

**ДО ПИТАННЯ МЕЖІ ЗАСТОСУВАННЯ  
МЕТОДА СПЛАЙНІВ ПРИ РОЗРАХУНКАХ ГАЗОВИХ ПІДВІСІВ**

к.т.н. доц. Федотов В.О., ст. Смирнов Є.В.

Газові підвіси є різновидом газових опор, у яких підйомна сила створюється за рахунок нагнітання стисненого газу в зазор між поверхнею вала та втулки. Враховуючи, що в газових підвісах широкий діапазон лінійної залежності підйомної сили від радіального зміщення [1], для їх розрахунку застосовувалися методи [2,3] в яких діапазон зміщень вала вважався малим. Пошук способів поліпшення характеристик підвісів привів до появи конструкції [4], при дослідженні якої методи [2,3] не працюють. Характеристики підвісів [4] можна знайти використовуючи прямі чисельні методи, проте увагу дослідників для розрахунків газових опор продовжують привертати наближені методи, наприклад, метод сплайнів [5,6]. Тоді постає питання про межі використання та точність метода сплайнів при дослідженнях газостатичних опор.

Оцінювання точності метода сплайнів розглянемо на прикладі опори з однією щілиною надува газу (рис.1), для якої відомі результати розрахунків

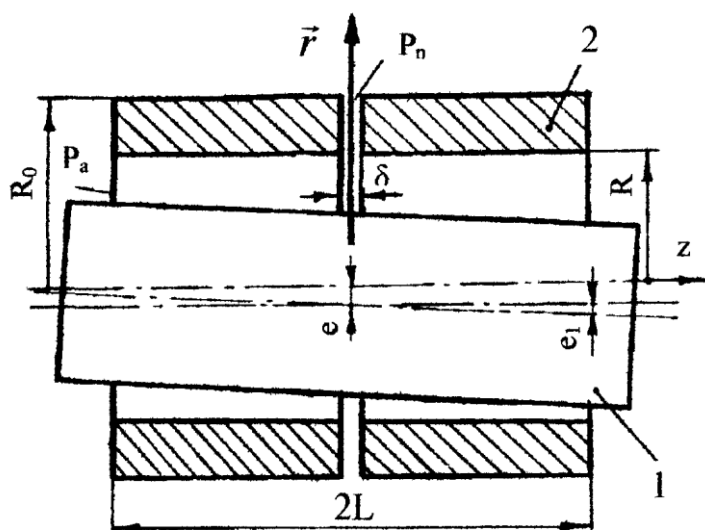


Рис.1 Газовий підвіс з однією щілиною надува газу.

чисельними методами [7]. Із підвіса (рис.1) газ, що подається під тиском  $P_n$ , проходячи послідовно через кільцеву щілину надува та зазор між валом 1 та втулкою 2, створює підйомну радіальну силу  $F$  та відновлюючий момент  $M$  при зміщенні вала 1 від співвісного з втулкою 2

положення.

Квадрат безрозмірного тиску газу  $u_1$  ( $0 \leq \xi \leq 1$ ) та  $u_2$  ( $-1 \leq \xi \leq 0$ ) в зазорах між валом та втулкою (рис.1) запишеться [1,2]:

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left( h^3 \frac{\partial u_i}{\partial \xi} \right) + \lambda^2 \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( h^3 \frac{\partial u_i}{\partial \varphi} \right) = 0, \quad i = 1, 2, \quad (1)$$

де  $u_i = P_i^2 / P_a^2$  ( $P_i$  – тиск газу в зазорі,  $P_a$  – атмосферний тиск);  $\xi = \frac{z}{L}$  – безрозмірна осьова координата;  $h = \frac{H}{c}$  – безрозмірний зазор між валом та втулкою;  $c$  – зазор між валом та втулкою при співпаданні осей;  $H$  – товщина газового шару між валом та втулкою;  $\lambda = \frac{L}{R}$  – відносна довжина опори;  $\varphi$  – кутова координата.

