

КОМП'ЮТЕРНІ СИСТЕМИ ТА КОМПОНЕНТИ

УДК 681.3:621.375

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ДИНАМІЧНИХ ПОХИБОК І-ГО РОДУ ДЛЯ ШВИДКОДІЮЧИХ ПОРОЗРЯДНИХ АЦП ІЗ ВАГОВОЮ НАДЛИШКОВІСТЮ

Азаров О.Д., Решетнік О.О., Крупельницький Л.В.

Анотація: Запропоновано математичні моделі прискореного порозрядного перетворення з ваговою надлишковістю що дозволяють визначити оптимальну тривалість тактів врівноваження при заданих параметрах перетворення (кількість розрядів та система числення) та заданій функції зміни вхідного сигналу під час перетворення.

Аннотация: Предложены математические модели ускоренного поразрядного преобразования с весовой избыточностью, которые позволяют определить оптимальную длительность тактов уравнивания при заданных параметрах преобразования (количество разрядов и система исчисления) и заданной функции изменения входного сигнала во время преобразования.

Abstract: The mathematical models for fast bitwise conversion with weight redundancy are offered. The models allow getting optimal tact duration for selected conversion parameters (number of bits and notation system) and function of input signal behavior.

Вступ

Переважна більшість сучасних перетворювачів форми інформації реалізується з використанням класичної двійкової системи числення і частково з використанням вагової надлишковості [1-7]. При цьому слід відзначити, що у ряді випадків побудова АЦП і ЦАП на базі систем числення із ваговою надлишковістю [1-3] дозволяє комплексно вирішувати проблеми підвищення швидкодії і точності АЦП, і ЦАП побудованих, до того ж, на низькоточній елементній базі середньої швидкодії, принаймні, без лазерного припасування ваг розрядів.

До складу динамічних похибок аналого-цифрового перетворення входять [8], зокрема, похибки першого і другого роду. Динамічна похибка першого роду ΔA_{δ}^I обумовлена інерційністю аналогових і цифрових вузлів тракту аналого-цифрового врівноваження, динамічна похибка другого роду ΔA_{δ}^{II} – зміненням рівня вхідного аналогового сигналу $A_{вх}$ за час врівноваження. Сьогодні зростає інтерес до використання вагової надлишковості в АЦП для компенсації динамічних похибок. Перші публікації в цьому напрямку в колишньому СРСР і за кордоном з'явилися наприкінці 70-х років минулого століття [4-7]. Останнім часом зростає кількість публікацій у США. Водночас, в Україні у Вінницькому національному технічному університеті дослідження у цьому напрямку здійснюються постійно [1-3].

Актуальність

Використання вагової надлишковості при побудові ЦАП і АЦП дозволяє формувати нерозривну характеристику перетворення за наявності не тільки статичних, а й динамічних похибок, що виникають в АЦП під час порозрядного врівноваження.

Крім того є можливість значного (на один, два порядки) підвищення точності АЦП порозрядного врівноваження, побудованих на елементах середньої швидкодії. Існує методика для складання математичних моделей порозрядного врівноваження, заснована на використанні так званих рівнянь балансу [1] і часових діаграм врівноваження. Проте існуючий рівень дослідження систем числення з ваговою надлишковістю (СЧВН), а також аналіз особливостей їх застосування в техніці АЦП і ЦАП є недостатніми. Тому складання математичних моделей динамічних похибок І-го роду у швидкодіючих порозрядних АЦП із ваговою надлишковістю є актуальним.

Мета

Метою статті є аналіз вдосконаленого методу складання математичних моделей прискореного порозрядного перетворення із ваговою надлишковістю.

Задачі

Відповідно до мети досліджень формулюються такі задачі:

- 1) Аналіз запропонованих математичних моделей прискореного порозрядного перетворення із ваговою надлишковістю;
- 2) Порівняльне оцінювання результатів моделювання отриманих за допомогою математичних моделей та комп'ютерного моделювання.

