

## МОДЕЛЮВАННЯ ПАРАЛЕЛЬНОГО БЛОЧНОГО МЕТОДУ МНОЖЕННЯ МАТРИЦЬ В ОПТОЕЛЕКТРОННОМУ СПЕЦПРОЦЕСОРІ

*О.Д. Азаров, Н.І. Заболотна, О.В. Дроненко*

### Вступ

Оптичні спецобчислювачі, давно привернули увагу можливістю паралельної обробки інформації, високою швидкодією, невеликими розмірами і масою, малою споживчою потужністю і т.п. Зокрема, спецобчислювачі такого типу можуть знайти своє застосування в реалізації око-процесорних матриць з надвеликими розмірностями, що є частиною оптикоелектронного квантово-розмірного образного комп'ютеру. Велика кількість задач, що ставляться і перед образним комп'ютером зводиться до задач лінійної алгебри, які треба вирішувати в реальному часі. Оскільки операція множення матриць є базовою для широкого кола алгоритмів обробки сигналів і зображень, то з цієї точки зору оптичні матричні обчислювальні пристрої, що реалізують дану операцію представляють особливий інтерес. На сьогодні відомі структурні рішення спеціалізованих оптикоелектронних спецпроцесорів для виконання окремих матричних операцій, зокрема і множення матриць розмірністю  $N \times N$  [1].

Аналіз ряду робіт [1-3], в яких запропоновані структури оптикоелектронного спецпроцесора для множення матриць-картин оптичних зображень знято теоретичні обмеження на розмірність  $N \times N$  обчислювальних масивів та розрядність  $L$  їх елементів за рахунок використання природного паралелізму оптичних цифрових обчислень. Але існують обмеження практичної реалізації пристрою, що пов'язані з технологічними проблемами виготовлення багатовимірних вузлів з паралельним введенням-виведенням. Як показав аналіз існуючої перспективної оптикоелектронної елементної бази, розроблені теоретичні структурні рішення при їх практичній реалізації можуть бути орієнтовані на застосування в якості базових елементів двовимірних просторово-часових модуляторів світла на квантово-розмірних ямах SEED з розмірністю  $256 \times 256$  елементів при частоті перемикання одного пікселя 20 ГГц [4]. Це дозволяє досягти рівня реальної продуктивності  $5,9 \cdot 10^5$ . В роботах [1, 2] дається оцінка продуктивності, яка може бути отримана при орієнтації реалізації спецпроцесора на ПЧМС типу SEED з розмірністю  $10^3 \times 10^3$  елементів з часом перемикання 1 нс, що становить  $1,097 \cdot 10^7$  [4]. Лабораторні умови для реалізації такого спецпроцесора створені, тому таку продуктивність можна вважати теоретично досяжною.

Проте нагальною є потреба удосконалення існуючих оптикоелектронних методів та пристроїв паралельного множення матриць з метою підвищення продуктивності обчислень за рахунок збільшення розмірності вхідного зображення.

### Мета досліджень

Метою статті є отримання математичної моделі та структурної організації розрядно-зрізового оптикоелектронного спецпроцесора для множення матриць, що дозволить оцінити підвищення продуктивності спецпроцесора за рахунок збільшення розмірності вхідних даних, шляхом застосування паралельного блочного методу обробки матриць на основі оптичних цифрових обчислень.

### Постановка задачі

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі задачі:

- 1) Модифікувати паралельний метод множення великорозмірних матриць на основі використання блочної організації оптичних цифрових обчислень.
- 2) Розробити структурну організацію цифрового розрядно-зрізового оптикоелектронного спецпроцесора для паралельного множення великорозмірних матриць модифікованим блочним методом.
- 3) Оцінити продуктивність запропонованої структури паралельної обробки великорозмірних матриць.
- 4) Провести комп'ютерне моделювання модифікованого блочного методу оброблення великорозмірних матриць.

