

УДК 681.785.5

**І. В. Васильківський**, к. т. н.;

**В. Г. Петрук**, д. т. н., проф.;

**С. М. Кватернюк**

## АНАЛІЗ РІВНЯННЯ ЛАЗЕРНОГО ЗОНДУВАННЯ АТМОСФЕРИ ЗА ДОПОМОГОЮ ЛІДАРА

*Проаналізовано рівняння лазерного зондування атмосфери, отриманого з використанням імпульсної лідарної системи, визначено загальну розсіяну потужність лазера, яка реєструється під час лазерного зондування атмосферних аерозолів та з'ясовано дію факторів атмосферного середовища, що впливають на характер трансформації випромінювання з урахуванням однократного розсіювання.*

### Вступ

Для успішного використання лазерних систем зондування і контролю газових складових атмосферного середовища необхідні кількісні дані про характер розповсюдження лазерного випромінювання в атмосферному середовищі. Розповсюдження лазерного випромінювання в атмосфері супроводжується певним набором явищ лінійної і нелінійної взаємодії, жодне з яких не виявляється окремо. Енергетичне затухання електромагнітних хвиль в атмосфері зумовлене, головним чином, явищами його поглинання та розсіювання молекулами газів і різноманітними аерозольними частками.

Розв'язання рівняння переносу випромінювання є досить складною математичною задачею, і розроблення методів розв'язання складає спеціальний розділ математичної фізики. Методи лазерного зондування атмосфери висвітлюються в роботах таких іноземних авторів, як Хінклі Е. Д., Межериса Р., Захарова В. М., Хмелевцова С. С., Зуєва В. Е., Зуєва В. В., Іванова А. П., Чайковського А. П. Андрєвої Ю. М., Воєводіна В. Г. та ін.

Останніми роками досягнуто значний прогрес у розвитку числових методів розв'язання рівняння переносу випромінювання, найрозповсюдженішими з яких є метод Монте-Карло та ін. Проте, при розв'язанні значної кількості прикладних завдань перевага віддається наближеним методам [1, 2]. Розв'язання рівняння переносу випромінювання в атмосфері вимагає врахування оптичних властивостей розсіювального атмосферного середовища, які задаються сукупністю оптичних або мікрофізичних параметрів аерозольних утворень. Для мікрофізичних параметрів важливими є відомості про форму, концентрацію, розподіл часток за розмірами і комплексний показник заломлення речовини часток відносно повітря. Оптична модель аерозольної атмосфери вважається відомою, якщо встановлені зв'язки між видом матриці розсіювання і параметрами, що характеризують метеорологічний стан атмосфери.

*Метою роботи є аналіз рівняння лазерного зондування атмосфери отриманого із використанням імпульсної лідарної системи, визначення загальної розсіяної потужності лазера, яка реєструється під час лазерного зондування атмосферних аерозолів, та з'ясування дії впливних факторів атмосферного середовища на характер трансформації випромінювання з урахуванням однократного розсіювання.*

### 1. Лідарне рівняння для однократного розсіювання

У випадку імпульсної лідарної системи, що працює в моностатичному режимі, зростання потужності сигналу  $\Delta P(\lambda, R)$ , реєстроване фотоприймачем у діапазоні довжин хвиль  $(\lambda, \lambda + \Delta\lambda)$  від елемента простору, розташованого в інтервалі  $(R, R + \Delta R)$  визначається як

$$\Delta P(\lambda, R) = \int_R^{R+\Delta R} J(\lambda, R, \vec{r}) \Delta \lambda \Delta R p(\lambda, R, \vec{r}) dA(R, \vec{r}), \quad (1)$$

де  $J(\lambda, R, \vec{r})$  — індукована лазером спектральна щільність енергетичної яскравості на довжині хвилі  $\lambda$  елемента площі об'єкта, положення якого визначається радіусом-вектором  $\vec{r}$  в шарі одиничної товщини, розташованому на відстані  $R$  від лідара;  $dA(R, \vec{r})$  — елемент площі об'єкта в положенні  $\vec{r}$  на відстані  $R$  від лідара;  $p(\lambda, R, \vec{r})$  — ймовірність попадання випромінювання з довжиною хвилі  $\lambda$ , що виходить з елемента площі  $dA(R, \vec{r})$ , на фотоприймач [3, 4].