Розв'язання задач

Характеристиці АЦП, що представляється залежністю $K_{вих} = f(A_{вх})$, притаманна похибка квантування $\Delta A_{кв}$ [8-10]. Тут $K_{вих}$ – цифровий еквівалент вихідних кодових комбінацій $N_{вих}$. Максимальне значення похибки квантування визначається як $\Delta A_{кв} = A_{вх}(K_i + 1) - A_{вх}(K_i)$, де $A_{вх}(K_i)$ і

$A_{вх}(K_i + 1)$ – межеві значення вхідного сигналу, при яких з'являються кодові комбінації N_i і N_{i+1} , а K_i і K_{i+1} – відповідно цифрові еквіваленти N_i і N_{i+1} . Відмінною особливістю для АЦП на основі НПСЧ є те, що під $K_{вх}$ розуміють не просто номер поточної кодової комбінації $N_{вх}$, а її цифровий еквівалент, що обчислюється у формі

$$K_{вх} = \sum_0^{n-1} a_i Q_i,$$

де a_i – розрядні коефіцієнти $N_{вх}$, $a_i \in \{0,1\}; \{\bar{1},1\}$. Це істотно, оскільки у СЧВН одній аналоговій величині може відповідати кілька кодів [1]. Тобто СЧВН притаманна багатозначність зображення чисел. Властивості алгоритму порозрядного врівноваження визначають вигляд кодових комбінацій, які з'являються в ході врівноваження. Передатну характеристику реального двійкового ЦАП, в якому три старших розряди мають відхилення, зображено на рис. 1 а). Внаслідок відхилень передатна характеристика деформується і може мати розриви із зонами $\Delta A_1, \Delta A_2, \dots, \Delta A_5$. ЦАП з розривами в АЦП використовувати не можна, бо будуть мати місце пропуски кодів. У ЦАП на основі СЧВН, за рахунок надлишковості, не мають розривів (рис. 1 б)).

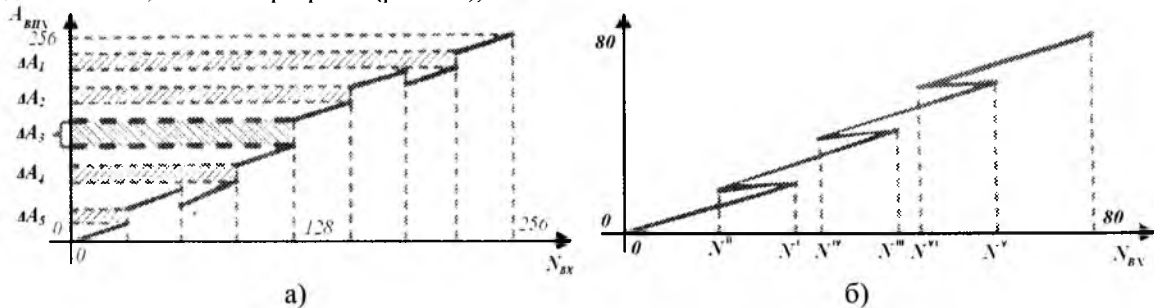


Рисунок 1 – Передатна характеристика ЦАП: а) двійковий, б) на основі НПСЧ

Більшість СЧВН має дробові ваги розрядів. Проте неточність представлення цілих чисел аж ніяк не впливає на точність перетворення аналог-код або код-аналог. Це є принциповим аргументом на користь СЧВН, оскільки в АЦП або ЦАП незалежно від того, яка в них використовується система числення завжди є методичні інструментальні похибки на рівні половини молодшого розряду. Для СЧВН із дробовими вагами розрядів [1] у загальному випадку характерне нерівномірне квантування, і тому поточне значення $\Delta A_{кв}$ на інтервалі $0 - \Delta A_{вх}$ буде мінятися.

Ситуація, коли похибка квантування $\Delta A_{кв} > \Delta A_{кв, max}$, буде називатися розривом характеристики перетворення. Значення величин $A_{вх}(N_i)$ і $A_{вх}(N_{i+1})$ будуть називатися точками розриву. Якщо ж $\Delta A_{кв} = \Delta A_{кв, max}$, тоді $A_{вх}(N_i)$ і $A_{вх}(N_{i+1})$ будуть називатися критичними точками [1].

