

## ВІДХИЛЕННЯ ВІД КРУГЛОЇ ФОРМИ ПОПЕРЕЧНОГО ПЕРЕРІЗУ ПРИ ФОРМУВАННІ КОСИНУСОПОДІБНИХ ФІТИНГІВ ОСЬОВИМ СТИСКАННЯМ ТРУБИ

<sup>1</sup>Вінницький національний технічний університет

Розроблено метод оцінки відхилення від круглої форми перерізу при формоутворенні косинусоподібних фітингів, зігнутих осаджуванням трубної заготовки. У основі методу лежить енергетичний критерій стійкості і експериментально-розрахункові залежності напружено-деформованого стану. Початковими даними для розрахунку є геометричні параметри виробу і властивості матеріалу у вигляді показника деформаційного зміцнення.

**Ключові слова:** відхилення від круглої форми, втрата стійкості, показник деформаційного зміцнення, косинусоподібний фітинг.

### Вступ

В процесі формоутворення зігнутих патрубків у вигляді косинусоїди за схемою стискання зі згином [1, 2] найпоширенішою і характерною ознакою бракування є відхилення від круглої форми перерізу, коли в процесі деформування центральний переріз стає овальним (рис. 1). Зазвичай, такий вид технологічної відмови передуює виникненню гофри на внутрішній частині зігнутої заготовки, а також внутрішньої складки, яка називається затиском. Експерименти вказують, що на стабільність процесу формоутворення за інших рівних умов впливають механічні властивості металу, що відображаються в його карті [3].

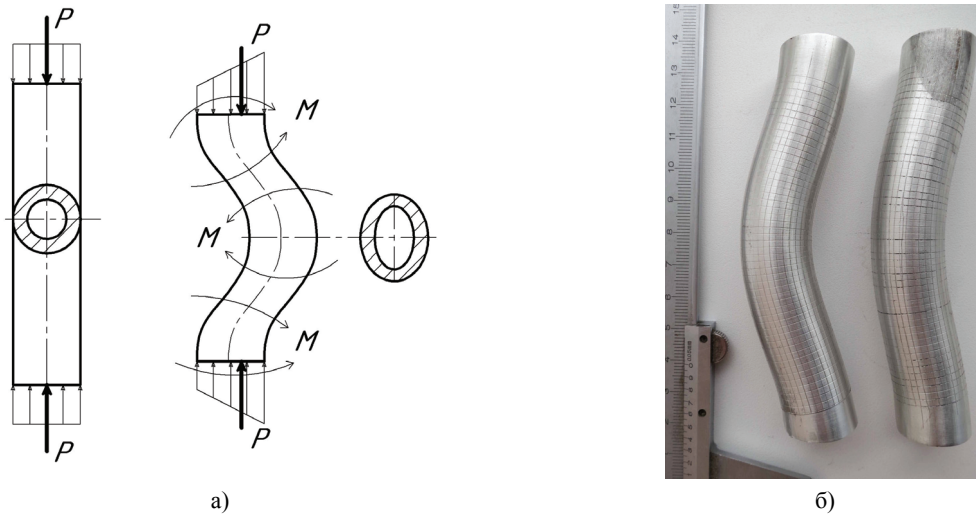


Рис. 1: а — осадження з вигином трубчастої заготовки; б — косинусоподібні фітинги

У низці робіт з дослідження стійкості пластичного формозмінювання відображені принципи, що дозволяють прогнозувати такий вид відмови. Зокрема, розв'язок для вільного згину труби [4], оснований на енергетичному критерії і аналітичних залежностях напружено-деформованого стану в процесі формоутворення. Відомі дослідження вказують на достатню точність інженерних формул, які базуються на вказаному підході [5, 6].

Енергетичний критерій, покладений в основу подальших досліджень, полягає в тому, що за значень полів напружень і деформацій, які дійсно реалізуються, варіація повної енергії системи набуває нульового значення [4, 7]:

$$\delta E = \delta(U - Q) = 0, \quad (1)$$

де  $E$  — повна енергія системи;  $Q$  — потенціал зовнішніх сил;  $U$  — повна робота внутрішніх сил.

Метою дослідження є прогнозування відхилення від круглої форми поперечного перерізу залежно від геометричних співвідношень виробу і параметрів карти металу для процесу формоутворення косинусоподібних фітингів за схемою осевого стискування трубної заготовки.