На цю ймовірність впливають багато факторів: геометричні особливості лазерного зондування атмосфери, впливні послаблюючі фактори атмосфери, оптико-спектральні характеристики приймального пристрою, тощо. Більшість із цих впливових факторів можна виділити, записавши рівняння

$$p(\lambda, R, \vec{r}) = (A_0/R^2) T(\lambda, R) \xi(\lambda) \xi(R, \vec{r}), \quad (2)$$

де  $A_0/R^2$  — тілесний кут, у якому здійснюється приймання сигналів оптичною схемою ( $A_0$  — площа лінзи або дзеркала приймального телескопа);  $T(\lambda, R)$  — коефіцієнт пропускання атмосфери на довжині хвилі  $\lambda$  на шляху  $R$ ;  $\xi(\lambda)$  — коефіцієнт спектрального пропускання приймальної оптичної схеми, який враховує селективний вплив за спектром пропускання елементів схеми;  $\xi(R, \vec{r})$  — ймовірність того, що випромінювання елемента площі поверхні об'єкта, положення якого визначається радіусом-вектором  $\vec{r}$  і відстанню до об'єкта  $R$ , досягне фотоприймача.

Можна припустити, що  $\xi(R, \vec{r})$  є коефіцієнтом перекриття, який залежить тільки від перекривання зони, освітлюваної лазерним променем на поверхні об'єкта дослідження, полем зору фотоприймача. Даний коефіцієнт має суттєве значення й може досить сильно залежати від конструкції приймальної оптичної схеми, його часто називають геометричним фактором.

На спектральну щільність енергетичної яскравості об'єкта  $J(\lambda, R, \vec{r})$  значною мірою впливає характер взаємодії лазерного випромінювання й середовища об'єкта. У випадку пружного розсіювання можна записати таке рівняння лазерного зондування:

$$J(\lambda, R, \vec{r}) = \beta(\lambda_L, \lambda, R, \vec{r}) I(R, \vec{r}), \quad (3)$$

де  $I(R, \vec{r})$  — поверхнева щільність потоку випромінювання на відстані  $R$  в області  $\vec{r}$ , а

$$\beta(\lambda_L, \lambda, R, \vec{r}) = \sum_i N_i(R, \vec{r}) \left\{ \frac{d\sigma(\lambda_L)}{d\Omega} \right\}_i^s L_i(\lambda) \quad (4)$$

— об'ємний коефіцієнт зворотного розсіювання, де  $N_i(R, \vec{r})$  — концентрація центрів розсіювання типу  $i$ ;  $\left\{ \frac{d\sigma(\lambda_L)}{d\Omega} \right\}_i^s$  — диференціальний перетин розсіювання при освітленні лазерним випромінюванням з довжиною хвилі  $\lambda_L$ ;  $L_i(\lambda)$  — частина розсіяного випромінювання, що попадає в інтервал довжин хвиль  $(\lambda, \lambda + \Delta\lambda)$ .

Загальну потужність сигналу, прийняту фотоприймачем у момент  $t = 2R/c$ , що відповідає часу, необхідному для того, щоб лазерний імпульс пройшов із швидкістю світла шлях  $R$  і зворотне випромінювання досягло лідара, можна визначити як

$$P(\lambda, t) = \int_0^{R=ct/2} dR \int_{\Delta\lambda_0} d\lambda J(\lambda, R, \vec{r}) p(\lambda, R, \vec{r}) dA(R, \vec{r}). \quad (5)$$

Інтегрування у формулі (5) необхідно здійснити у зв'язку з тим, що випромінювання, яке досягає фотоприймача в момент  $t$ , приходить не тільки із відстані  $ct/2$ , але й з будь-якої іншої точки вздовж траєкторії лазерного імпульсу, де виникає розсіювання. Межі інтегрування по довжині хвилі збігаються зі спектральним інтервалом  $\Delta\lambda_0$ , центром якого є довжина хвилі  $\lambda$ , фотоприймача лідарної установки. З урахуванням рівнянь (2) і (3), можна записати такий вираз:

$$P(\lambda, t) = A_0 \int_0^{R=ct/2} \frac{dR}{R^2} \int_{\Delta\lambda_0} \xi(\lambda) d\lambda \beta(\lambda_L, \lambda, R, \vec{r}) T(\lambda, R) \xi(R, \vec{r}) I(R, \vec{r}) dA(R, \vec{r}). \quad (6)$$

