АВТОМАТИЗАЦИЯ ЛОГИЧЕСКОГО ВЫВОДА В ИСЧИСЛЕНИИ ПРЕДИКАТОВ

В. П. Семеренко

Винницкий государственный технический университет
Украина, 286021, Винница, Хмельницкое шоссе, 95, ВГТУ, кафедра ВТ

АННОТАЦИЯ

Рассмотрена интерпретация формул исчисления предикатов первого порядка на конечной предметной области с помощью алгебры кубических функций. Предложена машинно-ориентированная стратегия логического вывода на основе выполнения операций над кубическими покрытиями.

ABSTRACT

The interpretation of the formula of first-order logic on the finite data domain by means of the algebra of cubic functions is considered. The machine oriented inference method based on execution of operations with the cubic coverings is proposed.

ВВЕДЕНИЕ

До сегодняшнего дня исчисление предикатов используется как один из основных языков представления и обработки знаний. Главными достоинствами этого языка являются строгое математическое обоснование и гарантия получения надежных результатов при резком увеличении масштабов описания проблемы.

Однако, сложность языка логики предикатов, особенно предикатов высших порядков, ограничивает пока область применения этой логики. Поэтому важной является задача автоматизации преобразований предикатных формул в современных компьютерах, повышение производительности их обработки.

В данной работе рассматривается указанная задача применительно к предикатам первого порядка на основе использования машинно-ориентированного представления предикатных формул.

1. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

В дальнейшем изложении будем использовать следующие символы:

1) предметные переменные y, z, u, ... ;
2) предметные константы a_1, a_2, a_3, ... ;
3) функциональные символы f, g, ... ;
4) предикатные символы E, G, ... ;
5) логические и вспомогательные символы &, $\vee$, -, $\rightarrow$, $\forall$, $\exists$, (), ... ;

Терм может быть переменной, константой, функцией $f(t_1, \dots, t_n)$, где

t_1, ... ,t_n - термы; а также их комбинацией.

Предикат $E(t_1, \dots , t_n)$ является простейшей формулой. С помощью логических символов могут быть получены более сложные формулы.

Интерпретация I формулы F исчисления предикатов первого порядка состоит из непустой предметной области

$$M = \{a_1, a_2, \dots , a_n\} \quad (1)$$

и указания значения ("истина" или "ложь") всех переменных, функциональных и предикатных символов из F.

При такой интерпретации формул исчисления предикатов они могут быть разделены на три класса: тождественно-истинные (общезначимые), которые истинны при всех интерпретациях; тождественно-ложные (невы-полнимые), которые ложны при всех интерпретациях; нейтральные, которые истинны только при некоторых интерпретациях.

2. СТРАТЕГИЯ ВЫВОДА В ИСЧИСЛЕНИИ ПРЕДИКАТОВ

Процедура получения новых знаний из уже имеющихся в какой-либо формальной системе представления знаний представляет собой логический вывод. Его можно записать в виде следующей формулы

$$A_1 \rightarrow (A_2 \rightarrow \dots (A_n \rightarrow C) \dots) \quad (2)$$

где $A_1, \dots , A_n$ - посылки логического рассуждения,

C - заключение логического рассуждения.

Проблема логического вывода в исчислении предикатов эквивалентна проблеме разрешимости, т. е. проблеме нахождения общих методов распознавания общезначимости или выполнимости логических формул.

В этом случае проверка корректности рассуждения, заданного формулой (2), логически эквивалентна доказательству того, что формула

$$\overline{A}_1 \vee \overline{A}_2 \vee \dots \vee \overline{A}_n \vee C \quad (3)$$

является тождественно-истинной, либо формула

$$A_1 \,\&\, A_2 \,\&\, \dots \,\&\, A_n \,\&\, \overline{C} \quad (4)$$

является тождественно-ложной.

Как известно, не существует универсального алгоритма, позволяющего распознать класс произвольной формулы исчисления предикатов [1].

