований об’єкт”, “керувана величина”, “зовнішнє збурююче діяння”, “простий керований об’єкт”, “керування об’єктом”, “керування”, “регулювання”, “автоматичне керування”, “напіваавтоматичне керування”, “автоматичний керуючий пристрій”, “система автоматичного керування”, “блок-схема автоматичної системи з однією керованою величиною”, “задавальне діяння системи”, “вхід”, “вихід системи”, “діяння”, “сигнал”;
- автоматичне регулювання та керування у живих організмах, природі, техніці;
- причини, які примушують усувати людину як слабку ланку у системі керування;

**Лекції 3–4. Тема: “Принципи автоматичного керування” (2 години).**

Зміст:

- принцип керування за відхиленням, поняття “зворотний зв’язок”, функціональна схема САК;
- принцип керування за збуренням;
- принцип комбінованого керування;
- принцип адаптації.

**Лекції 5–7. Тема: “Класифікація систем автоматичного керування” (3 години).**

Зміст:

- ознаки, за якими класифікуються автоматичні системи;
- класифікація автоматичних систем (системи стабілізації, програмного керування, слідкуючі системи, одноконтурні, багатоконтурні, прямої дії, дискретні, безперервні, статичні, астатичні, ізодромні, лінійні, нелінійні).

**Лекції 8 – 11. Тема: “Характеристики автоматичних систем” (4 години).**

Зміст:

- способи опису роботи систем;
- складання диференційних рівнянь елементів автоматичної системи;
- форми запису рівнянь елементів автоматичної системи;
- перехід від рівнянь елементів до рівнянь автоматичної системи;
- оцінювання статичних та динамічних властивостей системи;

**Лекції 12–13. Тема: “Структурні схеми автоматичних систем” (2 години).**

Зміст:

- поняття структурної схеми, її порівняння з функціональною схемою;
- передавальна функція окремої ланки, типи з’єднань ланок;
- правила структурних перетворень, передавальна функція автоматичної системи;
- зв’язок між замкненою і розімкненою системами.

**Лекція 14. Тема: “Динамічна стійкість автоматичних систем” (1 година).**

Зміст:

- поняття стійкості автоматичної системи;
- алгебраїчні критерії стійкості;
- графоаналітичний критерій Михайлова;
- запас стійкості автоматичної системи.

### 3.3 Лабораторні заняття

Лабораторні заняття 1,2. Тема: “Принцип дії електромеханічного перетворювача” (ЕМП). Визначення статичної характеристики ЕМП. (2 години).

Лабораторні заняття 3, 4. Тема: “Визначення перехідної характеристики ЕМП” (2 години).

Лабораторні заняття 5, 6. Тема: “Визначення частотної характеристики ЕМП” (2 години).

Лабораторні заняття 7–10. Тема: “Застосування ЕОМ для дослідження роботи САК” (4 години).

Лабораторні заняття 1 – 6 проводяться на базі лабораторного стенду з електромеханічним перетворювачем.

Лабораторні заняття 7 – 10 проводяться в аудиторії кафедри ТАМ та на базі одного з обчислювальних центрів ІнМТ.

### 3.4 Контрольна робота

Контрольна робота складається з двох завдань:

1-е завдання – теоретичне питання (задається з однієї із тем, які винесені на самостійне опрацювання або, в зв'язку з обмеженістю лекційного навантаження під час установчої сесії, викладені недостатньо детально, або взагалі не розглядалися);

2-е завдання – практичне.

3.5 Література до вивчення теоретичного курсу та для виконання контрольної роботи

#### *Основна*

1. Голубничий Н.И. и др. Беседы по автоматике. – К.: Техніка, 1971. – 232 с.

2. Бесекерский В.А, Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования и управления. /Под общ. ред. Е.А. Санковского. – Мн.: Вышэйш. шк., 1973. – 584 с., ил.

#### *Додаткова*

3. Керного В.В. и др. Основы автоматики и теория автоматического регулирования. – Мн.: Вышэйш. шк., 1972. – 408 с., ил.

4. Справочное пособие по теории систем автоматического регулирования и управления. / Под общ. ред. Е.А. Санковского. – Мн.: Вышэйш. шк., 1973. – 584 с., ил.

5. Рабинович А.Н. Системы управления автоматических машин. – К.: Техніка, 1973. – 440 с.

Примітка. Крім того, в якості джерела інформації для вивчення теоретичного курсу рекомендована в розділі 4.



## 4 Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт

### ОПИС ОБ'ЄКТА ДОСЛІДЖЕННЯ

У запропонованих лабораторних роботах №1÷№3 досліджуються статичні і динамічні характеристики електромеханічного перетворювача (ЕМП).

В наш час ЕМП знаходять широке застосування в різних системах автоматичного керування, у тому числі в якості першого ступеня посилення електрогідравлічних підсилювачів (ЕГП). У цьому випадку ЕМП конструктивно виконується у вигляді електромагніта, рухомий якір якого жорстко з'єднаний із золотником, заслонкою чи струминною трубкою ЕГП.

Конструктивна схема досліджуваного ЕМП показана на рис. 1.1. Електромеханічний перетворювач складається із Ш-подібного сердечника 4, полюсів 3, якоря 7, жорстко з'єднаного з золотником 2. Останній приєднаний до основи 1 за допомогою двох плоских пружин 8. Сердечник 4, на якому розташована котушка керування 6 і дві однакові котушки підмагнічування 5, жорстко прикріплений до основи 1.

Працює ЕМП так: на виводи котушок підмагнічування подається електрична напруга постійного струму. При цьому котушки комутуються таким чином, що створювані ними магнітні потоки  $\Phi_{n_1}$  і  $\Phi_{n_2}$  у місцях перетину ними бічних зазорів  $\Delta_1$  і  $\Delta_2$  спрямовані в той самий бік (рис. 1.2а). Тому при відсутності напруги на виводах котушки керування ( $U_y = 0$ ) якір 7 розташовується симетрично відносно полюсів 3 (див. рис. 1.2а).

При подачі напруги на котушку керування в сердечнику виникають додаткові магнітні потоки  $\Phi_{y_1}$  і  $\Phi_{y_2}$  (рис. 1.2б), які відповідно до рівнянь

$$\begin{aligned}\Phi_{\Delta_1} &= \Phi_{n_1} + \Phi_{y_1}, \\ \Phi_{\Delta_2} &= \Phi_{n_2} + \Phi_{y_2}\end{aligned}$$

зменшують сумарний магнітний потік в одному з зазорів і збільшують в іншому зазорі (див. рис 1.2с). Це приводить до появи електромагнітної сили ( $F_{\text{э}}$ ), яка зміщує якір і жорстко прикріплений до нього золотник в бік більшого магнітного потоку, причому ця сила приблизно пропорційна струму в котушці керування ( $I_y$ ).

Оскільки сила  $F_{\text{э}}$  в сталому режимі врівноважується силою пружності пружин, то змінюючи величину  $U_y$  і відповідно  $I_y$ , можна керувати положенням золотника 2.

В залежності від призначення ЕМП золотник 2 може безпосередньо розподіляти потоки рідини, що спрямовуються до випробовуваного гідродвигуна, або ж служити першим ступенем посилення дво- чи триступінчастого ЕГП.

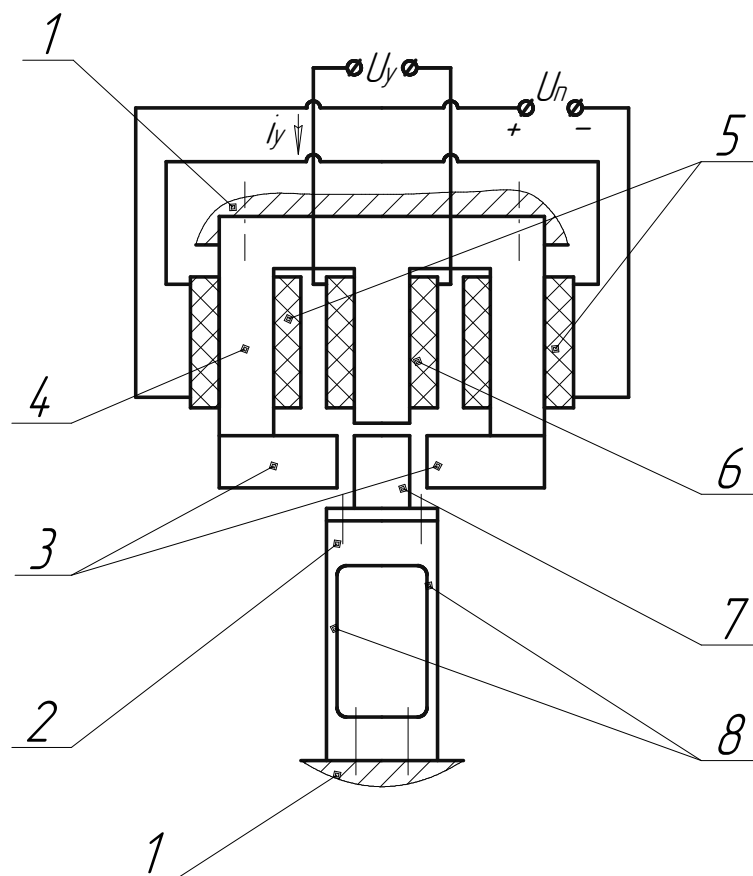


Рисунок 1.1 – Конструктивна схема електромеханічного перетворювача (ЕМП)

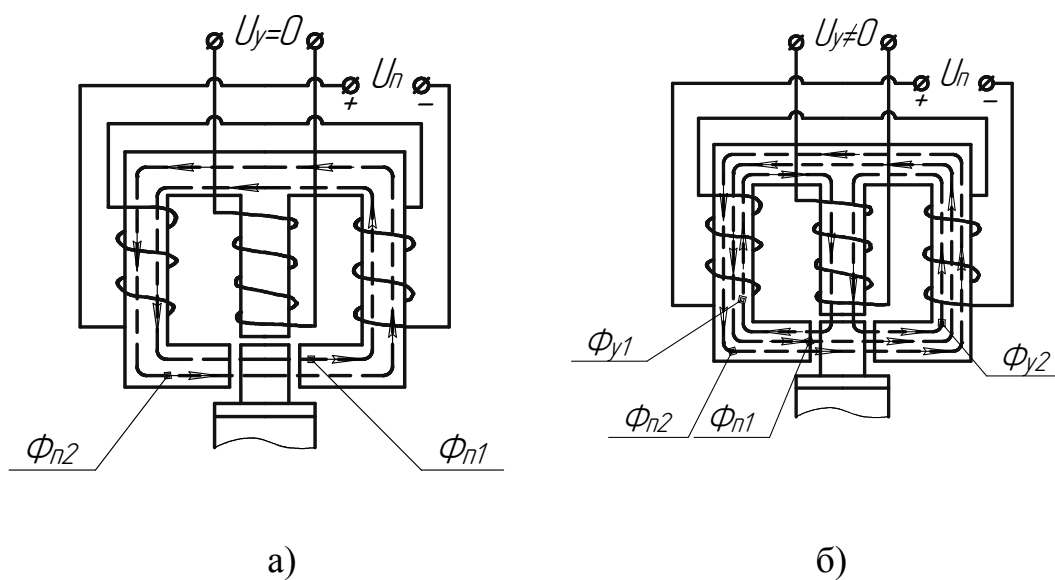


Рисунок 1.2 – Схема магнітних потоків в магнітопроводі ЕМП:  
а)  $U_y = 0$ ; б)  $U_y \neq 0$

## Лабораторна робота 1

### СТАТИЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ І ЇХНІХ ФУНКЦІОНАЛЬНИХ ЕЛЕМЕНТІВ

**Мета роботи:** вивчити методику експериментального визначення і аналізу статичних характеристик елементів і систем автоматичного керування.

#### 1.1 Загальні положення

При розрахунку і дослідженні системи автоматичного керування насамперед необхідно знайти залежності регульованих величин від задавальної і збурюючої дії.

При цьому звичайно розглядають два режими: рівноважний (сталий), в якому задавальні і збурюючі дії незмінні, і режим, в якому ці дії змінюються в часі.

Відповідно до цього розділ теорії автоматичного керування, присвячений вивченню сталих станів елементів і систем, називають *статикою*, а розділ, що розглядає стан елементів і систем при зміні в часі задавальної або збурюючої дії, - *динамікою*.

Співвідношення між сигналами (координатами) при сталому режимі роботи елементів і систем утворюють *систему рівнянь статички*. Такі рівняння визначають залежність вихідних величин від вхідних для окремих елементів, а також залежність регульованих величин від задавальної і збурюючої дії для всієї системи автоматичного керування.

Позначивши вхідну величину елемента або системи через  $X$ , а вихід через  $Y$ , визначимо всі можливі рівноважні стани для даних пристроїв функцією

$$Y=f(X) . \quad (1.1)$$

Графік функції (1.1) називають *статичною характеристикою* елемента або системи. Такі характеристики елементів і систем можна знайти як розрахунковим шляхом за рівняннями статички, так і за результатами експериментів.

Розрахункові і експериментальні статичні характеристики можуть бути лінійними і нелінійними.

На рис. 1.3 показана статична характеристика, що мало відрізняється від лінійної в межах значень  $-X_l$  і  $+X_l$ .

При значеннях

$$-X_l < X < +X_l$$

ця характеристика може бути замінена прямою

$$Y = kX .$$

Коефіцієнт  $k$  називається коефіцієнтом передачі.

За межами значень вхідної величини  $\pm X_n$ , при яких приведена на рис. 1.3 статична характеристика може вважатися лінійною, значення  $Y$  залишаються практично постійними і не залежать від значень  $X$ . Такого виду статичні характеристики називаються характеристиками з насиченням.

У залежності від конструкції і призначення елементи систем автоматичного керування можуть мати й інші статичні характеристики.

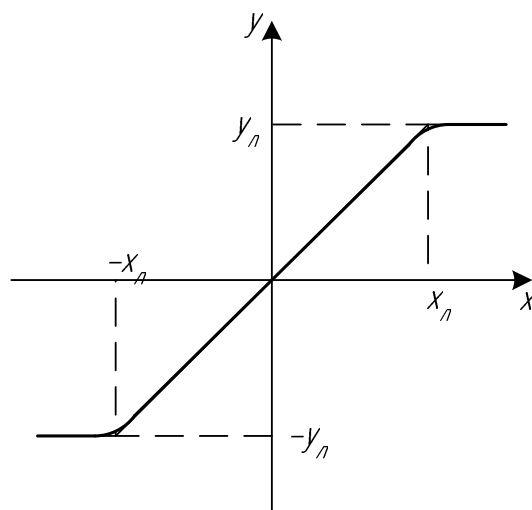


Рисунок 1.3 – Статична характеристика, лінійна при обмежених значеннях вхідної і вихідної величин

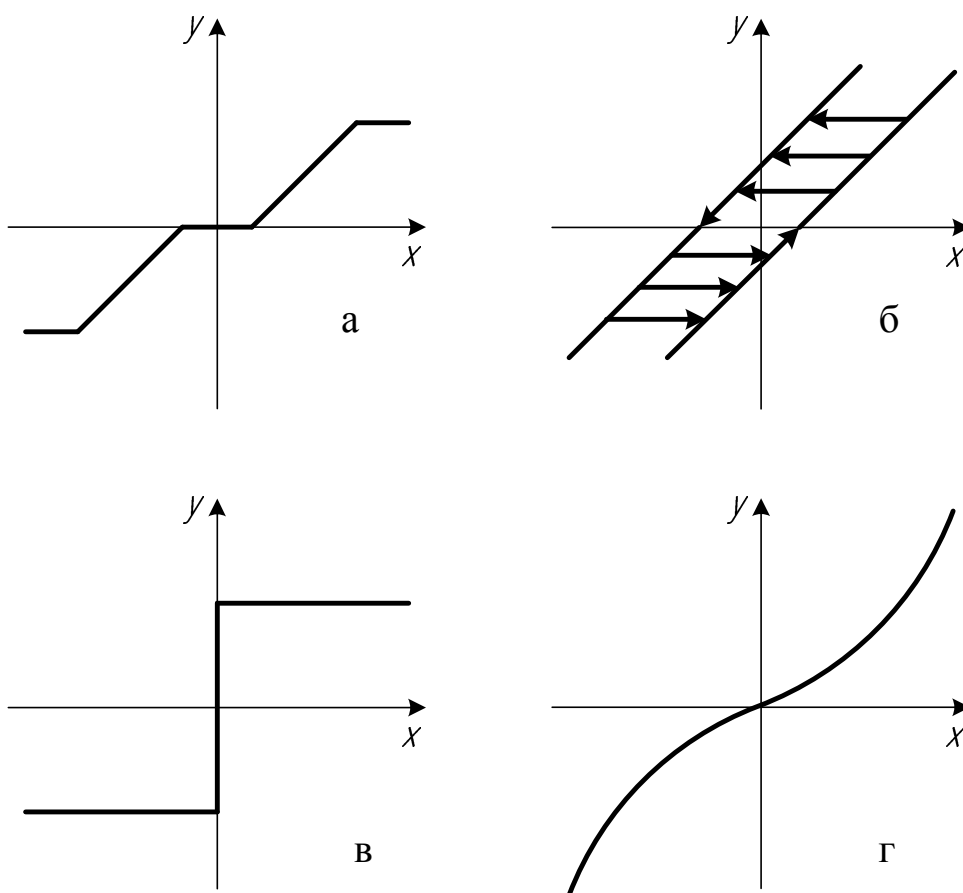


Рисунок 1.4 – Статичні характеристики деяких елементів САК

Так, наприклад, на рис. 1.4а показана характеристика елемента з насиченням і зоною нечутливості при малих вхідних сигналах, на рис. 1.4б – характеристика елемента з люфтом у механічному ланцюзі, на рис. 1.4в – характеристика релейного елемента, на рис. 1.4г – характеристика елемента із змінним коефіцієнтом передачі.

До багатьох елементів систем автоматичного керування, у тому числі і до ЕМП, висувуються визначені вимоги щодо відхилення від лінійності в межах робочого діапазону змін вихідного сигналу.

Нелінійність статичної характеристики (рис. 1.5) визначають за такою залежністю, %:

$$\delta_l = \Delta_l / Y_{\max} 100, \quad (1.2)$$

де  $\Delta_l$  - гранична розбіжність (по осі вихідного сигналу) між реальною і лінійною характеристиками;

$Y_{\max}$  - максимально бажане значення вихідного сигналу.

У даній лабораторній роботі пропонується провести експериментальні дослідження і за їх результатами побудувати і проаналізувати статичну характеристику ЕМП.

## 1.2 Установка для проведення досліджень

Експериментальне визначення статичної характеристики ЕМП пропонується провести на спеціальній установці, схема якої показана на рис. 1.6.

Установка включає випробуваний ЕМП 1, підсилювач постійного струму 5, регульоване джерело постійного струму 6, стабілізоване джерело постійного струму 4, тензометричну станцію 2, міліамперметри 3 і 7, з'єднувальні проводи.

Котушка керування випробуваного ЕМП 1 підключена до виходу підсилювача постійного струму 5. На вхід підсилювача 5 подається сигнал від регульованого джерела постійного струму 6, що є формувачем заданого впливу. Живлення котушок підмагнічування ЕМП здійснюється за допомогою стабілізованого джерела постійного струму 4.

Вимірювання вхідного сигналу - струму  $I_y$  - в котушці керування ЕМП здійснюється за допомогою міліамперметра 7.

Вихідний сигнал - переміщення  $X$  якоря ЕМП - вимірюється за допомогою тензорезисторних датчиків 8, наклеєних на плоскі пружини золотника, тензостанції 2 і міліамперметра 3, підключеного до виходу тензостанції.

Тензорезисторні датчики (рис. 1.7) виготовлені з дроту діаметром 0,02 – 0,05 мм із високим питомим опором і малим температурним

коефіцієнтом опору (константан, фехраль, ніхром та ін.). Дріт у вигляді петлеподібної ґратки наклеюють на смужку тонкого міцного паперу (рис. 1.7а). Довжина петель називається базою і виконується в межах 5-50 мм. Поверх дроту також наклеюється такий папір. До кінців дроту припаюються виводи з мідної фольги, призначені для під'єднання датчика у вимірювальний ланцюг.

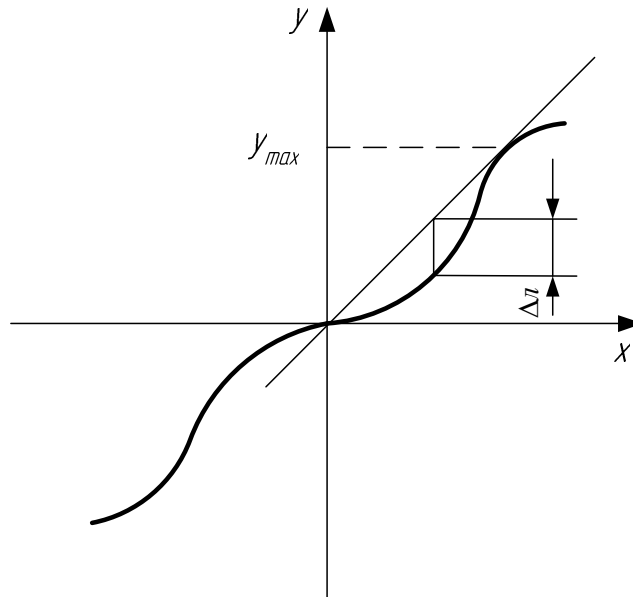


Рисунок 1.5 – Визначення нелінійності статичної характеристики

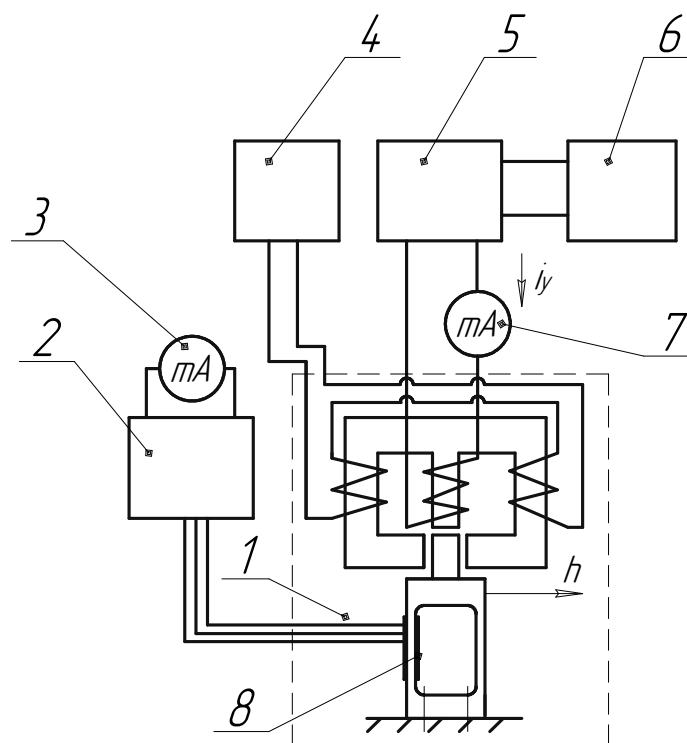


Рисунок 1.6 – Схема установки для експериментального визначення статичної характеристики ЕМП

Спрощена схема увімкнення тензодатчиків у вимірювальний ланцюг показана на рис. 1.7б. Даний ланцюг являє собою електричний міст, що включає пари тензодатчиків (  $TR$  ), підключених за допомогою кабелю до тензостанції. Всередині тензостанції знаходиться пара високоточних стабільних резисторів (  $R$  ), джерело живлення моста (ДЖ) і вимірювальний підсилювач (ВП).

Схема вимірювання працює так. При переміщенні якоря 7 (див. рис.1) під дією електромагнітної сили пружно деформуються плоскі пружини і відповідно дротові ґратки наклеєних на них тензорезисторних датчиків. Це приводить до зміни опорів датчиків, розбалансу електричного моста, появи різниці потенціалів у його діагоналі і відповідно на виході вимірювального підсилювача тензостанції. Таким чином, знаючи коефіцієнт передачі цього підсилювача (  $K_{TC}$  ) і сигнал на його виході (  $I_{TC}$  ), можна визначати величину переміщення якоря ЕМП за формулою

$$X = I_{TC} / K_{TC}. \quad (1.3)$$

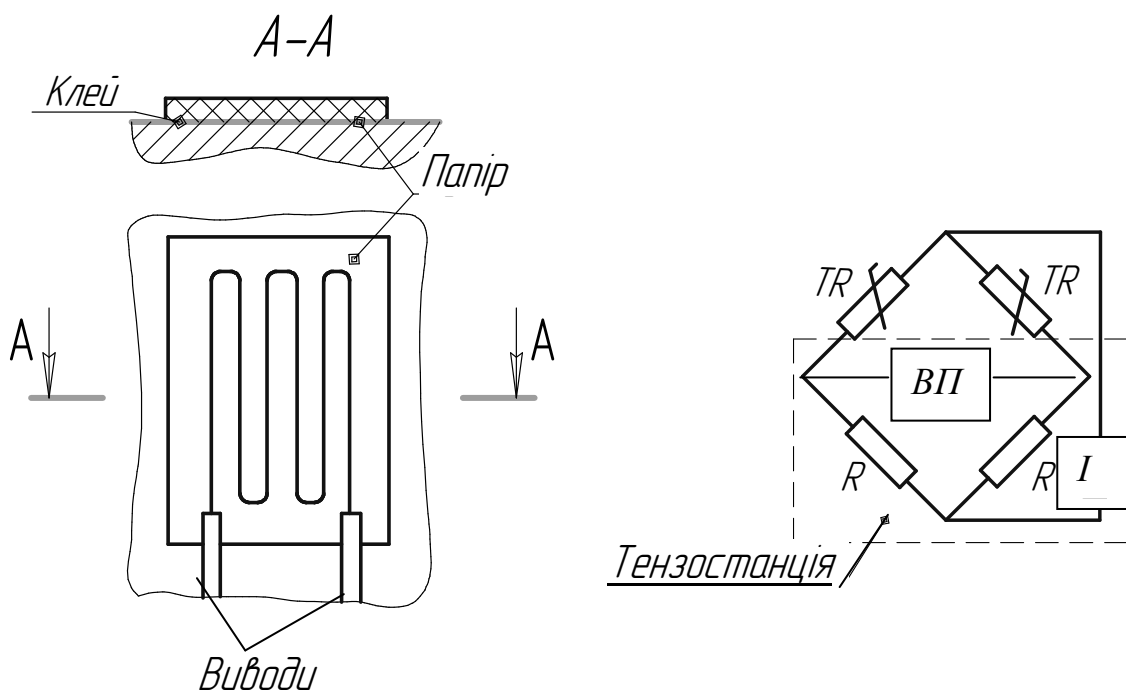


Рисунок 1.7 – Тензорезисторний датчик: а - конструкція;  
б – схема вмикання у вимірювальний ланцюг

### 1.3 Прилади та устаткування

При виконанні роботи використовуються: досліджуваний ЕМП; тензостанція 8АНЧ-7М (коефіцієнт передачі вимірювального підсилювача  $K_{TC} = 100$  мА/мм); регульоване джерело постійного струму; підсилювач постійного струму УМЭ-100К; стабілізоване джерело постійного струму; міліамперметри (клас точності 0,5); з'єднувальні проводи.

### 1.4 Методика виконання роботи

Експериментальне визначення статичних характеристик ЕМП пропонується виконати в такій послідовності:

1. Зкомутувати прилади відповідно до блок-схеми (див. рис. 1.6).
2. Плавно змінюючи напругу на виході джерела живлення 6, зробити вимірювання величини струму  $I_{TC}$  на виході вимірювального підсилювача тензостанції при декількох значеннях заданого впливу (струму  $I_y$  в котушці керування ЕМП). Результати вимірювань записати в табл. 1.1.

Таблиця 1.1 – Результати вимірювань і розрахунку

$I_y$ , мА
$I_{TC}$ , мА
$X_J$ , мм

3. Вимкнути апаратуру.
4. За формулою (1.3) визначити переміщення якоря  $X_J$ . Результати записати в табл. 1.1.
5. Побудувати статичну характеристику ЕМП у вигляді графіка функції
$$X_J = f(I_y).$$
6. Виконати якісний аналіз статичної характеристики ЕМП (лінійність, наявність зони нечутливості, насичення).
7. Виконавши необхідні графічні побудови (див. рис. 1.3) використовуючи формулу (1.2), визначити нелінійність статичної характеристики ЕМП.
8. Сформулювати і записати в звіт висновки по роботі.

### 1.5 Зміст звіту

У звіті повинні бути приведені:

- дата виконання роботи;
- її тема і мета;
- блок-схема установки для проведення експерименту;



- перелік застосовуваних приладів і устаткування;
- результати досліджень у вигляді таблиці, графіка статичної характеристики, розрахунків і висновків.

#### 1.6 Питання для самопідготовки

1. Области застосування, принцип дії та склад ЕМП.
2. Статичні характеристики систем автоматичного керування та їхніх елементів. Який вигляд має статична характеристика лінійного елемента; елемента з насиченням; підсилювача, що має змінний коефіцієнт підсилення?
3. Мета, зміст і послідовність проведення експерименту, виконуваного в даній роботі, схема стенда для проведення досліджень.
4. Пристрій і схема увімкнення у вимірювальний ланцюг тензорезисторних датчиків.
5. Методика визначення чисельного значення нелінійності статичної характеристики.
6. Що таке коефіцієнт передачі функціонального елемента? Як його визначити за статичною характеристикою?

### *Лабораторна робота 2*

#### ДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ. ПЕРЕХІДНА ФУНКЦІЯ

**Мета роботи:** експериментальне визначення перехідної функції і показників якості процесу керування (для електромеханічного перетворювача).

#### 2.1 Загальні положення

Сталий режим роботи, або незбурений рух системи, є ідеалізованим і практично в реальних системах не існує. Звичайно має місце *збурений* рух, що характеризується змінністю зовнішніх впливів на САК. Збурений рух у теорії автоматичного керування називається *перехідним процесом* і характеризує процес керування. Якість процесу керування визначається *динамічними характеристиками*, що визначають за відпрацюванням системою автоматичного керування регулярних сигналів, до числа яких відносяться:

- *гармонічний сигнал*  $X=X_0 \sin \omega t$  (див. рис. 2.1), де  $X$  - керуючий вплив,  $\omega$ - задана частота,  $t$  - час.