Для світлорозсіювального середовища ширина спостережуваного спектрального інтервалу випромінювання, як і лазерного випромінювання, є досить вузькою. Якщо припустити, що ширина спектральних інтервалів цих обох випромінювань є меншою ширини  $\Delta\lambda_0$  фотоприймаючого пристрою, то  $L_i(\lambda)$  і  $\beta$  можна розглядати як дельта-функції. Якщо також припустити, що в області перекривання поля зору фотоприймача й площі, освітлюваної лазерним променем, досліджуване середовище буде однорідним, то можна записати таке рівняння:

$$P(\lambda, t) = A_0 \xi(\lambda) \int_0^{R=ct/2} \beta(\lambda_L, \lambda, R) T(\lambda, R) \frac{dR}{R^2} \int \xi(R, \vec{r}) I(R, \vec{r}) dA(R, \vec{r}). \quad (7)$$

У цій формулі, як вище вказувалось, ймовірність  $\xi(R, \vec{r})$  можна вважати такою, що дорівнює одиниці в області, де поле зору фотоприймача лідара збігається із площею, освітлюваною лазерним променем, і  $\xi(R, \vec{r}) = 0$  для будь-якої іншої області. Припустимо також, що поперечний розподіл потужності в лазерному імпульсі на відстані  $R$  та площі  $A_L(R)$  є однорідним. У цьому випадку

$$\int \xi(R, \vec{r}) I(R, \vec{r}) dA(R, \vec{r}) = \xi(R) I(R) A_L(R); \quad (8)$$

і

$$P(\lambda, t) = A_0 \xi(\lambda) \int_0^{R=ct/2} \beta(\lambda_L, \lambda, R) T(\lambda, R) \xi(R) I(R) A_L(R) \frac{dR}{R^2}. \quad (9)$$

## 2. Трансформація лазерного випромінювання в атмосфері

Для спрощення представлення трансформації випромінювання в атмосферному середовищі зробимо заміну форми лазерного імпульсу, інтенсивність якого змінюється в часі, на прямокутну із тривалістю  $\tau_L$ . Тоді межі інтегрування в рівнянні (9) складатимуть від  $c(t - \tau_L)/2$  до  $ct/2$ .

Враховуючи, що шлях променя в середовищі, зазвичай, значно перевищує довжину лазерного імпульсу  $c\tau_L$ , то для невеликих відстаней, на яких ведеться інтегрування, параметри, які залежні від відстані, можна вважати сталими. Тоді повністю розсіяну потужність лазера, що реєструється фотоприймачем за час  $t = 2R/c$ , можна виразити як

$$P(\lambda, t) = A_0 \xi(\lambda) \beta(\lambda_L, \lambda, R) T(\lambda, R) \xi(R) I(R) A_L(R) \frac{c\tau_L}{2R^2}. \quad (10)$$

Якщо ж бути більш точним, то останній коефіцієнт повинен мати вигляд  $(c\tau_L/2)/[R(R - c\tau_L/2)]$ , але при  $R \gg (R - c\tau_L/2)$  вираз спрощується.

При виведенні даного рівняння можна припустити що умова  $\tau_d \ll 2R/c$ , де ( $\tau_d$  — час інтегрування фотоприймача), і ефективний просторовий розподіл такої системи обмежується величиною відстані  $c(\tau_d + \tau_L)/2$ .

Для прямокутного лазерного імпульсу тривалістю  $\tau_L$  справедливе співвідношення

$$I(R) = \frac{P_L T(\lambda_L, R)}{A_L(R)}, \quad (11)$$

де  $P_L$  — максимальна потужність лазера, яка в загальному випадку дорівнює

$$P_L = E_L / \tau_L, \tag{12}$$

$T(\lambda_L, R)$  — коефіцієнт пропускання атмосфери на довжині хвилі лазера на шляху  $R$ . Відповідно до закону Бугера-Ламберта-Бера коефіцієнти пропускання дорівнюють

$$T(\lambda_L, R) = \exp \left[ - \int_0^R k(\lambda_L, R) dR \right]; \quad T(\lambda, R) = \exp \left[ - \int_0^R k(\lambda, R) dR \right], \tag{13}$$

де  $k(\lambda_L, R)$  і  $k(\lambda, R)$  — коефіцієнти послаблення в атмосфері для лазерної довжини хвилі, та хвилі, що детектується. На практиці вимірюється енергія на довжині хвилі  $\lambda$ , зареєстрованої детектором за час  $\tau_d$ , що дорівнює часу інтегрування фотоприймача, або

$$E(\lambda, R) = \int_{2R/c}^{2R/c + \tau_d} P(\lambda, t) dt. \tag{14}$$

Об'єднавши рівняння (2—6), можна отримати вираз для енергії лазера, що розсіюється об'єктом і реєструється за час інтегрування детектора  $\tau_d$ :

$$E(\lambda, R) = E_L \xi(\lambda) T(R) \xi(R) \frac{A_0}{R^2} \beta(\lambda_L, \lambda, R) \frac{c \tau_d}{2}, \tag{15}$$

який і є лідарним рівнянням при однократному розсіянні променя.