У випадку, коли вісі вала та втулки лежать в одній площині, безрозмірний зазор  $h$  запишеться:

$$h = 1 - \varepsilon \cos \varphi - \nu \xi \cos \varphi \quad (2)$$

де  $\varepsilon = \frac{e}{c}$  – відносний ексцентриситет;  $\nu$  – відносне кутове зміщення.

Функції  $u_1(\xi, \varphi)$  та  $u_2(\xi, \varphi)$  зліва та справа від щілини надуву газу відповідно апроксимуємо поліномами

$$u_1 = A_1 + B_1 \xi + C_1 \xi^2 + D_1 \xi^3, \quad 0 \leq \xi \leq 1 \quad (3)$$

$$u_2 = A_2 + B_2 \xi + C_2 \xi^2 + D_2 \xi^3, \quad -1 \leq \xi \leq 0 \quad (4)$$

Невідомі періодичні по координаті  $\varphi$  функції  $A_i, B_i, C_i, D_i$  ( $i = 1, 2$ ) повинні задовольняти рівняння (1) та граничним умовам:

$$U_2 = 1 \text{ при } \xi = -1; U_1 = U_2 \text{ при } \xi = 0; U_1 = 1 \text{ при } \xi = 1;$$

Останнє рівняння для визначення невідомих функцій, що входять в кубічні поліноми (3) та (4), отримаємо із умови балансу локальних витрат газу при  $\xi = 0$  [2].

$$h^3 \frac{\partial u_2}{\partial \xi} = h^3 \frac{\partial u_1}{\partial \xi} + \frac{2}{\psi} \left( u_2^2 - u_1^2 \right) \quad (5)$$

де  $\psi = \frac{2c^3 \ln(R_0/R)}{\delta^3 \lambda}$  – параметр щілини надува, що дорівнює відношенню

опору щілини надуву до опору робочого зазору при  $\varepsilon = \nu = 0$ ;  $P_n = P_n/P_a$  – безрозмірний тиск газу, що подається на вхід щілини надува.

Таким чином невідома парна та періодична функція  $A = A_1 = A_2$  знаходиться із звичайного диференціального рівняння:

$$-\lambda^2 \left( \frac{4+a_2}{a_3} + \frac{4-a_1}{b_2} \right) \left( \frac{\partial^2 A}{\partial \varphi^2} + b_1 \frac{\partial A}{\partial \varphi} \right) + A + 6b_0 \left[ \frac{a_3}{a_3} + \frac{a_3}{a_3} \right] a_3 + \left[ \frac{a_3}{a_3} - \frac{a_1}{a_1} \right] b_2 A = \quad (6)$$

$$= P_n^2 + 6b \left[ \frac{a_3}{a_3} + \frac{a_0}{a_0} \right] a_3 + 6b_0 \left[ \frac{a_3}{a_3} - \frac{a_1}{a_1} \right] b_2 ,$$

де  $a_3 = 4 \left[ \frac{a_2}{a_2} + \frac{a_0}{a_0} \right] a_0 \left[ \frac{a_2}{a_2} + \frac{a_2}{a_2} \right]$ ;  $b_2 = a_0 \left[ \frac{a_1}{a_1} - \frac{a_1}{a_1} \right] + 4 \left[ \frac{a_1}{a_1} - \frac{a_1}{a_1} \right]$ ;  $a_0 = \frac{3\nu \cos \varphi}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$ ;

$a_1 = \frac{3\vartheta \cos \varphi}{1 - \left[ \frac{a_1}{a_1} + \theta \right] \cos \varphi}$ ;  $a_2 = \frac{3\vartheta \cos \varphi}{1 - \left[ \frac{a_1}{a_1} - \vartheta \right] \cos \varphi}$ ;  $b_0 = \frac{\varphi}{2} \left[ \frac{a_1}{a_1} - \varepsilon \cos \varphi \right]$ ;  $b_1 = \frac{3\varepsilon \sin \varphi}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$ .