Поэтому необходимо рассмотреть отдельно некоторые типовые варианты и искать для них оптимальные алгоритмы вывода. Выделим три типа предикатной формулы:

тип А: во всех предикатах термы представляют собой константы;

тип Б: во всех предикатах термы представляют собой переменные;

тип В: во всех предикатах термы могут представлять собой как константы, так и переменные.

Будем также предполагать, что во всех случаях в предикатах отсутствуют функциональные символы.

Предлагаемый в работе метод доказательства логических рассуждений основан на интерпретации указанных трех типов предикатных формул на конечной предметной области и использовании алгебры кубических функций.

Алгебра кубических функций изоморфна традиционной алгебре логических функций [2]. Операциям конъюнкции, дизъюнкции и отрицания в алгебре логических функций соответствуют операции пересечения, объединения и дополнения кубов в алгебре кубических функций, а нормальным формам соответствуют кубические покрытия. Кубическое Q-покрытие (кубическое K-покрытие) некоторой логической функции f() - это представленная в кубическом форме (т. е. в алфавите {0,1,x}) минимальная КНФ прямой функции f() (инверсной функции $\bar{f}$ ()). Каждому дизъюнкту КНФ соответствует один куб K-покрытия или Q-покрытия таким образом, что прямое (инверсное) значение переменной в дизъюнкте соответствует единичному (нулевому) значению компоненты куба, а число переменных логической функции равно числу компонент куба K-покрытия. Например, логической функции f(a,b,c) (инверсной логической функции $\bar{f}$ (a,b,c)):

$$f(a,b,c) = (a \vee b) \,\&\, (b \vee c) \,\&\, (\bar{a} \vee \bar{b} \vee \bar{c})$$
$$\bar{f}(a,b,c) = (\bar{b} \vee c) \,\&\, (a \vee \bar{b}) \,\&\, (\bar{a} \vee b \vee \bar{c})$$

соответствуют следующие покрытия:

$$Q = \begin{array}{c} a\ b\ c \\ \left| \begin{array}{ccc} 1 & 1 & x \\ x & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right| \end{array} \qquad K = \begin{array}{c} a\ b\ c \\ \left| \begin{array}{ccc} x & 0 & 1 \\ 1 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 \end{array} \right| \end{array}$$

Аналогичным образом минимальной ДНФ прямой логической функции f() (инверсной логической функции $\bar{f}$ ()) соответствует D-покрытие (R-покрытие).

Далее будут рассмотрены кубические представления предикатных формул.

Правило выполнения операции пересечения кубов ($\cap$ -операции) такое же, как и в [2]. Смысл операции объединения кубов ($\cup$ -операции) состоит в объединении в одном покрытии кубов из нескольких покрытий с одноименными столбцами и дальнейшей минимизацией числа кубов.

Кубическое представление булевых функций максимально ориентировано на машинную реализацию и обеспечивает параллельную обработку данных [2].

Пусть D_i, Q_i, (R_i, K_i) - кубические покрытия посылки A_i ($\bar{A}_i$) (i=1÷n), а D_{n+1}, Q_{n+1}, (R_{n+1}, K_{n+1}) - кубические покрытия заключения C ($\bar{C}$).

Имеют место следующие теоремы.

ТЕОРЕМА 1. Для тождественно-истинной формулы, представленной в виде (3), справедливы следующие равенства:

$$R_1 \cup R_2 \cup \ldots \cup R_n \cup D_{n+1} = X,$$
$$K_1 \cup K_2 \cup \ldots \cup K_n \cup Q_{n+1} = X, \qquad (5)$$

где $X = |xx\ldots x|$ - куб, у которого все компоненты равны 'x'.

ТЕОРЕМА 2. Для тождественно-ложной формулы, представленной в виде (4), справедливы следующие равенства:

$$D_1 \cap D_2 \cap \ldots \cap D_n \cap R_{n+1} = \emptyset,$$
$$Q_1 \cap Q_2 \cap \ldots \cap Q_n \cap K_{n+1} = \emptyset, \qquad (6)$$

где символ $\emptyset$ обозначает пустое пересечение.