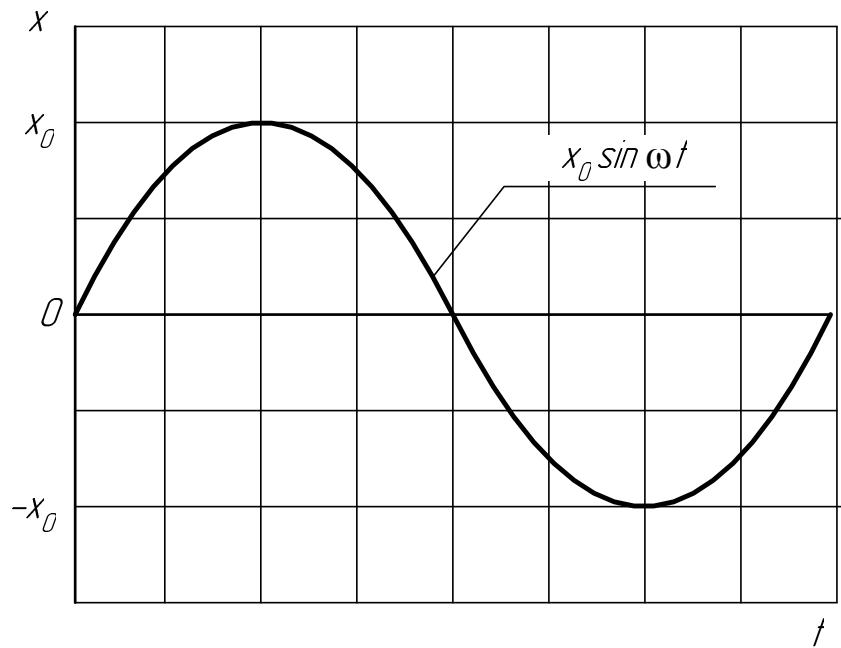


Рисунок 2.1 – Гармонічний регулярний сигнал

- одиничний стрибок  $X=1_0(t)$  (див. рис. 2.2),  
де  $1_0 t = 0$  при  $t < 0$ ,  $1_0 t = X_0$  при  $t_0 \geq 0$ ;
- одиничний імпульс  $X= \delta(t)$  (див. рис. 2.3),  
де  $\delta(t) = \frac{d}{dt} 1_0(t)$ .

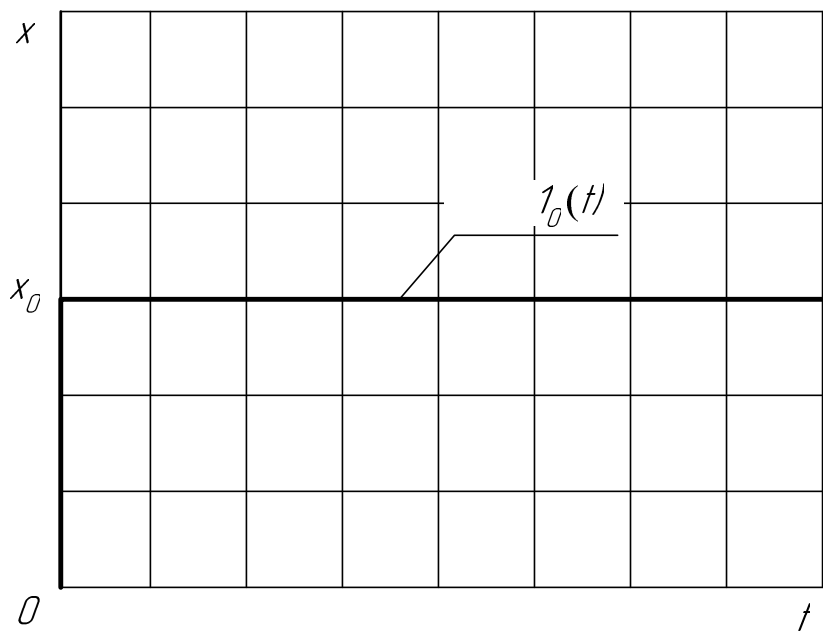


Рисунок 2.2 – Регулярний сигнал – одиничний стрибок

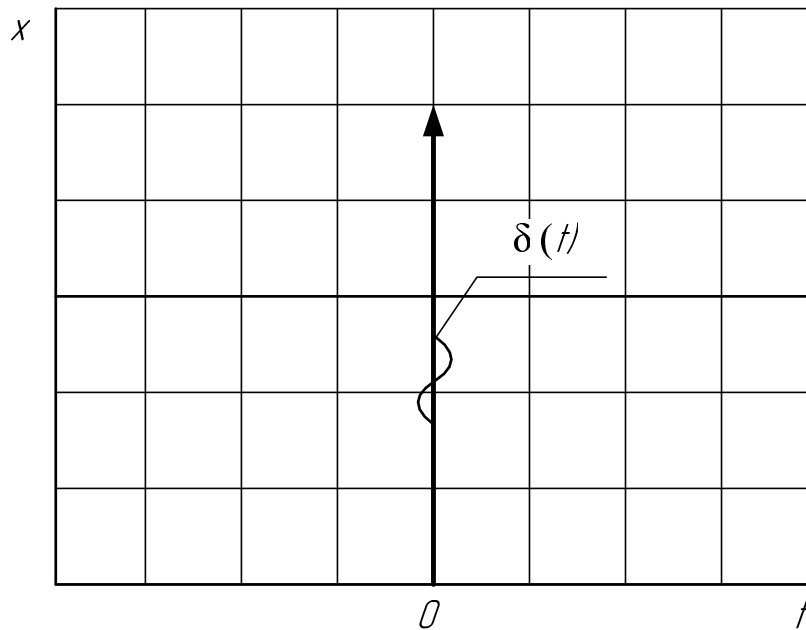


Рисунок 2.3 – Регулярний сигнал – одиничний імпульс

Зазначені регулярні сигнали прості за формою, зручні для експериментального дослідження, у той же час відповідають найбільш навантаженим режимам роботи систем автоматичного керування. Відповідно до форми використовуваного для визначення динамічних характеристик регулярного сигналу розглядаються такі динамічні характеристики: *частотна перехідна функція* та *імпульсна перехідна функція*.

До числа найважливіших динамічних характеристик САК відноситься перехідна функція  $h(t)$ , що представляє собою реакцію системи на вхідний сигнал, що має форму одиничного стрибка. Відпрацьовування цього сигналу широко використовується для оцінювання якості керування. Як прямі показники якості процесів керування розглядаються такі (рис. 2.4):

а) *стале значення* сигналу на виході  $h_{уст}$ , що визначає статичну точність системи;

б) *час регулювання*  $t_{рег}$ , що є основною характеристикою швидкодії системи. Цей показник якості процесу керування визначається з умови малості відхилення перехідної функції від сталого значення, тобто процес керування вважається завершеним, коли відхилення перехідної функції від сталого значення буде менше допустимої помилки  $\delta_{рег}$  :

$$|h(t) - h_{уст}| \leq \delta_{рег} \text{ при } t \geq t_{рег}$$

Звичайно допустима помилка  $\delta_{рег}$  приймається рівною 3...5 % від значення  $h_{уст}$ ;

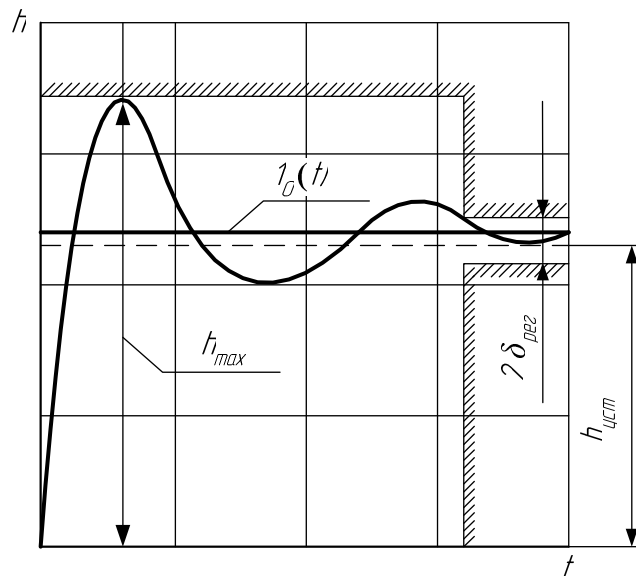


Рисунок 2.4 – Перехідна функція САК

в) *максимальне перерегулювання*  $\Delta h_{\max}$ , яке спільно з двома наведеними нижче показниками, характеризує плавність протікання перехідних процесів (демпфуванням систем). Максимальне перерегулювання визначається як найбільший викид керованого процесу  $h(t)$  щодо сталого значення  $h_{уст}$ :

$$\Delta h_{\max} = h(t)_{\max} - h_{уст};$$

г) *відносне перерегулювання* – безрозмірний показник процесу регулювання, %:

$$\delta = (\Delta h_{\max} / h_{уст}) \cdot 100;$$

д) *кількість перерегулювань*  $N$  за час регулювання ( $0 < t < t_{per}$ ), визначене як число викидів (максимумів) перехідної функції за зазначений період.

Як показано на рис. 2.4, перші три показники визначають зону, що обмежує неузгодженість системи в ході процесу керування. Границя цієї зони виділена штрихуванням.

Підвищення якості процесів керування забезпечується досягненням відповідних значень розглянутих показників. Час регулювання визначає швидкодія САК, що зростає при зменшенні  $t_{per}$ . Перерегулювання чи викид визначають динамічні навантаження на систему, тому велике перерегулювання небажане. У той же час зниження перерегулювання звичайно веде до збільшення часу регулювання, що також небажано. Тому в якості оптимального допускається значення відносного перерегулювання в межах 20...30 %. При цьому кількість викидів не повинна перевищувати 2...3.

## 2.2 Установка для проведення експерименту

Експериментальна установка описана в розділі 1.2. Схема установки показана на рис. 1.6. При експериментальному визначенні перехідної функції міліамперметр 3, який непридатний для реєстрації швидкоплинних динамічних процесів, замінюється електронно-променевим осцилографом. Задання вхідного сигналу у вигляді одиничного стрибка виконується за допомогою генератора сигналів спеціальної форми.

## 2.3 Прилади й устаткування

При виконанні лабораторної роботи використовуються: електромеханічний перетворювач, тензостанція 8АНЧ-7М, стабілізоване джерело постійного струму, генератор коливань спеціальної форми Г6-15, підсилювач постійного струму УМЭ-100К, електронно-променевий осцилограф типу СІ-55, з'єднувальні проводи.

## 2.4 Методика виконання роботи

Пропонується така послідовність виконання роботи з визначення перехідної функції:

1. Зкомутувати прилади відповідно до блок-схеми, показаної на рис. 1.6. Врахувати необхідність використання електронно-променевого осцилографа, який необхідно підключити до виходу тензопідсилювача.

2. Клавішний перемикач режиму роботи, що знаходиться на лицьовій панелі генератора сигналів, установити в положення задання прямокутних коливань, що відповідає гравіруванню "  $\square$  ". Встановити також частоту коливань, що задаються за допомогою рукояток декадного перемикання частоти і плавного настроювання. У даному випадку, для зручності масштабування часу протікання процесу потрібно встановити частоту 10 Гц.

3. Для виведення реєстрованої величини переміщення якоря ЕМП на екран осцилографа тумблер на панелі тензопідсилювача, що здійснює комутацію виходу тензопідсилювача з вимірювальною апаратурою, встановити в положення "ШЛ".

Процес зміни вихідного сигналу – переміщення якоря – при зазначеній частоті зміни вхідного сигналу може розглядатися в межах півперіоду коливань як перехідна функція даного об'єкта дослідження, тому що процес повністю загасає за час перемикання вхідного сигналу, і при такому перемиканні цього сигналу знову протікає перехідний процес як це показано на рис. 2.5.

Шкала, нанесена на екран, дозволяє виконати вимірювання параметрів перехідної функції, що характеризують якість процесу керування (див. рис. 2.4).

Для визначення часу регулювання  $t_{per}$  необхідно за відомою частотою зміни вхідного сигналу встановити відповідність тривалості півперіоду коливань довжині розгортки відповідного процесу, на екрані осцилографа.

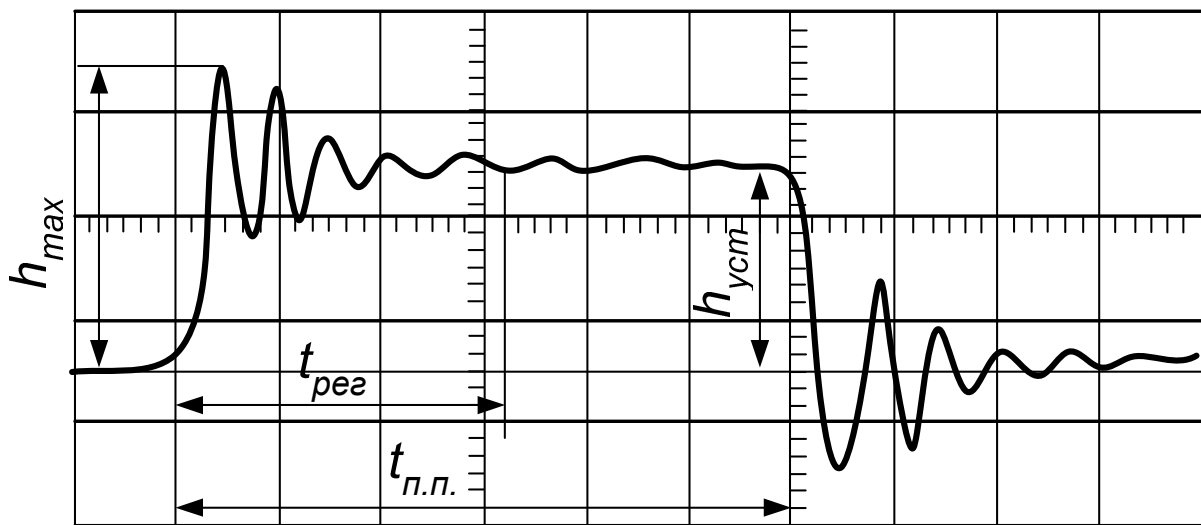


Рисунок 2.5 – Зображення переходного процесу на екрані осцилографа

Значення сталої величини переходної функції  $h_{уст}$  визначається за відомою величиною розмаху коливань, що задаються, і отриманою раніше при виконанні лабораторної роботи №1 даного циклу статичною характеристикою ЕМП.

Лабораторна робота виконується в такій *послідовності*:

1. Задати режим прямокутних коливань для керуючого впливу з частотою 10 Гц.
2. На екрані осцилографа підібрати частоту розгортки реєстрованого процесу, що дозволяє зафіксувати зображення.
3. За допомогою шкали екрана осцилографа виміряти:
  - довжину півперіоду, що відповідає часу  $t_m$ ;
  - довжину ділянки переходного процесу, що відповідає часу регулювання  $t_{per}$ ;
  - сталі значення переходної функції  $h_{уст}$ ;
  - максимальне значення переходної функції  $h_{max}$ ;
  - кількість викидів переходної функції  $N$  за час регулювання.

Результати вимірювань занести до таблиці 2.1. У таблиці 2.1 також записати значення амплітуди керуючого сигналу  $AI_y$ , встановлене настроюванням генератора сигналів форми і контрольованою за допомогою стрілкового приладу підсилувача УМЭ-100К в статичному режимі роботи.

Таблиця 2.1 – Результати вимірювань показників перехідної функції

Показник	$AI_y, \text{МА}$	$t_{nn}, \text{с}$	$t_{per}, \text{с}$	$h_{yct}, \text{ММ}$	$h_{max}, \text{ММ}$	$N$
Значення на екрані осцилографа						
Фактичне значення						

4. Виконати розрахунок показників якості процесу керування:

- часу регулювання  $t_{per}$  ;
- максимального перерегулювання  $\Delta h_{max}$  ;
- відносного перерегулювання  $\sigma$  ;
- кількості викидів  $N$  за час регулювання  $t_{per}$

і записати у таблицю 2.2.

Таблиця 2.2 – Показники якості процесу керування

Показник	$t_{per}, \text{с}$	$\Delta h_{max}, \text{ММ}$	$\sigma, \%$	$N$
Значення				

На підставі отриманих значень показників якості процесу керування варто зробити висновок про якість динамічних характеристик досліджуваного електромеханічного перетворювача.

## 2.5. Зміст звіту

Звіт повинний містити:

- назву та мету лабораторної роботи;
- дату її виконання;
- застосовувані прилади й устаткування;
- результати експериментів, оформлені у вигляді таблиці (див. табл. 2.1);
- значення обумовлених у ході лабораторної роботи показників якості процесів керування відповідно до табл. 2.2;
- висновки по роботі, що містять оцінку результатів експерименту.

## 2.6 Питання для самопідготовки

1. Що таке перехідна функція?
2. Якої форми регулярний сигнал використовується в якості керуючого впливу для визначення перехідної функції?
3. Чим коливальний перехідний процес відрізняється від монотонного?
4. Як визначається час регулювання?

5. Які типи перерегулювання характеризують перехідний процес? Як визначається окремий тип перерегулювання?
6. Які показники визначають зону обмеження неузгодженості САК в процесі керування?
7. Показники, що характеризують коливальність перехідного процесу.
8. Значення рекомендованих показників якості процесів керування.

### **Лабораторна робота 3**

#### ДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ. ЧАСТОТНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ

**Мета роботи:** експериментальне визначення амплітудно-частотної характеристики електромеханічного перетворювача.

##### 3.1 Загальні положення

При зміні на вході САК керуючого сигналу за гармонічним законом:

$$X(t) = a \sin \omega t ,$$

на виході системи також встановлюється зміна сигналу за гармонічним законом, але з іншим значенням амплітуди і деяким зсувом за фазою:

$$y(t) = A \sin (\omega t + \varphi).$$

Особливістю вимірювання сигналу на виході є те, що амплітуда  $A$  і фаза  $\varphi$  керованої величини залежать від частоти  $\omega$  зміни керуючого впливу. Ці залежності носять назви амплітудно- та фазночастотних характеристик.

Зразковий вигляд амплітудної та фазночастотної характеристик для механічних систем показаний на рис. 3.1, де  $A(\omega)$  позначає амплітудно-частотну характеристику, що представляє залежність відношення амплітуд  $A/a$  від частоти  $\omega$  керуючого впливу, де:

$A$  – амплітуда вихідного сигналу;

$a$  – амплітуда керуючого сигналу;

$\varphi(\omega)$  – фазночастотна характеристика, що представляє собою залежність кута зсуву за фазою  $\varphi$  від частоти  $\omega$ .



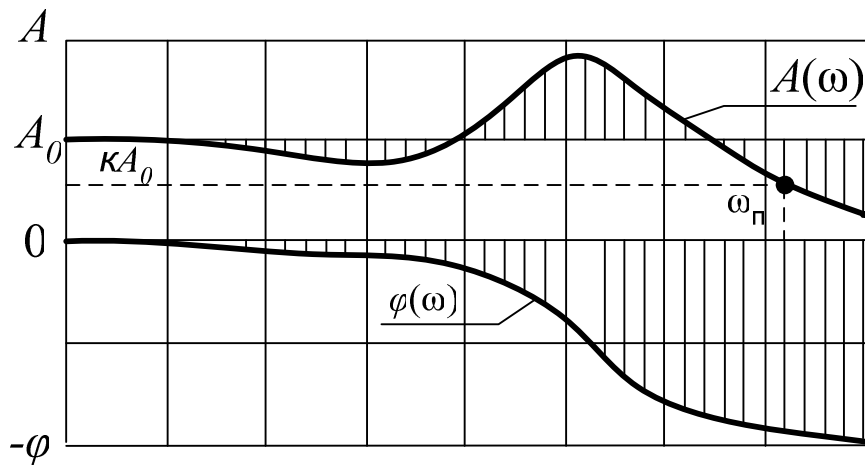


Рисунок 3.1 – Приклад побудови частотних характеристик

Заштриховані області визначають сталу помилку за амплітудою та фазою. Зменшення амплітуди  $A$  при збільшенні частоти  $\omega$  обмежує діапазон частот  $\omega_n$ , у якому помилка відтворення амплітуди

$$\Delta A = A_0 - A(\omega)$$

не перевищує допустимого значення. Цей діапазон частот  $0 < \omega < \omega_n$  визначає смугу пропускання частот даної системи. Частоті  $\omega_n$  (див. рис. 3.1) відповідає значення амплітудно-частотної характеристики, яке дорівнює  $kA_0$ , де  $k$  означає коефіцієнт ослаблення амплітуди (допустиме значення  $k$  не менше ніж 0,5). Смуга пропускання частот є важливим показником точності системи автоматичного керування і характеризує обмеження можливостей САК у відтворенні швидкозмінних сигналів, причиною чого є ступінь інерційності системи.

Частотні характеристики можуть бути досить просто отримані експериментально, що звичайно простіше експериментального визначення перехідної функції та інших динамічних характеристик.

### 3.2 Установка для проведення досліджень

Експериментальна установка, яка описана в розділі 1.2 дійсних методичних вказівок, використовується також і для зняття частотних характеристик (див. рис. 1.6). Як і у випадку визначення перехідної функції (лабораторна робота №2) для реєстрації коливань керованої величини переміщення якоря, застосовується електронно-променеви́й осцилограф, увімкнений у схему вимірювань замість міліамперметра 3 (див. рис. 1.6).

Вхідний сигнал у вигляді напруги, що змінюється за гармонічним законом, задається за допомогою генератора сигналів спеціальної форми (див. поз. 6 на рис. 1.6).


### 3.3 Прилади та устаткування

При виконанні лабораторної роботи *використовуються*: електромеханічний перетворювач, тензостанція 8АНЧ-7М, генератор коливань спеціальної форми Г6-15, стабілізоване джерело постійного струму, підсилювач постійного струму УМЭ-100К, електронно-променевий осцилограф типу С1-55, з'єднувальні проводи.

### 3.4 Методика виконання роботи

Вимірювання, що передбачаються задачами даної лабораторної роботи, виконуються в такому порядку:

1. Виконати увімкнення керуючої, вимірювальної та реєструючої апаратури відповідно до схеми, показаної на рис. 1.6.

2. Вибрати режим роботи генератора сигналів спеціальної форми, натиснути клавішу з гравіруванням “”, що забезпечить подачу синусоїдальної напруги на вхід підсилювача УМЭ-100К (поз. 5 на рис. 1.6).

3. Здійснити налаштування амплітуди вхідного сигналу, яка достатня для реєстрації вихідного сигналу на екрані осцилографа.

4. Послідовно змінювати значення частоти вхідного сигналу, для чого використовувати як плавне налаштування, так і декадний перемикач частоти. За допомогою розподілів лімба рукоятки плавного налаштування частоти і гравірування на декадному перемикачеві, визначити значення частоти зміни вхідного сигналу. Початкове значення частоти  $\omega$  варто задавати не менше ніж 10 Гц.

Вимірювання амплітуди вихідного сигналу виконується за допомогою електронно-променевого осцилографа шляхом вимірювання амплітуди безпосередньо на його екрані.

Лабораторна робота виконується в такій *послідовності*:

1. Ввімкнути генератор Г6-15 у режимі формування гармонічних коливань.

2. Для виведення вихідного сигналу (переміщення якоря ЕМП) на екран осцилографа тумблер на лицьовій панелі тензопідсилювача, що здійснює комутацію виходу тензопідсилювача з зовнішньою вимірювальною апаратурою, встановити в положення “ШЛ”.

3. У статичному режимі роботи встановити амплітуду вхідного сигналу, яка дорівнює 50 мА.

4. За допомогою статичної характеристики, отриманої раніше при виконанні лабораторної роботи №1 даних методичних вказівок, встановити відповідне значення амплітуди вихідного сигналу  $A$  (мм).

5. Встановити початкову частоту вхідного сигналу 10 Гц. Виміряти на

екрані осцилографа амплітуду вихідного сигналу. Замірювання амплітуди зручніше здійснювати при вимкнутій розгортці сигналу.

Значення амплітуди вихідного сигналу при даному значенні частоти практично дорівнює значенню, отриманому в статичному режимі роботи.

6. Послідовно змінювати частоту заданого сигналу із кроком 50 (100) Гц. При кожному значенні частоти виконати замірювання амплітуди вихідного сигналу, результати вимірювань занести до табл. 3.1.

7. На підставі значень параметрів, занесених до табл. 3.1, побудувати амплітудно-частотну характеристику  $A(\omega)$ .

8. За допомогою амплітудно-частотної характеристики визначити резонансну частоту  $\omega_0$  і граничне значення  $\omega_n$  смуги пропускання частот електромеханічним перетворювачем.

Таблиця 3.1 – Результати вимірювань параметрів амплітудно-частотної характеристики

Частота вхідного сигналу	$\omega$ , Гц							
Амплітуда вхідного сигналу	мА	50	50	50	50	50	50	50
Амплітуда вихідного сигналу, яка заміряна на екрані осцилографа	$A_{шк}$ , поділок шкали							
Фактичне значення амплітуди вихідного сигналу	$A$ , мм							

### 3.5. Зміст звіту

Звіт повинен містити:

- дату виконання роботи;
- тему і мету роботи;
- перелік застосованих приладів та устаткування;
- результати дослідження у вигляді таблиці (див. табл. 3.1);
- графік амплітудно-частотної характеристики;
- розрахунки та висновків.

### 3.6 Питання для самопідготовки

1. Який регулярний сигнал використовується для визначення частотних характеристик?

2. Що таке амплітудно-частотна, фазочастотна характеристики?

3. Який критерій стійкості САК заснований на застосуванні частотних характеристик?

4. Залежність швидкодії САК від ширини смуги пропускання частот.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Теория автоматического управления / Л.С. Гольдфарб, А.В. Балтрушевич, А.В. Нетушил и др. Под ред. А.В. Нетушила. - М.: Высш. шк., 1976. - 400 с.
2. Гамынин Н.С. Гидравлический привод систем управления. - М.: Машиностроение, 1972. - 376 с.
3. Попов Д.Н. Динамика и регулирование гидро- і пневмосистем. - М.: Машиностроение, 1987. - 464 с.

### *Лабораторна робота 4*

#### ЗАСТОСУВАННЯ ЕОМ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ РОБОТИ СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ

**Мета роботи:** придбання практичних навичок за математичним описом елементів автоматичних систем на базі розглянутих виконавчих пристроїв механічних приводів технологічного обладнання та дослідження їх динамічних характеристик на базі ЕОМ.

#### 4.1 Загальні положення

##### 4.1.1 Розрахункові схеми виконавчих пристроїв

Більшість технологічних машин мають виконавчий механізм, який представляє собою механічну систему з декількох інерційних елементів, з'єднаних між собою за допомогою пружних зв'язків. При дослідженні, наприклад, привода подач шліфувального верстата його представляють у вигляді одномасової системи з одним ступенем вільності (рис. 4.1), де маса  $m$  моделює приведену до шліфувальної бабки масу привода;  $c$  – жорсткість привода подач;  $T$  – технологічне навантаження на привод;  $X$  – потокова координата маси  $m$  шліфувальної бабки.

При необхідності дослідити коливання супорту токарно-гвинторізного верстату маса  $m$  моделює супорт (рис. 4.2), якому надається рух через ходовий гвинт. Частина гвинта жорсткістю  $C_1$  знаходиться зліва від супорта, а друга частина жорсткістю  $C_2$  – з правого боку, опираючись на радіально-упорний підшипник. Така модель привода токарно-гвинторізного верстата отримана на основі припущення про незначний вплив коливань в коробці подач на рух супорта. При більш уточнених розрахунках складається модель привода з врахуванням всіх елементів. Кожній шестерні або валу відповідає елемент в схемі з масою  $m_1$  або моментом інерції  $I_1$ . Кожний елемент взаємодіє з іншим через пружні

зв'язки з жорсткістю, яка дорівнює контактній жорсткості зубчастого зачеплення, жорсткості валу і т. і.

В дослідженнях крутих коливань кінематичного ланцюга із зубчастими передачами її модель можна зобразити у вигляді, вказаному на (рис. 4.3)

Рух  $\Omega_0$  задається, наприклад, від двигуна через вхідний вал (модельюється пружиною із жорсткістю  $C_1$ ) на ведучу шестерню з моментом інерції  $I_1$ . Пружина  $C_2$  моделює контактну жорсткість зачеплення,  $I_2$  – момент інерції веденого зубчастого колеса, а пружина  $C_3$  – вихідний вал. Моментом інерції валів можна знехтувати або представити його у вигляді зосередженого моменту, який розрахований за формулою Релея.

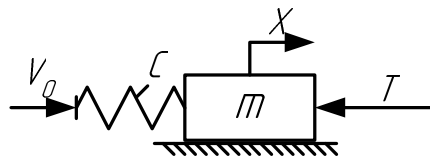


Рисунок 4.1

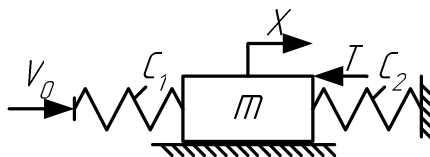


Рисунок 4.2



Рисунок 4.3

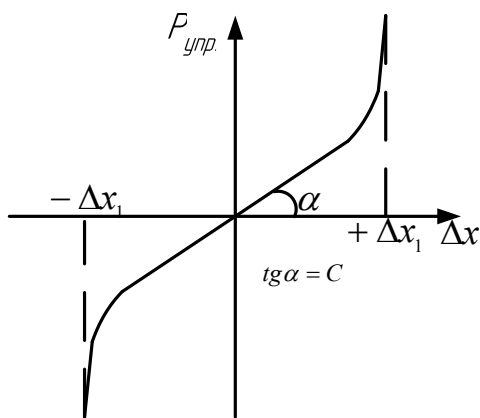


Рисунок 4.4

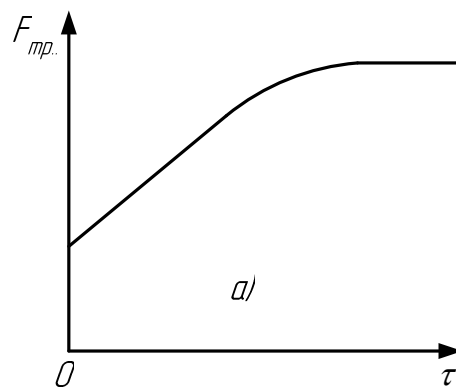


Рисунок 4.5

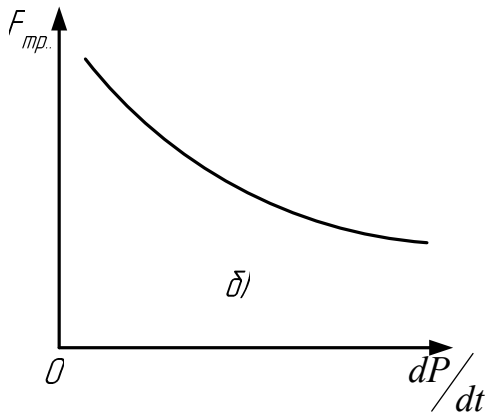


Рисунок 4.6

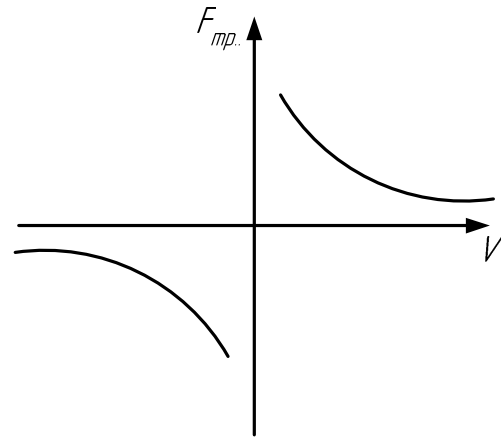


Рисунок 4.7

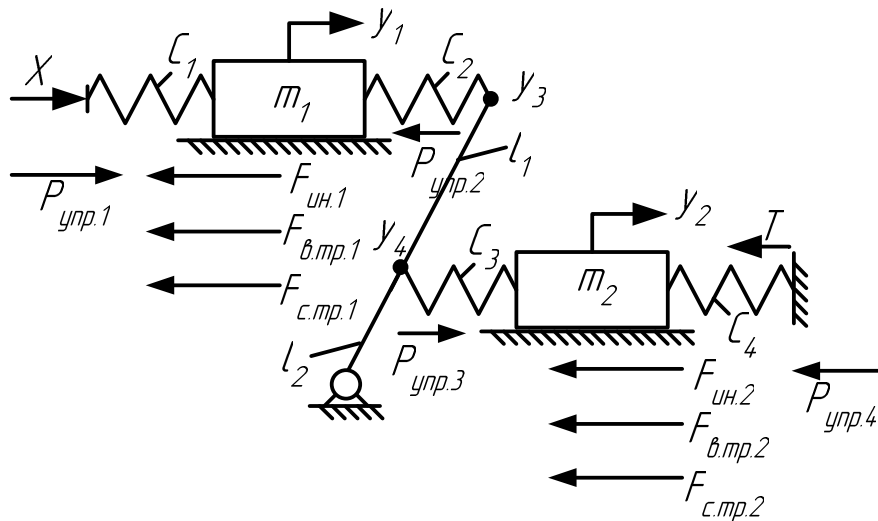


Рисунок 4.8

При складності математичної моделі механізму використовують другу аксіому динаміки (принцип Ейлера – Даламбера): векторний додаток сил рушійних, інерції та опору, які прикладені до будь-якого елементу механізму привода, дорівнює нулю.

