УДК 681.3.06./97.2

А. П. Стахов, А. Д. Азаров, А. Г. Рубин

О ВОЗМОЖНОСТИ СОЗДАНИЯ НАДЕЖНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ИНФОРМАЦИИ НА ОСНОВЕ КОДОВ С ИРРАЦИОНАЛЬНЫМИ ОСНОВАНИЯМИ

Преобразователи формы информации являются одними из основных устройств, используемых в современных системах автоматизированного регулирования и управления. Это объясняет актуальность проблемы создания надежных аналого-цифровых и цифро-аналоговых преобразователей (АЦП и ЦАП), работающих при значительных вариациях температуры и влажности, а также в течение длительных промежутков времени без ремонта и замены узлов.

Целью настоящей статьи является анализ возможностей создания надежных АЦП и ЦАП на основе кодов с иррациональными основаниями (p-кодов).

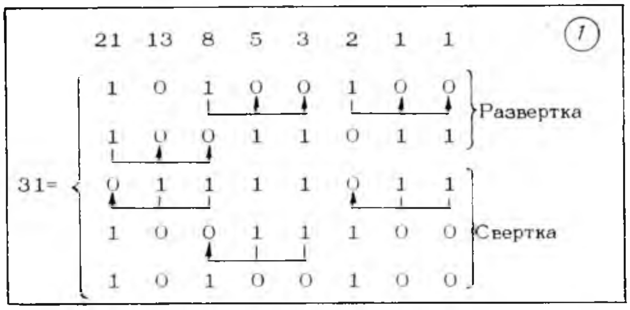
К p-кодам относятся коды Фибоначчи [1] и коды «золотой» p-пропорции [2]. Для p-кодов существует единственная минимальная форма представления чисел, в которой после каждой единицы следует не менее p нулей. Имеется также множество неминимальных представлений чисел, в которых не выполняется вышеуказанное условие. Связь между весами разрядов p-кодов определяется рекуррентным соотношением

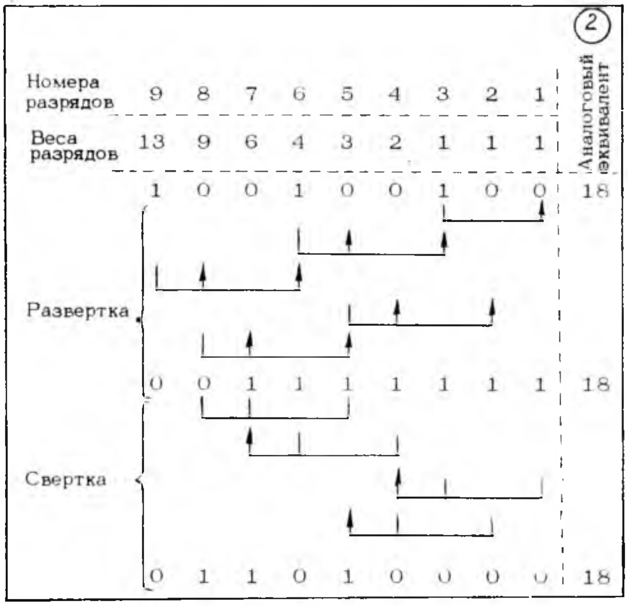
$$X_p(l) = X_p(l-1) + X_p(l-p-1),$$

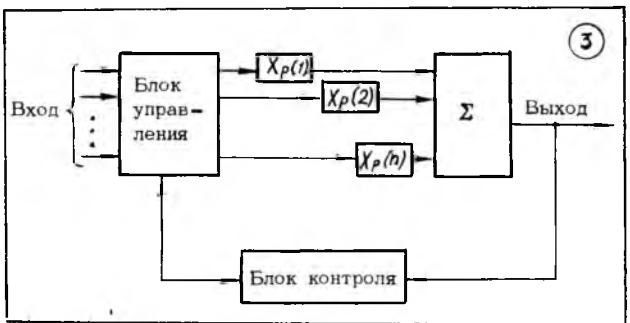
где индекс при X указывает параметр кода p.