Відомий метод [1] складання математичних моделей динамічних похибок аналого-цифрового перетворення на основі СЧВН з використанням рівнянь балансу, які в свою чергу складаються шляхом аналізу критичних точок та діаграм врівноваження в цих точках. Цей метод включає ряд етапів:

- задання типу СЧВН, числа розрядів, алгоритму аналого-цифрового перетворення і характеру перехідного процесу під час врівноваження;

- визначення аналітичних виразів, що описують функції змінення компенсуючого сигналу $A_k(t)$ і вхідного сигналу $A_{вх}(t)$;

- введення у програму моделювання параметрів аналого-цифрового перетворення: тривалість тактів, діапазон зміни вхідного сигналу;

- пошук особливих точок шляхом комп'ютерного моделювання, перевірка виконання умови [1]:

$$\Delta A_{кв} = A_{вх}(N_i^n) - A_{вх}(N_{i+1}^{n'}) \leq \Delta A_{кв, max}, \quad (1)$$

де $\Delta A_{кв}$ – похибка квантування, $A_{вх}$ – вхідний сигнал, $N_{i+1}^{n'}$ та N_i^n – сусідні кодові комбінації, a_i – розрядні коефіцієнти, Q_i – ваги розрядів, n – кількість розрядів, $\Delta A_{кв, max}$ – максимально припустима похибка квантування.

- коригування при необхідності параметрів аналого-цифрового перетворення і повторне моделювання відповідно до логічної схеми алгоритму;
 - аналіз діаграми порозрядного врівноваження та складання рівняння балансу.
 Розв'язок цього рівняння балансу дозволяє знайти $\delta Q_{\max}(t)$ та мінімальну тривалість такту врівноваження. Розглянемо приклад складання математичної моделі $\delta Q_{\max}(t)$ для прискореного врівноваження на основі СЧВН $(1, \bar{1})$, яке реалізується пристроєм, структурну схему якого наведено в [1]. В рамках наведеної структури (рис. 2 а)) реалізується алгоритм порозрядного врівноваження "тільки вмикання" на основі СЧВН $(1, \bar{1})$.