#### 4.1.2 Сили, які діють на елементи виконавчих пристроїв

Передавання зусиль та переміщень між тілами може відбуватись при їх пружній взаємодії або посередництвом поля. Передавання зусиль та переміщень між елементами механізмів відбувається за рахунок їх пружної взаємодії. Графік залежності  $P_{упр.}$  пружної взаємодії (сили пружності) від деформації пружного зв'язку  $\Delta X$  показано на (рис. 4.4).

Залежність сили пружності від деформації пружного зв'язку має нелінійний характер. В межах деформації від  $-\Delta X_1$  до  $+\Delta X_1$  залежність прямо пропорційна з коефіцієнтом пропорційності  $\text{tg}\alpha = C$ , який називають жорсткістю пружного зв'язку (пружністю).

Ділянка характеристики в межах деформації  $[-\Delta X_1, +\Delta X_1]$  називається лінійною. За межами цієї ділянки лінійність характеристики порушується. Перегин характеристики при деформаціях  $+\Delta X_1$  відповідає стисканню пружини (рис. 4.4) до дотику витків, після чого жорсткість різко збільшується. Перегин характеристики при деформації  $-\Delta X_1$  відповідає розтягу пружності у дрiт.

Зрушуванню тіла з місця та подальшому просуванню перешкоджають сили сухого та в'язкого тертя (демпфування). Вони є дисипативними, тому що розсіюють енергію у простір. Поки маса нерухома, сили в'язкого тертя відсутні, а сила сухого тертя є реакцією на рушійну силу, рівна їй за модулем та протилежна за напрямком. Маса знаходиться у спокої до моменту, коли рушійна сила не перевищить силу тертя спокою. Граничне значення сили тертя спокою залежить від тривалості нерухомого контакту  $\tau$  та швидкості тангенційного навантаження  $dP / dt$  в момент початку руху. На рис. 4.5 та 4.6 показано залежність сили тертя від тривалості нерухомого контакту та швидкості тангенційного навантаження. Із збільшенням тривалості нерухомого контакту сила тертя спокою збільшується, але через декілька секунд настає насичення і при подальшому зростанні тривалості нерухомого контакту сила тертя не збільшується. Із збільшенням швидкості тангенційного навантаження сила тертя зсуву зменшується (рис. 4.6)

В момент зсуву сила тертя спокою стрибкоподібно падає до сили тертя руху, яка змінюється в залежності від швидкості ковзання маси в напрямних за законом, вказаному на рис. 4.7 (для тертя пари сталь - чавун)

Для невеликих швидкостей ковзання сила в'язкого тертя стає пропорційною швидкості в другій та більш великій степенях

$$F_{\text{в.тр.}} = \beta V^n \quad \text{або} \quad F_{\text{в.тр.}} = \beta y',$$

де  $y'$  – похідна від координати маси в часі.

Після зсуву швидкість руху маси збільшується, тобто виникає прискорення, напрямком якого колінеарний вектору рушійної сили. Величина сили інерції визначається за другим законом Н'ютона  $F_{in} = ma = m y''$ , а її напрямок протилежний вектору прискорення.

Сила в'язкого тертя або демпфування  $F_{\text{в.тр.}}$  пропорційна швидкості  $V$  руху та протилежна їй за напрямком.

#### 4.1.3 Складання математичної моделі виконавчого пристрою

**Приклад 1.** Розглянемо методику складання математичної моделі системи, яку показано на рис. 4.8.

Керуючий сигнал у вигляді переміщення  $X$  задається лівому торцю пружини жорсткістю  $C_1$ , яка деформується, створюючи силу, яка діє на масу  $m_1$ . Величина пружної сили  $P_{\text{упр}}$  дорівнює добутку коефіцієнта жорсткості  $C_1$  на деформацію пружності  $\Delta x_1 = x - y_1$ .

Пружна сила  $P_{\text{упр}} = C_1 (x - y_1)$  є для маси  $m_1$  рушійною і спрямована зліва направо. Під дією сили  $P_{\text{упр}}$  маса  $m_1$  починає рух з прискоренням за напрямком дії рушійної сили. Сила інерції  $F_{\text{ін1}} = m_1 y_1''$ , де  $y_1''$  – друга похідна від координати  $y_1$  маси  $m_1$  за часом. Напрямок сили інерції протилежний вектору рушійної сили. Сила, яка створює опір руху, включає дві складові: сили сухого та в'язкого тертя.

Сила в'язкого тертя  $F_{\text{в.мп}}$  пропорційна швидкості відносного ковзання інерційної маси і спрямована проти швидкості руху  $F_{\text{в.мп.1}} = \beta_1 y_1'$

Напрямок сили сухого тертя також протилежний швидкості ковзання маси і є складовою функцією від матеріалу пар тертя, стану тертьових поверхонь, змащування, швидкості ковзання, тривалості нерухомого контакту перед початком руху, швидкості тангенційного навантаження контакту перед початком руху.

Сила пружності пружини  $C_2$  дорівнює :

$$P_{\text{упр2}} = C_2 (y_1 - y_2).$$

Рівняння руху маси має вигляд :

$$P_{\text{упр2}} = F_{\text{ін1}} + F_{\text{в.мп.1}} + F_{\text{с.мп.1}} + F_{\text{упр2}} \quad \text{або}$$

$$C_1 (x - y_1) = m_1 y_1'' + \beta_1 y_1' + F_{\text{с.мп.1}} + C_2 (y_1 - y_2).$$

Аналогічно складається рівняння руху маси  $m_2$ . Рушійною силою для маси  $m_2$  є пружна сила пружини  $C_3$ .

Тоді:

$$C_3 (y_4 - y_2) = m_2 y_2'' + \beta_2 y_2' + F_{\text{с.мп.2}} + T + C_1 y_2.$$

Запишемо рівняння рівноваги важеля:

$$P_{\text{упр2}} (l_1 + l_2) = P_{\text{упр3}} l_2 \quad \text{або} \\ C_2 (y_1 - y_3) (l_1 + l_2) = C_3 (y_1 - y_2) l_2.$$

Рівняння пропорційності переміщень  $y_3$  та  $y_4$  довжинами плеч:

$$y_1 / (l_1 + l_2) = y_3 / l_2.$$



Систему рівнянь, яка описує динаміку механізму, називають математичною моделлю. В перетвореному вигляді математична модель записується так:

$$\begin{aligned} m_1 y_1'' + \beta_1 y_1' + F_{c.mp.1} + C_2 (y_1 - y_3) - C_1 (x - y_1) &= 0, \\ m_2 y_2'' + \beta_2 y_2' + F_{c.mp.2} + T + C_4 y_2 - C_3 (y_4 - y_2) &= 0, \\ C_2 (y_1 - y_3) (l_1 + l_2) - C_3 (y_4 - y_2) l_2 &= 0, \\ y_3 / (l_1 + l_2) &= y_4 / l_2. \end{aligned}$$

В подальшому дослідження та оптимізацію привода машин ведуть за її математичною моделлю аналітично або з використанням ЕОМ.

**Приклад 2.** Скласти математичну модель системи. (рис. 4.9). Сухим тертям знехтувати.

Рівняння руху маси  $m_1$  :

$$P = m_1 y_1'' + \beta_1 y_1' + C_1 (y_1 - y_2).$$

Рівняння руху маси  $m_2$  :

$$C_1 (y_1 - y_2) = m_2 y_2'' + \beta_2 y_2' + C_2 y_2 + C_3 (y_2 - y_3).$$

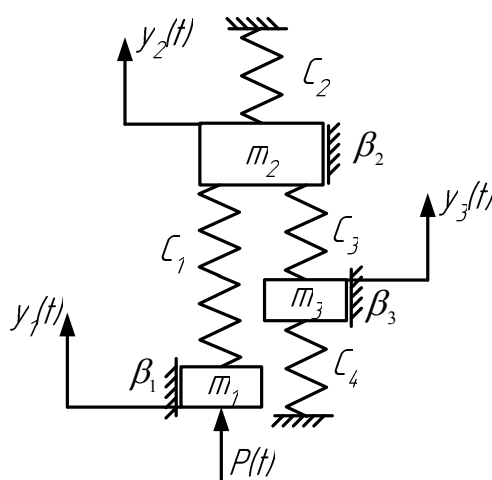


Рисунок 4.9

Рівняння руху маси  $m_3$  :

$$C_3 (y_2 - y_3) = m_3 y_3'' + \beta_3 y_3' + C_4 y_3.$$

Математична модель привода має вигляд:

$$m_1 y_1'' + \beta_1 y_1' + C_1 (y_1 - y_2) - P(t) = 0,$$

$$m_2 y_2'' + \beta_2 y_2' + C_3(y_2 - y_3) - C_1(y_1 - y_2) = 0 ,$$

$$m_3 y_3'' + \beta_3 y_3' + C_4 y_3 - C_3(y_2 - y_3) = 0.$$

#### 4.1.4 Визначення динамічної стійкості системи

При проектуванні автоматичних систем вирішується задача забезпечення їх динамічної стійкості. Для нормальної роботи системи необхідно, щоб перехідні процеси, які викликані зовнішніми діями, з часом затухали.

Під стійкою системою автоматичного регулювання звичайно розуміють властивість повертатися до початкового стану після припинення дії зовнішнього збурення. Фактор стійкості є однією з основних вимог, які висуваються до таких систем, є основою працездатності системи.

Динамічну стійкість САК, користуючись її математичною моделлю, можна визначити, наприклад, за допомогою алгебраїчних критеріїв та графоаналітичного критерію Михайлова.

Після розв'язання системи алгебраїчних рівнянь (попередньо кожне рівняння моделі за допомогою перетворення за Лапласом записуємо в алгебраїчній формі) отримується вираз передаточної функції системи:

$$W(S) = \frac{X_{\text{вих}}(S)}{X_{\text{вх}}(S)} ,$$

де  $X_{\text{вх}}(S)$  та  $X_{\text{вих}}(S)$  – зображення за Лапласом вхідного та вихідного сигналів, відповідно;  $S$  – комплексна Лапласа;  $S = j\omega$ ;  $j$  – уявна одиниця;  $\omega$  – колова частота.

**Приклад 3.** Припустимо, що рух системи описано такими диференціальними рівняннями:

$$a_4 \frac{d^4 y}{dt^4} + a_3 \frac{d^3 y}{dt^3} + a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = bx , \quad (4.1)$$

або після перетворення за Лапласом:

$$(a_4 S^4 + a_3 S^3 + a_2 S^2 + a_1 S + a_0) y(S) = bx(S) \quad (4.2)$$

Передаточна функція системи буде мати вигляд:

$$W(S) = \frac{y(S)}{X(S)} = \frac{b}{a_4 S^4 + a_3 S^3 + a_2 S^2 + a_1 S + a_0} \quad (4.3)$$

#### 4.1.4.1 Алгебраїчні критерії стійкості

*Перший* алгебраїчний критерій стійкості, який застосовується для систем 3-го порядку, був сформульований російським вченим Вишнеградським в 1876 р. :

для стійкості лінійної системи з характеристичним рівнянням:

$$a_3 S^3 + a_2 S^2 + a_1 S + a_0 = 0 \quad (4.4)$$

необхідно виконання двох умов:

– всі коефіцієнти характеристичного рівняння повинні бути додатними – необхідна умова;

– добуток середніх коефіцієнтів повинен бути більшим за добуток крайніх коефіцієнтів – достатня умова:

$$a_1 a_2 > a_0 a_3 .$$

В коефіцієнти характеристичного рівняння входять лише значення параметрів системи, тому стійкість останньої визначається тільки параметрами і не залежить від її стану.

**Приклад 4.** Для характеристичного рівняння вигляду (4.4) визначити стійкість системи, якщо коефіцієнти рівняння мають такі чисельні значення:  $a_3 = 10$ ;  $a_2 = 2$ ;  $a_1 = 5$ ;  $a_0 = 10$ .

- Розв'язання:
1. Перевіряємо необхідну умову стійкості: всі коефіцієнти  $a_0 - a_3$  - додатні, тобто умова виконується;
  2. Перевіряємо достатню умову стійкості  $2 \cdot 5 < 10 \cdot 10$ ;  $10 < 100$ , тобто умова не виконується.

Таким чином, дана система при заданих значеннях параметрів нестійка.

*Другий* критерій носить назву критерію Рауса – це алгебраїчний критерій, який дозволяє судити про стійкість системи за коефіцієнтами характеристичного рівняння. Особливо зручний він в тих випадках, коли ці коефіцієнти задані чисельно, а степінь характеристичного рівняння високий (наприклад,  $n > 5$ ) і використання іншого критерію – критерію Гурвіца ускладнено.

Формулювання критерію: для стійкості системи необхідно і достатньо, щоб всі коефіцієнти першої графі таблиці Рауса були додатними.

Таблиця Рауса для характеристичного рівняння вигляду

$$D(S) = C_n S^n + C_{n-1} S^{n-1} + \dots + C_1 S + C_0 = 0$$

складається за правилами:

- в першому та другому рядках таблиці вписуються відповідно коефіцієнти  $C_n, C_{n-2}, \dots$  та  $C_{n-1}, C_{n-3}, \dots$ ;
- для визначення  $K$ -го коефіцієнта  $i$ -го рядку таблиці  $a_{ki}$  потрібно з  $(K+1)$ -го коефіцієнта  $(i-2)$ -го рядку ( $a_{k+1, i-2}$ ) відняти добуток  $r_{i-3}$  на  $(K+1)$ -й коефіцієнт  $(i-1)$ -го рядку ( $a_{k+1, i-1}$ ), тобто  $a_{ki} = 0_{k+1, i-2} - a_{k+1, i-1} \cdot r_{i-3}$ .

Множник  $r_{i-3}$  є відношення першого коефіцієнта  $(i-2)$ -го рядку ( $a_{1, i-2}$ ) до першого коефіцієнта  $(i-1)$ -го рядку ( $a_{1, i-1}$ ), постійний для кожного  $i$ -го рядку.

Таблиця 4.1 – Таблиця Рауса

$i/k$	1	2	3	4
1. Коефіцієнти	$C_n$	$C_{n-2}$	$C_{n-4}$	$C_{n-6}$
2. $r_i$	$C_{n-1}$	$C_{n-3}$	$C_{n-5}$	$C_{n-7}$
3. $r_0 = \frac{C_n}{C_{n-1}}$	$a_{13} = C_{n-2} - r_0 C_n$	$a_{23} = C_{n-4} - r_0 C_{n-5}$	$a_{33} = C_{n-6} - r_0 C_{n-7}$	$a_{43} = C_{n-8} - r_0 C_{n-9}$
4. $r_1 = \frac{C_{n-1}}{a_{13}}$	$a_{14} = C_{n-3} - r_1 a_{23}$	$a_{24} = C_{n-5} - r_1 a_{33}$	$a_{34} = C_{n-7} - r_1 a_{43}$	$a_{44} = C_{n-9} - r_1 a_{53}$
5. $r_2 = \frac{a_{13}}{a_{14}}$	$a_{15} = a_{23} - r_2 a_{24}$	$a_{25} = a_{33} - r_2 a_{34}$	$a_{35} = a_{43} - r_2 a_{44}$	$a_{45} = a_{53} - r_2 a_{54}$
.....	.....	.....	.....	.....

Для стійкості системи повинна виконуватись умова:

$$C_n > 0; C_{n-1} > 0; a_{13} > 0; a_{14} > 0; \dots a_{1, n+1} > 0$$

**Приклад 5.** Для рівняння системи

$$a_0 S^5 + a_1 S^4 + a_2 S^3 + a_3 S^2 + a_4 S + a_5 = 0$$

скласти таблицю Рауса .

Розв'язання: Таблиця Рауса буде мати такий вигляд:

$$\begin{array}{ccc} a_0 & a_2 & a_4 \\ a_1 & a_3 & a_5 \\ b_1 & b_3 & \\ c_1 & & \\ d_1 & & \end{array}$$

$$\text{де } b_1 = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1}; \quad C_1 = \frac{b_1 a_3 - a_1 b_3}{b_1};$$

$$b_3 = \frac{a_1 a_4 - a_0 a_5}{a_1}; \quad d_1 = \frac{c_1 b_3}{c_1}.$$

*Третій* критерій – алгебраїчний критерій Гурвіца, який дозволяє в аналітичній формі зв'язати умови стійкості з параметрами системи та вигляділити області стійкості.

Формулювання критерію: якщо характеристичне рівняння  $n$ -го степеня має вигляд:

$$D(S) = C_n S^n + C_{n-1} S^{n-1} + \dots + C_1 S + C_0 = 0,$$

то для стійкості системи необхідно і достатньо, щоб при  $C_n > 0$  всі  $n$  визначників Гурвіца  $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$ , які складені за визначеною схемою, були додатними.

Визначники Гурвіца складаються за допомогою таблиці

$$\begin{array}{cccc} C_{n-1} & C_n & 0 & 0 & \dots\dots \\ C_{n-3} & C_{n-2} & C_{n-1} & C_n & \dots\dots \\ C_{n-5} & C_{n-4} & C_{n-3} & C_{n-2} & \dots\dots \\ C_{n-7} & C_{n-6} & C_{n-5} & C_{n-4} & \dots\dots \end{array}$$

за правилами:

- вписуються по діагоналі всі коефіцієнти характеристичного рівняння, починаючи з  $C_{n-1}$ ;
- заповнюються горизонтальні рядки – справа від даного коефіцієнта записується коефіцієнт із зростаючими індексами, а зліва – спадними індексами; в рядках, де індекс коефіцієнтів менший за нуль або більше за  $n$ , ставляться 0;
- відповідний визначник  $\Delta_i$  отримується викреслюванням  $i$ -го рядка та  $i$ -го стовпця.

Для стійкості системи необхідно і достатньо виконання умов:

$$C_n > 0; \Delta_1 = C_{n-1} > 0; \Delta_2 = \begin{vmatrix} C_{n-1} & C_n \\ C_{n-3} & C_{n-2} \end{vmatrix} > 0 \text{ і т.і.}$$

Необхідною умовою стійкості є додатність всіх коефіцієнтів характеристичного рівняння, тобто:

$$C_i > 0 \quad (i = 0, 1, 2, \dots, n).$$

Умова стійкості для деяких систем, характеристичні рівняння яких можуть бути представлені у вигляді:

$$D(S) = \sum_{i=1}^n C_i S^i = 0,$$

зведені до таблиці:

Таблиця 4.2

n	Значення визначників				Умова стійкості
	$\Delta_1$	$\Delta_2$	$\Delta_3$	$\Delta_4$	
1	$C_0$	–	–	–	$C_i > 0$
2	$C_1$	$C_1 C_0$	–	–	$C_i > 0$
3	$C_2$	$C_2 C_1 - C_0 C_3$	$C_0 \Delta_2$	–	$C_i > 0$ $\Delta_2 > 0$
4	$C_3$	$C_3 C_2 - C_1 C_4$	$C_1 (C_2 C_3 - C_1 C_4) C_0 C_3^2$	$C_0 \Delta_3$	$C_i > 0$ $\Delta_3 > 0$
5	$C_4$	$C_4 C_3 - C_2 C_5$	$C_2 (C_4 C_3 - C_2 C_5) + C_4 \cdot (C_0 C_5 + C_1 C_4)$	$(C_1 C_2 - C_0 C_3) \cdot (C_3 C_4 - C_2 C_5) - (C_0 C_5 - C_1 C_4)^2$	$C_i > 0$ $\Delta_2 > 0$ $\Delta_4 > 0$

#### 4.1.4.2 Графоаналітичний критерій Михайлова

Представимо ліву частину рівняння

$$a_n S^n + a_{n-1} S^{n-1} + \dots + a_1 S + a_0 = 0$$

у вигляді функції від  $S$ :

$$D(S) = a_n S^n + a_{n-1} S^{n-1} + \dots + a_1 S + a_0.$$

Зробивши заміну  $S = j\omega$ , отримаємо рівняння комплексного вектора:

$$D(j\omega) = a_n (j\omega)^n + a_{n-1} (j\omega)^{n-1} + \dots + a_1 j\omega + a_0 = R(\omega) + jI(\omega),$$

кінець якого при змінненні  $\omega$  від  $0$  до  $\infty$  опише деяку криву – криву Михайлова.

Розглянемо основні властивості кривої Михайлова. Крива Михайлова починається на дійсній осі при  $\omega = 0$  у точці  $\mathbf{R}(0) = a_0$ ;  $\mathbf{jI}(0) = 0$  та закінчується в  $n$ -квадранті (при  $\omega = \infty$ ), якщо відлік квадрантів вести проти годинникової стрілки ( $n$ - порядок характеристичного рівняння), у  $n$ -му квадранті крива Михайлова прямує до нескінченності.

Щоб побудувати криву Михайлова, необхідно в функції  $\mathbf{D}(S)$  замінити  $S$  на  $\mathbf{j}\omega$  та розділити дійсну та уявну частини  $\mathbf{D}(\mathbf{j}\omega)$ :

$$D(j\omega) = R(\omega) + jI(\omega).$$

Далі, задаючись різними значеннями  $\omega = 0, \omega_1, \omega_2, \dots$ , необхідно знайти точки:

$$[R(0); jI(0)]; [R(\omega_1); jI(\omega_1)]; [R(\omega_2); jI(\omega_2)], \dots$$

За цими точками і будується на комплексній площині крива Михайлова (див. рис. 4.10, для системи 6-го порядку).

Згідно з критерієм Михайлова лінійна система  $n$ -го порядку буде стійкою, якщо крива Михайлова охоплює початок координат та послідовно проходить  $n$  квадрантів.

Якщо крива Михайлова проходить через початок координат, то система може знаходитись на межі стійкості або бути нестійкою. Першому випадку відповідає така крива, що при найменшій її деформації в околі початку координат вона буде відповідати стійкій системі, а другому випадку – деформація кривої не приведе її до вигляду, який відповідає стійкій системі. Отже, для оцінювання стійкості системи за допомогою критерію Михайлова важливо встановити розташування кривої Михайлова відносно початку координат.

Щоб за допомогою критерію Михайлова оцінити вплив зміни параметрів елементів системи на її стійкість, необхідно побудувати криву Михайлова при даному значенні параметра, який нас цікавить. Нехай, наприклад, виявилось, що система знаходиться на межі стійкості (див. рис. 3, крива „а”). Із побудови виходить, що збільшення цікавого для нас параметра в зоні початкового його значення сприяє стійкості системи.

Крива „б” на рис. 4, наприклад, при зменшенні цього параметра приводить систему до нестійкого стану.

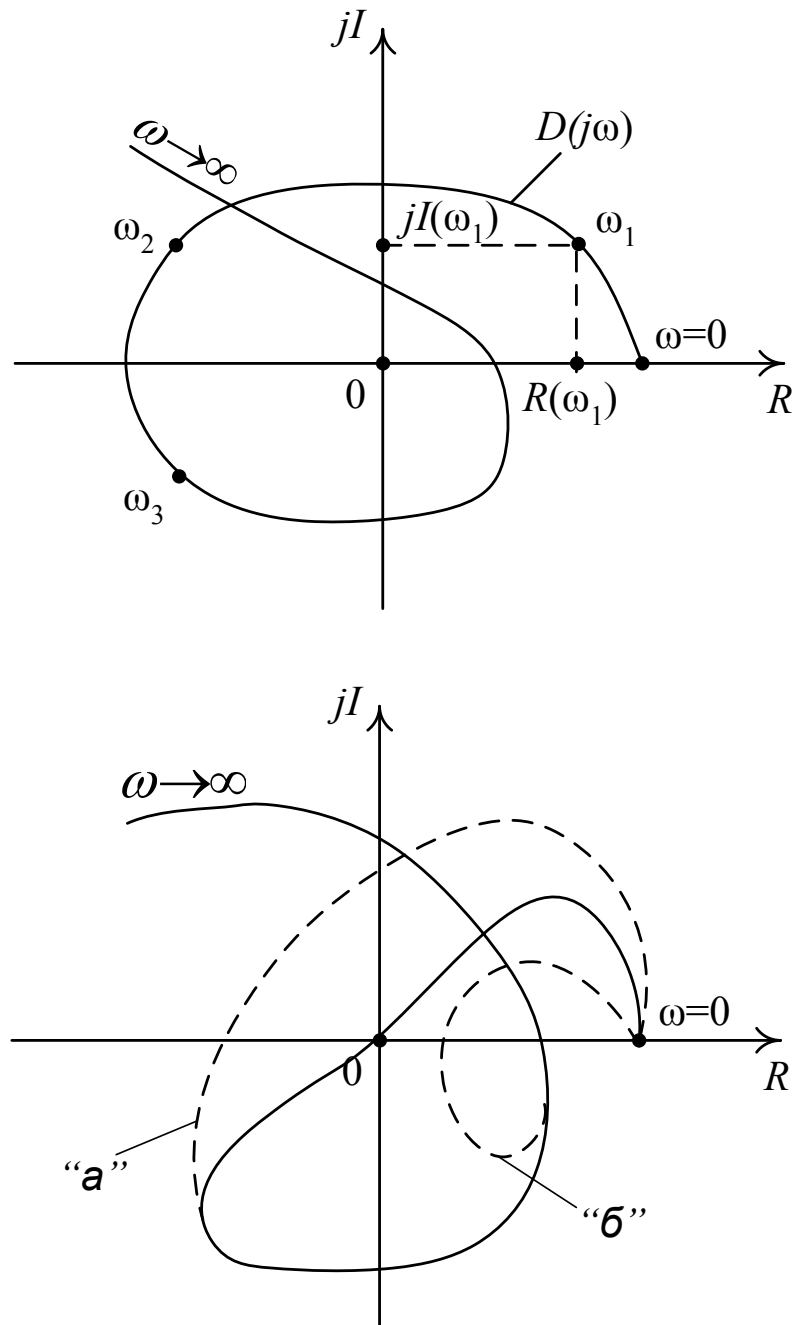


Рисунок 4.10

#### 4.1.5 Розрахунок частотних характеристик САК

Елементи та системи автоматичного регулювання можуть підлягати різним діям, які характеризуються довільними функціями часу. Зміна положення вихідного органу системи у вигляді функції часу називається відгуком або реакцією системи на вхідне діяння. В теорії автоматичного керування широко використовують методи вивчення динамічних властивостей елементів та систем, які основані на визначенні відгуків (реакцій), викликаних визначеними (детермінованими) типами діянь.



Особливо зручний для дослідження динамічних властивостей елементів та систем автоматичного регулювання гармонічний вихідний сигнал. В порівнянні з іншими видами детермінованих сигналів таке діяння простіше створити при проведенні експериментів і, крім того, воно дозволяє при мінімальному обсязі обчислень отримати розрахункові характеристики, які достатньо повно віддзеркалюють динамічні властивості елементів та систем.

При гармонічному вхідному діянні закон зміни вихідної величини в часі має вигляд:

$$y(t) = y_0 \sin(\omega t + \varphi),$$

де  $y_0$  – амплітуда вихідної величини;  $\varphi$  – зсув за фазою вихідної величини відносно вхідної.

Залежність відношення амплітуд  $y_0/x_0$  від частоти вимушених коливань та залежність зсуву за фазою  $\varphi$  від частоти вимушених коливань називається відповідно амплітудно-частотною та фазочастотною характеристиками системи.

Дослідження вказаних характеристик дає повну картину динамічних властивостей лінійної моделі елемента або системи автоматичного регулювання.

Розглянемо послідовність визначення та розрахунку частотних характеристик лінійної моделі системи.