Рівняння (6) розв'язувалося чисельними методами з використанням стандартної різницевої апроксимації та метода циклічної (скалярної) прогонки [8].

Інші невідомі функції, що входять в формули (3) та (4), знаходимо із співвідношень:

$$B_1 = \frac{3 \left[ \frac{a_2}{a_2} + \frac{a_2}{a_2} \right] (A-1)}{b_3} - \frac{a_3 \left[ \frac{a_2}{a_2} - A \right] \left[ \frac{a_1}{a_1} - \frac{a_1}{a_1} \right]}{b_3 \left[ \frac{a_1}{a_1} - b_0 \right]}, \quad B_2 = B_1 + \left[ \frac{a_2}{a_2} - A \right] b_0 ,$$

$$C_1 = 3 \left[ \frac{a_1}{a_1} - A \right] \frac{2-a_1}{4-a_1}, \quad C_2 = C_1 + \frac{a_0}{2b_0} \left[ \frac{a_2}{a_2} - A \right], \quad D_1 = 1 - A - B_1 - C_1, \quad D_2 = A - B_2 + C_2 - 1.$$

Як відомо [1,2,7], витрати газу  $Q$ , радіальна підйомна та відновлюючий момент  $M$  газового шару знаходимо за формулами:

$$Q = \frac{\pi \rho c^3}{12\mu} Q^* , \quad F = 4P_a R^2 F^* , \quad M = 4P_a R^3 M^* ,$$

де  $Q^* = \frac{1}{\pi \varphi \lambda} \int_0^{2\pi} \left[ \frac{a_2}{a_2} - A \right] d\varphi$ ;  $F^* = \frac{\lambda}{4} \left( \int_{-1}^0 \xi d\xi \int_0^{2\pi} \sqrt{u_2} \cos \varphi d\varphi + \int_0^1 d\varphi \int_0^{2\pi} \sqrt{u_1} \cos \varphi d\varphi \right)$ ;

$$M^* = \frac{\lambda^2}{4} \left( \int_{-1}^0 \xi d\xi \int_0^{2\pi} \sqrt{u_2} \cos\varphi d\varphi + \int_0^1 d\varphi \int_0^{2\pi} \sqrt{u_1} \cos\varphi d\varphi \right); \mu - \text{в'язкість газу}; \rho - \text{густина}$$

газу.

При визначенні безрозмірних витрат газу  $Q^*$ , безрозмірної радіальної підйомної сили  $F^*$  та безрозмірної відновлюваного моменту  $M^*$  використовувалися квадратурні і кубатурні формули [9].

### Результати розрахунків та висновки

Розрахунки показали, що при  $P_n=5$  і оптимальних значеннях параметра  $\psi$  ( $\psi=1,12$  при  $\lambda=2$ ;  $\psi=1,44$  при  $\lambda=1,0$ ;  $\psi=1,61$  при  $\lambda=0,5$ ) витрати газу (рис.2) можна знаходити за методом сплайнів практично для усіх реальних значень  $\lambda$  та  $\varepsilon$ .