Справедливость теорем 1-2 основана на логической изоморфности алгебр кубических и логических функций. Отсутствие ДНФ (КНФ) прямых или инверсных логических функций в алгебре логических функций эквивалентно в алгебре кубических функций тому, что соответствующие кубические покрытия пусты.

СЛЕДСТВИЕ 1.Логический вывод, заданный формулой (3), будет кор-ректным, если выполняется хотя бы одно равенство из групп равенств (5).

СЛЕДСТВИЕ 2.Логический вывод, заданный формулой (4), будет кор-ректным, если выполняется хотя бы одно равенство из групп равенств (6).

Таким образом, стратегия проверки корректности логического рассуждения определяется выбором одной из формул логического вывода ((3) или (4)) и выбором ее представления с помощью одного из покрытий.

3. ЛОГИЧЕСКИЙ ВЫВОД ДЛЯ ФОРМУЛЫ ТИПА А

Предикат, не содержащий переменных, совпадает с высказыванием, следовательно, от формулы исчисления предикатов можно легко перейти к эквивалентной формуле исчисления высказываний и далее рассматривать ее выводимость.

Пусть, например, задана следующая схема логического рассуждения:

$$\begin{aligned} A_1 &: \ (E(a_1)) \vee G(a_2)), \\ A_2 &: \ \overline{E}(a_1), \\ C &: \ G(a_2). \end{aligned} \qquad (7)$$

Для проверки корректности данного рассуждения будем использовать формулу (3) а также K-покрытия и Q-покрытие.

Вначале перейдем к формулам исчисления высказываний:

$$\begin{aligned} A_1 &: \ a \vee b, \\ A_2 &: \ \overline{a} \\ C &: \ b, \end{aligned}$$

где a и b - переменные исчисления высказываний.

Далее представим посылки $\overline{A}_1$, $\overline{A}_2$ и заключение C покрытиями K_1, K_2 и Q_3 соответственно:

$$K_1 = \begin{array}{c} a\ b \\ |1\ 1| \end{array}; \qquad K_2 = \begin{array}{c} a\ b \\ |0\ x| \end{array}; \qquad Q_3 = \begin{array}{c} a\ b \\ |x\ 0| \end{array}. \qquad (8)$$

Объединение кубов покрытий (10) и затем их совместная минимизация дает куб X:

$$X = |xx\ ...\ x|.$$

Поскольку выполняется одно из равенств из группы равенств (5), следовательно, логическое рассуждение корректно.

4. ЛОГИЧЕСКИЙ ВЫВОД ДЛЯ ФОРМУЛЫ ТИПА Б

Исчисление предикатов является расширением исчисления высказываний. Кванторы всеобщности и кванторы существования в исчислении предикатов являются распространением соответственно дизъюнкции и конъюнкции исчисления высказываний на всю предметную область. Поэтому, если мы применим формулы исчисления предикатов к конечной предметной области (1), тогда мы снова вернемся к формулам исчисления высказываний. Для одноместных предикатов замена кванторов выглядит таким образом:

$$\forall x E(x) = E(a_1)\ \&\ E(a_2)\ \&\ \ldots\ \&\ E(a_n)\ , \tag{9}$$

$$\exists x E(x) = E(a_1) \vee E(a_2) \vee \ldots \vee E(a_n)\ . \tag{10}$$

Как в [1], если формулы (9) и (10) исчисления высказываний будут тождественными (тождественно-истинными или тождественно-ложными), тогда соответствующие им предикатные формулы будут n-тождественными, т. е. тождественными в конечном. Для одноместного исчисления предикатов каждая тождественная в конечном формула является выводимой.