### Матеріали і результати досліджень

Робота деформувальних сил визначається за переміщенням вектора прикладання сили і її величини. Оскільки величина деформувальної сили мало змінюється під час розвитку овальності, то варіацією потенціалів зовнішніх навантажень в цій задачі можна знехтувати  $\delta Q \approx 0$ .

Роботу внутрішніх сил знайдемо за величиною питомої роботи  $W$ :

$$U = \iiint_V W \cdot dV, \quad (2)$$

де  $V$  — об'єм тіла (заготовки).

Питома робота внутрішніх сил  $W$  знаходиться з виразу [7]

$$W = \int_0^e \sigma_i de_i, \quad (3)$$

де  $\sigma_i$ ,  $e_i$  — інтенсивність напружень і деформацій, відповідно.

Деформації вздовж осі запишемо таким чином [8]:

$$e_\alpha = \ln \frac{\rho + r \sin \theta}{\rho + e} \approx \frac{1 + (r \sin \theta)/\rho}{1 + \delta/(1 + \delta)} - 1 = \frac{\delta/(1 + \delta) - (r \sin \theta)/\rho}{1 + \delta/(1 + \delta)}, \quad (4)$$

де  $\rho$  — поточний радіус кривизни зігнутої осі (рис. 2);  $\delta = (a - b \cdot m_0) \cdot \varepsilon$  — емпірична функція відносного укорочення осі;  $a$  і  $b$  — коефіцієнти, які не залежать від виду матеріалу і геометрії заготовки;  $\varepsilon$  — ступінь осадження ( $\varepsilon = (L_0 - H_k)/L_0$ );  $m_0 = L_0/d_H$  — параметр заготовки;  $s_0$ ,  $L_0$  — початкова товщина стінки і висота заготовки;  $d_H = 2r + s_0$  — зовнішній діаметр зразка;  $A$  та  $n$  — коефіцієнти апроксимації кривої течії згідно з виразом

$$\sigma_i = A e_i^n. \quad (5)$$

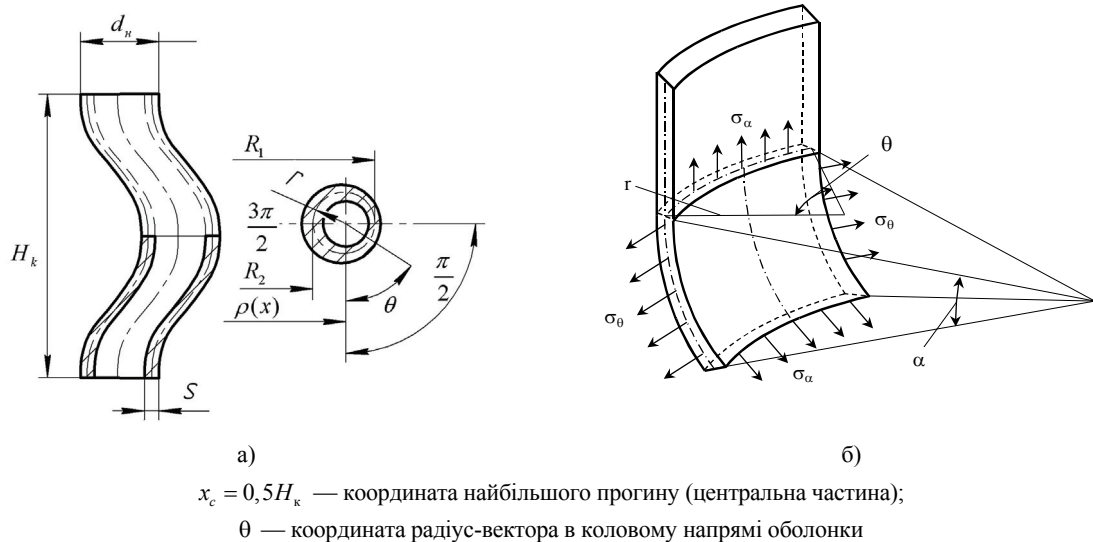


Рис. 2: а — геометричні параметри косинусоїдальної зігнутої труби; б — схема напруженого стану

Деформації в окружному ( $e_\theta$ ) і радіальному ( $e_s$ ) напрямках

$$e_\theta = -e_\alpha \frac{r + (2r + \rho) \sin \theta}{2r + (2\rho + r) \sin \theta}; \quad e_s = e_\alpha \frac{r - \rho + r/\sin \theta}{r + 2\rho + 2r/\sin \theta}. \quad (6)$$

Головні напруження в меридіональному і коловому напрямках [8]

$$\sigma_\alpha = A e_\alpha^n 2^n \left( 2 + \frac{r}{\rho + r \sin \theta} \right)^{-n} \left[ 1 + \frac{r}{\rho + r \sin \theta} + \left( \frac{r}{\rho + r \sin \theta} \right)^2 \right]^{0,5n-0,5}; \quad (7)$$

$$\sigma_\theta = -\sigma_\alpha \frac{r}{\rho + r \sin \theta}. \quad (8)$$

Для подальшого виведення залежностей опишемо геометричну вісь зігнутого патрубку дугами кіл. Прийmemo  $\rho(x) = \text{const} = R$ .