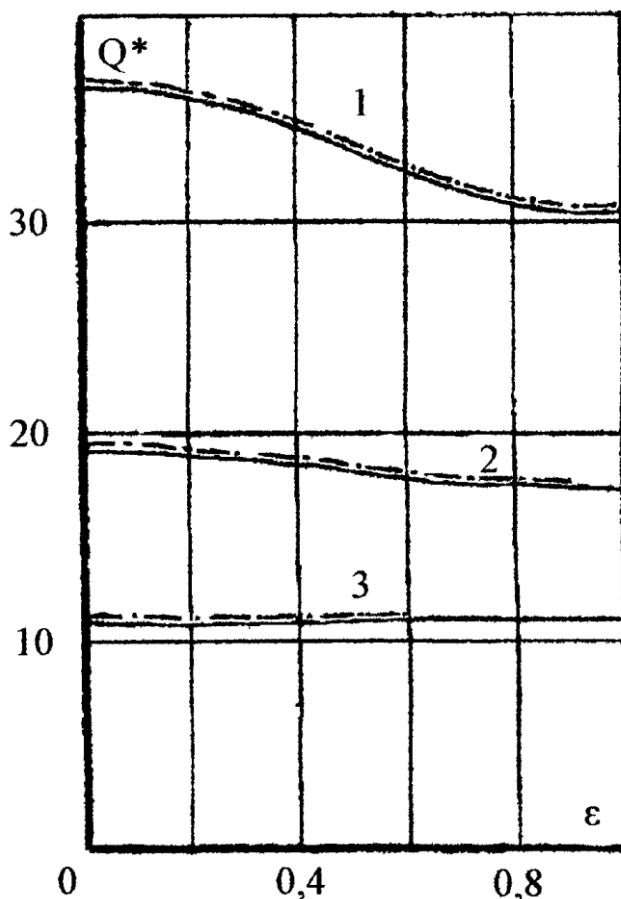


Рис.2. Залежність безрозмірних витрат газу  $Q^*$  від ексцентриситету  $\varepsilon$  ( — чисельний метод, - - - метод сплайнів).  
1.  $\lambda=0,5$ ; 2.  $\lambda=1$ ; 3.  $\lambda=2$ .

Для коротких підвісів ( $\lambda \leq 1$ ) розрахунки безрозмірної радіальної сили  $F^*$  з достатньою для практики точністю можна визначати при  $\varepsilon \leq 0,9$  (рис. 3 а), а безрозмірний відновлюючий момент  $M^*$  до  $\theta \leq 0,4$  (рис. 3 б).

При дослідженні газових підвісів з  $\lambda = 2$  похибка визначення  $F^*$  складає 22,5% при  $\varepsilon \leq 0,3$ , а  $M^*$  – 46% при  $\theta \leq 0,2$ . При збільшенні  $\varepsilon$  та  $\theta$  похибка визначення  $F^*$  та  $M^*$  різко зростає, причому, розрахунок підвісів методом сплайнів дає занижене значення безрозмірної підйомної сили  $F^*$  та значно завищенні

значення безрозмірного відновлюючого моменту  $M^*$ .