Припустимо, що рух системи описується таким диференціальним рівнянням:

$$a_0 \frac{d^4 y}{dt^4} + a_1 \frac{d^3 y}{dt^3} + a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_3 \frac{dy}{dt} + a_4 y = bx, \quad (4.5)$$

або після переведення до операторної форми (за Лапласом):

$$(a_0 S^4 + a_1 S^3 + a_2 S^2 + a_3 S + a_4) y(S) = bx(s). \quad (4.6)$$

Передаточна функція системи на основі (4.6) буде мати вигляд:

$$W(S) = \frac{y(S)}{x(S)} = \frac{b}{a_0 S^4 + a_1 S^3 + a_2 S^2 + a_3 S + a_4}. \quad (4.7)$$

Амплітудно-фазочастотну характеристику (АФЧХ) або комплексну частотну передаточну функцію отримаємо з рівняння передаточної функції шляхом підстановки:  $S = j\omega$  :

$$W(j\omega) = \frac{b}{a_0(j\omega)^4 + a_1(j\omega)^3 + a_2(j\omega)^2 + a_3(j\omega) + a_4} \quad (4.8)$$

$$(4.9)$$

Виходячи, що  $j^2 = -1$ , запишемо:

$$\begin{aligned} W(j\omega) &= \frac{b}{a_0\omega^4 - a_1\omega^3 j - a_2\omega^2 + a_3\omega j + a_4} = \\ &= \frac{b}{(a_0\omega^4 - a_2\omega^2 + a_4) - j(a_1\omega^3 - a_3\omega)} \end{aligned} \quad (4.10)$$

Помноживши чисельник та знаменник рівняння (4.10) на комплексний вираз, спряжений знаменнику, отримаємо:

$$\begin{aligned} W(j\omega) &= \frac{b[(a_0\omega^4 - a_2\omega^2 + a_4) + j(a_1\omega^3 - a_3\omega)]}{[(a_0\omega^4 - a_2\omega^2 + a_4) - j(a_1\omega^3 - a_3\omega)][(a_0\omega^4 - a_2\omega^2 + a_4) + j(a_1\omega^3 - a_3\omega)]} = \\ &= \frac{b(a_0\omega^4 - a_2\omega^2 + a_4)}{(a_0\omega^4 - a_2\omega^2 + a_4)^2 + (a_1\omega^3 - a_3\omega)^2} + j \frac{b(a_1\omega^3 - a_3\omega)}{(a_0\omega^4 - a_2\omega^2 + a_4)^2 + (a_1\omega^3 - a_3\omega)^2} \end{aligned}$$

Таким чином, АФЧХ можна представити у вигляді:

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega) \quad (4.11)$$

де

$$P(\omega) = R_e W(j\omega) = \frac{b(a_0\omega^4 - a_2\omega^2 + a_4)}{(a_0\omega^4 - a_2\omega^2 + a_4)^2 + (a_1\omega^3 - a_3\omega)^2},$$

$$Q(\omega) = J_m W(j\omega) = \frac{b(a_1\omega^3 - a_3\omega)}{(a_0\omega^4 - a_2\omega^2 + a_4)^2 + (a_1\omega^3 - a_3\omega)^2}.$$

Наближений графік АФЧХ показано на рис. 4.11.

Амплітудно-частотна характеристика системи:

$$\begin{aligned} A(\omega) &= |W(j\omega)| = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} = \\ &= \frac{b}{\sqrt{(a_0\omega^4 - a_2\omega^2 + a_4)^2 + (a_1\omega^3 - a_3\omega)^2}} \end{aligned} \quad (4.12)$$

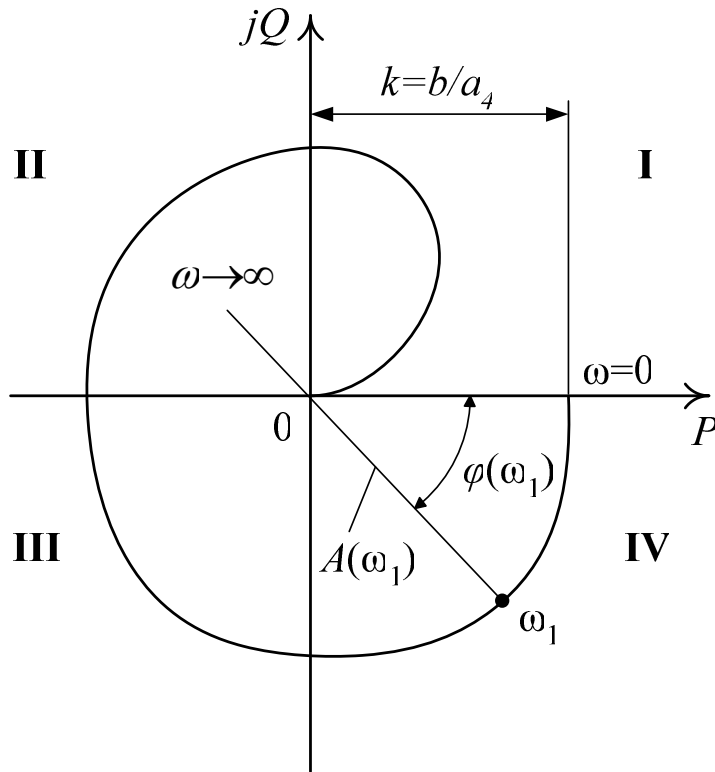


Рисунок 4.11

Фазочастотна характеристика системи:

$$\varphi(\omega) = \text{arctg} W(j\omega) = \text{arctg} \frac{Q(\omega)}{P(\omega)}, \quad (4.13)$$

або з врахуванням (4.11):

$$\varphi(\omega) = \text{arctg} \frac{a_1 \omega^3 - a_3 \omega}{a_0 \omega^4 - a_2 \omega^2 + a_4}. \quad (4.14)$$

З врахуванням позначень:  $a_1 \omega^3 - a_3 \omega = B(\omega)$ ,  $a_0 \omega^4 - a_2 \omega^2 + a_4 = D(\omega)$  фазочастотна характеристика системи прийме вигляд:

$$\varphi(\omega) = \text{arctg} \frac{B(\omega)}{D(\omega)}, \quad (4.15)$$

причому дійсне значення  $\varphi(\omega)$  буде визначатися такими співвідношеннями:

$$\varphi = \varphi_0 \quad \text{при } P > 0; Q < 0 \text{ або } D > 0; B < 0;$$

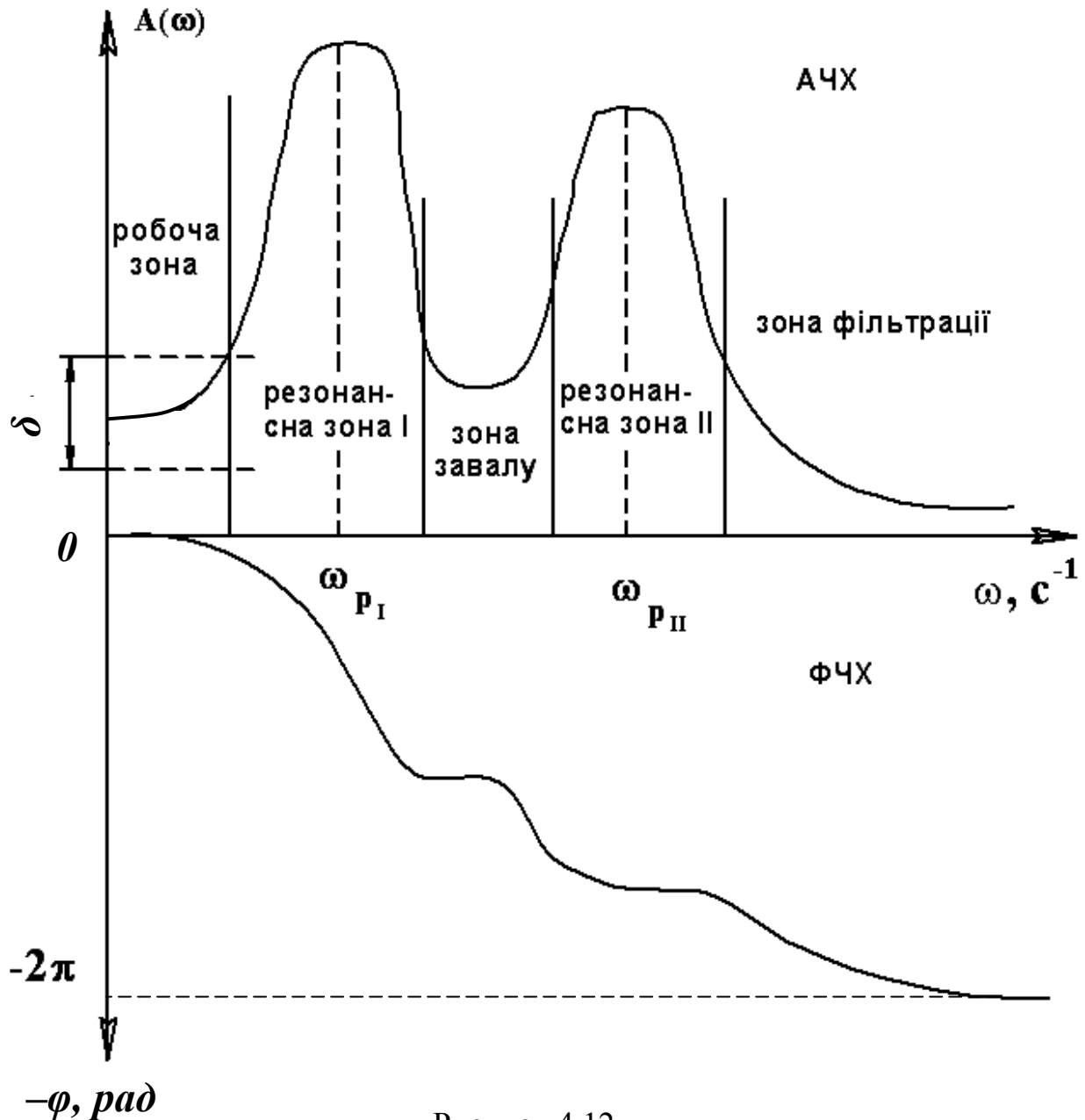
$$\varphi = -(\pi - \varphi_0) \quad \text{при } P < 0; Q < 0 \text{ або } D < 0; B < 0;$$

$$\varphi = -(\pi + \varphi_0) \quad \text{при } P < 0; Q > 0 \text{ або } D < 0; B > 0;$$

$$\varphi = -(2\pi - \varphi_0) \quad \text{при } P > 0; Q > 0 \text{ або } D > 0; B > 0,$$

де  $\varphi_0$  - гострий кут, отриманий за формулою (4.14).

Наближені графіки АЧХ та ФЧХ наведені відповідно на рис. 4.12, де  $\sigma = \pm 15\%$  від  $A$  при  $\omega = 0$  – прийнятий діапазон роботи системи.



#### 4.2 Технічні засоби для виконання робіт

При виконанні даної роботи використовується ПЕОМ обчислювального центру інституту або особисті програмовані мікрокалькулятори.

#### 4.3 Методика та послідовність виконання роботи:

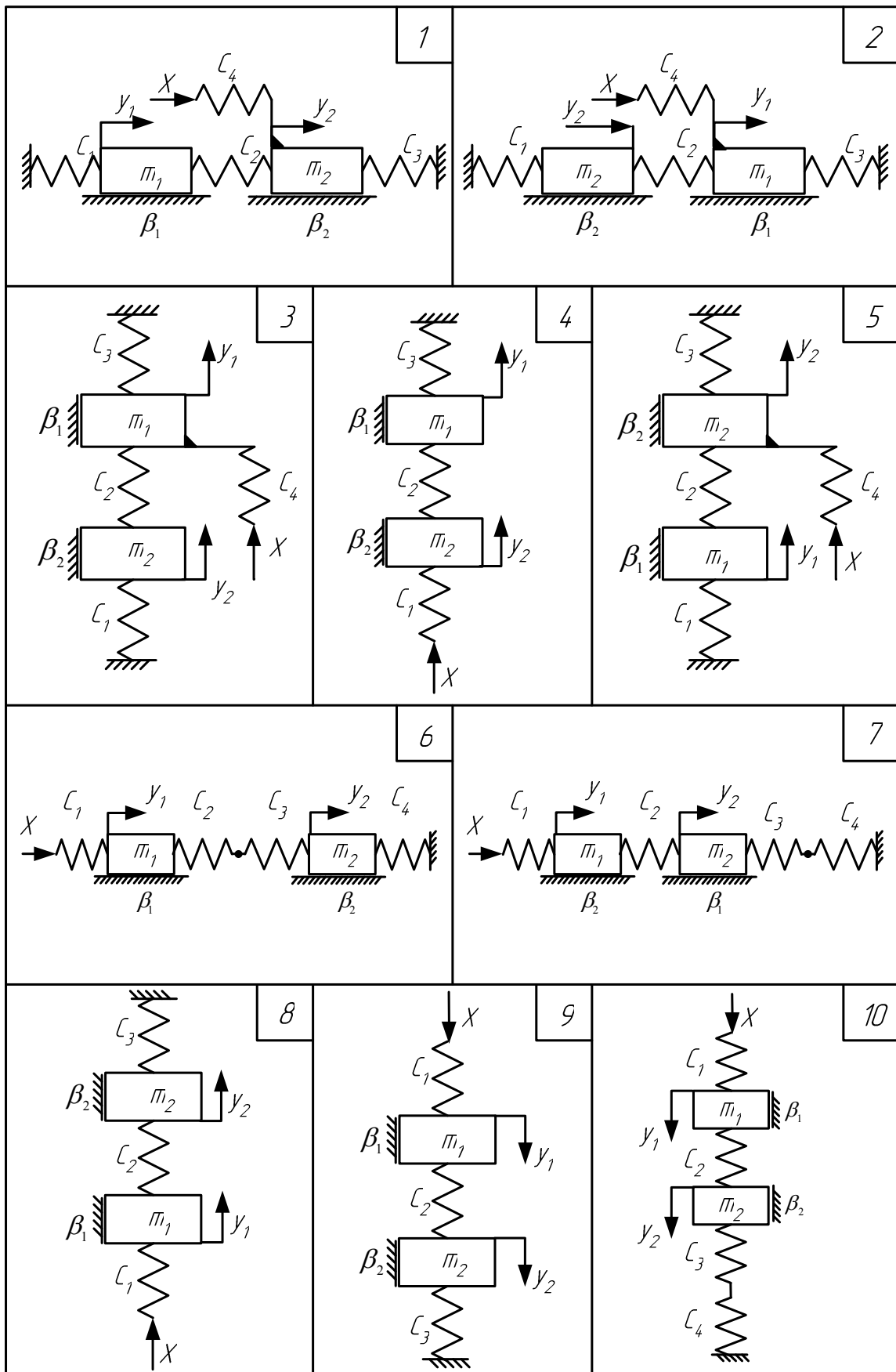
- згідно варіанту отриманого завдання розробити математичну модель механічної системи (рівняння з врахування прийнятих припущень записати в диференціальній формі);
- перетворити отримані диференціальні рівняння за Лапласом, тобто записати їх в алгебраїчній формі;
- розв'язати систему алгебраїчних рівнянь і отримати вираз передавальної функції системи;
- визначити динамічну стійкість системи для заданих значень параметрів за одним з двох алгебраїчних критеріїв і потім дослідити за обраним критерієм як буде змінюватись стійкість при зміні одного, довільно обраного параметра системи, наприклад, задане значення маси  $m_1=6$  кг, додатково обрати значення маси  $m_1'=60$  кг та  $m_1''=0,6$  кг. При виконанні цих розрахунків (практична частина робіт виконується на ПЕОМ обчислювального центру інституту або за власним бажанням за допомогою програмованого мікрокалькулятора) використовується пакет MathCAD 2001 (в разі розрахунку на ПЕОМ);
- отримати з передавальної функції вираз для дослідження стійкості за допомогою графоаналітичного критерію Михайлова;
- визначити динамічну стійкість системи для заданих значень параметрів за допомогою графоаналітичного критерію Михайлова і потім дослідити за даним критерієм як буде змінюватись стійкість при зміні величин того ж параметра, що і при роботі з алгебраїчним критерієм. Всі графіки з кривої Михайлова бажано розташовувати в одній координатній системі;
- отримати з передаточної функції вираз для побудови частотних характеристик (АЧХ, ФЧХ, АФЧХ);
- використовуючи пакет Math CAD на ПЕОМ отримати графіки частотних характеристик для заданих значень параметрів. Графіки АЧХ і ФЧХ бажано розташовувати один під одним, базуючись на спільній осі ординат та абсцис. На графіку АЧХ вказати робочу, неробочу (зону завалу), резонансну, фільтрації, а також – резонансні частоти;
- зробити висновки за результатом кожного стану роботи.

4.4 Завдання на лабораторну роботу (див. таблиці 4.3 та 4.4):

Таблиця 4.3

Умовні позначення та їх одиниці	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$m_1, \text{кг}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$m_2, \text{кг}$	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22
$\beta_1, \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}}$	5	10	15	20	25	30	35	12	16	18
$\beta_2, \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}}$	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
$C_1, \frac{\text{Н}}{\text{м}}$	3000	3200	3400	3600	3800	4000	4200	4400	4600	4800
$C_2, \frac{\text{Н}}{\text{м}}$	2500	3000	3500	4000	4500	5000	5500	6000	6500	7000
$C_3, \frac{\text{Н}}{\text{м}}$	1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000	10000
$C_4, \frac{\text{Н}}{\text{м}}$	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000

Таблица 4.4



#### 4.5 Зміст звіту

Звіт повинен вміщувати:

- найменування та мету лабораторної роботи;
- дату її виконання;
- технічні засоби, які використовуються;
- зміст завдання на роботу;
- розрахункова схема системи (на схемі вказати напрямок дії відповідних сил, координатні напрямки);
- прийняті припущення та розроблену математичну модель на базі диференціальних рівнянь;
- алгебраїчні рівняння (диференціальні рівняння записані в операторній формі за Лапласом);
- процес визначення передаточної функції системи;
- визначення динамічної стійкості за обраним алгебраїчним критерієм (роздруковка розрахунків на ПЕОМ або програма розрахунків на програмованому калькуляторі та результати розрахунків); висновки за цими розрахунками;
- процес отримання з передаточної функції виразу для роботи з критерієм Михайлова;
- визначення динамічної стійкості за допомогою графоаналітичного критерію Михайлова (роздруковка розрахунків на ПЕОМ); висновки за цими розрахунками;
- процес отримання з передаточної функції виразу для побудови частотних характеристик – АЧХ, ФЧХ, АФЧХ (роздруковка розрахунків та графіків на ПЕОМ); обробка відповідних графіків (АЧХ); висновки за цими характеристиками;
- загальні висновки по роботі.

#### 4.6 Питання для самоконтролю

1. В чому полягає методика розробки математичного опису системи?
2. Які критерії стійкості Ви знаєте?
3. В чому полягає визначення стійкості за критерієм Рауса?
4. В чому полягає визначення стійкості за критерієм Гурвіца?
5. Яку частину рівняння, записаного відносно вхідного та вихідного сигналів, потрібно розглянути для визначення динамічної стійкості системи – праву чи ліву?
6. В чому полягає суть визначення стійкості за графоаналітичним критерієм Михайлова?
7. Методика отримання аналітичного виразу для побудови частотних характеристик.
8. Які зони розглядаються при аналізі АЧХ?



9. Для довільно обраної частоти  $\omega$  покажіть на графіку АФЧХ кут фазового запізнення вихідного сигналу та амплітуду того ж сигналу.
10. Охарактеризуйте методику проведення розрахунків для даної роботи з використанням пакету MathCAD для ПЕОМ.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Голубничий Н.И. и др. Беседы по автоматике. – Киев: Техника, 1971.
2. Кирьянов Д.В. Самоучитель MathCAD 2001. СПб.: БХВ – Петербург, 2001.
3. Болнокин В.Е., Чинаев П.И. Анализ синтез систем автоматического управления на ЭВМ. Алгоритмы и программы. – М.: Радио и связь, 1986.

## 5 Методичні вказівки до виконання контрольної роботи

### 5.1 Перелік питань до першого завдання.

1. Системи стабілізації.
2. Системи програмного керування.
3. Слідкуючі системи.
4. Одноконтурні автоматичні системи.
5. Багатоконтурні автоматичні системи.
6. Автоматичні системи прямої дії.
7. Автоматичні системи непрямої дії.
8. Безперервні автоматичні системи.
9. Дискретні автоматичні системи.
10. Статичні автоматичні системи.
11. Астатичні автоматичні системи.
12. Ізодромні автоматичні системи.
13. Характеристика лінійної автоматичної системи.
14. Характеристика нелінійної автоматичної системи.
15. Аналітичні розрахунки статичних характеристик.
16. Аналітичні розрахунки перехідних характеристик.
17. Графоаналітичний критерій стійкості Михайлова.
18. Частотні характеристики стійкості.
19. Оцінювання стійкості системи за її структурою.
20. Синтез систем автоматичного керування виходячи із умови стійкості.
21. Запас стійкості автоматичної системи.
22. Кореневі методи оцінювання процесів регулювання.
23. Діаграма Вишнеградського.
24. Типові динамічні ланки автоматичних систем. Класифікація та аналіз таких ланок.
25. Особливості нелінійних автоматичних систем.
26. Застосування аналогових та цифрових ЕОМ для оцінювання якості процесів керування.

### 5.2 Зміст другого завдання

1. Словесний опис механічної системи.
2. Розрахункова схема системи.
3. Математична модель системи:
  - диференціальні рівняння;
  - алгебраїчне рівняння (вихідні диференціальні перетворення за методом Лапласа);

- передавальна функція системи (розв'язання системи алгебраїчних рівнянь відносно вхідного та вихідного сигналів методом підстановки).

#### 4. Побудова та перетворення структурної схеми системи:

- приведення вихідних алгебраїчних рівнянь до вигляду, необхідного для побудови структурної схеми;
- структурні схеми, які відображають окремі рівняння;
- загальна структурна схема системи;
- перетворення структурної схеми за правилами і отримання передавальної функції системи (*Зауваження:* вирази передавальної функції за п. 3 та 4 повинні бути ідентичними);
- визначення типових динамічних ланок.

5. Визначення стійкості (для визначення стійкості потрібно використати ПЕОМ або програмний мікрокалькулятор з обов'язковим наведенням програми розрахунку, або, у випадку використання стандартної програми, - на її посилання.):

- за алгебраїчними критеріями;
- за графоаналітичним критерієм Михайлова. (*Зауваження:*
  - а) в роботі потрібно застосувати тільки один алгебраїчний критерій (вибір здійснює викладач);
  - б) визначення стійкості потрібно провести таким чином:
    - довільно вибрати один з параметрів системи;
    - визначити стійкість системи для значення цього параметру згідно із завданням на роботу;
    - визначити стійкість системи ще для двох значень цього параметру, наприклад, одне значення – на порядок нижче заданого значення, друге – на порядок вище. )

#### 6. Визначення частотних характеристик:

- амплітудно-частотної (АЧХ);
- фазочастотної (ФЧХ);
- амплітудно-фазочастотної (АФЧХ).

*Зауваження:*

а) потрібно навести відповідні рівняння, побудувати графіки (бажано з використанням ПЕОМ з обов'язковим наведенням таблиць значень параметрів, за якими будуються відповідні графіки), зробити висновки за результатами аналізу характеристик;

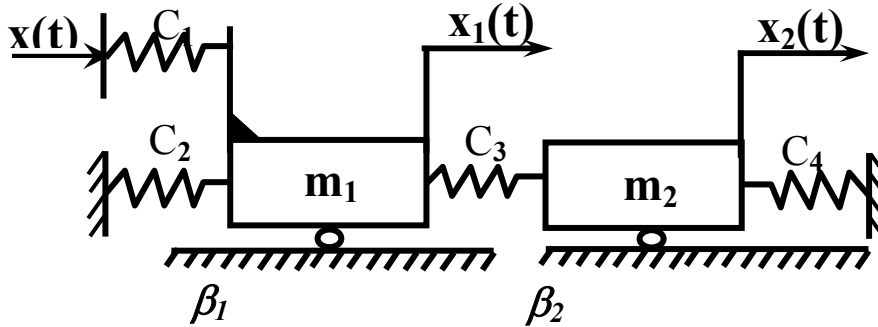
б) для визначення характерних зон на АЧХ потрібно задати допустимий діапазон точності роботи даної системи: рекомендовано його задати в межах  $\pm(5\div 15\%)$  від значення амплітуди  $A$  при  $\omega = 0$ ;

в) діапазон кутових частот, для якого потрібно побудувати частотні характеристики, наближено визначається від 0 до  $\omega = \sqrt{C_{\Sigma}/m_{\Sigma}}$ , де  $C_{\Sigma}$  – сумарна жорсткість пружних елементів,  $m_{\Sigma}$  – сумарна маса системи. Крок зміни частот рекомендовано здійснювати методом підбору за візуальним оцінюванням графіка частотної характеристики.

7. Загальні висновки по другому завданню.

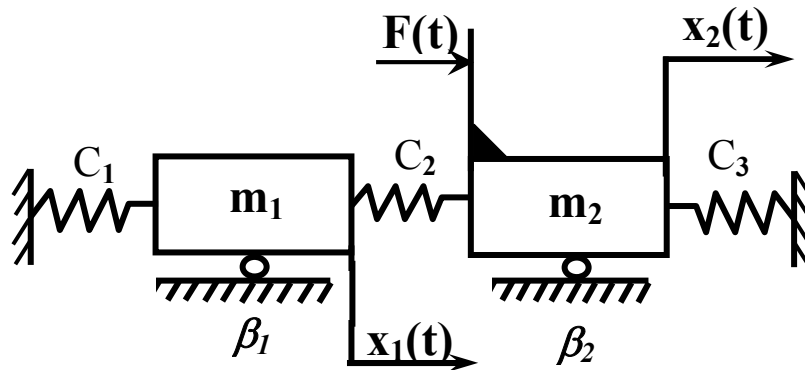
### 5.3 Варіанти завдань до контрольної роботи

1



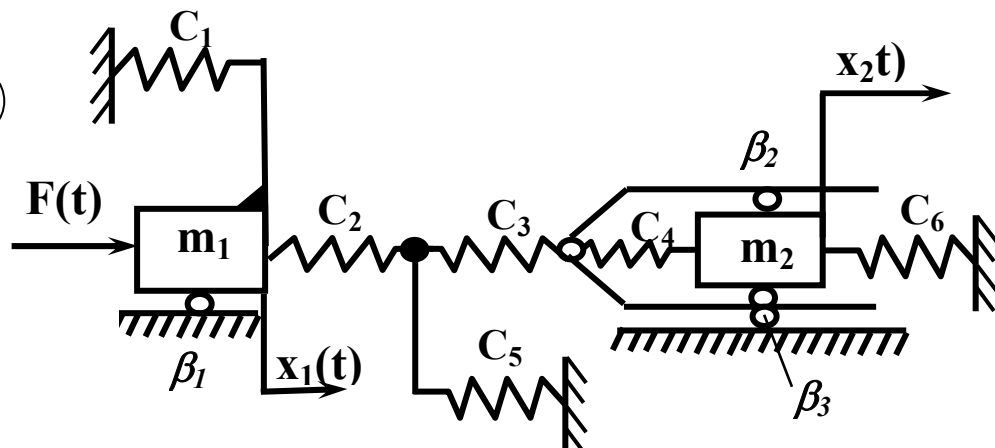
**Дано:**  $m_1 = 4$  кг,  $m_2 = 10$  кг,  $C_1 = 3000$  Н/м,  $C_2 = 4000$  Н/м,  $C_3 = 4500$  Н/м,  $C_4 = 5000$  Н/м,  $\beta_1 = 30$  Нс/м,  $\beta_2 = 10$  Нс/м

2

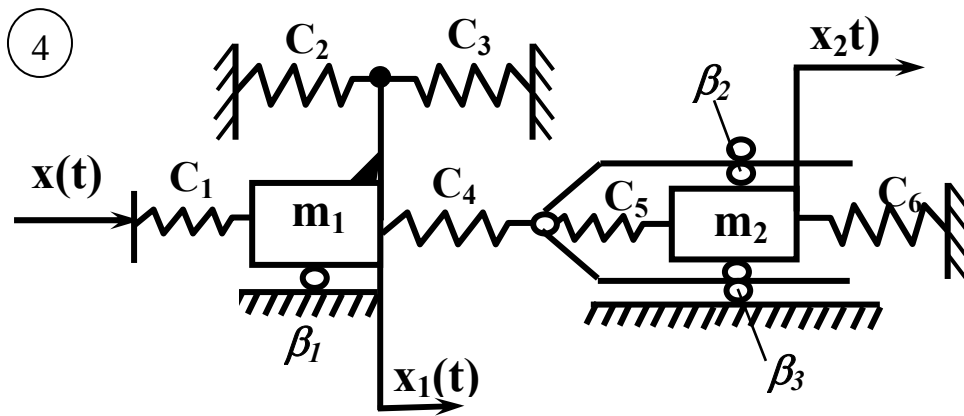


**Дано:**  $m_1 = 4$  кг,  $m_2 = 6$  кг,  $C_1 = 1000$  Н/м,  $C_2 = 2000$  Н/м,  $C_3 = 3000$  Н/м,  $\beta_1 = 10$  Нс/м,  $\beta_2 = 20$  Нс/м

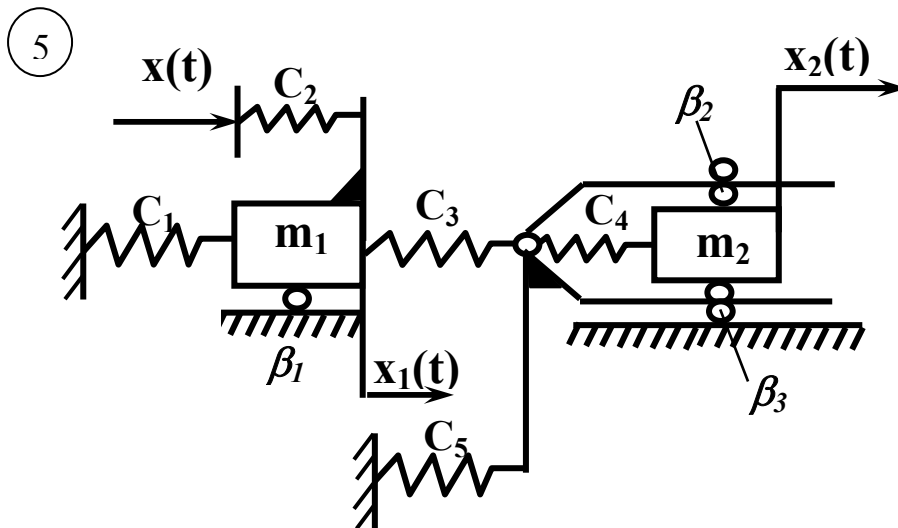
3



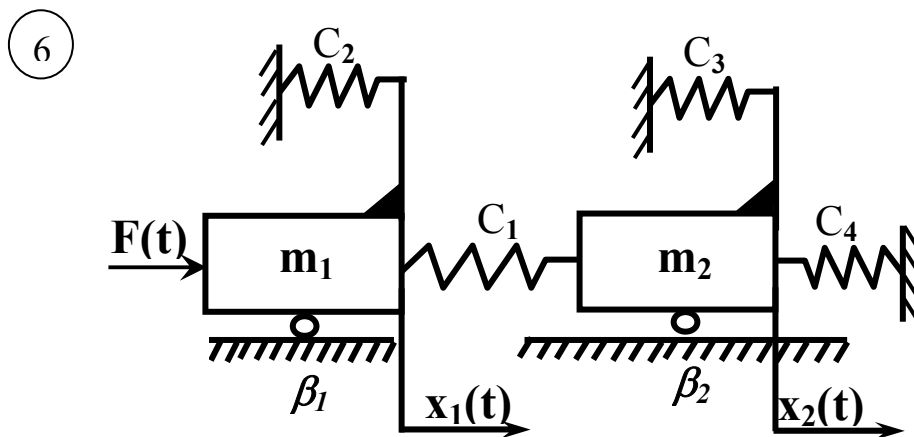
**Дано:**  $m_1 = 1$  кг,  $m_2 = 4$  кг,  $C_1 = 3000$  Н/м,  $C_2 = 2500$  Н/м,  $C_3 = 1000$  Н/м,  $C_4 = 5000$  Н/м,  $C_5 = 1500$  Н/м,  $C_6 = 800$  Н/м,  $\beta_1 = 5$  Нс/м,  $\beta_2 = 3$  Нс/м,  $\beta_3 = 2$  Нс/м