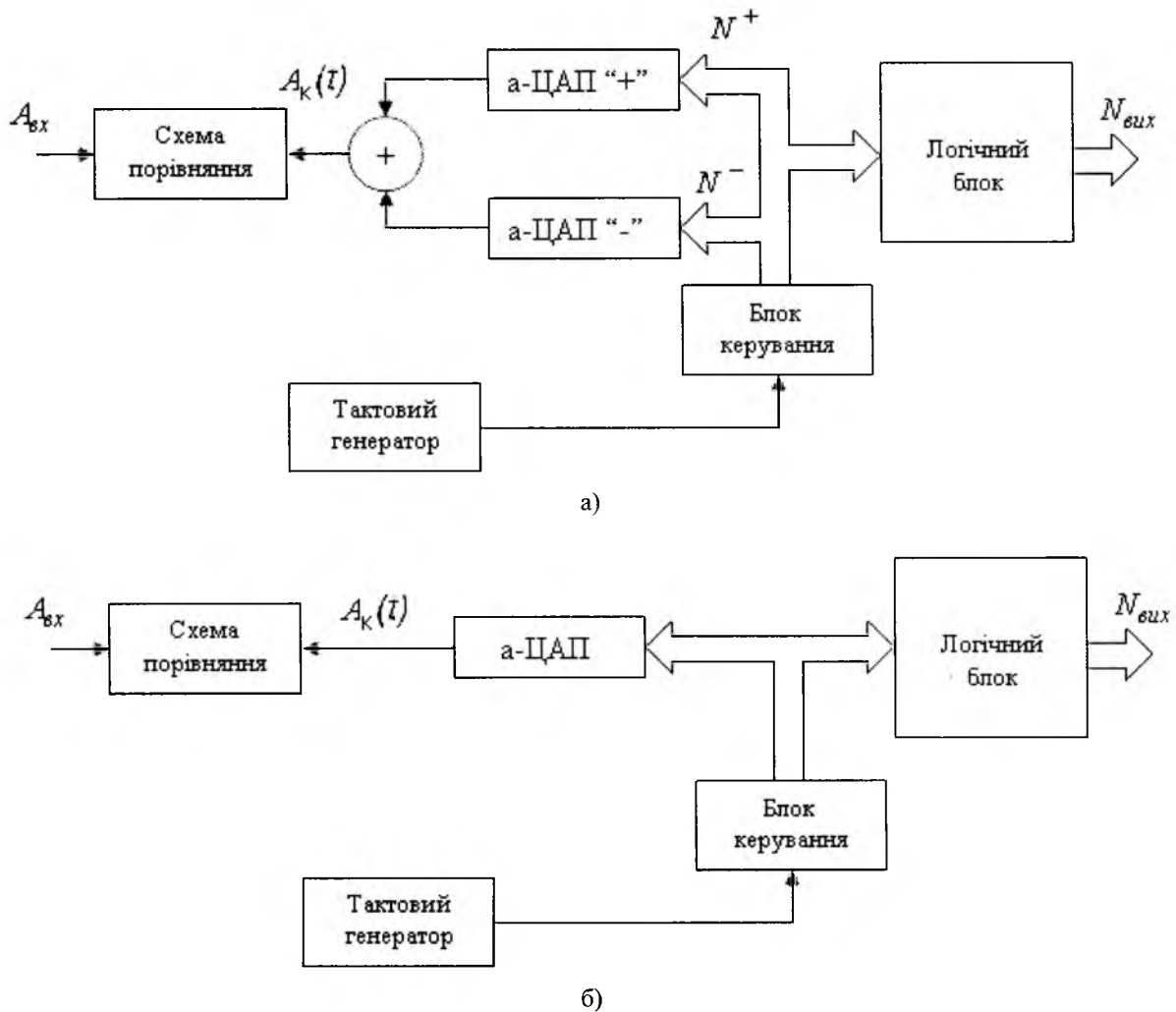


Рисунок 2 – Структурна схема АЦП порозрядного врівноваження: а) СЧВН $(1, \bar{1})$, б) СЧВН $(1, 0)$

Слід зазначити, що в процесі прискореного аналого-цифрового врівноваження на основі СЧВН $(1, \bar{1})$, відбувається автоматична компенсація похибок установлення ваг розрядів. Водночас, у процесі прискореного аналого-цифрового врівноваження на основі СЧВН $(1, 0)$ (в рамках наведеної структури рис. 2 б)), такої автоматичної компенсації не відбувається [1].

За результатами комп'ютерного моделювання для порозрядного врівноваження на основі СЧВН $(1, \bar{1})$, $\alpha = 1.8$, $n = 8$ при $t/t_c = 2.15$ (рис. 3 а)) отримано критичну точку при кодівій комбінації $N = 11\bar{1}\bar{1}\bar{1}\bar{1}$ (табл. 1). Таким чином маємо розрив характеристики перетворення між точками N_i та N_{i+1} .