### Розв'язування задач

Розглянемо варіант вирішення проблеми підвищення реальної продуктивності та розширення функціональних можливостей обчислення цифрового розрядно-зрізового оптикоелектронного спецпроцесора для обчислення добутку матриць за рахунок збільшення розмірності вхідних матриць, шляхом застосування паралельного блочного методу обробки матриць на основі оптичних цифрових обчислень. Пропонується математичний апарат для моделювання та оцінювання просторово-часових характеристик спецпроцесора.

Нехай матриця  $C=[c_{sl}]$  є результатом множення числових матриць  $A=[a_{sl}]$  та  $B=[b_{sl}]$ . Скористаємось методом блочного множення матриць. Отже, розіб'ємо вхідні матриці  $A=[a_{sl}]$  та  $B=[b_{sl}]$ , де  $l = \overline{1, M \times N}$ ,  $s = \overline{1, M \times N}$  на квадратні матриці нижчих порядків – блоки, розмірність яких  $N \times N$ , відповідно кількість блоків, що будуть формувати вхідні матриці  $A$  та  $B$  –  $M \times M$ . Тоді матрицю  $A$  можна розглядати як складну матрицю, елементами якої є блоки:

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1j} & \dots & A_{1M} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2j} & \dots & A_{2M} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ A_{i1} & A_{i2} & \dots & A_{ij} & \dots & A_{iM} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ A_{M1} & A_{M2} & \dots & A_{Mj} & \dots & A_{MM} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

а відповідно матрицю  $B$ :

$$B = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \dots & B_{1j} & \dots & B_{1M} \\ B_{21} & B_{22} & \dots & B_{2j} & \dots & B_{2M} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ B_{i1} & B_{i2} & \dots & B_{ij} & \dots & B_{iM} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ B_{M1} & B_{M2} & \dots & B_{Mj} & \dots & B_{MM} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

де  $i = \overline{1, M}$ ,  $j = \overline{1, M}$ .

Кожен блок має вигляд, аналогічний такому:

$$A_{ij} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1r} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2r} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{p1} & a_{p2} & \dots & a_{pr} \end{bmatrix},$$

$$B_{ij} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1r} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2r} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{p1} & b_{p2} & \dots & b_{pr} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

де  $p = \overline{1, N}$ ,  $r = \overline{1, N}$ , а відповідно.

Таким чином, вхідними даними та результатом є матриці розмірністю  $MN \times MN$ .

Нехай кожен з блоків вхідних матриць  $A$ ,  $B$  та результуючої матриці  $C$  подається відповідними наборами бінарних розрядних зрізів (РЗ):

$$A_{ij} = \sum_{\alpha=0}^{L-1} 2^\alpha A_{ij(\alpha)},$$

$$B_{ij} = \sum_{\beta=0}^{L-1} 2^\beta B_{ij(\beta)},$$

$$C_{ij} = \sum_{\gamma=0}^{Z-1} 2^\gamma C_{ij(\gamma)}, \quad (4)$$

де  $A_{ij(\alpha)}$ ,  $B_{ij(\beta)}$ ,  $C_{ij(\gamma)}$  - бінарні РЗ відповідного блоку з поточними номерами  $\alpha, \beta, \gamma$  відповідного блоку матриць  $A, B, C$ ;  $2^\alpha, 2^\beta, 2^\gamma$  - вагові коефіцієнти бінарних розрядних зрізів кожного з блоків матриць  $A, B, C$  відповідно.

Оскільки базовою операцією множення багаторозрядних матриць є формування часткового добутку як добутку бінарних матриць, то розглянемо математичну модель процесу формування матриці  $C$  у відповідності з алгоритмом множення бінарних матриць блочним методом. Цей алгоритм є модифікацією розробленого в [2] паралельного методу множення бінарних матриць з послідовним картинним формуванням частинних добутків і їх цифровим часовим інтегруванням.

Вхідні дані у вигляді  $M \times M$  блоків вхідних бінарних матриць  $A_{ij(\alpha)}$ ,  $B_{ij(\beta)}$ , відповідно кожен розмірністю  $N \times N$  записується у відповідні двовимірні інформаційні масиви  $X_{ij}[1:N, 1:N]$  та  $Y_{ij}[1:N, 1:N]$ . Відлік часу ведеться з нуля. Результат, який представляється набором  $M \times M$  блоків, відповідно кожен з яких представлений тривимірним масивом  $C_{ij}[1:N, 1:N, 0:(K-1)]$ , де  $K = \text{int}[\log_2(MN + 1)]$ , в початковий момент часу обнулений.