На основании этого соотношения над разрядами кода выполняются операции, называемые сверткой и разверткой кода. Свертка заключается в замене нуля в l-м разряде и замене единиц в (l—1)-м и в (l—p—1)-м разрядах их отрицаниями и обозначается $\underline{\uparrow\ \ |\ \ }|$. Развертка — операция обратная свертке и обозначается $|\underline{\ \ \uparrow\,\uparrow}$.

Смысл этих операций можно пояснить при помощи примера развертки и свертки разрядов кода числа $N=31$ в p-коде Фибоначчи при $p=1$ (рис. 1). Основная особенность этих операций состоит в том, что они изменяют лишь форму представления кода, а не величину отображаемого кодом числа.







В настоящее время наиболее распространенными методами повышения надежности являются методы дублирования замещением и мажоритарного резервирования. Для дискретных узлов эти методы разработаны хорошо, а для аналоговых они практически не разработаны вследствие сложности обнаружения отказа и резервирования узлов, от которых требуется получение высокой точности, а не просто работоспособности, как это имеет место в дискретных узлах [3]. Использование p-кодов позволяет существенно упростить обнаружение и резервирование отказавших разрядов в АЦП и ЦАП с некоррелированными разрядами.

Примерами реализации подобных преобразователей могут служить схемы ЦАП с суммированием взвешенных токов [4, 5], а также ЦАП на весовых резисторах [6, 7]. Следует отметить, что совместное решение вопросов обнаружения и резервирования отказавших разрядов может быть реализовано только для указанного типа устройств, что ограничивает множество структур АЦП и ЦАП с точки зрения применимости предлагаемого подхода. В то же время следует отметить, что применение предлагаемого подхода для поиска отказавших разрядов может быть распространено на значительно большее число структур АЦП и ЦАП.

В p-кодах между весами разрядов существует множество контрольных соотношений, которые используются для синтеза алгоритмов поиска расстроенных или неисправных разрядов. Основные контрольные соотношения, существующие, например, между весами разрядов p-кода при $p=1$, следующие:

$$X_1(l) = X_1(l-1) + X_1(l-2),$$

$$X_1(l) = \sum_{i=0}^{l-2} X_1(i) + 1,$$

$$X_1(l) = X_1(l-1) + X_1(l-3) + X_1(l-4).$$

Наличие хотя бы одного расстроенного или неисправного разряда в АЦП и ЦАП, реализованном в классической двоичной системе, приводит либо к отказу устройства в целом, либо к ухудшению метрологических характеристик.

Возможность представления в p-кодах одной аналоговой величины множеством кодовых комбинаций позволяет существенно повысить надежность и живучесть преобразователей. В ЦАП, например, это осуществляется путем замены кодовой комбинации, содержащей единицы в расстроенных или неисправных разрядах, на эквивалентную ей, содержащую нули в данных разрядах, что достигается выполнением операций свертки и развертки кода. В АЦП расстроенные или неисправные разряды при кодировании не включаются. Пример правильного преобразования p-кода Фибоначчи при $p=2$ в аналоговый эквивалент с расстроенными 9-м, 6-м и 1-м разрядами приведен на рис. 2.

Для оценки надежности ЦАП на основе p-кодов рассмотрим его модель, представленную на рис. 3. Здесь $X_p(1)$, $X_p(2)$, ..., $X_p(n)$ — эталонные величины, имитирующие разряды преобразователя; Σ — сумматор эталонных величин; БУ — блок управления, обеспечивающий функционирование устройства; БК —

блок контроля, предназначенный для определения и фиксации номеров расстроенных или неисправных разрядов; n — число разрядов ЦАП. Введем ряд допущений:

1) отказы всех разрядов взаимно независимы;

2) отказ устройства наступает при отказе более k разрядов из n;

3) вероятность безотказной работы любого разряда равна h;

4) надежность БК, БУ и Σ принимаем равной 1.

Вероятность безотказной работы одного разряда может быть разложена на составляющие в виде $h=h^*\cdot h^{**}$, где h^* — вероятность того, что не произойдут отказы типа «невключение» и метрологический, для которых справедлив второй пункт допущений; h^{**} — вероятность того, что не произойдет отказ типа «постоянное включение», при котором выход из строя одного разряда ведет к отказу всего устройства. Связь между h, h^* и h^{**} может быть охарактеризована с помощью коэффициента μ, учитывающего степень влияния составляющих на h, причем $h^*=h^{1-\mu}$, $h^{**}=h^{\mu}$. Величина μ может изменяться в пределах $0<\mu<0{,}5$. Верхний предел выбран из предположения, что отказы типа «невключение» и «постоянное включение» — события равновероятные, а метрологический отказ невозможен. Если же доминирующим является метрологический отказ, то $\mu\to 0$.