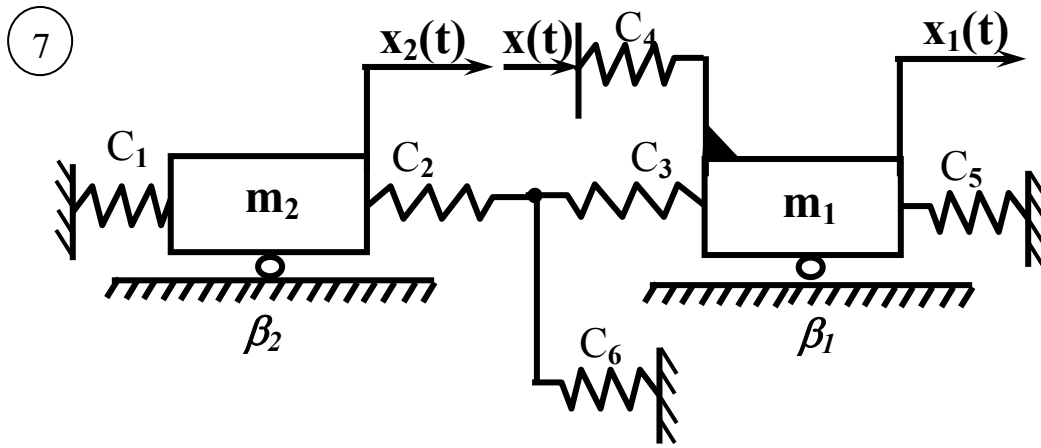
**Дано:**  $m_1 = 2$  кг,  $m_2 = 6$  кг,  $C_1 = 3200$  Н/м,  $C_2 = 3000$  Н/м,  $C_3 = 2000$  Н/м,  
 $C_4 = 5000$  Н/м,  $C_5 = 4000$  Н/м,  $C_6 = 1000$  Н/м,  $\beta_1 = 10$  Нс/м,  
 $\beta_2 = 6$  Нс/м,  $\beta_3 = 3$  Нс/м



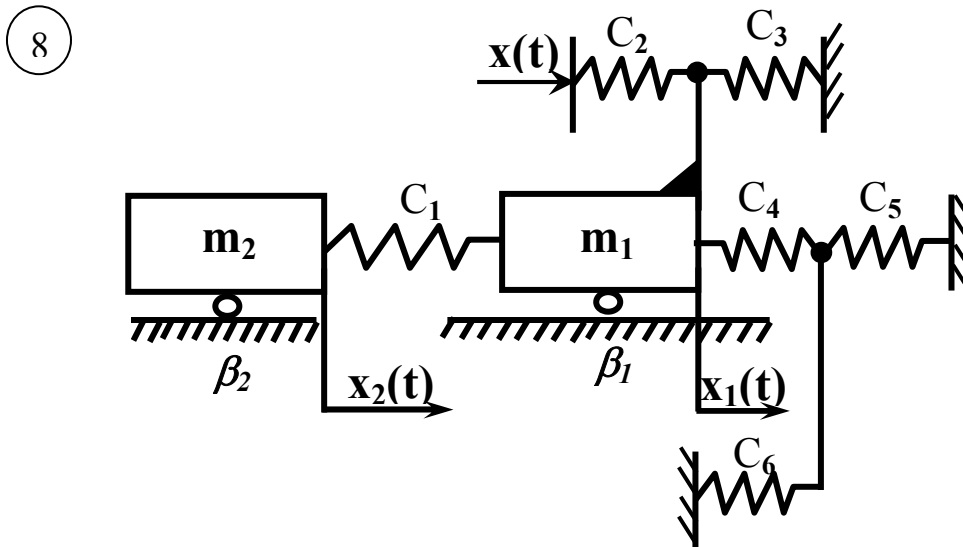
**Дано:**  $m_1 = 3$  кг,  $m_2 = 8$  кг,  $C_1 = 3400$  Н/м,  $C_2 = 3500$  Н/м,  $C_3 = 3000$  Н/м,  
 $C_4 = 5000$  Н/м,  $C_5 = 2500$  Н/м,  $\beta_1 = 15$  Нс/м,  $\beta_2 = 9$  Нс/м,  $\beta_3 = 5$  Нс/м



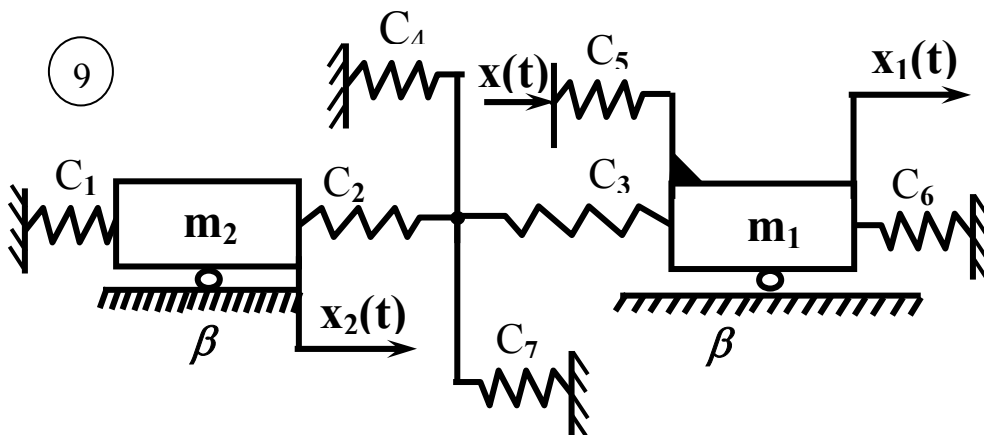
**Дано:**  $m_1 = 4$  кг,  $m_2 = 10$  кг,  $C_1 = 3600$  Н/м,  $C_2 = 4000$  Н/м,  $C_3 = 4000$  Н/м,  
 $C_4 = 5000$  Н/м,  $\beta_1 = 20$  Нс/м,  $\beta_2 = 12$  Нс/м



**Дано:**  $m_1 = 5$  кг,  $m_2 = 12$  кг,  $C_1 = 3800$  Н/м,  $C_2 = 4500$  Н/м,  $C_3 = 5000$  Н/м,  
 $C_4 = 5000$  Н/м,  $C_5 = 2500$  Н/м,  $C_6 = 3000$  Н/м,  $\beta_1 = 25$  Нс/м,  $\beta_2 = 12$  Нс/м

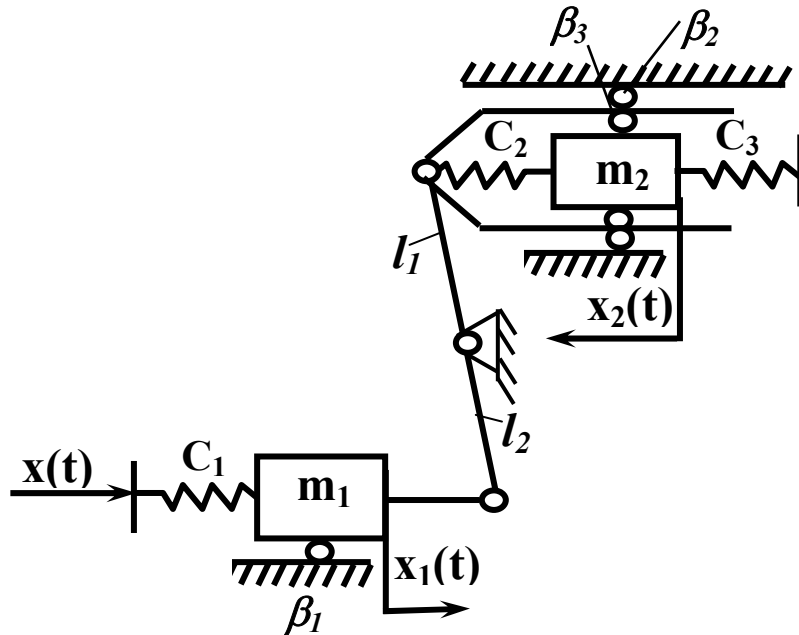


**Дано:**  $m_1 = 6$  кг,  $m_2 = 14$  кг,  $C_1 = 4000$  Н/м,  $C_2 = 5000$  Н/м,  $C_3 = 6000$  Н/м,  
 $C_4 = 5000$  Н/м,  $C_5 = 2000$  Н/м,  $C_6 = 1500$  Н/м,  $\beta_1 = 30$  Нс/м,  $\beta_2 = 18$  Нс/м



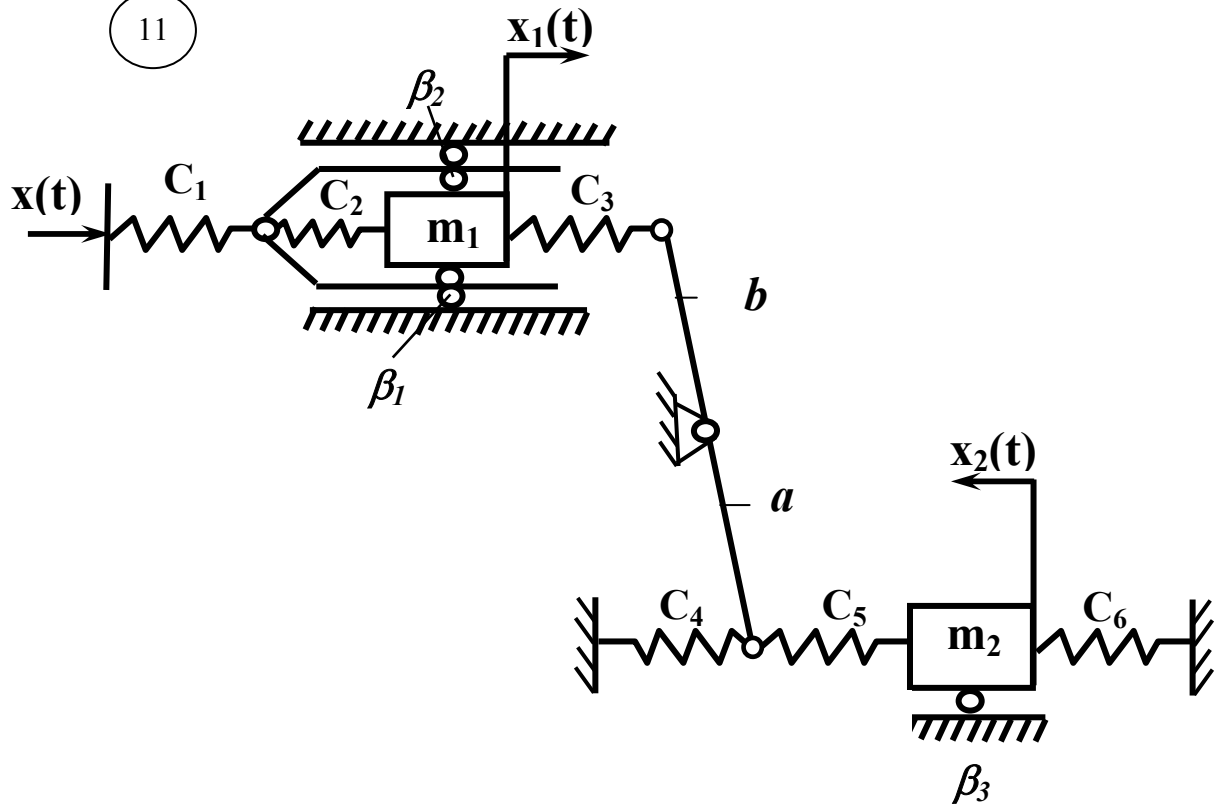
**Дано:**  $m_1 = 8$  кг,  $m_2 = 18$  кг,  $C_1 = 4200$  Н/м,  $C_2 = 5500$  Н/м,  
 $C_3 = 7000$  Н/м,  $C_4 = 5000$  Н/м,  $C_5 = 5000$  Н/м,  $C_6 = 2500$  Н/м,  
 $C_7 = 2000$  Н/м,  $\beta_1 = 35$  Нс/м,  $\beta_2 = 21$  Нс/м

10

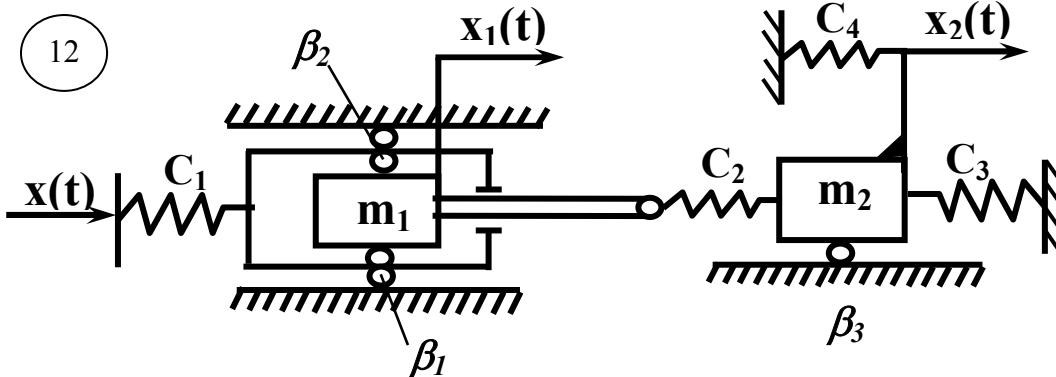


**Дано:**  $m_1 = 5$  кг,  $m_2 = 8$  кг,  $C_1 = 3000$  Н/м,  $C_2 = 4000$  Н/м,  $C_3 = 3200$  Н/м  
 $\beta_1 = 10$  Нс/м,  $\beta_2 = 20$  Нс/м,  $\beta_3 = 15$  Нс/м,  $l_1 = 0.3$  м,  $l_2 = 0.5$  м

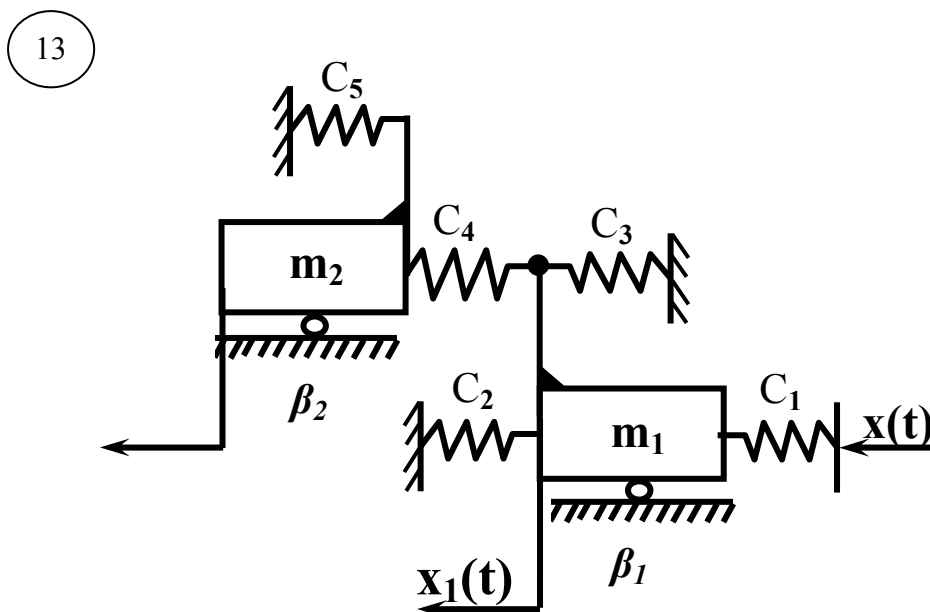
11



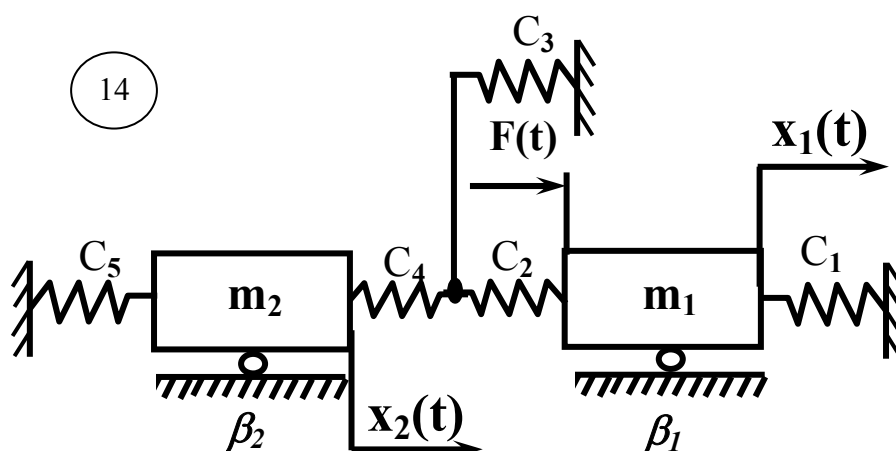
**Дано:**  $m_1 = 3$  кг,  $m_2 = 6$  кг,  $C_1 = 3000$  Н/м,  $C_2 = 3200$  Н/м,  $C_3 = 2500$  Н/м,  
 $C_4 = 1000$  Н/м,  $C_5 = 2500$  Н/м,  $C_6 = 3000$  Н/м,  $\beta_1 = 13$  Нс/м,  $\beta_2 = 9$   
Нс/м,  $\beta_3 = 5$  Нс/м,  $a = 0.6$  м,  $b = 0.3$  м



**Дано:**  $m_1 = 3$  кг,  $m_2 = 5$  кг,  $C_1 = 3000$  Н/м,  $C_2 = 1500$  Н/м,  $C_3 = 500$  Н/м  
 $C_4 = 4000$  Н/м,  $\beta_1 = 8$  Нс/м,  $\beta_2 = 5$  Нс/м,  $\beta_3 = 5$  Нс/м



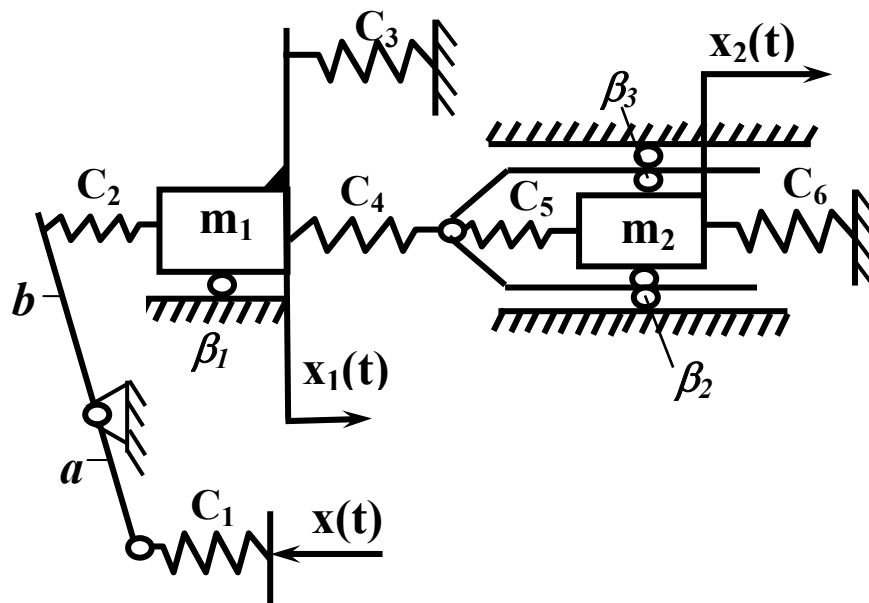
**Дано:**  $m_1 = 9$  кг,  $m_2 = 7$  кг,  $C_1 = 3400$  Н/м,  $C_2 = 3500$  Н/м,  $C_3 = 3000$  Н/м,  
 $C_4 = 5000$  Н/м,  $C_5 = 1000$  Н/м,  $\beta_1 = 12$  Нс/м,  $\beta_2 = 9$  Нс/м



**Дано:**  $m_1 = 2$  кг,  $m_2 = 6$  кг,  $C_1 = 3000$  Н/м,  $C_2 = 3200$  Н/м,  $C_3 = 2000$  Н/м,  
 $C_4 = 3000$  Н/м,  $C_5 = 3500$  Н/м,  $\beta_1 = 10$  Нс/м,  $\beta_2 = 6$  Нс/м

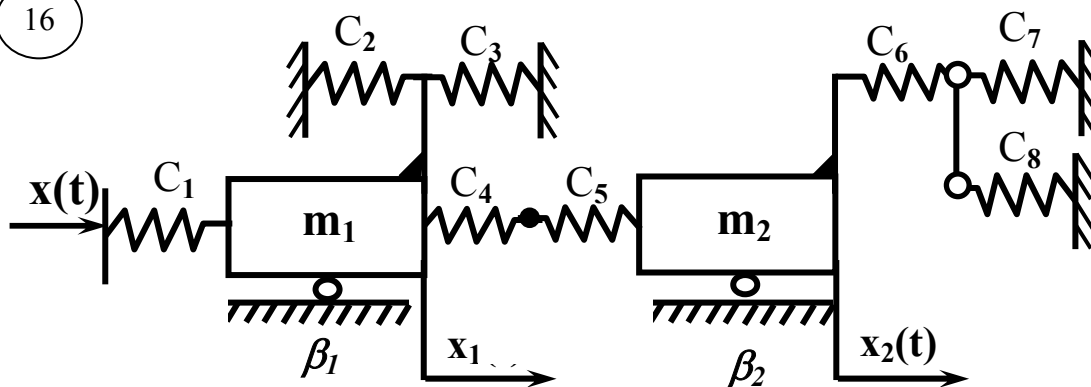


15



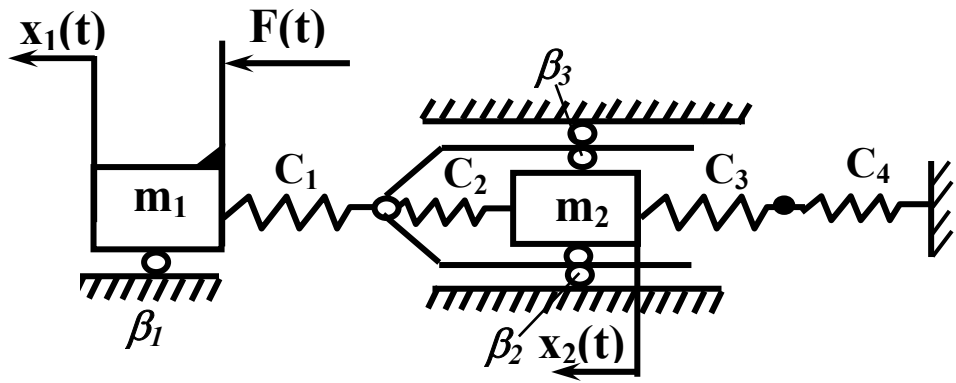
**Дано:**  $m_1 = 1$  кг,  $m_2 = 4$  кг,  $C_1 = 2000$  Н/м,  $C_2 = 3000$  Н/м,  $C_3 = 1000$  Н/м,  
 $C_4 = 2500$  Н/м,  $C_5 = 1000$  Н/м,  $C_6 = 500$  Н/м,  $\beta_1 = 5$  Нс/м,  
 $\beta_2 = 4$  Нс/м,  $\beta_3 = 3$  Нс/м,  $a=0.5$ м,  $b=0.2$ м

16



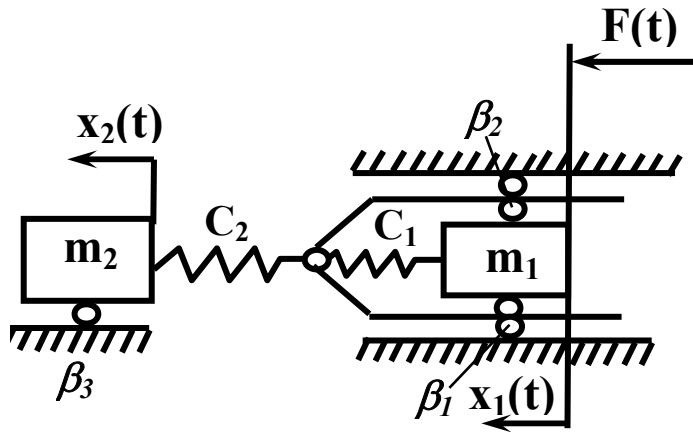
**Дано:**  $m_1 = 4$  кг,  $m_2 = 10$  кг,  $C_1 = 3600$  Н/м,  $C_2 = 4000$  Н/м,  $C_3 = 4000$  Н/м,  
 $C_4 = 5000$  Н/м,  $C_5 = 1000$  Н/м,  $C_6 = 500$  Н/м,  $C_7 = 600$  Н/м,  
 $C_8 = 700$  Н/м,  $\beta_1 = 20$  Нс/м,  $\beta_2 = 12$  Нс/м

17



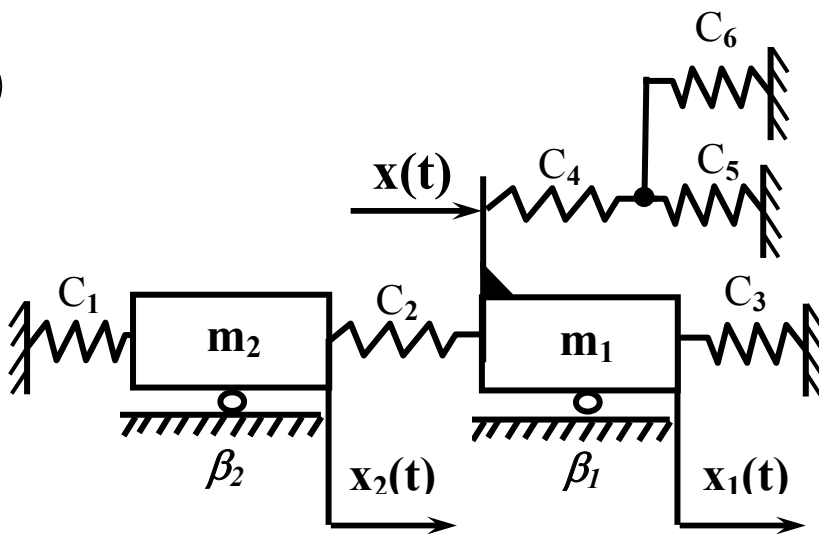
**Дано:**  $m_1 = 3$  кг,  $m_2 = 8$  кг,  $C_1 = 3400$  Н/м,  $C_2 = 3500$  Н/м,  $C_3 = 3000$  Н/м  
 $C_4 = 5000$  Н/м,  $\beta_1 = 15$  Нс/м,  $\beta_2 = 9$  Нс/м,  $\beta_3 = 5$  Нс/м

18



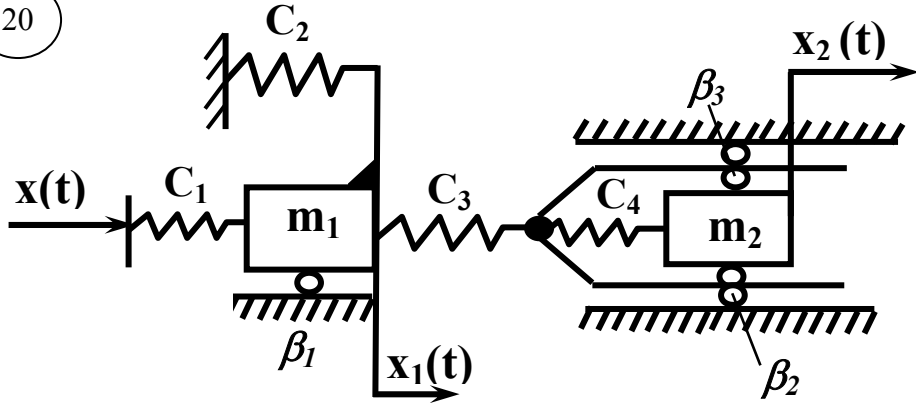
**Дано:**  $m_1 = 2$  кг,  $m_2 = 6$  кг,  $C_1 = 3200$  Н/м,  $C_2 = 3000$  Н/м,  $C_3 = 2000$  Н/м,  
 $\beta_1 = 10$  Нс/м,  $\beta_2 = 6$  Нс/м,  $\beta_3 = 4$  Нс/м

19



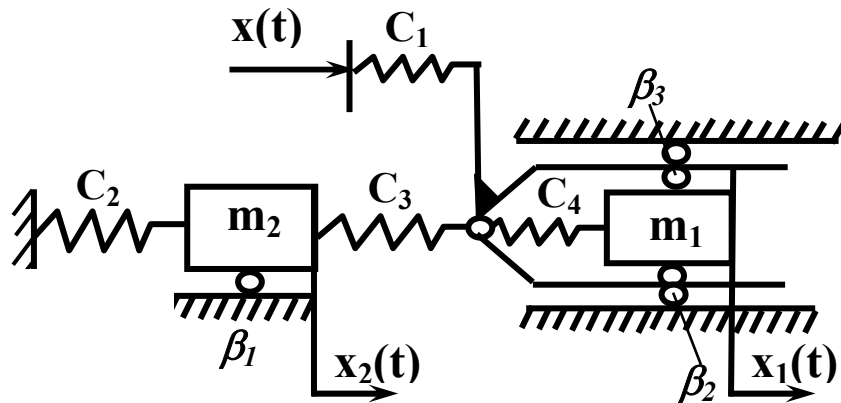
**Дано:**  $m_1 = 3$  кг,  $m_2 = 5$  кг,  $\beta_1 = 8$  Н·с/м,  $\beta_2 = 3$  Н·с/м,  $C_1 = 3000$  Н/м,  
 $C_2 = 2000$  Н/м,  $C_3 = 3000$  Н/м,  $C_4 = 1500$  Н/м,  $C_5 = 2000$  Н/м,  
 $C_6 = 1000$  Н/м

20



**Дано:**  $m_1 = 1$  кг,  $m_2 = 4$  кг,  $C_1 = 3000$  Н/м,  $C_2 = 2500$  Н/м,  $C_3 = 1000$  Н/м,  
 $C_4 = 5000$  Н/м,  $\beta_1 = 5$  Нс/м,  $\beta_2 = 3$  Нс/м,  $\beta_3 = 6$  Нс/м

21



**Дано:**  $m_1 = 4$  кг,  $m_2 = 7$  кг,  $C_1 = 3500$  Н/м,  $C_2 = 3200$  Н/м,  $C_3 = 3000$  Н/м,  
 $C_4 = 5000$  Н/м,  $\beta_1 = 12$  Нс/м,  $\beta_2 = 9$  Нс/м,  $\beta_3 = 10$  Нс/м

## 5.4 Приклад виконання контрольної роботи

### Зміст

1. Словесний опис механічної системи.
2. Розрахункова схема системи.
3. Математична модель системи:
  - а) диференціальні рівняння;
  - б) рівняння перетворення за методом Лапласа (алгебраїчні);
  - в) передавальна функція системи.
4. Побудова та перетворення структурної схеми:
  - а) приведення вихідних рівнянь до побудови структурної схеми;
  - б) структурна схема;
  - в) перетворення структурної схеми за правилами і отримання передавальної функції;
  - г) визначення типових динамічних ланок.
5. Визначення стійкості системи (з використанням ЕОМ):
  - а) за алгебраїчним критерієм;
  - б) за графоаналітичним методом Михайлова.
6. Визначення частотних характеристик з використанням ЕОМ (навести відповідні рівняння, графіки, висновки):
  - а) амплітудно-частотної характеристики;
  - б) фазночастотної характеристики;
  - в) амплітудно-фазночастотної характеристики
7. Загальні висновки по роботі.