Частковий добуток, що представляє числову багаторозрядну матрицю  $C$  в вигляді набору бінарних РЗ, формується в тривимірному масиві відповідно з блоків  $M \times M$  матриць  $C_{ij}[1:N, 1:N, 0:(K-1)]$  шляхом накопичення (математичного додавання) в часі відповідних бінарних базових компонент часткового добутку і визначається з урахуванням часового параметру  $t$  так:

$$\sum_{k=0}^{K-1} 2^k c_{ij,pr,k}(t) = \sum_{k=0}^{K-1} 2^k c_{ij,pr,k}(t-1) + 2^0 z_{ij,pr}(t), \quad (5)$$

де  $c_{ij,pr,k}(t)$  - значення  $k$ -го ( $k = \overline{0, (K-1)}$ ) розряду елемента  $c_{ij,pr}$  ( $p = \overline{1, N}$ ;  $r = \overline{1, N}$ ) тривимірного масиву  $C_{ij}[1:N, 1:N, 0:(K-1)]$   $ij$ -го блоку матриці результатів.

Переходимо до оброблення записаних в масивах  $X_{ij}[1:N, 1:N]$  та  $Y_{ij}[1:N, 1:N]$  елементів вхідних матриць, що приймають участь у формуванні наступного бінарного базового компонента часткового добутку в кожному з обраних блоків шляхом виконання паралельного циклічного зсуву на один елемент (дискрет) в напрямку: вліво – для матриць  $A_{ij(\alpha)}$ , записаних в масивах  $X_{ij}[1:N, 1:N]$ ; вгору – для матриць  $B_{ij(\beta)}$ , записаних в масивах  $Y_{ij}[1:N, 1:N]$ .

Оскільки для отримання кінцевого результату в межах обраних блоків необхідно здійснити оброблення всіх  $N$  елементів відповідних рядків та стовпців кожного з блоків, то при послідовному характері їх оброблення час обчислень складе  $N$  тактів. Тому на кожному такті  $t$  обчислень, починаючи з  $t=0$ , здійснюється порівняння поточного відліку часу з числом  $(N-1)$ .

Якщо  $t < N$ , то організовуються циклічні обчислення. В іншому випадку, оскільки для отримання кінцевого результату для всього вхідного масиву даних необхідно здійснити оброблення всіх  $M$  блоків відповідних стрічок та стовпців матриць блоків, то при послідовному характері їх оброблення час обчислень складе  $M$  тактів. Тому на кожному такті  $t$  обчислень, починаючи з  $t=0$ , здійснюється обчислення деякого параметра  $f=t/N$  і його порівняння з числом  $(M-1)$ .

Якщо  $f < M$ , то організовуються циклічні обчислення, в іншому випадку – обчислення закінчуються і результатом є масиви  $C_{ij}[1:N, 1:N, 0:(K-1)]$ .

Для представлення математичної моделі операції множення матриць блочним методом, яка буде представлена у вигляді просторово-часового розрядного рівняння в матричній формі, скористаємось методикою, що описана в [2]. Запропонована методика є універсальною, але для відображення специфічних особливостей блочного методу множення матриць буде введено нову матричну форму запису деяких операторів алгоритму.