Более точное значение μ определяется технологией изготовления устройства и требованиями к метрологическим характеристикам. На основании формулы полной вероятности и формулы Бернулли [8] надежность преобразователя H может быть выражена в виде

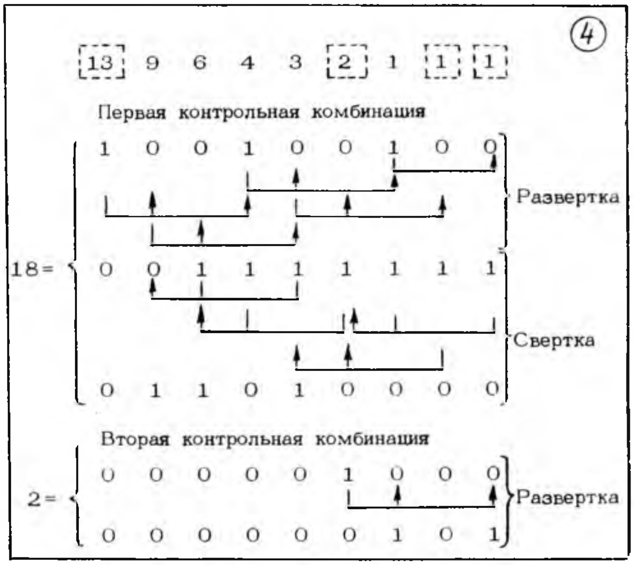
$$H=(h^{**})^n\sum_{i=0}^{k}(h^*)^i(l-h^*)^{n-i}R(n,\ i),$$

где $R(n,\ i)$ — число комбинаций из всех возможных, которые можно составить из i отказавших разрядов, при условии, что преобразователь сохраняет работоспособность (метрологические характеристики). Такие комбинации называются работоспособными (для отказов типа «невключение» и метрологический). Для каждого отказавшего разряда такой комбинации должно выполняться соотношение

$$S_m-S_m^*\geqslant S_0, \tag{1}$$

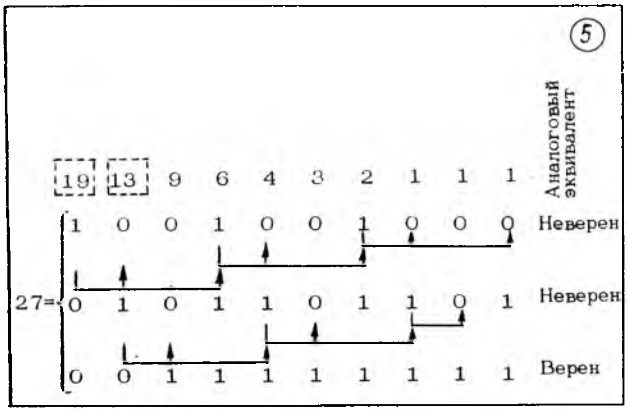
где S_m — сумма весов разрядов m-разрядного ЦАП; S_m^* — максимальное число, которое можно представить m разрядами в минимальной форме; S_0 — сумма весов отказавших разрядов; m — номер старшего отказавшего разряда.

Проверка работоспособности преобразователя при наличии в нем отказавших разрядов может быть осуществлена без выполнения математических операций. Для этого используются контрольные кодовые комбинации, старшие значащие разряды которых совпадают с отказавшими разрядами. Каждая комбинация представляет запись максимального числа, которое можно представить данным числом разрядов в минимальной форме. При анализе над разрядами контрольной кодовой комбинации сначала производятся все операции развертки кода, а затем операции свертки кода, причем свертка кода в отказавший разряд запрещается. Если по окончании операции свертки кода (при условии, что она разрешена) хотя бы в одном из отказавших разрядов записана единица, то преобразователь неработоспособен. Если же во всех отказавших разрядах будут записаны нули, то преобразователь — работоспособный. Это можно пояснить примером проверки работоспособности преобразователя на основе p-кода Фибоначчи ($p=2$) при отказах типа «невключение» и метрологический нескольких разрядов (рис. 4). Отказавшие разряды на этом и других рисунках обведены. Анализ второй контрольной комбинации показывает, что преобразователь неработоспособен, поскольку операция свертки кода запрещена, а в одном из отказавших разрядов развернутого кода записана единица.