## Завдання

Вихідні дані:

$$m_1 = 5 \text{ кг}$$

$$m_2 = 8 \text{ кг}$$

$$\beta_1 = 10 \text{ Нс/м}$$

$$\beta_2 = 20 \text{ Нс/м}$$

$$\beta_3 = 15 \text{ Нс/м}$$

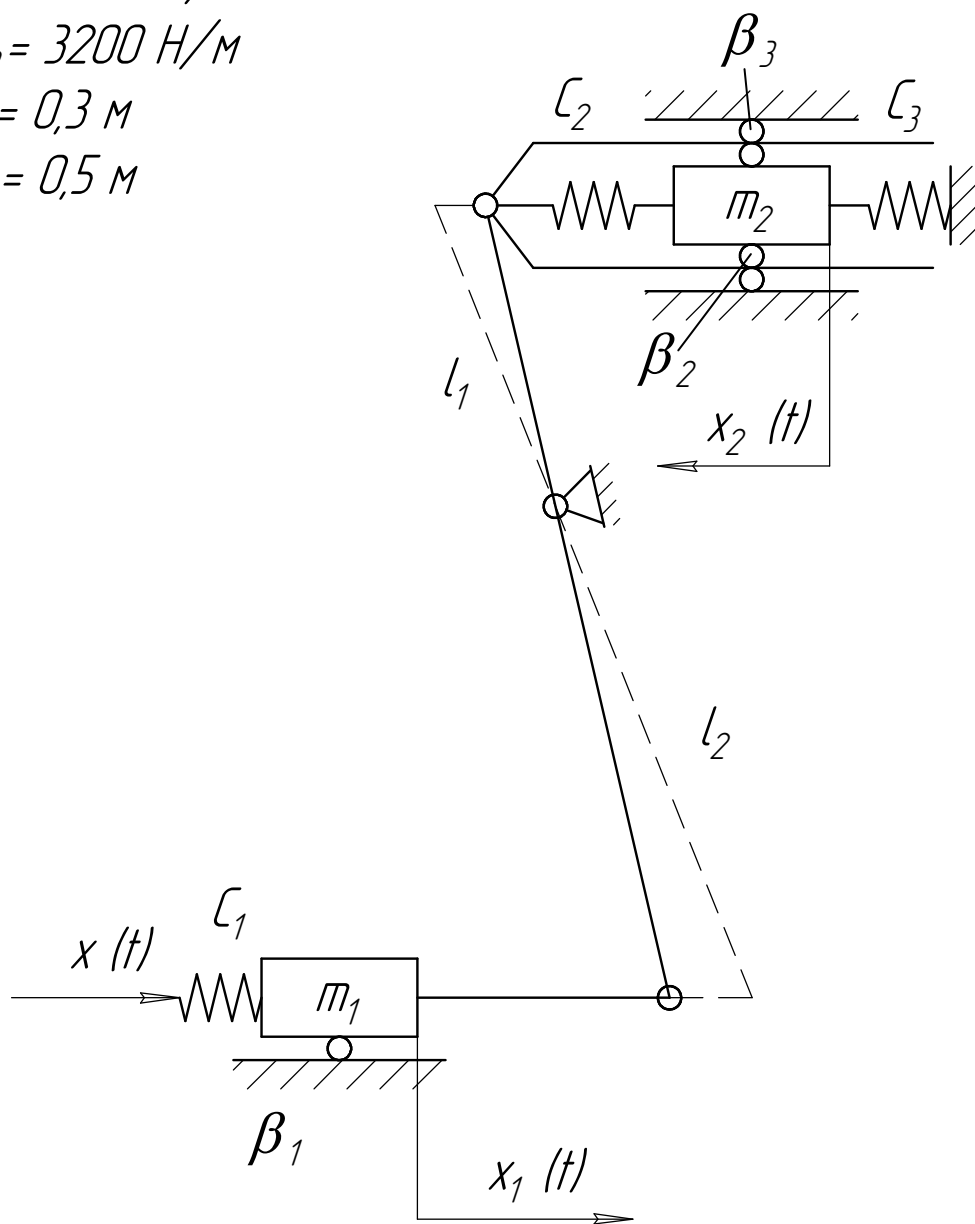
$$C_1 = 3000 \text{ Н/м}$$

$$C_2 = 4000 \text{ Н/м}$$

$$C_3 = 3200 \text{ Н/м}$$

$$l_1 = 0,3 \text{ м}$$

$$l_2 = 0,5 \text{ м}$$



## 1 Словесний опис механічної системи

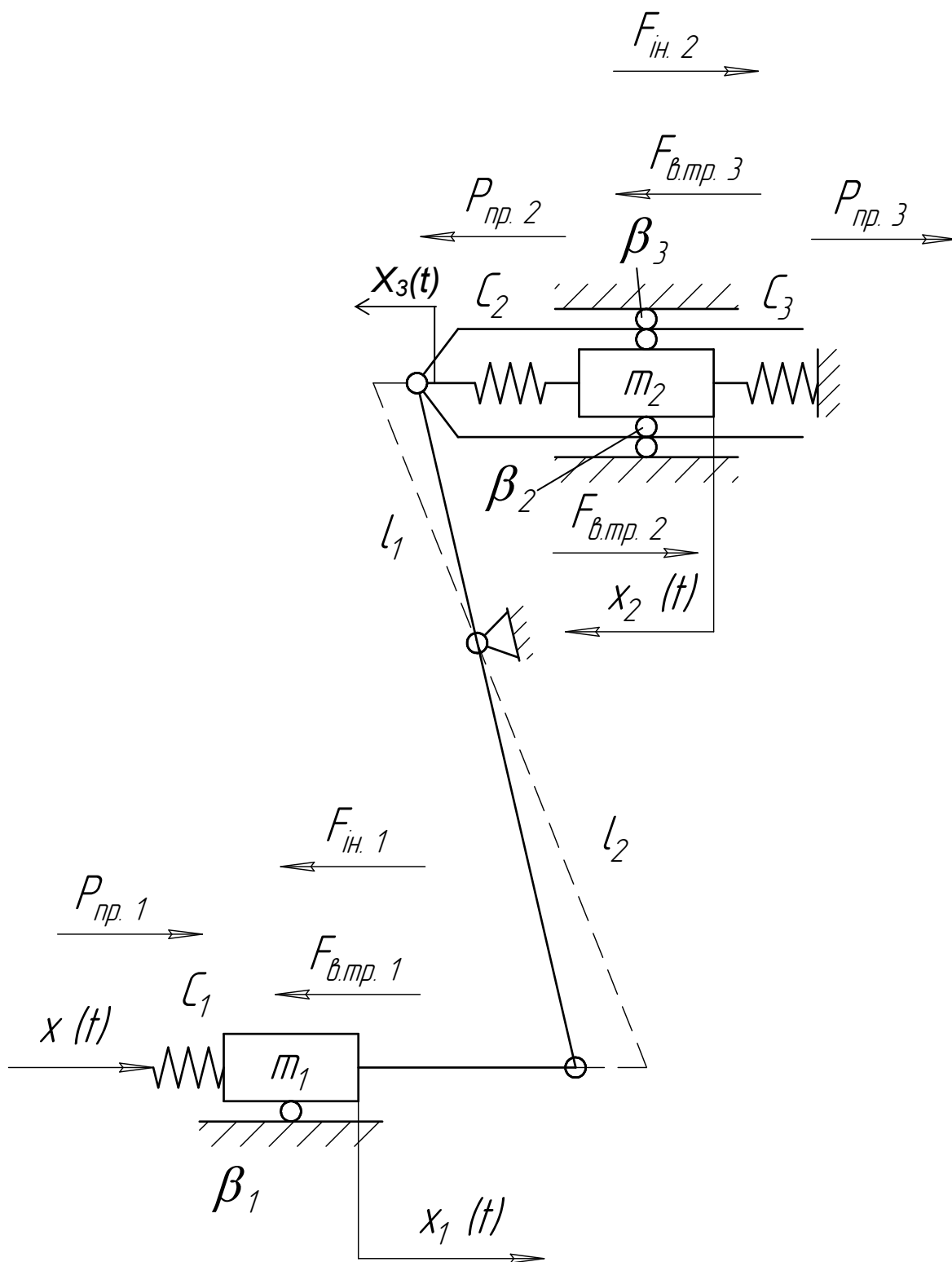
Механічна система складається з таких елементів:

- пружина з жорсткістю  $C_1$ , під дією якої рухається тіло масою  $m_1$  по поверхні з коефіцієнтом в'язкого тертя  $\beta_1$ ;
- важіль, закріплений на опорі, яка розділяє його на дві частини з довжиною  $l_1$  і  $l_2$ , відповідно;
- гільза, що рухається по поверхні з коефіцієнтом в'язкого тертя (демпфування)  $\beta_2$ ;
- гільза складається з пружини жорсткості  $C_2$ , під дією якої рухається тіло масою  $m_2$  по поверхні з коефіцієнтом в'язкого тертя  $\beta_3$ , і пружини жорсткості  $C_3$ , що сповільнює рух тіла масою  $m_2$ .

Робота системи здійснюється таким чином.

Під дією вхідного сигналу  $X(t)$  (закон, за яким змінюється сила від джерела енергії) починає деформуватися лівий торець пружини з жорсткістю  $C_1$ , накопичуючи при цьому енергію, яка здатна перемістити тіло масою  $m_1$ , тобто перевищити силу тертя спокою цього тіла. Після того, як це тіло починає рухатися по координатному напрямку  $X_1(t)$ , починає рухатися гільза, чому сприяє шарнірне з'єднання тіла масою  $m_1$  і гільзи за допомогою важеля. При русі гільзи починає в свою чергу деформуватися лівий торець пружини з жорсткістю  $C_2$ , накопичуючи енергію для переміщення тіла масою  $m_2$  (для подолання опору сили тертя спокою і жорсткості пружини  $C_3$ ). При досягненні цієї умови тіло масою  $m_2$  починає рухатися по координатному напрямку  $X_2(t)$ , що являється вихідним сигналом системи.

## 2 Розрахункова схема механічної системи



### 3 Математичний опис системи

а) опис в диференціальній формі

Приймаємо припущення:

- жорсткість кожної пружини незмінна в часі і кожна пружина деформується за лінійною залежністю;
- прикладена зовнішня сила змінюється не дуже швидко, тобто можна знехтувати масою кожної пружини;
- сухе тертя відсутнє;
- коефіцієнт в'язкого демпфування незмінний в часі ( $\beta$ );
- нехтуємо силою тяжіння;
- нехтуємо силами тертя в шарнірних з'єднаннях.

Керуючий сигнал у вигляді переміщення  $X(t)$  задається лівому торцю пружини з жорсткістю  $C_1$ , яка деформується, створюючи пружну силу, що діє на тіло масою  $m_1$ . Величина пружної сили  $P_{np,1}$  дорівнює добутку коефіцієнта жорсткості  $C_1$  на деформацію пружини  $\Delta = X(t) - X_1(t)$ .

Пружна сила  $P_{np,1} = C_1[X(t) - X_1(t)]$  являється для тіла масою  $m_1$  рушійною і направлена зліва направо. Під дією сили  $P_{np,1}$  тіло масою  $m_1$  починає рух з прискоренням в напрямку дії рушійної сили.

Сила інерції

$$F_{in,1} = m_1 X_1'' ,$$

де  $X_1''$  - друга похідна від координати  $X_1(t)$  переміщення тіла масою  $m_1$  за часом.

$$\text{Тобто, } F_{in,1} = m_1 \frac{d^2 X_1(t)}{dt^2} .$$

Напрямок сили інерції протилежний вектору рушійної сили. Сила, що здійснює опір руху тіла, є силою в'язкого тертя.

Сила в'язкого тертя:

$$F_{в.тп,1} = \beta_1 X_1'(t) , \text{ або } F_{в.тп,1} = \beta_1 \frac{dX_1(t)}{dt} .$$

Сила в'язкого тертя  $F_{в.тп,2}$  з коефіцієнтом  $\beta_2$  направлена проти швидкості руху тіла маси  $m_1$  і дорівнює:

$$F_{в.тп,2} = \beta_2 X_3' = \beta_2 \frac{dX_3(t)}{dt} ,$$

де  $X_3(t)$  – координата переміщення гільзи.

Сила пружності пружини з жорсткістю  $C_2$  дорівнює:



$$P_{nn.2} = C_2[X_3(t) - X_2(t)].$$

Запишемо рівняння руху тіла маси  $m_1$ :

$$P_{np.1} - F_{ін.1} - F_{в.тp.1} - P_{np.2} - F_{в.тp.2} = 0,$$

$$C_1[X(t) - X_1(t)] - \beta_1 \frac{dX_1(t)}{dt} - m_1 \frac{d^2 X_1(t)}{dt^2} - C_2[X_3(t) - X_2(t)] - \beta_3 \frac{dX_3(t)}{dt} = 0$$

або

$$m_1 \frac{d^2 X_1(t)}{dt^2} = C_1[X(t) - X_1(t)] - \beta_1 \frac{dX_1(t)}{dt} - C_2[X_3(t) - X_2(t)] - \beta_3 \frac{dX_3(t)}{dt}.$$

Аналогічно складаємо рівняння руху тіла маси  $m_2$ . Рушійною силою для тіла маси  $m_2$  є пружна сила пружини  $C_2$ .

$$P_{nn.2} - F_{ін.2} - P_{np.3} + F_{в.тp.2} - F_{в.тp.3} = 0,$$

$$C_2[X_3(t) - X_2(t)] - m_2 \frac{d^2 X_2(t)}{dt^2} - C_3 X_2(t) - \beta_2 \frac{dX_3(t)}{dt} + \beta_3 \left[ \frac{dX_3(t)}{dt} - \frac{dX_2(t)}{dt} \right] \text{ або}$$

$$m_2 \frac{d^2 X_2(t)}{dt^2} = C_2[X_3(t) - X_2(t)] - C_3 X_2(t) - \beta_2 \frac{dX_3(t)}{dt} + \beta_3 \left[ \frac{dX_3(t)}{dt} - \frac{dX_2(t)}{dt} \right].$$

Запишемо рівняння рівноваги важеля:

$$P_{nn.1} l_2 = P_{nn.2} l_1.$$

Рівняння пропорційності переміщень  $X_1$  і  $X_3$  довжинам плеч:

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{X_3(t)}{X_1(t)}.$$

Отже, математична модель механічної системи, яка записана в диференціальній формі, має вигляд:

$$\begin{cases} m_1 \frac{d^2 X_1(t)}{dt^2} = C_1[X(t) - X_1(t)] - \beta_1 \frac{dX_1(t)}{dt} - C_2[X_3(t) - X_2(t)] - \beta_3 \frac{dX_3(t)}{dt}; \\ m_2 \frac{d^2 X_2(t)}{dt^2} = C_2[X_3(t) - X_2(t)] - C_3 X_2(t) - \beta_2 \frac{dX_2(t)}{dt} + \beta_3 \left[ \frac{dX_3(t)}{dt} - \frac{dX_2(t)}{dt} \right]; \\ \frac{l_1}{l_2} = \frac{X_3(t)}{X_1(t)}. \end{cases}$$

б) опис в алгебраїчній формі.

Запишемо вищенаведені рівняння математичної моделі механічної системи в алгебраїчній формі, використавши метод Лапласа, тобто перейдемо від оригіналу  $x(t)$  до зображення  $x(s)$ , де  $s$  – оператор Лапласа:

$$\begin{aligned} m_1 \cdot S^2 X_1(S) - C_1 \cdot [X(S) - X_1(S)] + \beta_1 S X_1(S) + C_2 [X_3(S) - X_2(S)] + \beta_3 S X_3(S) &= 0 \\ m_2 \cdot S^2 X_2(S) - C_2 \cdot [X_3(S) - X_2(S)] + C_3 X_2(S) + \beta_2 S X_2(S) - \beta_3 [S X_3(S) - S X_2(S)] &= 0 \\ X_1(S) l_1 = X_3(S) l_2. \end{aligned}$$

Запишемо перші два рівняння відносно рушійних та збуджуючих сил:

$$\begin{aligned} (m_1 S^2 + C_1 + \beta_1 S) X_1(S) &= C_1 X(S) - C_2 [X_3(S) - X_2(S)] - \beta_3 S X_3(S) \\ (m_2 S^2 + C_2 + C_3 + \beta_2 S + \beta_3 S) X_2(S) &= (C_2 + \beta_3 S) X_3(S). \end{aligned}$$

Тоді, остаточно математична модель механічної системи, яка записана в алгебраїчній формі, має вигляд:

$$(m_1 S^2 + C_1 + \beta_1 S) X_1(S) = C_1 X(S) - (C_2 + \beta_2 S) X_3(S) + C_2 X_2(S) \quad (1)$$

$$(m_2 S^2 + C_2 + C_3 + \beta_2 S + \beta_3 S) X_2(S) = (C_2 + \beta_3 S) X_3(S) \quad (2)$$

$$x_1(s) l_1 = x_3(s) l_2 \quad (3)$$

в) отримання передавальної функції системи

З урахуванням рівняння (3) рівняння (2) приймає вигляд:

$$(m_2 S^2 + C_2 + C_3 + \beta_2 S + \beta_3 S) X_2(S) = (C_2 + \beta_3 S) \frac{l_1}{l_2} X_1(S).$$

Звідки

$$X_1(S) = \frac{(m_2 S^2 + C_2 + C_3 + \beta_2 S + \beta_3 S) X_2(S) l_2}{(C_2 + 2\beta_3 S) l_1} \quad (4)$$

Вираз  $X_1(S)$  підставляємо в рівняння (1) системи, знову ж таки враховуючи рівняння (3):

$$(m_1 S^2 + C_1 + \beta_1 S) \frac{(m_2 S^2 + C_2 + C_3 + \beta_2 S + \beta_3 S) X_2(S) l_2}{(C_2 + 2\beta_3 S) l_1} = C_1 X(S) - (C_2 + \beta_3 S) X_3(S) + C_2 X_2(S)$$

$$(m_1 m_2 S^4 + m_1 C_2 S^2 + m_1 C_3 S^2 + m_1 \beta_2 S^3 + m_1 \beta_3 S^3 + m_2 C_1 S^2 + C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_1 \beta_2 S + C_1 \beta_3 S + \beta_1 m_2 S^3 + \beta_1 C_2 S + \beta_1 C_3 S + \beta_1 \beta_2 S^2 + \beta_1 \beta_3 S^2) X_2(S) \cdot l_2 = (C_2 + \beta_3 S) \cdot l_1 \cdot [C_1 X(S) - (C_2 + \beta_3 S) X_3(S) + C_2 X_2(S)]$$

Враховуючи, що  $X_3(S) = X_1(S) l_1 / l_2$  та вираз (4), отримуємо:

$$(m_1 m_2 S^4 + m_1 C_2 S^2 + m_1 C_3 S^2 + m_1 \beta_2 S^3 + m_1 \beta_3 S^3 + m_2 C_1 S^2 + C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_1 \beta_2 S + C_1 \beta_3 S + m_2 \beta_1 S^3 + \beta_1 C_2 S + \beta_1 C_3 S + \beta_1 \beta_2 S^2 + \beta_1 \beta_3 S^2) \cdot X_2(S) \cdot l_2 = (C_2 + \beta_3 S) \cdot l_1 \cdot \left[ C_1 X(S) - (C_2 + \beta_3 S) \cdot \frac{l_1 \cdot l_2 \cdot (m_2 S^2 + C_2 + C_3 + \beta_2 S + \beta_3 S) \cdot X_2(S)}{l_1 \cdot (C_2 + \beta_3 S) \cdot l_2} + C_2 \cdot X_2(S) \right]$$



$$\left\{ (m_1 m_2 S^4 + m_1 C_2 S^2 + m_1 C_3 S^2 + m_1 \beta_2 S^3 + m_1 \beta_3 S^3 + m_2 C_1 S^2 + C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_1 \beta_2 S + C_1 \beta_3 S + m_2 \beta_1 S^3 + \beta_1 C_2 S + \beta_1 C_3 S + \beta_1 \beta_2 S^2 + \beta_1 \beta_3 S^2) \cdot l_2 + [C_2 m_2 S^2 + C_2^2 + C_1 C_3 + C_2 \beta_2 S + C_2 \beta_3 S + m_2 \beta_3 S^3 + \beta_3 C_2 S + \beta_3 C_3 S + \beta_2 \beta_3 S^2 + \beta_3^2 S^2] - (C_2^2 + \beta_3 S C_2) \right\} \cdot l_1 \cdot X_2(S) = C_1 (C_2 + \beta_3 S) l_1 X(S).$$

Отже, передавальна функція системи має такий вигляд:

$$W(S) = \frac{X_2(S)}{X(S)} = \frac{(C_2 + \beta_3 S) C_1 l_1}{l_2 m_1 m_2 S^4 + [(m_1 \beta_2 + m_1 \beta_3 + m_2 \beta_1) l_2 + m_2 \beta_3 l_1] S^3 + [(m_1 C_2 + m_1 C_3 + m_2 C_1 + \beta_1 \beta_2 + \beta_1 \beta_3) l_2 + (m_2 C_2 + \beta_2 \beta_3 + \beta_3^2) l_1] S^2 + [(C_1 \beta_2 + C_1 \beta_3 + \beta_1 C_2 + \beta_1 C_3) l_2 + (C_2 \beta_2 + C_2 \beta_3 + C_3 \beta_3) l_1] S + [(C_1 C_2 + C_1 C_3) l_2 + C_2 C_3 l_1]}$$

де  $b_0 = C_1 C_2 l_1$ ;  $b_1 = l_1 C_1 \beta_3$ ;  
 $a_0 = m_1 m_2 l_2$ ;  
 $a_1 = l_2 (m_1 \beta_2 + m_1 \beta_3 + m_2 \beta_1) + m_2 \beta_3 l_1 = [m_1 (\beta_2 + \beta_3)] l_2 + m_2 (\beta_1 l_2 + \beta_2 l_1)$ ;  
 $a_2 = l_2 (m_1 C_2 + m_1 C_3 + m_2 C_1 + \beta_1 \beta_2 + \beta_1 \beta_3) + (m_2 C_2 + \beta_2 \beta_3 + \beta_3^2) l_1 =$   
 $= [m_1 (C_2 + C_3) + m_2 (C_1 l_2 + C_2 l_1) + \beta_1 (\beta_2 + \beta_3) l_2 + \beta_3 (\beta_2 + \beta_3)] l_1$ ;  
 $a_3 = l_2 (C_1 \beta_2 + C_1 \beta_3 + C_2 \beta_1 + C_3 \beta_1) + (C_2 \beta_2 + C_2 \beta_3 + C_3 \beta_3) l_1 =$   
 $= C_1 (\beta_2 + \beta_3) l_2 + C_2 (\beta_1 l_2 + \beta_2 l_1 + \beta_3 l_1) + C_3 (\beta_1 l_2 + \beta_3 l_1)$ ;  
 $a_4 = l_2 (C_1 C_2 + C_1 C_3) + C_2 C_3 l_1$ .

#### 4 Побудова та перетворення структурної схеми

а) приведення вихідних рівнянь до виразів, за якими будуються структурні відображення

Розглянемо рівняння (1). Прийmemo для нього:

$X(S)$  – вхідний сигнал,  $X_1(S)$  - вихідний сигнал.

Запишемо рівняння (1) з врахуванням рівняння (3):

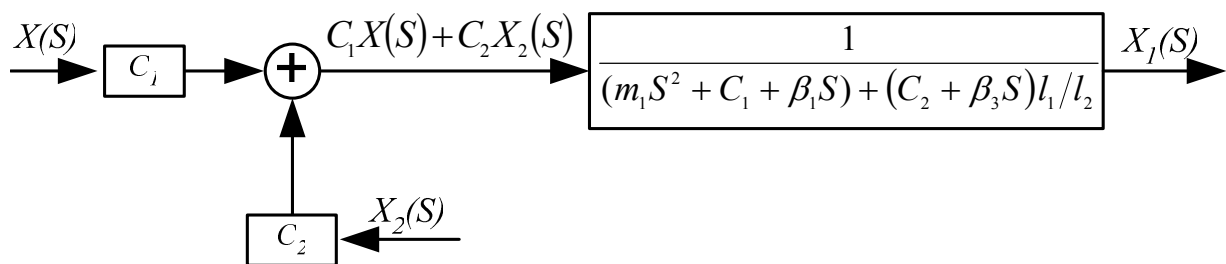
$$(m_1 S^2 + C_1 + \beta_1 S) X_1(S) = C_1 X(S) - (C_2 + \beta_3 S) X_1(S) \frac{l_1}{l_2} + C_2 X_2(S),$$

$$\left[ (m_1 S^2 + C_1 + \beta_1 S) + (C_2 + \beta_3 S) \frac{l_1}{l_2} \right] X_1(S) = C_1 X(S) + C_2 X_2(S),$$

яке відносно вихідного сигналу приймає такий вигляд:

$$X_1(S) = \frac{C_1 X(S) + C_2 X_2(S)}{(m_1 S^2 + C_1 + \beta_1 S) + (C_2 + \beta_3 S) \frac{l_1}{l_2}}, \quad (6)$$

Будуємо структурне відображення рівняння (6):

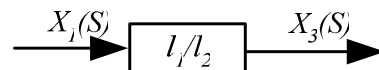


Для рівняння (3) приймаємо:  $X_1(S)$  – вхідний сигнал,  $X_3(S)$  - вихідний сигнал.

Запишемо рівняння відносно вихідного сигналу:

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{X_3(S)}{X_1(S)}; \quad X_3(S) = \frac{l_1}{l_2} X_1(S) \quad (7)$$

Будуємо структурне відображення рівняння (7):



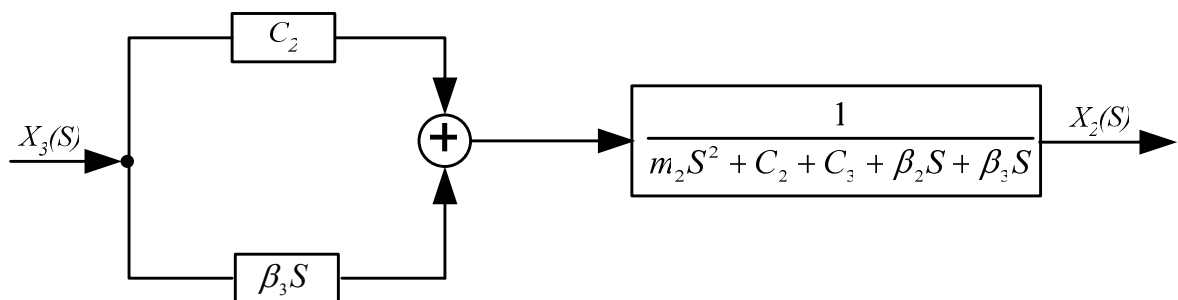
Для рівняння (2) приймаємо:  $X_3(S)$  – вхідний сигнал,  $X_2(S)$  - вихідний сигнал.

Запишемо рівняння (2) відносно вихідного сигналу:

$$(m_2 S^2 + C_2 + C_3 + \beta_2 S + \beta_3 S) X_2(S) = (C_2 + \beta_3 S) X_3(S);$$

$$X_2(S) = \frac{(C_2 + \beta_3 S) X_3(S)}{(m_2 S^2 + C_2 + C_3 + \beta_2 S + \beta_3 S)}. \quad (8)$$

Будуємо структурне відображення рівняння (8):



#### б) побудова загальної структурної схеми

Будуємо загальну структурну схему системи, яка відображає рівняння (1) ÷ (3) (див. рис. 1).

в) перетворення структурної схеми за правилами і отримання передавальної функції системи.