Именно на этом положении и базируется предложенный в [3] метод логического вывода в одноместном исчислении предикатов, основанный на замене кванторов соответствующими D- и R-покрытиями. Аналогичным образом можно доказать выводимость одноместных предикатов при их представлении с помощью K- и Q-покрытий. В таких покрытиях i-й столбец соответствует постоянному высказыванию $E(a_i)$ из (9) и (10) ($i=1\div n$). Полученные формулы исчисления высказываний можно рассматривать и как ДНФ, и как КНФ; эта точка зрения и будет определять число (1 или n) кубов покрытий.

Например, формуле (9) соответствуют следующие покрытия:

$$K^{\forall} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} E(a_1) & E(a_2) & \ldots & E(a_n) \end{array} \\ \left| \begin{array}{cccc} 1 & x & \ldots & x \\ x & 1 & \ldots & x \\ x & x & \ldots & 1 \end{array} \right| \end{array}, \qquad Q^{\forall} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} E(a_1) & E(a_2) & \ldots & E(a_n) \end{array} \\ \left| \begin{array}{cccc} 0 & 0 & \ldots & 0 \end{array} \right| \end{array}$$

а формуле (10) соответствуют такие покрытия:

$$K^{\exists} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} E(a_1) & E(a_2) & \ldots & E(a_n) \end{array} \\ \left| \begin{array}{cccc} 1 & 1 & \ldots & 1 \end{array} \right| \end{array}, \qquad Q^{\exists} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} E(a_1) & E(a_2) & \ldots & E(a_n) \end{array} \\ \left| \begin{array}{cccc} 0 & x & \ldots & x \\ x & 0 & \ldots & x \\ x & x & \ldots & 0 \end{array} \right| \end{array}.$$

Известный подход к решению проблемы логического вывода в исчислении предикатов, предложенный Эрбраном [4], также сводится к переходу к исчислению высказываний через конечную предметную область. Рассмотрим подробнее реализацию этого подхода с помощью алгебры кубических функций.

Для использования Эрбрановой интерпретации необходимо предварительно получить клаузальную форму вида

$$W_1 y_1 \ldots W_n y_n F_П,$$

где W_i - квантор всеобщности, $i=1\div n$,

$F_П$ - формула, не содержащая кванторов, и записанная как КНФ.

Эрбрановая интерпретация клаузальной формы приписывает значение истинности предикатам, называемых фундаментальными формами, термы которых принадлежат эрбрановой области. По сути эрбранова интерпретация означает переход от исчисления предикатов к исчислению высказываний, так как каждая фундаментальная форма эквивалентна высказыванию.

В итоге КНФ клаузальной формы превращается в КНФ формулы исчисления высказываний. Кубическим эквивалентом такой КНФ является К-покрытие, число кубов которого равно числу дизъюнктов КНФ, а число компонент куба - числу фундаментальных форм.

Пусть имеется следующая схема логического рассуждения:

$$A_1: \quad \forall y \forall z(E(y) \vee G(z)) ,$$

$$A_2: \quad \forall y \overline{E}(y) , \tag{11}$$

$$C: \quad \forall z C(z) .$$

Запишем данное рассуждение в виде формулы

$$\forall y \forall z(E(y) \vee G(z)) \ \& \ \forall y \overline{E}(y) \rightarrow \forall z G(z) . \tag{12}$$

Ее эквивалентная клаузальная форма есть

$$\forall y \forall z(E(y) \vee G(z)) \ \& \ \overline{E}(y) \ \& \ \overline{G}(a_1) . \tag{13}$$

Эрбрановой областью H формы (13) есть множество из двух элементов:

$$H=\{c_1, c_2\}.$$

Следовательно, эрбрановский базис содержит 4 фундаментальных формы

$$\{E(c_1), E(c_2), G(c_1), G(c_2)\} ,$$

которые позволяют получить 4 фундаментальных конкретизации, соответствующих четырем функциям исчисления высказываний и, соответственно, четырем кубическим покрытиям.