Рассмотрим зависимость надежности преобразователя от параметра кода p.

При $p=0$ (классическая двоичная система) максимальное число отказавших разрядов $k=0$, а $H=h^{n_0}$, где n_0 — число разрядов преобразователя; индексы при k, H и n указывают параметр кода.



При $p=1$ преобразователь сохраняет работоспособность, если отказ произошел не более, чем в одном разряде, т. е. $k_1=1$ [2]. Число разрядов преобразователя n_1 выбираем из соображений сохранения диапазона преобразования. При этом $H_1 = h^{n_1} \quad n_1 h^{n_1-1+\mu}(1-h^{1-\mu})$.

При $p=2$ число разрядов преобразователя соответствует n_2. Определение максимально возможного количества отказавших разрядов $k_2(n)$ в данном случае является гораздо более сложным, чем в предыдущих, и в значительной мере зависит от взаимного расположения отказавших разрядов.

Пример правильного преобразования p-кода Фибоначчи при $p=2$ в аналоговый эквивалент при отказе типа «невключение» и метрологический двух рядом стоящих разрядов приведен на рис. 5. Анализируя последнюю кодовую комбинацию, аналоговый эквивалент которой является верным, отметим, что отказ еще хотя бы одного любого разряда, расположенного правее, приведет к отказу преобразователя в целом. Данное обстоятельство обусловлено тем, что все разряды в данной комбинации (кроме отказавших) являются значащими. Очевидно, что если отказавшие разряды начать «раздвигать», то число их может быть увеличено.

Рассмотрим возможный вариант построения набора, содержащего максимальное количество отказавших разрядов. Размещение отказавших разрядов будем вести от младших разрядов к старшим по возможности ближе друг к другу при условии, что для каждого последующего старшего отказавшего разряда (при наличии младших отказавших разрядов) выполняется соотношение (1), если же оно не выполняется, нужно произвести сдвиг влево данного разряда, а если необходимо, то и нескольких младших отказавших разрядов.

Рассмотрим в качестве примера проверку работоспособности преобразователя путем анализа контрольных комбинаций на основе p-кода Фибоначчи ($p=2$) при отказах типа «невключение» и метрологический нескольких разрядов, размещение которых велось указанным выше образом (рис. 6). Анализ контрольных комбинаций показывает, что преобразователь в данном случае работоспособен. Обратив внимание на свернутую форму первой контрольной комбинации, можно заметить, что введение еще хотя бы одного отказавшего разряда приведет к отказу преобразователя в целом, поскольку нулевыми в данной комбинации являются только отказавшие разряды. Данный пример показывает, что количество отказавших разрядов при $p=2$ не превышает $[(n+1)/3]+1$, где $[X]$ — целая часть числа X.

Аналогично можно построить наборы, а также определить максимальное количество отказавших разрядов при $p>2$. Для $p=3$, 4, 5 значения $k_p(n_p)$ соответственно равны:

$$k_3(n_3) = [n_3/2]+1,\ k_4(n_4) = [n_4/2]+2,\ k_5(n_5) = \\ = [(3n_5-3)/5]+2. \text{ При } p\to\infty,\ k_p(n_p)\to\infty.$$

Произведем сравнительную оценку надежности ЦАП для $p=0$, 1, 2 и метода дублирования замещением. Выберем три значения μ : 1/2, 1/3, 0. Значение $\mu=1/3$ соответствует случаю, когда метрологический отказ, отказы типа «невключение» и «постоянное включение» являются событиями равновероятными. Вероятность безотказной работы любого разряда $h=0{,}9$. Результаты вычислений, сведенные в таблицу, показывают, что использование p-кодов позволяет повысить надежность преобразователя, причем тем значительнее, чем ближе к нулю значение μ. Надежность ЦАП при $p=2$ приблизительно оказывается равной надежности ЦАП при использовании метода дублирования замещением.