Виконання циклічного паралельного зсуву двовимірних масивів  $X_{ij}[1:N, 1:N]$  та  $Y_{ij}[1:N, 1:N]$  всередині кожного блоку відповідно вліво та вгору на один елемент запишемо за допомогою відповідних операторів  $\varphi^{\leftarrow 1}$  та  $\varphi^{\uparrow 1}$  у вигляді [2]:

$$\varphi^{\leftarrow 1}(X_{ij}): \varphi^{\leftarrow 1}(x_{ij,pr}) = \begin{cases} x_{ij,p,(r+1)}, & \text{якщо } r = \overline{1, (N-1)}; p = \overline{1, N}; \\ x_{ij,p1}, & \text{якщо } r = N; p = \overline{1, N}. \end{cases} \quad (6)$$

$$\varphi^{\uparrow 1}(Y_{ij}): \varphi^{\uparrow 1}(y_{ij,pr}) = \begin{cases} y_{ij,(p+1),r}, & \text{якщо } p = \overline{1, (N-1)}; r = \overline{1, N}; \\ y_{ij,1r}, & \text{якщо } p = N; r = \overline{1, N}. \end{cases} \quad (7)$$

Ті ж оператори циклічного паралельного зсуву елементів блоків  $\varphi^{\leftarrow 1}$  та  $\varphi^{\uparrow 1}$  описуються в матричній формі [8]:

$$\varphi^{\leftarrow 1}(X_{ij}) = X_{ij} \cdot h^{\leftarrow 1}, \quad (8)$$

$$\varphi^{\uparrow 1}(Y_{ij}) = Y_{ij} \cdot h^{\uparrow 1}, \quad (9)$$

де  $h^{\leftarrow 1}$  та  $h^{\uparrow 1}$  матриці циклічного зсуву на 1 елемент вліво і вгору, відповідно. Операцію зсуву на  $w$  ( $w = \overline{0, (N-1)}$ ) елементів за один такт можна реалізувати послідовним зсувом  $w$  разів на один елемент так [2]:

$$\varphi^{\uparrow w}(Y_{ij}) = Y_{ij} \cdot h^{\uparrow w} = [[\dots[Y_{ij} \cdot h^{\uparrow 1}] \dots h^{\uparrow 1}] h^{\uparrow 1}]. \quad (10)$$

Тоді стан масивів  $X_{ij}[1:N, 1:N]$  та  $Y_{ij}[1:N, 1:N]$  в поточний момент часу  $t_{i=w}$  ( $t_i = i\Delta t$ ,  $t$  – номер часового відліку,  $\Delta t$  – тривалість такту обчислення всередині блоків) чи на  $t=w$ -му такті обчислень можна описати в матричній формі [2]:

$$X_{ij}(t_w) = X_{ij}(t=w) = \varphi^{\leftarrow t=w}(X_{ij}(t_0)) = \varphi^{\leftarrow t=w}(A_{ij(\alpha)}), \quad (11)$$

$$Y_{ij}(t_w) = Y_{ij}(t=w) = \varphi^{\uparrow t=w}(Y_{ij}(t_0)) = \varphi^{\uparrow t=w}(B_{ij(\alpha)}). \quad (12)$$

Скористаємось принципами цієї методики для того, щоб записати виконання циклічного паралельного зсуву двовимірних масивів блоків  $X[1:M, 1:M]$  та  $Y[1:M, 1:M]$  відповідно вліво та вгору на  $f$  ( $f = \overline{0, (M-1)}$ ) блоків за допомогою відповідних операторів  $\varphi_b^{\leftarrow f}$  та  $\varphi_b^{\uparrow f}$ , де індекс  $b$  показує, що дії виконуються над блоками.

Для початку запишемо оператори для паралельного зсуву блоків  $X[1:M, 1:M]$  та  $Y[1:M, 1:M]$  відповідно вліво та вгору на один блок відповідно вліво та вгору на один елемент:

$$\varphi_b^{\leftarrow 1}(X): \varphi_b^{\leftarrow 1}(X_{ij}) = \begin{cases} X_{i, (j+1)} & \text{якщо } j = \overline{1, (M-1)}; i = \overline{1, M}; \\ x_{i1} & \text{якщо } j = M; \quad i = \overline{1, M}. \end{cases} \quad (13)$$

$$\varphi_b^{\uparrow 1}(Y): \varphi_b^{\uparrow 1}(Y_{ij}) = \begin{cases} Y_{(i+1), j} & \text{якщо } i = \overline{1, (M-1)}; j = \overline{1, M}; \\ y_{1, j} & \text{якщо } i = M; \quad j = \overline{1, M}. \end{cases} \quad (14)$$