Перетворимо послідовне з'єднання двох ланок:

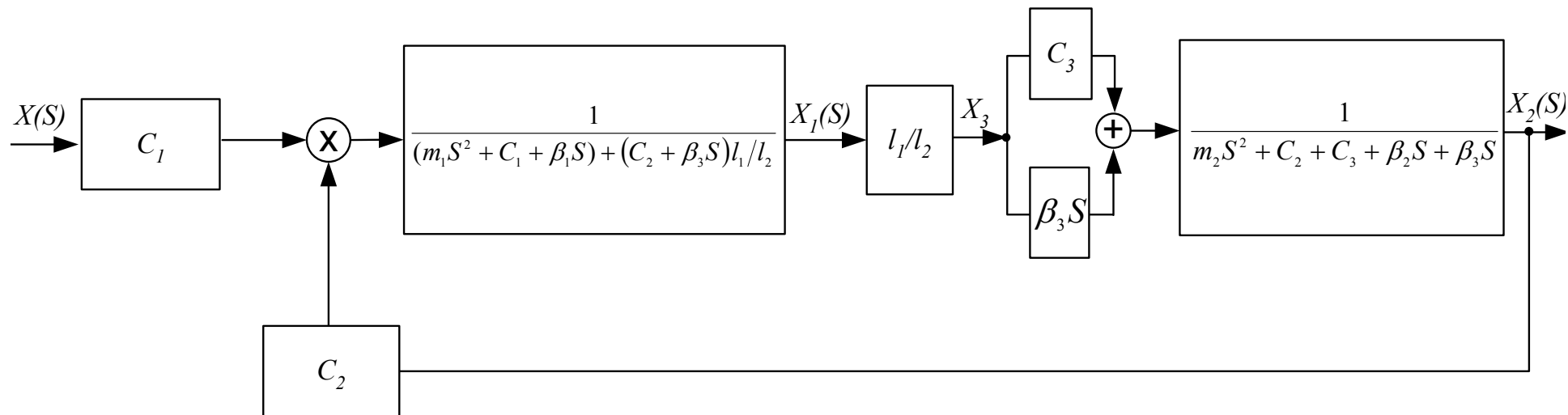
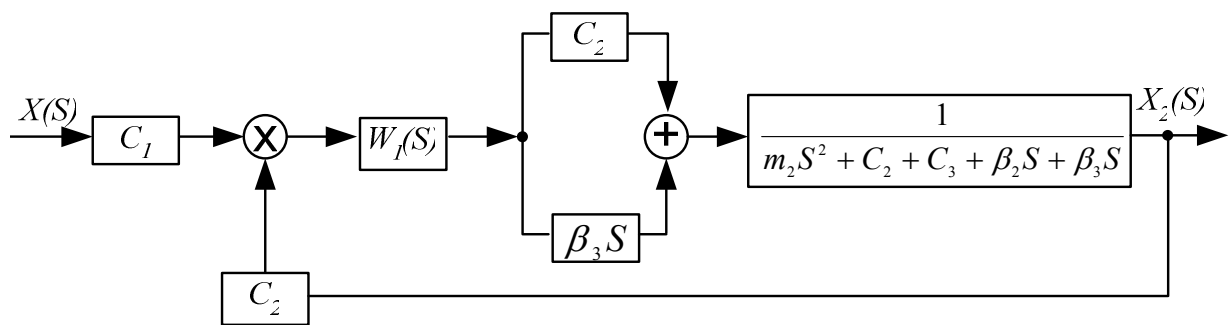


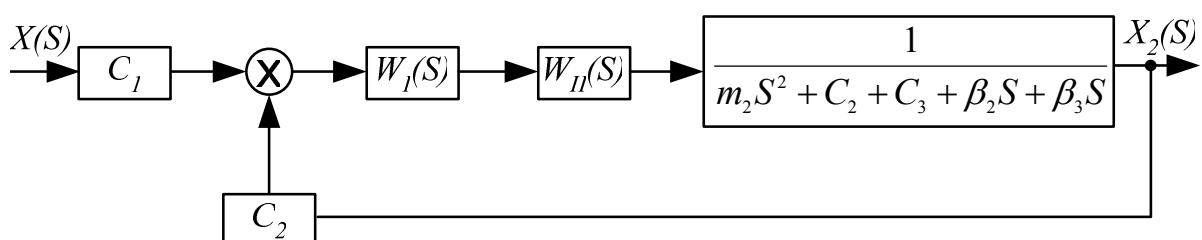
Рисунок 5.1 – Структурна схема системи



де:

$$W_1(S) = \frac{1}{(m_2 S^2 + C_1 + \beta_1 S) + (C_2 + \beta_3 S) l_1 / l_2} \cdot \frac{l_1}{l_2}$$

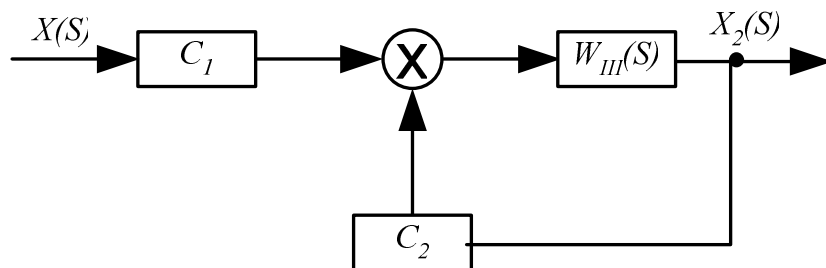
Перетворимо узгоджено-паралельне з'єднання двох ланок:



де:

$$W_{II}(S) = C_2 + \beta_3 S$$

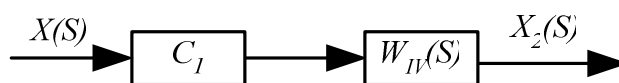
Перетворимо послідовне з'єднання трьох ланок:



де:

$$W_{III}(S) = W_1(S) \cdot W_{II}(S) \cdot \frac{1}{m_2 S^2 + C_2 + C_3 + \beta_2 S + \beta_3 S}$$

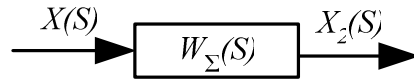
Перетворимо зустрічно-паралельне з'єднання двох ланок:



де:

$$W_{IV}(S) = \frac{W_{III}(S)}{1 - W_{III}(S) \cdot C_2}$$

Перетворимо послідовне з'єднання двох ланок:



де:  $W_{\Sigma}(S) = C_1 \cdot W_{IV}(S)$  – передавальна функція системи.

Виконаємо перетворення для отримання остаточного виразу передавальної функції.

$$\begin{aligned}
 W_{\Sigma}(S) &= C_1 \cdot W_{IV}(S) = C_1 \cdot \frac{W_{III}(S)}{1 - W_{III}(S) \cdot C_2} = C_1 \cdot \frac{W_I(S) \cdot W_I(S) \cdot \frac{1}{m_2 S^2 + C_2 + C_3 + \beta_2 S + \beta_3 S}}{1 - W_I(S) \cdot W_I(S) \cdot \frac{1}{m_2 S^2 + C_2 + C_3 + \beta_2 S + \beta_3 S} \cdot C_2} = \\
 &= C_1 \cdot \frac{\frac{1}{(m_1 S^2 + C_1 + \beta_1 S) + (C_2 + \beta_3 S) l_1 / l_2} \cdot \frac{l_1}{l_2} \cdot \frac{1}{m_2 S^2 + C_2 + C_3 + \beta_2 S + \beta_3 S} \cdot (C_2 + 2\beta_3 S)}{1 - \frac{1}{(m_1 S^2 + C_1 + \beta_1 S) + (C_2 + \beta_3 S) l_1 / l_2} \cdot \frac{l_1}{l_2} \cdot \frac{1}{m_2 S^2 + C_2 + C_3 + \beta_2 S + \beta_3 S} \cdot C_2 \cdot (C_2 + 2\beta_3 S)} = \\
 &= C_1 \cdot \frac{(C_2 + 2\beta_3 S) \cdot l_1}{\frac{[(m_1 S^2 + C_1 + \beta_1 S) + l_1 / l_2 (C_2 + \beta_3 S)] \cdot (m_2 S^2 + C_2 + C_3 + \beta_2 S + \beta_3 S) l_2}{l_2 [(m_1 S^2 + C_1 + \beta_1 S) + l_1 / l_2 (C_2 + \beta_3 S)] - (C_2 + \beta_3 S) \cdot C_2 \cdot l_1} - (C_2 + \beta_3 S) \cdot C_2 \cdot l_1} = \\
 &= C_1 \cdot \frac{(C_2 + 2\beta_3 S) \cdot l_1 \cdot [(m_1 S^2 + C_1 + \beta_1 S) + l_1 / l_2 (C_2 + \beta_3 S)] \cdot l_2 \cdot (m_2 S^2 + C_2 + C_3 + \beta_2 S + \beta_3 S)}{l_2 [(m_1 S^2 + C_1 + \beta_1 S) + (C_2 + \beta_3 S) l_1 / l_2] \cdot (m_2 S^2 + C_2 + C_3 + \beta_2 S + \beta_3 S) \cdot} \\
 &= \frac{\{l_2 [(m_1 S^2 + C_1 + \beta_1 S) + l_1 / l_2 (C_2 + \beta_3 S)] \cdot (m_2 S^2 + C_2 + C_3 + \beta_2 S + \beta_3 S) - l_1 C_2 (C_2 + \beta_3 S)\}}{C_1 l_1 \cdot (C_2 + \beta_3 S)} = \\
 &= \frac{l_2 [m_1 m_2 S^4 + m_1 S^2 C_2 + m_1 S^2 C_3 + m_1 S^2 \beta_2 S + m_1 S^2 \beta_3 S + m_2 C_1 S^2 + C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_1 \beta_2 S + \\
 &+ C_1 \beta_3 S + \beta_1 S m_2 S^2 + \beta_1 S C_2 + \beta_1 S C_3 + \beta_1 S \beta_2 S + \beta_1 S \beta_3 S + (C_2 m_2 S^2 + C_2^2 + C_2 C_3 + C_2 \beta_2 S + \\
 &+ C_2 \beta_3 S + \beta_3 S m_2 S^2 + \beta_3 S C_2 + \beta_3 S C_3 + \beta_3 S \beta_2 S + \beta_3 S \beta_3 S) l_1 / l_2] - l_1 C_2 \cdot (C_2 + \beta_3 S)}{C_1 l_1 \cdot (C_2 + \beta_3 S)} = \\
 &= \frac{C_1 l_1 \cdot (C_2 + \beta_3 S)}{m_1 m_2 S^4 l_2 + [(m_1 \beta_2 + m_1 \beta_3 + m_2 \beta_1) l_2 + m_2 \beta_3 l_1] S^3 + [(m_1 C_2 + m_1 C_3 + m_2 C_1 + \beta_1 \beta_2 + \beta_1 \beta_3) l_2 + \\
 &+ (m_2 C_2 + \beta_2 \beta_3 + \beta_3^2) l_1] \cdot S^2 + [(\beta_2 C_1 + \beta_3 C_1 + \beta_3 C_2 + \beta_1 C_3) l_2 + (\beta_2 C_2 + \beta_3 C_2 + \beta_3 C_2 + \beta_3 C_3 - \\
 &- \beta_3 C_2) l_1] S + [(C_1 C_2 + C_1 C_3) l_2 + (C_2^2 + C_2 C_3 - C_2^2) l_1]}
 \end{aligned} \tag{9}$$



Отриманий вираз передавальної функції (9) після перетворення структурної схеми ідентичний з виразом (5) передавальної функції, яка отримана в п. 3в.

в) визначення типових динамічних ланок

Розглядаючи перехідні характеристики  $X_{\text{ВИХ}}(S)$  найпростіших ланок, можна об'єднати ці ланки, подібні за динамічними властивостями в групи, які називаються типовими ланками.

Визначимо, з яких же ланок складається отримана структурна схема.

$$\zeta_1$$

\ идеальні (безінерційні) ланки, де  
/  $C_1, C_2$  - коефіцієнти підсилення (або передачі)

$$\zeta_2$$

Інтегрувальна ланка:

$$l_1/l_2$$

Інерційні ланки другого порядку (коливальні):

$$\frac{1}{m_2 S^2 + C_2 + C_3 + \beta_2 S + \beta_3 S}$$

$$\frac{1}{(m_1 S^2 + C_1 + \beta_1 S) + (C_2 + \beta_3 S) l_1/l_2}$$

Диференціююча ланка (ідеальна) безінерційна:

$$\beta_3 S$$

## 5 Визначення стійкості системи

Основною динамічною характеристикою автоматичної системи є її стійкість. В залежності від характеру перехідного процесу лінеаризованої системи розрізняють три основних випадки як система себе поводить після збудженого сигналу:

- система не може повернутися до рівноважного стану, значення керуючої змінної все більше відхиляється від заданого. Така система така називається нестійкою;
- система повертається до рівноважного стану, така система – стійка;
- система характеризується встановленим періодичним рухом, такий процес називається незатухаючим коливальним, а система буде знаходитися на межі асимптотичної стійкості.

Запишемо характеристичне рівняння:

$$a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + a_4 = 0$$

Необхідною умовою стійкості системи будь-якого порядку є додатність всіх коефіцієнтів характеристичного рівняння цієї системи.

Підпорядкуємо чисельні значення коефіцієнтів  $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4$ , використовуючи програму MathCAD:

$$a_0 = m_1 m_2 l_2;$$

$$a_1 = [m_1(\beta_3 + \beta_2)]l_2 + m_2(\beta_1 l_2 + \beta_3 l_1);$$

$$a_2 = (m_1 C_2 + m_1 C_3 + \beta_1 \beta_3 + m_2 C_1 + \beta_1 \beta_2)l_2 + (m_2 C_2 + \beta_2 \beta_3 + \beta_3^2)l_1;$$

$$a_3 = (\beta_1 C_2 + \beta_1 C_3 + \beta_3 C_1 + C_1 \beta_2)l_2 + (\beta_3 C_2 + \beta_2 C_2 + \beta_3 C_3)l_1;$$

$$a_4 = (C_1 C_2 + C_1 C_3)l_2 + C_2 C_3 l_1;$$

$$m_1 = 5 \text{ кг}, m_2 = 8 \text{ кг};$$

$$\beta_1 = 10 \text{ Н}\cdot\text{с}/\text{м}, \beta_2 = 20 \text{ Н}\cdot\text{с}/\text{м}, \beta_3 = 15 \text{ Н}\cdot\text{с}/\text{м};$$

$$C_1 = 3000 \text{ н}/\text{м}, C_2 = 4000 \text{ н}/\text{м}, C_3 = 3200 \text{ Н}/\text{м};$$

$$l_1 = 0.3 \text{ м}, l_2 = 0.5 \text{ м}.$$

Отже чисельні значення коефіцієнтів:

$$a_0 = 20, \quad a_2 = 3.993 \cdot 10^4, \quad a_4 = 1.464 \cdot 10^7.$$

$$a_1 = 151, \quad a_3 = 1.449 \cdot 10^5,$$

1. Визначення стійкості системи за алгебраїчними критеріями стійкості

Алгебраїчні критерії стійкості дають можливість за коефіцієнтами стійкості характеристичного рівняння замкнутої системи визначити чи всі корені знаходяться в лівій півплощині, не розв'язуючи цього рівняння.

Критерій Рауса

Запишемо характеристичне рівняння замкнутої системи в чисельному вигляді:

$$20s^4 + 151s^3 + 3.993 \cdot 10^4 \cdot s^2 + 1.449 \cdot 10^5 \cdot s + 1.464 \cdot 10^7 = 0$$

Складаємо таблицю Рауса для цього рівняння.

	1	2	3
1	$a_0 = C_{11} = 20$	$a_2 = C_{12} = 39930$	$a_4 = C_{13} = 1.464 \cdot 10^7$
2	$a_1 = C_{21} = 151$	$a_3 = C_{22} = 144900$	0
3	$C_{31} = 39930 - \frac{20 \cdot 144900}{151} =$ $= 20737.9$	0	0
4	$C_{41} = 144900 - \frac{151 \cdot 0}{20737.9} =$ $= 144900$	–	–

Отже, система стійка, оскільки всі члени першого стовпчика більші за нуль.

Визначимо стійкість системи використовуючи критерій Гурвіца.

Для рівняння  $a_0s^4 + a_1s^3 + a_2s^2 + a_3s + a_4 = 0$  запишемо визначник Гурвіца:

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 151 & 144900 & 0 & 0 \\ 20 & 39930 & 1.464 \cdot 10^7 & 0 \\ 0 & 151 & 144900 & 0 \\ 0 & 20 & 39930 & 1.464 \cdot 10^7 \end{vmatrix}$$

Знайдемо діагональні мінори:

$$\Delta_1 = a_1 = 151;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_2 & a_4 \\ a_1 & a_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 39930 & 1.464 \cdot 10^7 \\ 151 & 144900 \end{vmatrix} = 5.79 \cdot 10^9 - 2.21 \cdot 10^9 \cong 3.57 \cdot 10^9 > 0;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 151 & 144900 & 0 \\ 20 & 39930 & 1.464 \cdot 10^7 \\ 0 & 151 & 144900 \end{vmatrix} = 151 \begin{vmatrix} 39930 & 1.464 \cdot 10^7 \\ 151 & 144900 \end{vmatrix} -$$

$$-20 \begin{vmatrix} 144900 & 0 \\ 151 & 144900 \end{vmatrix} = 5.39 \cdot 10^{11} - 4.199 \cdot 10^{11} \cong 1.191 \cdot 10^{11} > 0$$

Отже, дана система стійка.

## 2. Визначення стійкості системи за критерієм Михайлова

Представимо характеристичне рівняння:

$$a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + a_4 = 0.$$

Характеристичне рівняння у вигляді функції від S:

$$F(s) = a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + a_4.$$

Зробивши заміну:

$$S = j\omega$$

отримаємо рівняння комплексного вектора:

$$F(j\omega) = a_0 (j\omega)^4 + a_1 (j\omega)^3 + a_2 (j\omega)^2 + a_3 j\omega + a_4$$

$$(a_0 \omega^4 - a_2 \omega^2 + a_4) + j(a_3 \omega + a_1 \omega^3) = X(\omega) + jY(\omega).$$

Згідно з критерієм Михайлова лінійна система буде стійкою, якщо крива Михайлова охоплює початок координат та послідовно проходить проти годинникової стрілки n-квadrantів, де n – порядок характеристичного рівняння. Підставляємо в рівняння  $\omega$  в межах 0...120Гц.

Графік кривої Михайлова побудуємо за допомогою системи MathCAD:

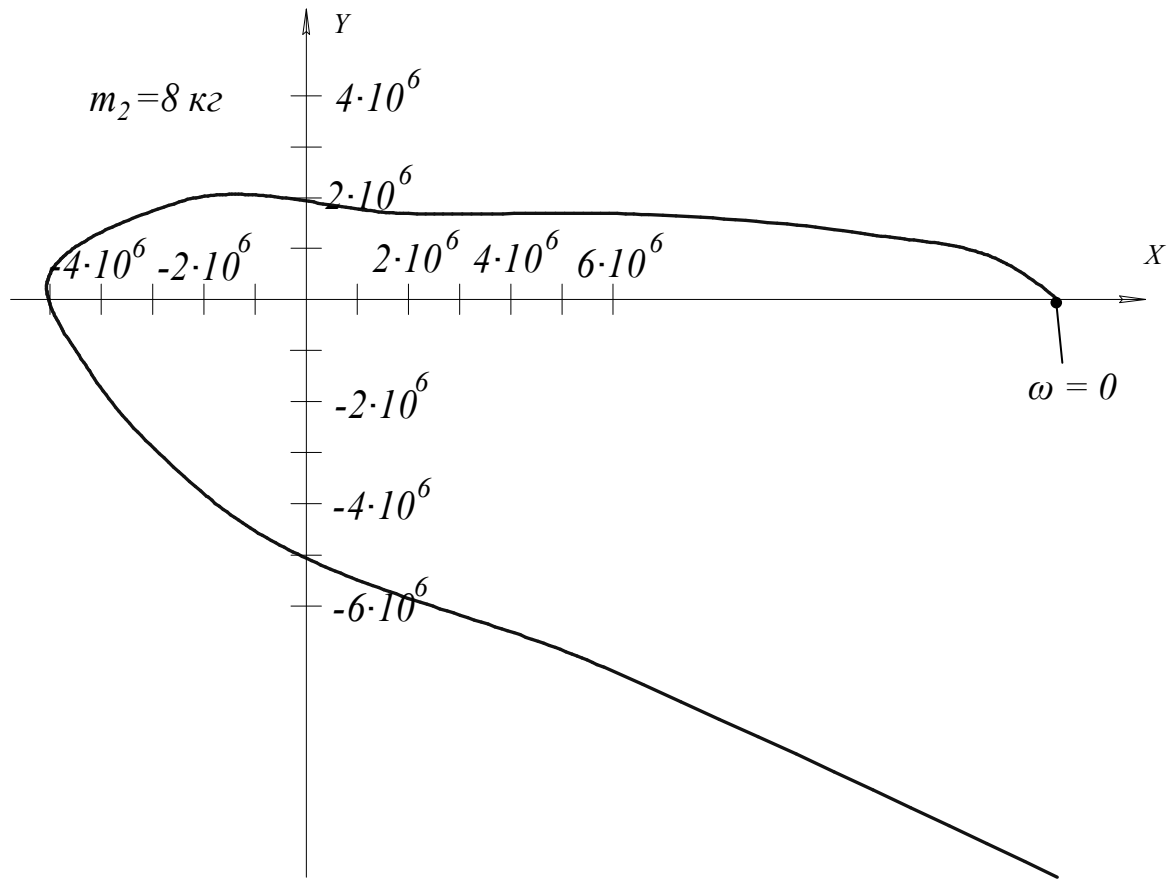


Рисунок 5.1 – Крива Михайлова

*Висновок.* Отже визначивши стійкість системи за алгебраїчними критеріями і за критерієм Михайлова можна зробити висновок, що дана механічна система є стійкою при заданих значеннях параметрів.

### 3. Дослідження впливу параметра $m_2$ на стійкість системи за критерієм Михайлова

Змінивши вихідний параметр масу тіла  $m_2 = 2$  кг (див. рис. 5.2), можна зробити висновок, що система є стійкою, збільшивши масу  $m_2$  до 20 кг (див. рис. 5.3) запас стійкості збільшується.

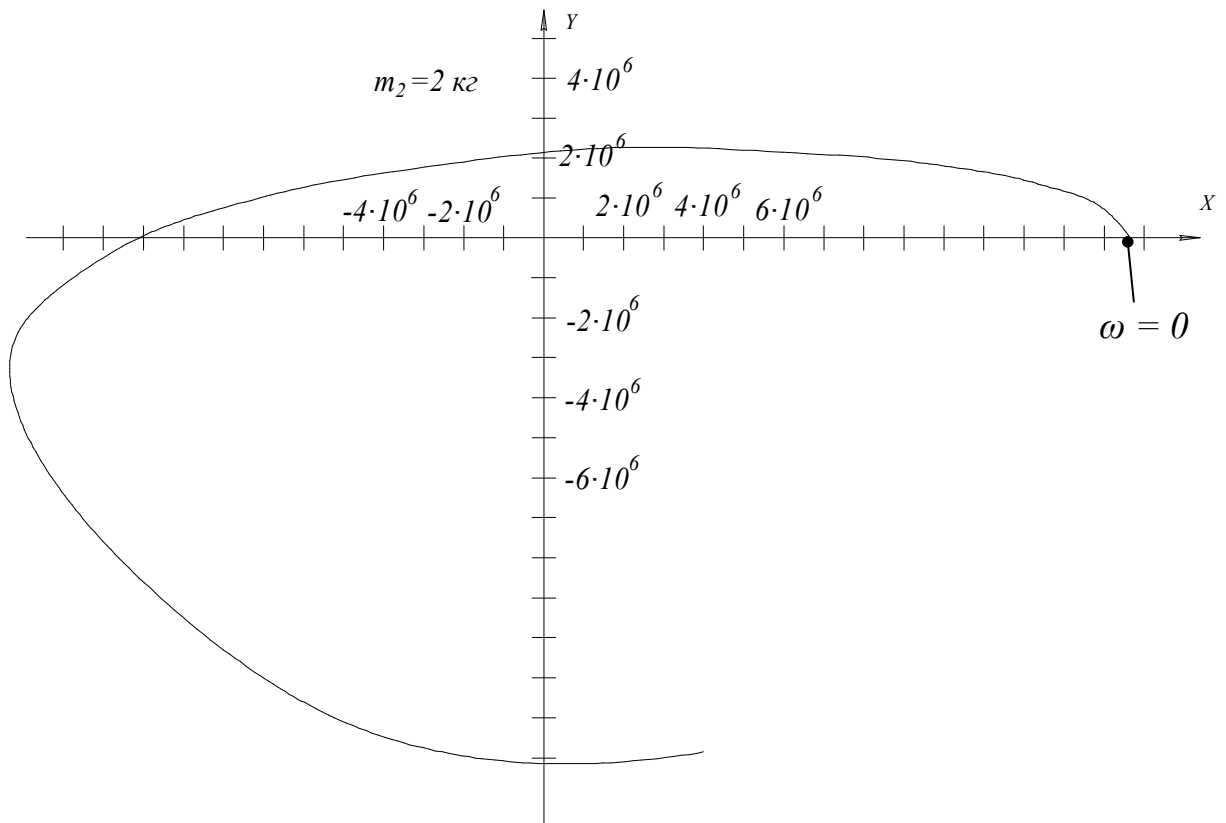


Рисунок 5.2 Крива Михайлова

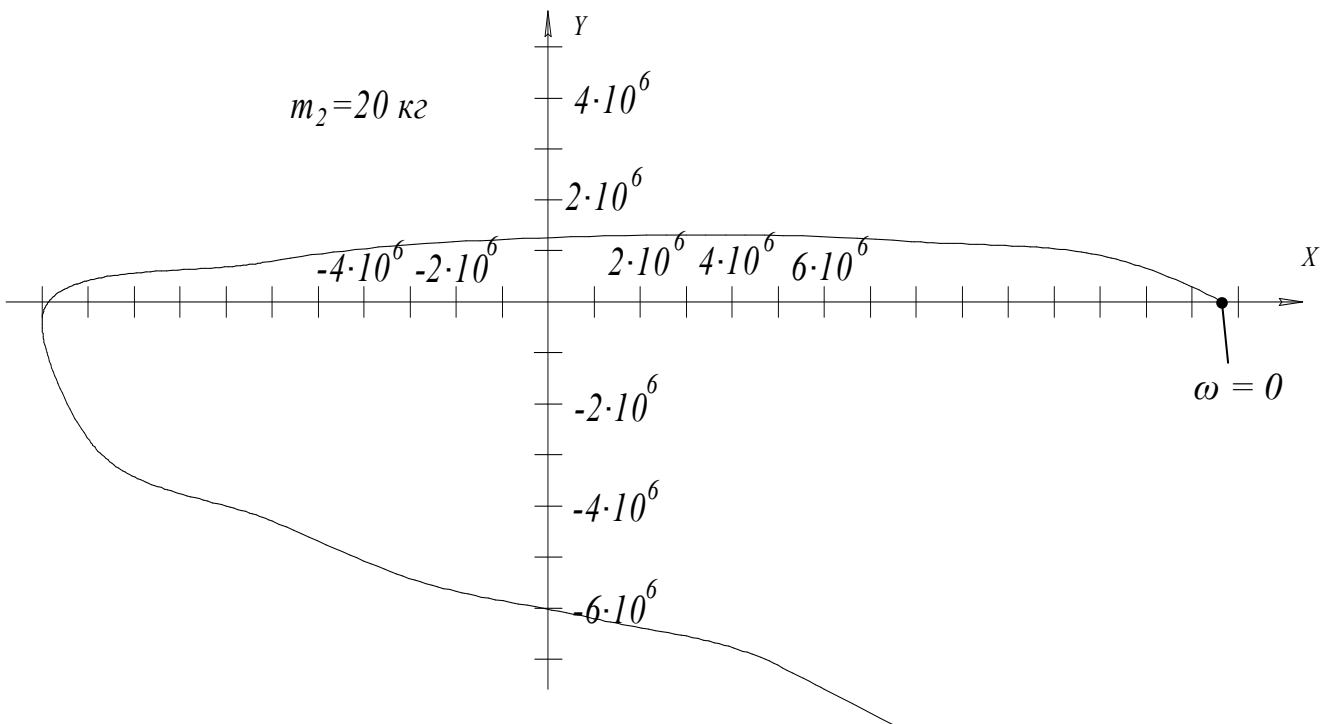


Рисунок 5.3 – Крива Михайлова

## 6 Визначення частотних характеристик системи автоматичного керування

Елементи і системи автоматичного керування можуть піддаватися різним впливам, які характеризуються довільними функціями часу. Зміна положення вихідної ланки системи у вигляді функції часу називається реакцією системи на вхідний вплив. В теорії автоматичного керування широко використовуються методи вивчення динамічних властивостей елементів і системи, які основані на визначенні реакцій, які викликані визначеними (детермінованими) типами впливу.

Розглянемо послідовність визначення і розрахунку частотних характеристик лінійної моделі системи.

Запишемо передавальну функцію системи, яку ми отримали в п.3:

$$\begin{aligned}
 W(S) &= \frac{X_2(S)}{X(S)} = \frac{C_1 C_2 l_1 + \beta_3 C_1 l_1 S}{m_1 m_2 l_2 S^4 + [(m_1 \beta_3 + m_2 \beta_1 + m_1 \beta_2) l_2 + m_2 \beta_3 l_1] S^3 +} \\
 &\rightarrow \frac{\rightarrow}{+ [(m_1 C_2 + m_1 C_3 + \beta_1 \beta_3 + \beta_1 \beta_2 + m_2 C_1) l_2 + (m_2 C_2 + \beta_2 \beta_3 + \beta_3^2) l_1] S^2 +} \rightarrow \\
 &\rightarrow \frac{\rightarrow}{+ [(\beta_1 C_2 + \beta_1 C_3 + \beta_3 C_1 + C_1 \beta_2) l_2 + (\beta_3 C_2 + \beta_2 C_2 + \beta_3 C_3) l_1] S +} \\
 &\rightarrow \frac{\rightarrow}{+ [(C_1 C_2 + C_1 C_3) l_2 + C_2 C_3 l_1]}.
 \end{aligned}$$

Позначимо складові в чисельнику як  $b_0, b_1$ , а вирази в знаменнику як  $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4$ :

$$b_0 = C_1 C_2 l_1;$$

$$b_1 = \beta_3 C_1 l_1;$$

$$a_0 = m_1 m_2 l_2;$$

$$a_1 = [m_1 (\beta_3 + \beta_2)] l_2 + m_2 (\beta_1 l_2 + \beta_3 l_1);$$

$$a_2 = (m_1 C_2 + m_1 C_3 + \beta_1 \beta_3 + m_2 C_1 + \beta_1 \beta_2) l_2 + (m_2 C_2 + \beta_2 \beta_3 + \beta_3^2) l_1;$$

$$a_3 = (\beta_1 C_2 + \beta_1 C_3 + \beta_3 C_1 + C_1 \beta_2) l_2 + (\beta_3 C_2 + \beta_2 C_2 + \beta_3 C_3) l_1;$$

$$a_4 = (C_1 C_2 + C_1 C_3) l_2 + C_2 C_3 l_1.$$

Тоді передавальна функція системи приймає такий вигляд:

$$W(S) = \frac{b_0 + b_1 S}{a_0 S^4 + a_1 S^3 + a_2 S^2 + a_3 S + a_4}.$$

Вираз для побудови амплітудно-фазочастотної характеристики (АФЧХ) або комплексної частотної передавальної функції отримуємо з рівняння передавальної функції шляхом підстановки:

$$S = j\omega$$

$$W(j\omega) = \frac{b_0 + b_1 j\omega}{a_0 (j\omega)^4 + a_1 (j\omega)^3 + a_2 (j\omega)^2 + a_3 j\omega + a_4}.$$

Враховуючи, що  $j = \sqrt{-1}$ , запишемо:

$$W(j\omega) = \frac{b_0 + b_1 j\omega}{(a_0 \omega^4 - a_2 \omega^2 + a_4) - j(a_1 \omega^3 - a_3 \omega)}$$

Помноживши чисельник і знаменник рівняння на комплексний вираз, спряжений знаменнику, отримуємо:

$$\begin{aligned} W(j\omega) &= \frac{b_0 + b_1 j\omega}{(a_0 \omega^4 - a_2 \omega^2 + a_4) - j(a_1 \omega^3 - a_3 \omega)} = \\ &= \frac{(b_0 + b_1 j\omega) \cdot [(a_0 \omega^4 - a_2 \omega^2 + a_4) + j(a_1 \omega^3 - a_3 \omega)]}{[(a_0 \omega^4 - a_2 \omega^2 + a_4) - j(a_1 \omega^3 - a_3 \omega)] \cdot [(a_0 \omega^4 - a_2 \omega^2 + a_4) + j(a_1 \omega^3 - a_3 \omega)]} = \\ &= \frac{(b_0 + b_1 j\omega) \cdot (a_0 \omega^4 - a_2 \omega^2 + a_4)}{(a_0 \omega^4 - a_2 \omega^2 + a_4)^2 + (a_1 \omega^3 - a_3 \omega)^2} + j \frac{(b_0 + b_1 j\omega) \cdot (a_1 \omega^3 - a_3 \omega)}{(a_0 \omega^4 - a_2 \omega^2 + a_4)^2 + (a_1 \omega^3 - a_3 \omega)^2} = \\ &= \frac{b_0 \cdot (a_0 \omega^4 - a_2 \omega^2 + a_4) - b_1 \omega (a_1 \omega^3 - a_3 \omega)}{(a_0 \omega^4 - a_2 \omega^2 + a_4)^2 + (a_1 \omega^3 - a_3 \omega)^2} + j \frac{b_0 (a_1 \omega^3 - a_3 \omega) +}{(a_0 \omega^4 - a_2 \omega^2 + a_4)^2 +} \\ &\rightarrow \frac{+ b_1 \omega (a_0 \omega^4 - a_2 \omega^2 + a_4)}{+ (a_1 \omega^3 - a_3 \omega)^2}. \end{aligned}$$

Таким чином, АФЧХ можна представити у вигляді:

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega),$$

$$\text{де } P(\omega) = \text{Re}W(j\omega) = \frac{b_0 \cdot (a_0 \omega^4 - a_2 \omega^2 + a_4) - b_1 \omega (a_1 \omega^3 - a_3 \omega)}{(a_0 \omega^4 - a_2 \omega^2 + a_4)^2 + (a_1 \omega^3 - a_3 \omega)^2},$$



$$Q(\omega) = I_m W(j\omega) = \frac{b_0 \cdot (a_1 \omega^3 - a_3 \omega) + b_1 \omega (a_0 \omega^4 - a_2 \omega^2 + a_4)}{(a_0 \omega^4 - a_2 \omega^2 + a_4)^2 + (a_1 \omega^3 - a_3 \omega)^2}.$$

Побудуємо графік АФЧХ, тобто залежність  $P(\omega)$  від  $Q(\omega)$ , змінюючи частоту  $\omega$  в межах  $\omega=0 \dots 120$  Гц при заданих значеннях системи.