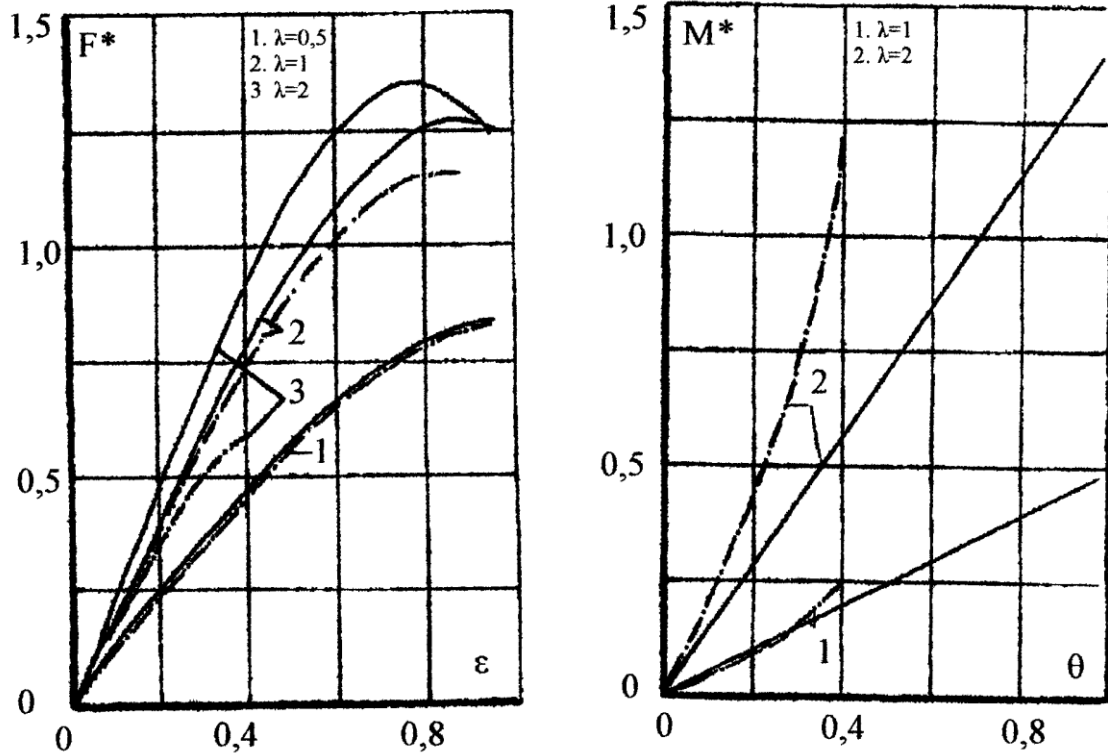


Рис.3. Залежність безрозмірної підйомної сили  $F^*$  від  $\varepsilon$  (а) та безрозмірного відновлюючого моменту  $M^*$  від  $\theta$  (б) від ексцентриситету  $\varepsilon$  (— · — · — чисельний метод; — метод сплайнів).

Для забезпечення необхідної точності при розрахунках газових підвісів методом сплайнів, необхідно область зліва та справа від щілини надуву стиснутого газу, розбивати на кілька ділянок з відносною довжиною  $\lambda \leq 0,75$  при наявності кутових переміщень осі вала та  $\lambda \leq 1,5$  при поступальних переміщеннях вала.

### Література

1. Емельянов А.В., Киселёв Г.В., Писарев Г.Н. Расчёт и оптимальные параметры радиальных газостатических подшипников // Машиноведение. – 1975. – №4 – с. 97–103.
2. Емельянов А.В., Федотов В.А., Приятельчук В.А. Характеристики радиальных газостатических опор с двойным дросселированием газового потока // Машиноведение. – 1977. – №2 – с. 97–104.

3. Степанчук В.І., Федотов В.О. Лінійний статичний аналіз газостатичних кінчних підвісів, профільованих поздовжніми канавками // Вісник ВПІ. – 1994. – №3 – с. 57–61.
4. Федотов В.А. Об улучшении характеристик газовых подвесов с продольными канавками / Тез. докл. Всесоюз. науч.–коорд. совет. Газовая смазка в машинах и приборах. М. АНСССР, ИМАШ, 1989. – с. 86–87.
5. Емельянов А.В., Шевчук А.И. Метод корректирующих сплайнов и его приложение к теории газовых подвесов / Тез. докл. Всесоюз. науч.–коорд. совет Исследование и применение опор скольжения с газовой смазкой. – Винница. АНСССР, ИМАШ, 1983. – с. 47–48.
6. Степанчук В.И., Федотов В.А., Шевчук А.И. Применение метода сплайнов к расчету газовых подвесов / Тез. докл. XIV межвуз. науч.–метод. сем. Совершенствование методики преподавания и научные работы по теоретической и прикладной механике в условиях перестройки высшей школы. – Хмельницкий. ХТИБО, 1988. – с.101–102.
7. Разработка и исследование шпиндельных узлов на подшипниках с газовой смазкой для технологического оборудования по обработке алмазов. Отчёт / Винницк. политех. инст. Рук. темы А.В. Емельянов, №10407/01 инв. №0282.2.021442 – Винница 1982 с.238
8. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1977. – с.656.
9. Бахвалов Н.С. Численные методы. т1. – М.: Наука, 1973. – с.632.

Рекомендовано кафедрою Опору матеріалів та прикладної механіки.