Ті ж оператори циклічного паралельного зсуву блоків  $\varphi_b^{\leftarrow 1}$  та  $\varphi_b^{\uparrow 1}$  описуються в матричній формі:

$$\varphi_b^{\leftarrow 1}(X) = X \cdot h_b^{\leftarrow 1}, \quad (15)$$

$$\varphi_b^{\uparrow 1}(Y) = Y \cdot h_b^{\uparrow 1}, \quad (16)$$

де  $h_b^{\leftarrow 1}$  та  $h_b^{\uparrow 1}$  матриці циклічного зсуву на 1 блок вліво і вгору, відповідно. Операцію зсуву на  $f$  ( $f = \overline{0, (M-1)}$ ) елементів за один такт можна реалізувати послідовним зсувом  $f$  разів на один елемент:

$$\varphi_b^{\uparrow f}(Y) = Y \cdot h_b^{\uparrow f} = [[\dots[Y \cdot h_b^{\uparrow 1}] \dots h_b^{\uparrow 1}] h_b^{\uparrow 1}]. \quad (17)$$

Отже, стан масивів блоків  $X[1:M, 1:M]$  та  $Y[1:M, 1:M]$  в поточний момент часу  $T_{T=f}$  ( $T_T = T\Delta T$ ,  $T$  – номер часового відліку,  $\Delta T$  – тривалість такту обчислення над блоком) чи на  $T=f$ -му такті обчислень можна описати в матричній формі:

$$X(T_f) = X(T=f) = \varphi_b^{\leftarrow T=f}(X(T_0)) = \varphi_b^{\leftarrow T=f}(A_{(\alpha)}), \quad (18)$$

$$Y(T_f) = Y(T=f) = \varphi_b^{\uparrow T=f}(Y(T_0)) = \varphi_b^{\uparrow T=f}(B_{(\beta)}). \quad (19)$$

Операцію виділення елементів головної діагоналі всередині кожного блоку  $x_{i, pp}$  ( $p = \overline{1, N}$ ) масивів  $X_{ij}[1:N, 1:N]$  в поточний момент часу  $t_w$  визначається в матричній формі як результат логічного множення кожного з масивів  $X_{ij}[1:N, 1:N]$  на одиничні матриці  $E_{ij, NxN}$  [2]:

$$X_{ij}(t_w) \wedge E_{ij} = X_{ij}^*(t_w) = \begin{bmatrix} x_{ij,11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & x_{ij,22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & x_{ij,NN} \end{bmatrix} \quad (20)$$

Операцію виділення блоків головної діагоналі  $X_{ii}$  ( $i = \overline{1, M}$ ) масиву блоків  $X[1: M, 1: M]$  в поточний момент часу  $T_f$  визначається в матричній формі аналогічним чином запишемо як результат логічного множення масиву  $X[1: M, 1: M]$  на одиничну матрицю  $E_{M \times M}$ :

$$X(T_f) \wedge E = X_b^*(T_f) = \begin{bmatrix} X_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & X_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & X_{MM} \end{bmatrix} \quad (21)$$

Модифікуємо оператор, який пропонується в [2] для тиражування виділених діагональних елементів, оскільки для блочного методу необхідне тиражування виділених діагональних елементів виділених блоків до розміру рядків елементів рядка масиву блоків:

$$R(X_{ij}^*(t_w)) = \begin{bmatrix} x_{11,11} & x_{11,11} & x_{11,11} & x_{11,11} & x_{11,11} & \dots & x_{11,11} \\ x_{11,22} & x_{11,22} & x_{11,22} & x_{11,22} & x_{11,22} & \dots & x_{11,22} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ x_{11,NN} & x_{11,NN} & x_{11,NN} & x_{11,NN} & x_{11,NN} & x_{11,NN} & x_{11,NN} \\ x_{22,11} & x_{22,11} & x_{22,11} & x_{22,11} & x_{22,11} & x_{22,11} & x_{22,11} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ x_{MM,NN} & x_{MM,NN} & x_{MM,NN} & x_{MM,NN} & x_{MM,NN} & x_{MM,NN} & x_{MM,NN} \end{bmatrix} \quad (22)$$