Например, конкретизации

$$(E(c_2) \vee G(c_1)) \ \& \ \overline{E}(c_2) \ \& \ \overline{G}(c_1)) \tag{14}$$

соответствует покрытие

$$K_1 = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} E(c_1) & E(c_2) & G(c_1) & G(c_2) \end{array} \\ \left| \begin{array}{cccc} x & 1 & 1 & x \\ x & 0 & x & x \\ x & x & 0 & x \end{array} \right| \end{array} .$$

Поскольку получилось итоговое K_1-покрытие всей формулы, соответствующее тождественно-ложной формуле, поэтому для фундаментальной конкретизации (14) рассуждение (11) корректно. Аналогичным образом можно показать, что рассматриваемое рассуждение будет корректным и для остальных трех фундаментальных конкретизаций. Следовательно, логическое рассуждение (11) будет корректно в целом.

В общем случае, когда эрбранова область состоит из n элементов (констант) и формула содержит m одноместных предикатов, тогда будет n^m фундаментальных конкретизаций и, соответственно, такое же количество кубических покрытий. К недостатку метода Эрбрана следует также отнести и сложность преобразования предикатной формулы для получения ее клаузальной формы.

Поэтому, даже при наличии в эрбрановой области небольшого числа констант, эффективнее производить проверку выводимости предикатной формулы путем непосредственной замены кванторов всеобщности и существования соответствующими кубическими покрытиями.

Для одноместных предикатов можно использовать более простой подход, который не требует для процедуры доказательства использования конечной предметной или эрбрановой области. В формулах с указанными видами предикатов можно удалить все кванторы, заменить в предикатах переменные константами, и затем определять корректность логического рассуждения по законам исчисления высказываний.

Например, от формулы (12) можно непосредственно перейти к формуле

$$(E(y) \vee G(z))) \,\&\, \overline{E}(y) \rightarrow G(z)\ ,$$

которой соответствует покрытие

$$K = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} E(y) & G(z) \end{array} \\ \left| \begin{array}{cc} 1 & 1 \\ 0 & x \\ x & 0 \end{array} \right| \end{array} .$$

Как и в предыдущем случае, получилось K-покрытие, соответствующее
тождественно-ложной формуле, т.е. рассуждение (11) корректно.

5. ЛОГИЧЕСКИЙ ВЫВОД ДЛЯ ФОРМУЛЫ ТИПА B

Рассмотрим вначале кубическую интерпретацию предикатной формулы типа B. Пусть предикатная формула в клаузальной форме содержит m одноместных предикатов, в которых термы могут быть как переменными, так и константами из n-элементной области (1). Тогда ее K-покрытие будет состоять из левой части, соответствующей постоянным высказываниям предикатной формулы, и правой части, которая соответствует переменным высказываниям формулы. В левой части покрытия i-й столбец соответствует i-му постоянному предикату, в котором терм представляет собой константу из области (1), а в правой части покрытия столбец соответствует j-му переменному предикату ($i=1 \div n \times m$, $j=1 \div m$). Число кубов K-покрытия равно числу дизъюнктов КНФ, причем единичное (нулевое) значение компоненты куба соответствует прямому (инверсному) значению предиката.

Например, предикатной формуле

$$\forall y \,\forall z (E(y) \vee G(z)) \,\&\, \overline{E}(a_1) \,\&\, \overline{G}(a_2)\ ,$$

определенной на предметной области $M_2=\{a_1, a_2\}$, соответствует следующее покрытие (левая и правая части покрытия разделены штриховой линией):

$$K = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} E(a_1) & E(a_2) & G(a_1) & G(a_2) & E(y) & G(z) \end{array} \\ \left| \begin{array}{cccc:cc} x & x & x & x & 1 & 1 \\ 0 & x & x & x & x & x \\ x & x & x & 0 & x & x \end{array} \right| \end{array} .$$

Если какие-либо столбцы кубического покрытия содержат только значения 'x', тогда их можно удалить, поскольку они никак не влияют на дальнейшие преобразования, и получить сокращенное $K^{ск}$-покрытие предикатной формулы. Для предыдущего примера имеем

$$K^{ск} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} E(a_1) & G(a_2) & E(y) & G(z) \end{array} \\ \left| \begin{array}{cc:cc} x & x & 1 & 1 \\ 0 & x & x & x \\ x & 0 & x & x \end{array} \right| \end{array} . \qquad (15)$$

Нетрудно заметить, что кубическое представление формулы типа В является объединением кубических представлений формул типов А и Б.