Для розсіяної об'єктом енергії, яка реєструється за час інтегрування сигналу фотоприймачем, рівняння (15) являє собою найадекватнішу форму лідарного рівняння для розсіювання.

При виведенні цього рівняння неявним припущенням є умова  $\tau_d \ll 2R/c$ . Ефективний просторовий розподіл такої системи обмежується величиною відстані  $c(\tau_d + \tau_L)/2$ . Якщо центри одного типу домінують у розсіюванні і це розсіювання ізотропне, то лідарне рівняння набуде вигляду

$$E(\lambda, R) = E_L \xi(\lambda) T(R) \xi(R) \frac{A_0}{R^2} N(R) \frac{\sigma^s(\lambda_L, \lambda) c \tau_d}{4\pi \cdot 2}, \tag{16}$$

де  $\sigma^s(\lambda_L, \lambda)$  — загальний поперечний переріз розсіювання на довжині хвилі  $\lambda$  для падаючого випромінювання з довжиною хвилі  $\lambda_L$ . Рівняння (16) відповідає основній формі лідарного рівняння з одним типом центрів розсіювання.

### 3. Лазерне зондування атмосферних аерозолів

Для лазерного імпульсу, який має більш загальну форму, можна записати таке рівняння:

$$I(R^*) = \frac{E_L T(\lambda_L, R^*)}{A_L(R^*)} F(t^*), \tag{17}$$

де  $F(t^*)$  визначає тимчасове поведіння лазерного імпульсу в системі відліку, початком якої є його передній фронт. Тоді очевидно таке відношення:

$$t^* = 2(R - R^*)/c, \tag{18}$$

де  $t^*$  відповідає часу, необхідному для проходження переднього фронту лазерного імпульсу від  $R^*$  до  $R$  і повернення розсіяного випромінювання у  $R^*$ . Можна також припустити, що

$$\int_0^\infty F(t^*) dt^* = 1. \tag{19}$$

За цих умов загальна потужність сигналу, що реєструється після закінчення часу  $t$ , та відповідає дальності  $R$ , виводиться з рівняння (9):

$$P(\lambda, t) = E_L A_0 \xi(\lambda) \int_0^{R=ct/2} \beta(\lambda_L, \lambda, R^*) T(R^*) \xi(R^*) F(t^*) \frac{dR^*}{R^{*2}}. \tag{20}$$

Якщо припустити, що ефективна тривалість лазерного імпульсу невелика порівняно з довжиною шляху променя, то можна вважати коефіцієнт  $\left[ \beta(\lambda_L, \lambda, R^*) T(R^*) \xi(R^*) \right] / R^{*2}$  сталим на невеликому інтервалі відстані, для якого  $\xi(R^*)$  — скінченна величина. Тоді рівняння (20) набуде вигляду

$$P(\lambda, t) \cong E_L \frac{A_0}{R^2} \xi(\lambda) \beta(\lambda_L, \lambda, R) T(R) \xi(R) \int_{t=0}^{t=2R/c} F(t^*) \frac{cdt^*}{2}. \tag{21}$$

Враховуючи, що верхня межа інтегрування відповідає часу, за який розсіяне випромінювання від переднього фронту лазерного імпульсу досягає приймального телескопу лідара, з рівняння (19) випливає, що  $\int_{t=0}^{t=2R/c} F(t^*) dt^* = 1$ .

Отже, загальну розсіяну потужність лазера, що реєструється за час проходження переднім фронтом лазерного імпульсу відстані  $R$ , можна записати у вигляді

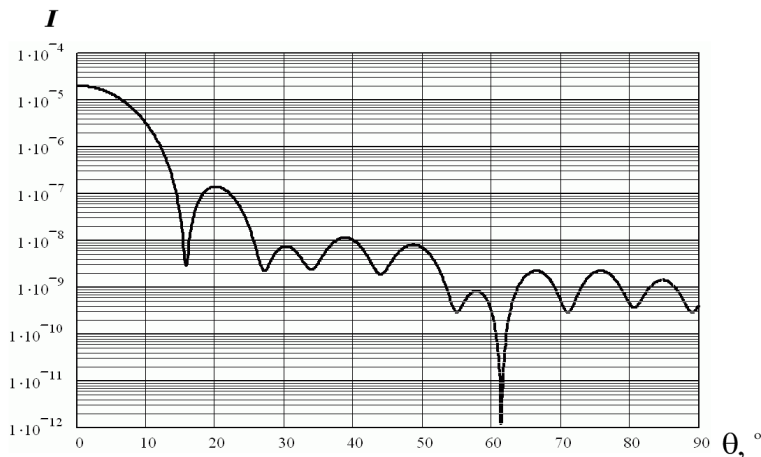
$$P(\lambda, t) = P_L \frac{A_0}{R^2} \xi(\lambda) \beta(\lambda_L, \lambda, R) \xi(R) \frac{c\tau_L}{2} \exp\left(-\int_0^R k(R) dR\right). \tag{22}$$