З урахуванням приведених математичних описів операторів алгоритму, що розглядається, математична модель операції множення бінарних матриць з цифровим часовим інтегруванням паралельним блочним методом може бути представлена у вигляді такого просторово-часового матричного рівняння:

$$C(\alpha, \beta, T, t) = \sum_{T=0}^{MN-1} \sum_{t=0}^{N-1} \varphi_b^{\leftarrow f=T} (R \varphi^{\leftarrow w=t} (A_{(\alpha)}) \wedge E) \wedge E_b \wedge \varphi_b^{\uparrow f=T} (\varphi^{\uparrow w=t} (B_{(\beta)})) \quad (23)$$

де  $t$  – номер часового відліку для операцій в блоках;  $T$  – номер часового відліку для операцій над блоками;  $R$  – оператор тиражування виділених діагональних елементів;  $\varphi_b^{\leftarrow f=T}$ ,  $\varphi_b^{\uparrow f=T}$  – операція зсуву на  $f$  блоків відповідно вліво і вгору;  $\varphi^{\leftarrow w=t}$ ,  $\varphi^{\uparrow w=t}$  – операція зсуву на  $w$  елементів відповідно вліво і вгору в блоках;  $E_b$  – оператор вибору діагональних блоків;  $E$  – оператор вибору діагональних елементів блоку.

В результаті просторово-часового відображення отриманої математичної моделі блочного множення матриць на паралельну структуру, розроблено структурну організацію оптоелектронного спецпроцесора для паралельного множення бінарних матриць розмірністю  $M \cdot N \times N \cdot M$  на основі оптичного розрядно-зрізового кодування та цифрового часового інтегрування (ЦЧІ) (рис.1). Спецобчислювач містить першу матрицю блоків  $1_{(1,1)} \dots 1_{(M,M)}$  і другу матрицю блоків  $2_{(1,1)} \dots 2_{(M,M)}$  двовимірних паралельних регістрів зсуву, паралельні оптичні входи яких являються відповідно матрицею перших  $6_{(1,1)} \dots 6_{(M,M)}$  і других  $7_{(1,1)} \dots 7_{(M,M)}$  паралельних оптичних входів спецпроцесора. Паралельні виходи зв'язані відповідно з першим і другим паралельними входами матриці блоків множення  $3_{(1,1)} \dots 3_{(M,M)}$ , які виконано у вигляді матриці логічних елементів І, кожна з яких оптично зв'язана своїм входом з паралельним оптичним входом відповідного блоку з матриці картинних накопичуючих суматорів  $4_{(1,1)} \dots 4_{(M,M)}$ . Входи  $8_{(1,1)} \dots 8_{(M,M)}$  встановлення нуля і входи  $9_{(1,1)} \dots 9_{(M,M)}$  дозволу лічби матриці блоків картинних накопичуючих суматорів  $4_{(1,1)} \dots 4_{(M,M)}$  зв'язані відповідно з тринадцятим  $5_{15}$  і чотирнадцятим  $5_{16}$  виходами блоку керування 5. Перші сім  $5_1 - 5_7$  і другі сім  $5_8 - 5_{14}$  виходів блоку керування 5 зв'язані з відповідними сімома керуючими входами кожного з блоку першої матриці  $1_{(1,1)} \dots 1_{(M,M)}$  паралельних двовимірних регістрів зсуву  $10_{(1,1)}$ ,  $11_{(1,1)}$ ,  $12_{(1,1)}$ ,  $13_{(1,1)}$ ,  $14_{(1,1)}$ ,  $15_{(1,1)}$ ,  $16_{(1,1)}$  ...  $10_{(M,M)}$ ,  $11_{(M,M)}$ ,  $12_{(M,M)}$ ,  $13_{(M,M)}$ ,  $14_{(M,M)}$ ,  $15_{(M,M)}$ ,  $16_{(M,M)}$  і кожного з блоків другої матриці паралельних