Если в устройстве преобладают метрологические отказы и вероятности безотказной работы разрядов h_i оказываются неодинаковыми (наиболее вероятны отказы старших разрядов), надежность преобразователя при $p=2$ окажется выше, чем при использовании метода дублирования замещением. Как видно из рис. 7, правильное преобразование код — аналог в ЦАП с дублированными разрядами при отказах типа «невключение» и метрологический двух рядом стоящих разрядов невозможно.

№ пп	p	n	H_p		
			$\mu=1/2$	$\mu=1/3$	$\mu=0$
1	0	10	0,349	0,349	0,349
2	1	15	0,380	0,430	0,515
3	2	20	0,352	0,490	0,910
4	Дублирование замещением	20	0,349	0,486	0,904

⑥

	$\boxed{88}$	60	$\boxed{41}$	28	19	$\boxed{13}$	9	6	$\boxed{4}$	3	2	$\boxed{1}$	1	$\boxed{1}$	
	Первая контрольная комбинация														
128=	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	Минимальная форма
	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	Развернутая форма
	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	Свернутая форма
	Вторая контрольная комбинация														
59=	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	Минимальная форма
	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	Развернутая форма
	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	Свернутая форма
	Третья контрольная комбинация														
18=	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	Минимальная форма
	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	Развернутая форма
	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	Свернутая форма

и т.д.

⑦

	$\boxed{16}$	$\boxed{16}$	8	8	4	4	2	2	1	1	Аналог
31=	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	Неверен
	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	Неверен

Следовательно, отказы двух разрядов с одинаковыми весами в ЦАП с дублированными разрядами приводят к отказу устройства в целом. Отказ же любых двух рядом расположенных разрядов в ЦАП на основе p-кодов этого не вызывает.

Заметим также, что при $n_2 \geqslant 14$ диапазон представления чисел в p-коде Фибоначчи при $p=2$ становится больше, чем при том же числе разрядов в двоичной системе счисления с дублированными разрядами. С увеличением разрядности эта тенденция усиливается.

Выводы. Использование в преобразователях информации кодов с иррациональными основаниями позволяет упростить процедуру поиска и замещения отказавших разрядов, что существенно повышает надежность и «живучесть» преобразователей.

Надежность многоразрядных ($n_2 \geqslant 23$) АЦП и ЦАП на основе p-кода Фибоначчи или кода «золотой» p-пропорции при $p=2$ для отказов типа «невключение», «постоянное включение» и метрологический оказывается выше, чем в преобразователях с дублированными разрядами. Данное обстоятельство обусловлено меньшей разрядностью преобразователей на основе p-кодов при одинаковых диапазонах преобразования.

При серийном изготовлении АЦП и ЦАП в виде больших интегральных схем процент выпуска годной продукции можно повысить за счет включения в ее объем преобразователей, имеющих определенное количество расстроенных или неисправных (типа «невключение») разрядов.

Литература

1. *Стахов А. П.* Введение в алгоритмическую теорию измерения. — М.: Сов. радио, 1977. — 288 с.
2. *Стахов А. П.* Алгоритмическая теория измерения. — М.: Знание, серия Математика, кибернетика, 1979. — 64 с.
3. *Гитис Э. И.* Преобразователи информации для электронных цифровых вычислительных устройств. — М.: Энергия, 1975. — 448 с.
4. Микроэлектронные цифро-аналоговые и аналого-цифровые преобразователи информации / Под ред. В. Б. Смолова. — Л.: Энергия, 1976. — 238 с.
5. *Гребен А. Б.* Проектирование аналоговых интегральных схем. — М.: Энергия, 1976. — 256 с.
6. *Балакай В. Г., Крюк И. П., Лукьянов Л. М.* Интегральные схемы аналого-цифровых и цифро-аналоговых преобразователей. — М.: Энергия, 1978. — 256 с.
7. *Шило В. Л.* Линейные интегральные схемы в радиоэлектронной аппаратуре. — М.: Сов. радио, 1979. — 368 с.
8. *Гмурман В. Е.* Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие для втузов. — М.: Высшая школа, 1977. — 480 с.

Поступила в редакцию 3. VII 1979
(после доработки — 10. I 1980)