Графік АФЧХ зображений на рис. 5.4.

Вираз для побудови амплітудно-частотної характеристики (АЧХ) системи має такий вигляд:

$$A(\omega) = |W(j\omega)| = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} = \frac{b_0^2 + b_1^2 \omega^2}{\sqrt{(a_0 \omega^4 - a_2 \omega^2 + a_4)^2 + (a_1 \omega^3 - a_3 \omega)^2}}.$$

Графік АЧХ, зображений на рис. 5.5.

Вираз для побудови фазочастотної характеристики (ФЧХ) системи отримується в такому вигляді:

$$\varphi(\omega) = \arg W(j\omega) = \arctg \frac{Q(\omega)}{P(\omega)};$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{b_0 \cdot (a_1 \omega^3 - a_3 \omega) + b_1 \omega (a_0 \omega^4 - a_2 \omega^2 + a_4)}{b_0 \cdot (a_0 \omega^4 - a_2 \omega^2 + a_4) - b_1 \omega (a_1 \omega^3 - a_3 \omega)}.$$

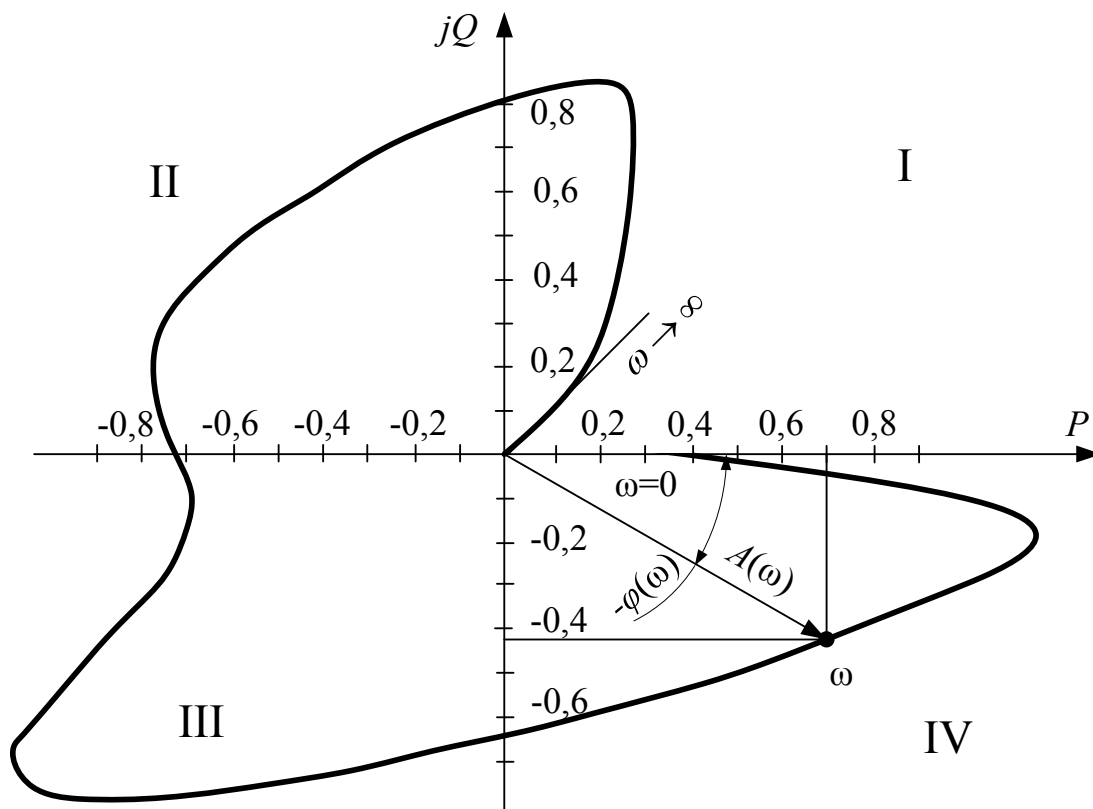


Рисунок 5.4 – Амплітудно-фазна частотна характеристика

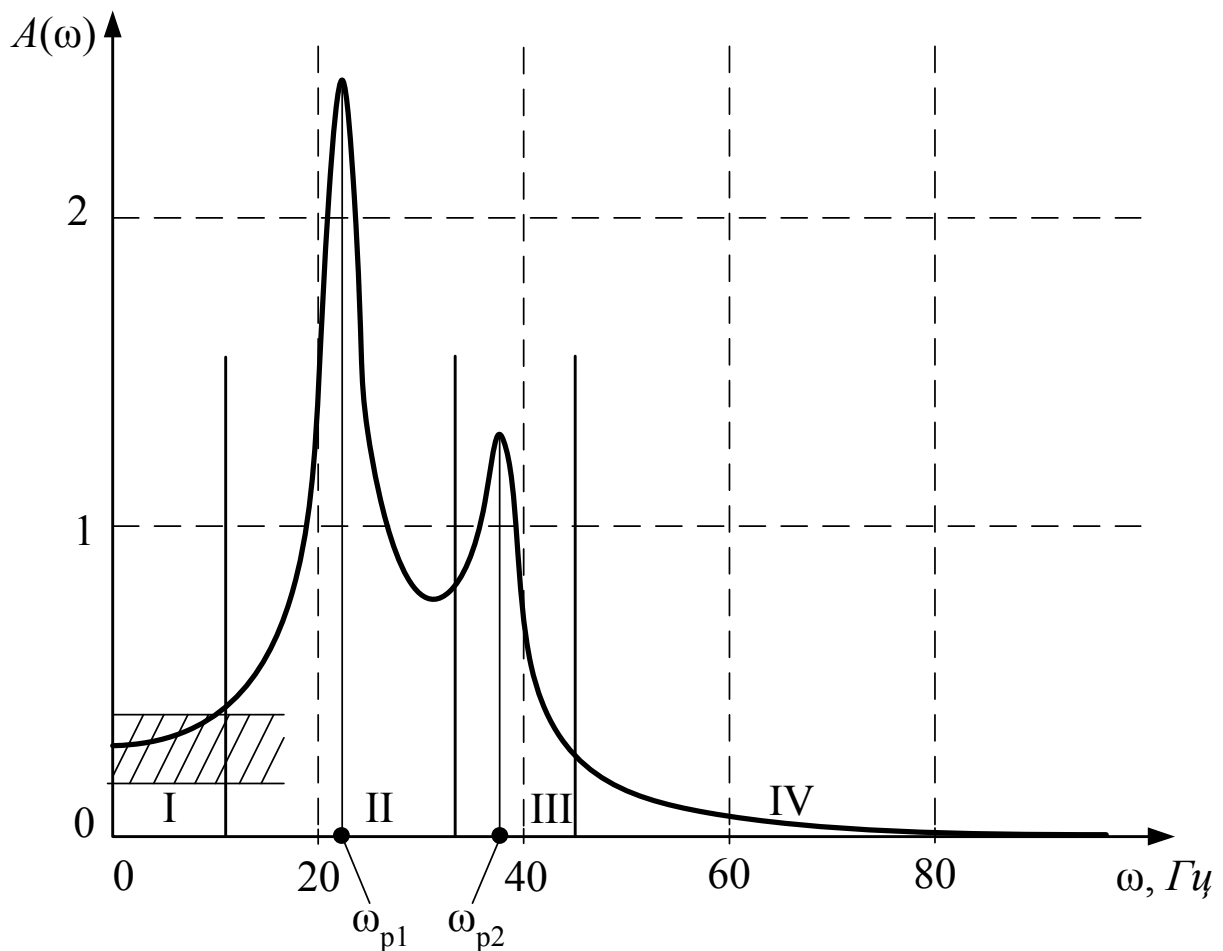


Рисунок 5.5 – Амплітудно-частотна характеристика:  
 I – робоча зона;  
 II – перша резонансна зона ( $\omega_{p1} = 23\text{Гц}$ );  
 III – перша резонансна зона ( $\omega_{p2} = 37\text{Гц}$ );  
 IV – зона фільтрації;  
 заштрихована зона – заданий діапазон точності.

Дійсне значення  $\varphi(\omega)$  буде визначатися такими співвідношеннями:

$$\begin{cases} \varphi = \varphi_0 & \text{при } P > 0, Q < 0, \\ \varphi = -(\pi - \varphi_0) & \text{при } P < 0, Q < 0, \\ \varphi = -(\pi/2 - \varphi_0) & \text{при } P < 0, Q > 0, \\ \varphi = -(2\pi - \varphi_0) & \text{при } P > 0, Q > 0, \end{cases}$$

де  $\varphi_0$  – гострий кут, отриманий за наведеними виразами ФЧХ. Тому при побудові графіка фазочастотної характеристики потрібно врахувати ці співвідношення.

Графік ФЧХ зображено на рис. 5.6

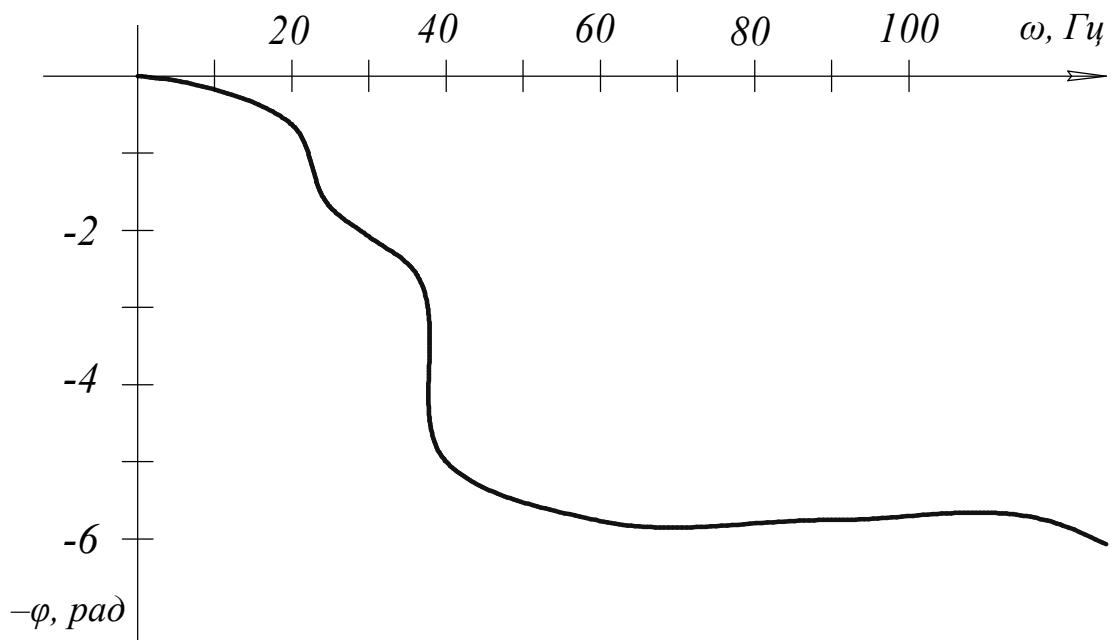


Рисунок 5.6 – Фазочастотна характеристика

*Висновок.* Отже, використавши побудову амплітудно-фазочастотної характеристики, амплітудно-частотної і фазочастотної характеристик можна отримати інформацію про те, як система реагує на гармонічний сигнал при зміні частоти його подавання на вхід.

#### Загальні висновки по роботі

Виконавши дану розрахунково-графічну роботу, ми навчилися складати математичну модель механічної системи, також будувати і перетворювати структурну схему.

До завдань даної роботи також відносились визначення стійкості системи, визначення і побудова частотних характеристик.

За допомогою критерія Михайлова ми визначили стійкість системи, при побудові кривих Михайлова для різних вихідних параметрів (маса  $m_2$ ) можна зробити висновок про те, як змінюється стійкість при зміні його параметра. Побудувавши частотні характеристики АФЧХ, АЧХ і ФАХ можна зробити висновок про те, при яких оптимальних режимах повинна працювати механічна система.

## 6 Питання до складання диференційованого заліку з дисципліни

1. Роль автоматизації у сучасному науково-технічному процесі. Перспективи розвитку автоматизації.

2. Основні поняття теорії автоматичного керування (зміст понять: "керований об'єкт", "керована величина", „простий керований об'єкт", "збурюючі діяння", "керування об'єктом", "керування", „регулювання", „автоматичне керування", "напіваавтоматичне керування", „автоматичний керуючий пристрій", „система автоматичного керування", „блок-схема автоматичної системи з однією керованою величиною", „задавальне діяння системи", „вхід", „вихід системи", „діяння", „сигнал"; автоматичне регулювання та керування у живих організмах, природі, техніці, причини, які вимушують усувати людину як слабку ланку в системі керування, етапи розвитку технологічного процесу, місце САК у технологічному процесі; принципи автоматичного керування, принцип керування за відхиленням, поняття „зворотний зв'язок", функціональна схема САК; принцип керування за збуренням, принцип комбінованого керування; принцип адаптації).

3. Класифікація автоматичних систем (системи стабілізації, програмного керування, слідкуючі, одноконтурні, багатоконтурні, прямої дії, безперервні, дискретні, статичні, астатичні, лінійні, нелінійні).

4. Характеристики автоматичних систем (способи опису роботи автоматичних систем; складання диференціальних рівнянь елементів автоматичної системи; перехід від рівнянь елементів до рівняння автоматичної системи; оцінювання статичних властивостей автоматичної системи; оцінювання динамічних властивостей автоматичної системи).

5. Типові динамічні ланки автоматичних систем (класифікація типових ланок; аналіз типових ланок).

6. Структурні схеми автоматичних систем (поняття структурної схеми; її порівняння з функціональною схемою; передавальна функція окремої ланки; типи з'єднань ланок; правила структурних перетворень; передавальна функція автоматичної системи; зв'язок між замкненою та розімкненою системами).

7. Стійкість автоматичних систем (поняття динамічної стійкості автоматичних системи; математична умова стійкості; алгебраїчні критерії стійкості; графоаналітичні критерії Михайлова; частотний критерій стійкості; оцінювання стійкості системи за її структурою; синтез систем автоматичного керування виходячи із умови стійкості; запас стійкості автоматичної системи).

8. Якість процесів керування (показники якості перехідних процесів; кореневі методи оцінювання процесів регулювання; діаграма Вишеградського).

9. Застосування ЕОМ для дослідження роботи автоматичних систем (застосування АЕОМ для оцінювання якості процесів керування; застосування ЦЕОМ для оцінювання якості процесів керування).

10. Особливості нелінійних автоматичних систем.

11. Розв'язування задач за темами питань 4,5,6,7,8,9.

### 6.1 Приклад білету для складання диференційованого заліку

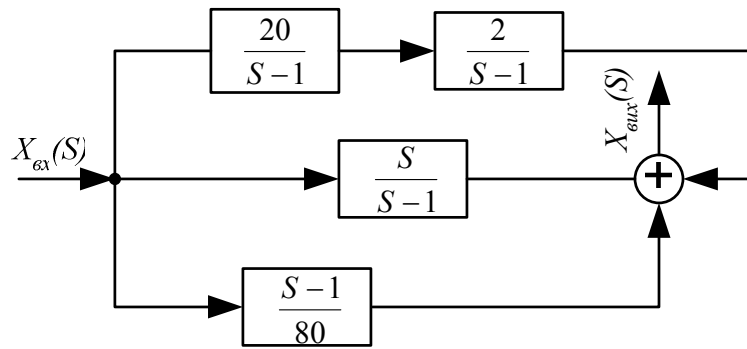
Кожний білет складається з 2-х теоретичних питань та питання, пов'язаного з практичною роботою (задачі). В якості задачі може бути:

- побудова структурної схеми за наведеною математичною моделлю;
- побудова структурної схеми за наведеною схемою системи;
- перетворення структурної схеми за правилами з метою отримання передавальної функції системи;
- визначення стійкості системи згідно з заданими значеннями параметрів: за методом кореневого годографа або за одним з алгебраїчних критеріїв, або за графоаналітичним методом Михайлова;
- отримання відповідного аналітичного виразу, необхідного для побудови АЧХ або ФЧХ, або АФЧХ, базуючись на заданій математичній моделі системи, або на схемі системи;
- побудова електронної моделі системи виходячи або із заданої математичної моделі системи, або із схеми системи;
- тестові питання на визначення стійкості (в цьому випадку до складу задачі входять 5 тестових питань).

Нижче наведені приклади білетів.

#### Білет №1

1. Охарактеризувати систему автоматичної стабілізації. Математична інтерпретація функціонування такої системи. Назвати принцип керування, який закладений в основу її роботи, навести функціональну або блок-схему системи, навести приклади таких систем (одну з них охарактеризувати детально).
2. Статичні характеристики САК.
3. Задача.



Отримати корні характеристичного рівняння. Визначити стійкість системи.

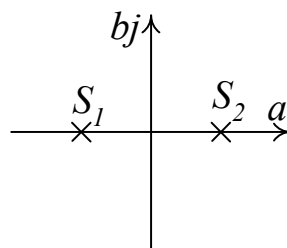
Білет №2

1. Принципи автоматичного керування.
2. Перехідна характеристика САК. Показники перехідного процесу. Приклади перехідних процесів.
3. Задача (тестова):

а) визначити стійкість системи за характеристичним рівнянням:  $\beta^3 + S^2 + 2S + 1 = 0$ .

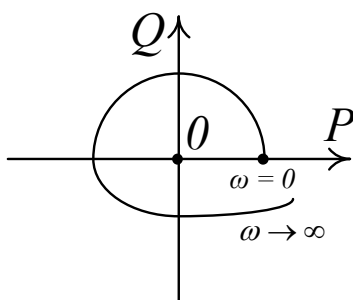
- Відповіді:
1. Стійка.
  2. Нестійка.
  3. На межі стійкості.

б) визначити стійкість системи виходячи із такого розташування коренів рівняння на комплексній площині:



- Відповіді:
1. Стійка.
  2. Нестійка.
  3. На межі стійкості.

в) визначити стійкість системи за виглядом графіка, побудованого в площині комплексної змінної, якщо вона описується рівнянням IV порядку:



- Відповіді:
1. Стійка.
  2. Нестійка.
  3. На межі стійкості.

г) в якому стані буде знаходитися система, якщо в розв'язку характеристичного рівняння будуть присутні пара уявних коренів, а інші мають від'ємну дійсну частину?

- Відповіді:
1. В стійкому.
  2. В нестійкому.
  3. На межі стійкості.

д) дослідження якої частини диференціального рівняння, яка описує динаміку системи, необхідно провести для визначення стійкості останньої?

- Відповіді:
1. Яка описує вільні рухи.
  2. Яка описує вимушені рухи.

## 6.2 Критерії оцінювання відповідей на диференційованому заліку

Диференційований залік з дисципліни проводиться за такими критеріями оцінювання відповідей:

а) на теоретичні питання:

- оцінка “12” – відповіді на питання викладені технічно грамотною мовою, чітко, правильно і логічно обгрунтовані з елементами творчого підходу до розв'язання технічних проблем; інформація, яку несуть відповіді, значно перевищує рекомендований обсяг;
- оцінка “11” – відповіді в цілому правильні і відповідають попереднім вимогам, але містять незначні неточності;

- оцінка “10” – відповіді в цілому правильні, але містять окремі незначні неточності, відсутній творчий підхід до розв’язування технічних проблем, відсутня додаткова інформаційна база;
- оцінка “9” – відповіді в цілому правильні, але логічне обґрунтування їх недостатнє;
- оцінка “8” – відповіді в цілому правильні, але в основному носять репродуктивний характер і є намагання їх логічного обґрунтування;
- оцінка “7” – відповіді в цілому правильні, але нечіткі, і є намагання їх логічного обґрунтування;
- оцінка “6” – відповіді по суті правильні і є намагання їх логічного обґрунтування;
- оцінка “5” – відповіді в окремих моментах відображають суть питань і є намагання їх логічного обґрунтування;
- оцінка “4” – відповіді містять лише окремі моменти, які відображають суть запитань без логічного обґрунтування;
- оцінка “3” – відповіді містять лише елементарні пояснення по суті запитань;
- оцінка “2” – відповіді містять лише часткові елементарні пояснення по суті запитань;
- оцінка “1” – відповіді на запитання лише елементарні натяки по суті запитань.

б) на результати виконання практичного завдання (задачі):

– тестові питання:

- оцінка „12” – правильна відповідь з аргументацією прийнятого рішення;
- оцінка „11” – правильна відповідь з незначними помилками в аргументаціях;
- оцінка „2” – відповідь правильна, без аргументації; або відповідь неправильна.



– звичайна задача:

оцінка „12”: 1. Задача на складання математичної моделі та визначення передавальної функції:

- наводиться фізичний закон, дії якого підкоряється робота заданої системи;
- наводиться розрахункова схема системи;
- прийняті припущення для складання математичної моделі (не менше трьох);
- наводиться математична модель – рівняння, які описують динамічні процеси в системі і записані в диференціальній формі;
- запис рівнянь у вигляді, який вимагає ТАК;
- запис рівнянь в алгебраїчній формі (перетворені за методом Лапласа);
- розв’язок системи алгебраїчних рівнянь (для двомасової системи) та запис виразу передавальної функції (вираз передавальної функції повинен бути максимально спрощеним).

2. Задача на побудову структурної схеми:

- кожне рівняння підготовлене для подальшої роботи з побудови його структурного відображення;
- наведені структурні відображення кожного рівняння математичної моделі;
- наведена загальна структурна схема;

3. Задача на перетворення структурної схеми:

- вказати всі типи з’єднань динамічних ланок в структурній схемі;
- наводиться вигляд структурної схеми після окремого перетворення та вираз передаточної функції, яка отримується після перетворення;
- наводиться вираз остаточної передаточної функції системи в максимально спрощеному вигляді з представленням в ній всіх характеристик параметрів системи;

4. Задача на отримання виразів для побудови частотних характеристик:

- повинен бути отриманий максимально спрощений вираз передавальної функції системи;
- отриманий вираз частотної передавальної функції;
- виведений вираз для побудови заданої частотної характеристики.

5. Задача на порівняння двох систем за критерієм максимального запасу стійкості:

- повинен бути визначений критерій стійкості;
- зроблені відповідні розрахунки по двох системах і, якщо це можливо, графічно представлені результати розрахунків (наприклад, метод кореневого годографу);

- зроблений відповідний висновок по суті поставленого в умові завдання.

6. Задачі на отримання виразу характеристичного рівняння або виразів рівнянь для побудови однієї з частотних характеристик за заданою структурною схемою:

- вказані відповідні типи з'єднань динамічних ланок;
- зроблені структурні перетворення за певними правилами окремих типів з'єднань ланок і отримана передавальна функція системи;
- записаний вираз характеристичного рівняння або виконана трансформація передавальної функції в частотну передавальну функцію і записаний вираз для побудови однієї з частотних характеристик (*Примітка.* Всі вказані вирази приводяться до максимально спрощеного вигляду).

оцінка „11”: допущені незначні неточності в порівнянні з алгоритмом критерію оцінки „12”;

оцінка „10”: розв'язок та результати розв'язку задачі правильні, але не зроблені деякі аргументації прийняття відповідних рішень та допущені незначні неточності в порівнянні з алгоритмом критерію оцінки „12”;

оцінка „3”:

- неправильно побудована загальна структурна схема або окремі її ланки, які відображають правильно підготовлені рівняння;
- неправильно розв'язана система кількох алгебраїчних рівнянь;
- неправильно виконане перетворення за Лапласом вихідних диференціальних (або диференціального) рівнянь;
- отримані неправильні результати коефіцієнтів або коренів характеристичного рівняння, що спотворює реальну картину стійкості.

оцінка „2”:

- неправильно записані вихідні рівняння, які описують динамічний процес в заданій системі, і результати подальшої роботи є теж, відповідно, неправильними (1-й, 2-й, 4-й та 5-й типи задач);
- неправильно підготовлені рівняння для подальшої побудови їх структурних відображень (2-й тип задач);
- неправильно визначені вирази для побудови частотних характеристик або вираз частотної передавальної функції;
- неправильно визначені типи з'єднань структурних ланок, що приводить автоматично до отримання неправильного

виразу загальної передавальної функції (2-й та 3-й типи задач);

- критерій стійкості обрано правильно, але студент не знає, в чому він полягає, і тому отримані результати є неправильними.

оцінка „1”:

- задана задача взагалі не розв’язана (не було навіть намагань її розв’язати, і студент це констатує);
- наведена деяка розрізнена інформація, за якою неможливо зробити висновок (навіть при намаганні викладача виявити це в усній формі) про те, що студент знає матеріал та шлях до розв’язання задачі.

оцінки „9”÷„4”: виставляються на розсуд викладача, який орієнтується на вимоги (алгоритм) відповіді на найвищі та найнижчі оцінки.

## 7 Питання для самоконтролю

1. Які переваги має автоматизація виробничих процесів?
2. Чим відрізняються поняття “керування” і “регулювання”; “система автоматичного керування” і “система автоматичного регулювання”? Знайдіть приклади, які можуть проілюструвати Вашу відповідь (крім тих, які наводились лектором).
3. Знайдіть приклади, які ілюструють автоматичне керування та регулювання у природі, живих організмах, техніці (крім тих, які наводились лектором).
4. Порівняйте принципи керування за відхиленням та збуренням. На що реагує кожна система – на причину або на наслідок, що викликало відхилення регульованого параметру від заданого?
5. Який додатковий інформаційний канал застосовується в системі з комбінованим принципом керування, що не мав місця при розгляданні принципів керування за відхиленням та збуренням?
6. Місце систем, що керуються за принципом адаптації серед систем, що керуються за іншими принципами керування.
7. Порівняйте між собою функціональну схему та блок-схему САК.
8. За якими ознаками класифікуються САК? Які класи САК Ви знаєте за кожною ознакою? Наведіть приклади таких САК (крім тих, що розглядалися в лекційному курсі).
9. Що визначає статичний режим роботи САК?
10. Які показники статичних властивостей Ви знаєте? Наведіть приклади.
11. Що визначає динамічний режим роботи САК?

12. Які динамічні характеристики потрібно отримати для того, щоб оцінити поведінку конкретної САК в динамічному режимі роботи?
13. Як отримати експериментально перехідну характеристику САК? Чому для отримання такої характеристики на вхід САК потрібно подати визначений (детермінований) сигнал? Який це сигнал?
14. Які показники перехідного процесу Ви знаєте?
15. Наведіть приклади перехідних процесів в природі, живих організмах, техніці, суспільстві тощо.
16. Як отримати експериментально частотні характеристики? Які вони бувають?
17. Які причини викликають необхідність знати частотні характеристики конкретної САК?
18. Як проаналізувати САК за окремою частотною характеристикою?
19. Що таке динамічна стійкість САК? Наведіть необхідні приклади.
20. Які методи (критерії) дослідження динамічної стійкості Вам відомі? Охарактеризуйте кожний метод (критерій).
21. Які способи опису роботи САК Вам відомі? Дайте характеристику кожного способу.
22. Суть перетворення диференціальних рівнянь за Лапласом. З якою математичною операцією можна порівняти цей метод? Самостійно на прикладах попрактикуйтеся в застосуванні цього методу.
23. Для чого будується структурна схема САК? Порівняйте між собою функціональну та структурну схему САК.
24. Методика побудови структурної схеми.
25. Які правила структурних перетворень Вам відомі? Як вивести формули для відповідного правила?
26. Що таке передаточна функція системи? Для яких досліджень САК вона використовується і яка її частина?
27. Що визначають типові динамічні ланки? Наведіть приклади.
28. В чому полягає аналітичний розрахунок частотних характеристик? Послідовність підготовки до цього розрахунку.
29. В чому полягають особливості нелінійних САК?

Навчальне видання

**Юрій Іванович Муляр**

**ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО  
КЕРУВАННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИМИ СИСТЕМАМИ**

Навчальний посібник

Оригінал-макет підготовлено автором

Редактор О. Д. Скалоцька

Навчально-методичний відділ ВНТУ  
Свідоцтво Держкомінформу України  
серія ДК № 746 від 25.12.2001  
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, ВНТУ

Підписано до друку  
Формат 29.7×42¼  
Друк різнографічний  
Тираж        прим.  
Зам. №

Гарнітура Times New Roman  
Папір офсетний  
Ум. друк. арк.

Віддруковано в комп'ютерному інформаційно-видавничому центрі  
Вінницького національного технічного університету  
Свідоцтво Держкомінформу України  
серія ДК № 746 від 25.12.2001  
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, ВНТУ