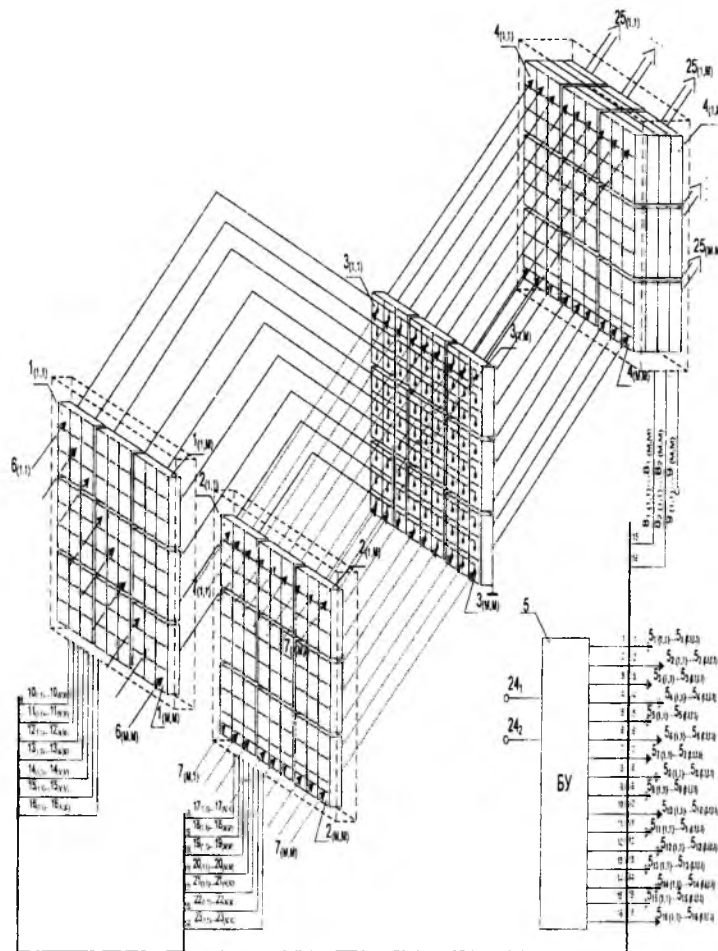


Рисунок 1 - Структурно-функціональна схема пристрою для множення матриць за блочним методом

двовимірних регістрів зсуву  $17_{(1,1)}$ ,  $18_{(1,1)}$ ,  $19_{(1,1)}$ ,  $20_{(1,1)}$ ,  $21_{(1,1)}$ ,  $22_{(1,1)}$ ,  $23_{(1,1)}$  ...  $17_{(M,M)}$ ,  $18_{(M,M)}$ ,  $19_{(M,M)}$ ,  $20_{(M,M)}$ ,  $21_{(M,M)}$ ,  $22_{(M,M)}$ ,  $23_{(M,M)}$ . Перший і другий входи блоку керування 5 є відповідно входом 21, вибору функціонального перетворення спецпроцесора і входом 21, його запуску.  $(k+1)$  паралельні оптичні виходи  $25_{(1,1)0} \dots, 25_{(M,M)0}, 25_{(1,1)1} \dots 25_{(M,M)1}, \dots, 25_{(1,1)k} \dots 25_{(M,M)k}$  матриці блоків картинних накопичуючих суматорів  $4_{(1,1)} \dots 4_{(M,M)}$  є картинними оптичними виходами спецобчислювача.

Проведемо оцінювання часових характеристик паралельного розрядно-зрізового блочного помножувача матриць. Час перемноження бінарних матриць визначається так:

$$T = NM \cdot \Delta T \quad (24)$$

Параметр  $\Delta T$  - тривалість такту зовнішніх обчислень в загальному випадку можна оцінити як кількість розрядних зрізів суматора:

$$\Delta T = \text{int}[\log_2(NM + 1)] \quad (25)$$

Тоді, час перемноження бінарних матриць в тактах можна оцінити за формулою:

$$T = NM \cdot \text{int}[\log_2(NM + 1)] \quad (26)$$

Знайдемо приведену продуктивність розглянутої математичної моделі, яка характеризує кількість елементарних операцій, що виконуються над бітами даних, що обробляються за тривалість такту  $\tau$ .

$$P' = \frac{O}{S}, \quad (\text{біт.опер./}\tau) \quad (27)$$

де  $S$  - кількість внутрішніх тактів  $\tau$  обчислень за час обчислень  $T$ .