Для сложных предикатных формул процесс получения клаузальной формы очень трудоемкий и соответствующее кубическое покрытие может иметь большие размеры. Поэтому можно построить (n+1) покрытий, причем любого вида (D, R, K, Q), для каждой посылки A_i и заключения C логического рассуждения ($i=1 \div n$). Обязательное условие для этих покрытий - количество и наименование столбцов каждого из покрытий должно быть одинаковым.

При логическом выводе для формул типа В будем использовать операцию подстановки $\{a_i/w_j\}$, т.е. замену некоторой переменной w_j константой a_i из области (1). При рассмотренном выше кубическом представлении предикатных формул операция подстановки $\{a_i/w_j\}$ выполняется путем операции пересечения столбца правой части покрытия, который соответствует переменному предикату $E(w_j)$, с тем столбцом в левой части покрытия, который соответствует постоянному предикату $E(a_i)$. Результат выполнения этой операции записывается на месте столбца $E(a_i)$, а столбец $E(w_j)$ удаляется из покрытия. Если же результат операции пересечения указанных столбцов будет пуст, тогда будет также пустым кубическое покрытие для этой подстановки.

Такой процесс, по аналогии с [4], будем называть конкретизацией кубического покрытия, а то покрытие, в котором отсутствует правая часть, будем именовать полностью конкретизированным покрытием (оно уже является по сути покрытием формулы типа А).

В качестве примера выполним подстановку $\{a_1/y\}$ для покрытия (15). Для этого выполним пересечение столбцов $E(a_1)$ и $E(y)$ (для удобства расположим указанные столбцы горизонтально):

$$\begin{array}{ccccl} 1 & x & x & : & E(y) \\ X & 0 & x & : & E(a_1) \\ \hline 1 & 0 & x & & \end{array}$$

После операции пересечения столбцов $E(a_1)$ и $E(y)$ получим следующую конкретизацию покрытия (15):

$$K^{(кон)ск} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} E(a_1) & G(a_2) & G(z) \end{array} \\ \left| \begin{array}{cc:c} 1 & x & 1 \\ 0 & x & x \\ x & 0 & x \end{array} \right| \end{array},$$

которое соответствует предикатной формуле

$$(E(a_1) \vee G(z)) \ \& \ \overline{E}(a_1) \ \& \ \overline{G}(a_2) \ .$$

Операцию подстановки можно выполнять также и до этапа сокращения столбцов покрытия. В этом случае можно получить все возможные варианты конкретизации покрытия, число которых в общем случае равно $n \times m$. Затем можно определить класс предикатной формулы типа В, применяя теоремы 1 и 2 для каждого конкретизированного покрытия так же, как и для формулы типа А.

Очевидно, что рассмотрение всех возможных конкретизированных кубических покрытий потребует много времени, однако в этом и нет необходимости.

Теоремы 1 и 2, а также следствия 1 и 2, справедливы для любого варианта кубического представления предикатной формулы, в том числе и для любой степени конкретизации покрытия.

Отсюда и следует процедура логического вывода для предикатной формулы типа В: поочередно выполняя операции подстановки, одновременно определять вид получаемого покрытия. Если на каком-то шаге конкретизации покрытие становится пустым, или равным кубу Х, тогда по следствиям 1 и 2 определяется корректность рассматриваемого логического рассуждения. Могут быть различные стратегии очередности выполнения операций подстановки, поэтому необходимо использовать такую стратегию, чтобы определить корректность логического рассуждения на наиболее раннем этапе конкретизации покрытий.