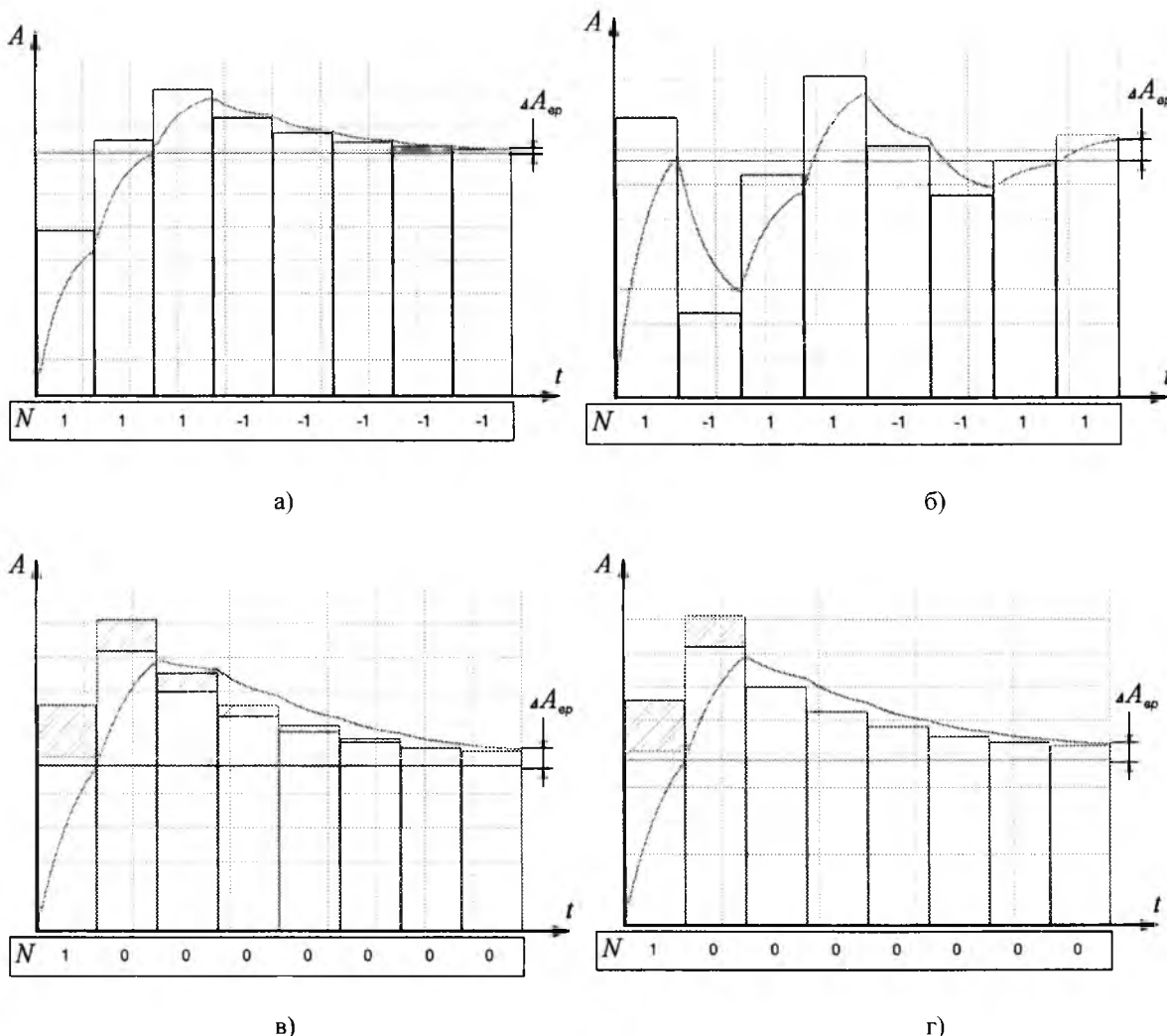


Рисунок 3 – Діаграма порозрядного врівноваження на основі СЧВН $(1, \bar{1})$ $n = 8$: а) $\alpha = 18$, б) $\alpha = 1.41$ $n = 8$, та СЧВН $(1, 0)$: в) $\alpha = 1.618$ $n = 8$ з форсуючими сигналами, г) $\alpha = 1.618$ $n = 8$ з адаптивними форсуючими сигналами

Варто зазначити, що характер кодових комбінацій критичних точок визначається алгоритмом перетворення та параметрами врівноваження. У СЧВН $(1, \bar{1})$ для великих значень основи системи числення α компенсуючий сигнал має лише одне пере регулювання і не має коливань (рис. 3 а)). При зменшенні α , компенсуючий сигнал має коливання (рис. 3 б)). Це свідчить про те, що тривалість тактів врівноваження задано не оптимально. Для СЧВН $(1, 0)$ компенсуючий сигнал в критичних точках, зазвичай, не має осциляцій (рис. 3 в)). Проте при неоптимальному завданні тривалостей тактів, форма компенсуючого сигналу погіршується. Варто зазначити, що для СЧВН $(1, 0)$ процес порозрядного врівноваження без використання формуючих сигналів [1] є вкрай неефективним. Додавання до ваг розрядів форсуючих доважків із застосуванням спеціальних алгоритмів порозрядного врівноваження [1] дозволяє значно покращити форму компенсуючого сигналу та скоротити тривалість тактів врівноваження (рис. 3 г)).

Залежно від параметрів врівноваження та специфіки алгоритму перетворення виникають різні види кодових комбінацій. Проте кодова комбінація на виході АЦП прагне до певної мінімальної форми [1]. Таким чином деякі кодові комбінації не можуть з'явитись на виході АЦП взагалі [8].