Отже, приведена продуктивність для розглянутої математичної моделі визначається так:

$$P' = \frac{N^2 \cdot M^2 [1 + \log_2(NM + 1)]}{\log_2(NM + 1)} \quad (28)$$

На рисунку 2 зображено залежність продуктивності спецпроцесора від розмірності матриці блоків

при фіксованій розмірності блоків  $N = 10^3$ , з якої видно, що продуктивність розробленого спецобчислювача для множення матриць за блочним методом, зростає пропорційно збільшенню розмірності  $M \times M$  матриці блоків матричних операндів.

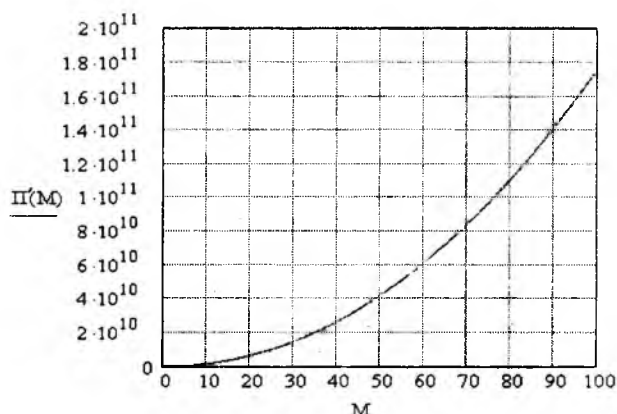


Рисунок 2 – Залежність продуктивності спецпроцесора від розмірності матриці блоків

### Висновки

Розроблено математичну модель паралельного методу множення великорозмірних матриць, для чого існуючу методику відображення математичних моделей матричних операцій було розширено введенням нових операторів, що дозволило відобразити специфічні особливості блочного методу.

Розроблено нову структурну модель паралельного оптоелектронного розрядно-зрізового помножувача матриць за блочним методом, який характеризується підвищенням продуктивності та розширеними функціональними можливостями.

Встановлено, що продуктивність розробленого спецпроцесора для множення матриць за блочним методом, зростає пропорційно збільшенню розмірності  $M \times M$  матриці блоків матричних операндів.

### Список літератури

1. Заболотная Н.И., Шолота В.В. Организация параллельного перемножения знакопеременных матриц в цифровом оптоэлектронном процессоре многоуровневых изображений // Электронное моделирование. – 1997. - №3. – С.41 – 49.
2. Заболотная Н.И. Организация вычислительных структур высокопроизводительных линейно-алгебраических процессоров параллельной обработки матриц: Дис... канд. техн. наук: 05.13.08.– Винница, 1996.– 322с.
3. Вербовецкий А.А. Нетрадиционный оптический метод построения цифрового умножителя с фиксированной точкой // Радиотехника.-2002.-№4.-С.20-24.
4. Miller D.A.B. Quantum-Well-Self-Electro-Optic-Effect Devices//Optical and Quantum Electronics.-1990.-Vol.22.-P.61-98.

**Азаров Олексій Дмитрович** – д.т.н., професор, директор інституту інформаційних технологій та комп'ютерної інженерії, завідувач кафедри обчислювальної техніки, Вінницький національний технічний університет, Хмельницьке шосе, 95, м.Вінниця, 21021.

**Заболотна Наталія Іванівна** – к.т.н., доцент кафедри лазерної та оптоелектронної техніки, декан факультету функціональної електроніки та лазерної техніки, Вінницький національний технічний університет, Хмельницьке шосе, 95, м.Вінниця, 21021.

**Дроненко Олена Василівна** – аспірант кафедри лазерної та оптоелектронної техніки, Вінницький національний технічний університет, Хмельницьке шосе, 95, м.Вінниця, 21021, e-mail: lilus@svitonline.com