Рассмотрим особенности процедуры определения корректности логического рассуждения, заданного отдельными кубическими покрытиями для каждой из посылок и заключения.

В этом случае можно выполнить операцию унификации двух разных покрытий, например D_1 и D_2. С этой целью вначале выполняется подстановка $\{a_i/w_j\}$ в покрытии D_1, а затем операция пересечения полученного конкретизированного покрытия с покрытием D_2. В итоге будет получено новое покрытие D_{12}^{rez}, которое по аналогии с [4], будем называть резольвентным.. Применяя следствия 1 и 2 для резольвентных покрытий можно, как и в предыдущих случаях, определить корректность логического рассуждения.

Пусть, например, задано следующее логическое рассуждение

$$A_1:\ E(y) \vee G(z)\ ,$$
$$A_2:\ \overline{E}\,(a_1)\ ,$$
$$C:\ G(a_2)\ ,$$

которому для формулы (4) соответствуют следующие покрытия:

$$\begin{array}{cccccc} E(a_1) & E(a_2) & G(a_1) & G(a_2) & E(y) & G(z) \end{array}$$

$$D_1 = \left|\begin{array}{cccc:cc} x & x & x & x & 1 & x \\ x & x & x & x & x & 1 \end{array}\right|,$$

$$D_2 = \left|\begin{array}{cccc:cc} 0 & x & x & x & x & x \end{array}\right|,$$

$$R_3 = \left|\begin{array}{cccc:cc} x & x & x & 0 & x & x \end{array}\right|.$$

Если выполнить унификацию покрытий D_1 и D_2, т. е. вначале сделать подстановку (a_1/y) в покрытии D_1, а затем выполнить операцию пересечения полученного покрытия с покрытием D_2, тогда получим резольвентное покрытие

$$D_{12}^{rez} = \left|\begin{array}{cccc:cc} x & x & x & x & x & 1 \end{array}\right|.$$

Выполняя аналогичные действия с покрытиями R_3 и D_{12}^{rez} с помощью подстановки $\{a_2/z\}$, получим пустое покрытие, что говорит о корректности логического рассуждения при указанных подстановках. Любые другие варианты подстановок не дадут корректное рассуждение. Такая процедура логического вывода с помощью резольвентных покрытий является реализацией принципа резолюций Робинсона [5] с помощью алгебры кубических функций.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предлагаемый в работе подход позволяет с единых позиций подойти к проблеме логического вывода в исчислении предикатов.

Выбирая любую из формул вывода ((3) или (4)), любой из видов куби-ческих покрытий, можно проверить корректность логического рассуждения, заданного одной или группой предикатных формул первого порядка. В работе приведены примеры для одноместных предикатов, однако предлагаемый метод в большинстве случаев обобщается и на многоместные предикаты, и на предикаты, содержащих функции.

Использование кубических представлений предикатных формул позволяет автоматизировать логический вывод как программно, так и аппаратно с помощью специальной программируемой систолической структуры [2], ориентированной на параллельную (систолическую) обработку покрытий.

REFERENCES

1.Гильберт Д., Бернайс П. Основания математики. Логические исчисления и формализация арифметики: Пер. с нем.-М.:Наука, 1979.-560 с.

2.Семеренко В.П. Систолическая реализация кубических функций // Электронное моделирование. - 1992. - N 1, с. 21-25.

3.Семеренко В.П. Параллельная реализация логических рассуждений.- В сб. науч. трудов междунар.конф. "Знание-диалог-решение", В 2-х томах, т. 1 Ялта, 1995, с.141-150.

4.Логический подход к искусственному интеллекту: от классической логики к логическому программированию: Пер. с франц. /Тейз А., Грибомон П., Луи Ж. и др. -М.:Мир, 1990. - 432 с.

5.Robinson J.A. A machine oriented logic based on the resolution principle // J.ASM.- 1965. - N.12.- p.23-41.