де  $k(R) = k(\lambda_L, R) + k(\lambda, R)$  — двохпрохідний коефіцієнт послаблення і  $P_L = E_L / \tau_L$  — середня потужність лазерного імпульсу. Для випадку пружного розсіювання (Мі або Релея) довжина хвилі спостереження збігається з довжиною хвилі лазера. При цьому можна записати таке рівняння:

$$P(\lambda_L, t) = P_L \frac{A_0}{R^2} \xi(\lambda_L) \beta(\lambda_L, R) \xi(R) \frac{c\tau_L}{2} \exp\left(-2\int_0^R k(\lambda_L, R) dR\right). \tag{23}$$

Рівняння (22) є лідарним рівнянням для розсіювання, а (23) відповідає випадку розсіювання Мі для лазерного зондування атмосферних аерозольних потоків.

Результати математичного моделювання розсіювання лазерного випромінювання в атмосфері при певних стандартних умовах, подані на рисунку, узгоджуються з тропосферною моделлю SRA-84 [5].



Математична модель індикатриси розсіювання лазерного випромінювання тропосферним аерозолем із середнім розміром часток 1 мкм

### Висновки

Розглянуто процес трансформації лазерного випромінювання в атмосфері та вплив на нього різних впливних факторів атмосферного світлорозсіювального середовища.

Зроблено аналіз рівняння лазерного зондування атмосфери та отримано лідарне рівняння для однократного розсіювання, за допомогою якого можна визначити потужність трансформованого лазерного імпульсу.

На прикладі лазерного зондування атмосферних аерозолів знайдено вираз для визначення загальної розсіяної потужності лазерного імпульсу, який реєструється приймальним телескопом лідарної системи.

Отже, значне число завдань лазерного зондування атмосфери можна описати за допомогою лідарного рівняння, яке враховує залежність послаблення лазерного випромінювання від властивостей досліджуваного середовища, часу інтегрування фотоприймача і тривалості лазерного імпульсу. У загальному випадку складність інтерпретації інформації, що надходить від лідара, значною мірою залежить від геометрії завдання і оптичних характеристик об'єкта дослідження.

Таким чином, якщо спектр випромінювання лазера відомий з достатньою точністю, то поглинання його випромінювання атмосферними газами може бути заздалегідь кількісно визначене для будь-яких реальних умов в атмосфері.

*Роботу виконано за сприяння Державного фонду фундаментальних досліджень Міністерства освіти і науки України відповідно спільному україно-білоруському проекту.*

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Иванов А. П. Оптика рассеивающих сред / А. П. Иванов. — Мн. : Наука и техника, 1979. — 592 с.
2. Петрук В. Г. Спектрофотометрія світлорозсіювальних середовищ (теорія і практика оптичного вимірювального контролю) : монографія (ч. II) / В. Г. Петрук. — Вінниця : Універсум-Вінниця, 2000. — 207 с.
3. Межерис Р. Лазерное дистанционное зондирование / Р. Межерис. — М. : Мир, 1987. — 550 с.
4. Привалов В. Е. Параметры лидаров для дистанционного зондирования газовых молекул и аэрозоля в атмосфере: учеб. пос. / В. Е. Привалов, В. Г. Шеманин. — СПб : Балт. гос. техн. Ун-т, 2001. — 56 с.
5. A preliminary cloudless standard atmosphere for radiation computation. International Association for Meteorology and Atmospheric Physics. Radiation Commission. Boulder, Colorado, USA, 1984, 53 p.

Рекомендована кафедрою екології та екологічної безпеки

Надійшла до редакції 21.09.09  
Рекомендована до друку 02.10.09

**Васильківський Ігор Володимирович** — доцент, **Петрук Василь Григорович** — завідувач кафедри, **Кватернюк Сергій Михайлович** — науковий співробітник.

Кафедра екології та екологічної безпеки, Вінницький національний технічний університет