Таблиця 1 – Фрагмент характеристики перетворення надлишкового АЦП на основі СЧВН (1, $\bar{1}$), $\alpha = 1.8$, $n = 8$ при $t/\tau = 2.15$

Номер комбінації	Кодова комбінація								Цифровий еквівалент	Вхідний сигнал
	7	6	5	4	3	2	1	0		
N_{i+1}	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	93,76	93,1
N_i	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	91,76	90,5
N_{i-1}	1	-1	1	1	1	-1	1	1	90,23	89,7

Запропоновано розвиток відомого методу складання математичних моделей порозрядного врівноваження, заснованого на використанні так званих рівнянь балансу [1] і часових діаграм врівноваження. Складемо рівняння балансу для точки N_i . Допустимою похибкою квантування для СЧВН (1, $\bar{1}$) є значення $\Delta A_{\text{кв.мах}} = 2,5Q_0$. Символом x позначено відносну похибку встановлення при

перехідному процесі [1]. Для передатної функції перехідних процесів першого роду $x = e^{-t/\tau}$, тут t – тривалість такту врівноваження, τ – стала часу. Абсолютну похибку встановлення компенсую чого сигналу на кожному такті врівноваження позначимо як ΔQ_i . Кодова комбінація N_i з'являється при $A_{\text{кв}} = Q_7 + Q_6 - \Delta Q_6$. Далі кодова комбінація N_i перемикається в N_{i+1} при $A_{\text{кв}} = Q_7 + Q_6 + Q_5 - Q_4 - Q_3 - Q_2 - Q_1 + \Delta Q_1$. Таким чином рівняння балансу має вигляд:

$$\Delta Q_6 + Q_5 - Q_4 - Q_3 - Q_2 - Q_1 + \Delta Q_1 = 2,5Q_0.$$

Виразивши ΔQ_1 та ΔQ_6 через набір ваг розрядів Q_i та x (табл. 2), отримаємо рівняння балансу, що доцільно розв'язати чисельними методами:

$$x^2 Q_7 + x Q_6 + Q_5 - \sum_1^4 Q_i + \sum_1^4 x^i Q_i - \sum_5^7 x^i Q_i - 2,5 Q_0 = 0.$$

Таблиця 2 – Знаходження ΔQ_i

i	a_i	ΔQ_i
7	1	$\Delta Q_7 = x Q_7$
6	1	$\Delta Q_6 = x(Q_6 + \Delta Q_7) = x Q_6 + x^2 Q_7$
5	1	$\Delta Q_5 = x(Q_5 + \Delta Q_6) = x Q_5 + x^2 Q_6 + x^3 Q_7$
4	-1	$\Delta Q_4 = x(Q_4 - \Delta Q_5) = x Q_4 - x^2 Q_5 - x^3 Q_6 - x^4 Q_7$
3	-1	$\Delta Q_3 = x(Q_3 + \Delta Q_4) = x Q_3 + x^2 Q_4 - x^3 Q_5 - x^4 Q_6 - x^5 Q_7$
2	-1	$\Delta Q_2 = x(Q_2 + \Delta Q_3) = x Q_2 + x^2 Q_3 + x^3 Q_4 - x^4 Q_5 - x^5 Q_6 - x^6 Q_7$
1	-1	$\Delta Q_1 = x(Q_1 + \Delta Q_2) = x Q_1 + x^2 Q_2 + x^3 Q_3 + x^4 Q_4 - x^5 Q_5 - x^6 Q_6 - x^7 Q_7 = \sum_1^4 x^i Q_i - \sum_5^7 x^i Q_i$

Для $\alpha = 1.8$ рівняння має два розв'язки $x = 0.115$. Для перехідного процесу у вигляді функції першого порядку відповідно маємо $t/\tau = 2.163$. Таким чином при $t/\tau = 2.163$ точка N_i перестає бути критичною. За допомогою комп'ютерного моделювання при наведених параметрах перетворення отримано значення $t/\tau = 2.155$. Отримана математична модель, при обчисленнях, дає результати які збігаються із результатами комп'ютерного моделювання.

Таким чином досліджуючи розриви за допомогою рівнянь балансу можна визначити таке значення t/τ при якому розриви не перевищують допустиму похибку квантування.

Запропонована математична модель описує процес порозрядного врівноваження із ваговою надлишковістю за умови наявності динамічних похибок першого роду [8]. Водночас, дана модель не потребує для складання рівнянь балансу аналізувати діаграму порозрядного врівноваження. Рівняння балансу складаються лише на основі параметрів аналого-цифрового перетворення та кодової комбінацій

критичної точки. Таким чином, процес складання рівнянь можна формалізувати і використовувати для складання математичних моделей ЕОМ.

Послідовність операцій для складання рівнянь балансу доцільно формалізувати в такому вигляді

Запропонований метод складання і розв'язання рівнянь балансу

1. Ввести у програму моделювання параметри аналого-цифрового перетворення: тип СЧВН, число розрядів, характер перехідного процесу, алгоритм перетворення.
2. За допомогою комп'ютерного моделювання, виділити критичну точку на характеристиці перетворення АЦП.
3. Визначити значення вхідного сигналу $A_{вх}$ при якому відбувається зміна коду на виході АЦП на код критичної точки та скласти відповідний вираз.
4. Визначити значення вхідного сигналу $A_{вх}$ при якому відбувається зміна коду критичної точки в код наступної кодової комбінації та скласти відповідний вираз.
5. Скласти рівняння балансу для критичної точки. Для цього необхідно відняти від виразу, отриманого в пункті 4, вираз отриманий у пункті 3 та прирівняти отриманий вираз до допустимої похибки ($1.5Q_i$ для СЧВН (1,0) та $2.5Q_i$ для СЧВН (1,-1)).

Приклад складання рівняння балансу за запропонованою методикою наведено в табл. 3. Рівняння для $A_{вх1}$ та $A_{вх2}$ складається на основі коду критичної точки з урахуванням розрядів коду до першого розряду який перемкнувся. Рівняння виражає значення вхідного сигналу через набір Q_i та ΔQ_i .

Таблиця 3 – Приклад складання рівняння балансу для АЦП на основі СЧВН (1, $\bar{1}$), $\alpha = 1.618$, $n = 8$.

		Кодові комбінації для критичної точки 1 1-1-1-1-1 1 1	Похідні кодові комбінації для складання рівнянь балансу
1	N_{i-1}	1 1-1-1-1-1 1-1	1 1-1-1-1-1 1 0
	N_i	1 1-1-1-1-1 1 1	
	N_{i+1}	1 1-1-1-1 1 -1 1	1 1-1-1-1 0 0 0
Рівняння точок переходу			
2	$N_{i-1} \rightarrow N_i$	$A_{вх1} = Q_7 + Q_6 - Q_5 - Q_4 - Q_3 - Q_2 + Q_1 - \Delta Q_1$	
3	$N_i \rightarrow N_{i+1}$	$A_{вх1} = Q_7 + Q_6 - Q_5 - Q_4 - Q_3 + \Delta Q_3$	
Рівняння балансу $A_{вх2} - A_{вх1} = 2.5Q_0$			
4	$Q_2 - Q_1 + \Delta Q_3 + \Delta Q_1 - 2.5Q_0 = 0$		
	$Q_2 - Q_1 + \sum_3^5 x^{i-2} Q_i - \sum_6^7 x^{i-2} Q_i - \sum_2^5 x^i Q_i + \sum_6^7 x^i Q_i + x Q_1 - 2.5Q_0 = 0$ $x = 0.221$ $t/\tau = 1.51$		

Висновки

1. Розглянуто математичні моделі прискореного порозрядного перетворення із ваговою надлишковістю. Показано методика, що дозволяє складати математичні моделі з урахуванням значної кількості параметрів перетворення. Запропонована методика є розвитком методики, показаної в [1].

2. У рамках запропонованої методики розглянуто декілька прикладів. Зокрема для $\alpha = 1.618$ та $\alpha = 1.8$. Це підтверджує універсальність вказаної методики. Водночас, рівняння балансу складаються лише на основі параметрів аналого-цифрового перетворення та кодової комбінації критичної точки.

Таким чином, процес складання рівнянь можна формалізувати і використовувати для складання математичних моделей ЕОМ.

3. Показано, що отримані математичні моделі, при обчисленнях, дають результати які збігаються із результатами комп'ютерного моделювання. Зокрема для СЧВН $(1, \bar{1})$, $\alpha = 1.618$, $n = 8$ отримано $t'/\tau = 1.51$ та $t''/\tau = 1.51$ при комп'ютерному моделюванні, а для СЧВН $(1, \bar{1})$, $\alpha = 1.8$, $n = 8$ отримано $t'/\tau = 2.163$ та $t''/\tau = 2.155$ при комп'ютерному моделюванні. Таким чином запропонований метод дозволяє полегшити процес складання математичних моделей.

Список літератури

1. Азаров О.Д. Основи теорії аналого-цифрового перетворення на основі надлишкових позиційних систем числення. Монографія. – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2004. – 260 с.
2. Крупельницький Л.В., Азаров О.Д. Аналого-цифрові пристрої систем, що самокоригуються, для вимірювання і оброблення низькочастотних сигналів. Монографія. / Під заг. ред. О.Д. Азарова. – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2005. – 167 с.
3. Захарченко С.М., Азаров О.Д., Харьков О.М. Самокалібровані АЦП із накопиченням заряду на основі надлишкових позиційних систем числення. Монографія / Під заг. ред. О.Д. Азарова. – Вінниця: УНІВЕРСУМ – Вінниця, 2005. – 235 с.
4. Patent 4336526, USA, H 03 K 13/05. Successive approximation analog-to-digital converter using non-binary series / Basil Wair. – Published Jun. 22, 1982.
5. Patent 7528761, USA, H 03 m 1/12. Analog/digital conversion using successive approximation and redundant weighting / Dieter Draxelmayr. – Published May. 5, 2009.
6. А.с. 758510, СССР, H 03 K 13/05. АЦП / Стахов А.П., Азаров А.Д., Лужецкий В.А. – Опубл. 1980.
7. А.с. 1499498, СССР, H 03 K 13/05. АЦП / Стахов А.П., Азаров А.Д., Моисеев В.И. – Опубл. 1989.
8. Островерхов В. В. Динамические погрешности аналого-цифровых преобразователей. – Л.: Энергия, 1975. – 176 с.: ил.
9. Брагин А.А., Семенюк А.Л. Основы метрологического обеспечения аналого-цифровых преобразователей электрических сигналов. – М.: Издательство стандартов, 1989. – 165с.:ил.
10. Бахтиаров Г. Д., Малинин В. В., Школин В. П. Аналого-цифровые преобразователи. – М.: Сов. радио, 1980. - 280 с.
11. Поспелов Д.А. Арифметические основы вычислительных машин дискретного действия. Учеб. пос. –М.: – Высш. школа, 1970. – 308 с.: ил.
12. Азаров О.Д., Решетник О.О., Богомолов С.В. Системи числення з ваговою надлишковістю для швидкодіючих АЦП послідовного наближення і ЦАП, що самокалібруються // Наукові праці Вінницького національного технічного університету: електронне наукове фахове видання. – Вінниця, 2008 . – №3. Режим доступу: http://www.nbu.gov.ua/e-journals/VNTU/2008-3/2008-3.files/uk/08odafsc_ua.pdf

Відомості про авторів

Азаров Олексій Дмитрович – д. т. н., професор, директор інституту інформаційних технологій та комп'ютерної інженерії, завідувач кафедри обчислювальної техніки; Хмельницьке шосе, 95, м. Вінниця, 21021; тел. 58-02-25; e-mail: azarov@lili.vstu.vinnica.ua, Вінницький національний технічний університет;

Решетник Олександр Олександрович – аспірант кафедри обчислювальної техніки, Хмельницьке шосе, 95, м. Вінниця, 21021; тел. +380979693316; e-mail: de_gratnik@rambler.ru, Вінницький національний технічний університет.

Крупельницький Леонід Віталійович – доц. кафедри обчислювальної техніки, Хмельницьке шосе, 95, м. Вінниця, 21021. Вінницький національний технічний університет.