У такому разі з геометричних міркувань

$$R = \frac{H_k}{4 \sin \alpha}. \quad (9)$$

Центральні кути  $\alpha$  (рис. 3) спільно з радіусами визначають довжину геометричної осі заготовки, яка з урахуванням зменшення своєї довжини за рахунок осадження буде дорівнювати

$$4 \frac{H_k}{4 \sin \alpha} \alpha = L_0 (1 - \delta). \quad (10)$$

Надалі вважатимемо кути  $\alpha$  малими ( $\alpha \leq \pi/5$ ), що робить можливим розкладання в ряд функції синуса. Необхідну для практичних розрахунків точність дає врахування перших двох членів  $\sin \alpha = \alpha - \frac{\alpha^3}{6} + \dots$  [9], в результаті

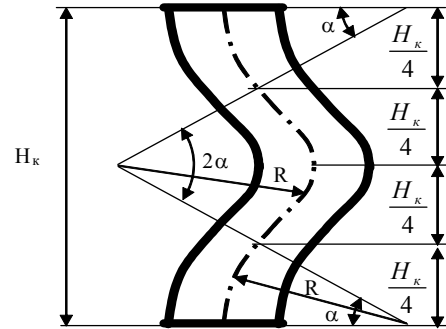


Рис. 3. Апроксимація геометричної осі фітинга дугами кіл

$$\alpha \approx \sqrt{6 - 6 \frac{H_k}{L_0 (1 - \delta)}}. \quad (11)$$

Відхилення від круглої форми характеризуватимемо приростом радіус-вектора  $r$  початкового кола на величину  $\omega$  (рис. 4).

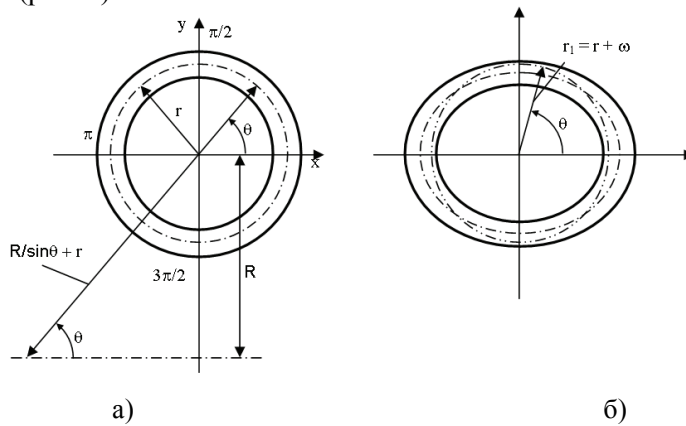


Рис. 4: а — початковий переріз заготовки; б — переріз з відхиленням від круглої форми (б)

Тоді осьова деформація запишеться таким чином:

$$e_{\alpha\Sigma} = \ln \frac{R + (\omega + r) \sin \theta}{R (1 + \delta / (1 + \delta))} \approx \frac{\delta / (1 + \delta) - (\omega + r) \sin \theta / R}{1 + \delta / (1 + \delta)}. \quad (12)$$

Функція  $\omega$  по суті визначає відхилення від круга середньої поверхні в довільній точці перерізу, що характеризується положенням радіус-вектора  $r$  по центральному куту  $\theta$ . Розкладемо  $\omega$  в тригонометричний ряд [9]. З урахуванням парності функції  $\omega$  маємо:

$$\omega = C_1 \cos 2\theta + C_2 \cos 4\theta \dots \approx C_1 \cos 2\theta, \quad (13)$$

де  $C_1, C_2 \dots$  — коефіцієнти ряду, що стрімко зменшуються зі зростанням порядкового номера.

Вираз радіуса-вектора, що характеризує серединну лінію в перерізі заготовки, набуде вигляду

$$r_1 = r + \omega = r + C \cos 2\theta, \tag{14}$$

де  $C$  — параметр, що визначає амплітудне максимальне відхилення  $r_1$  від  $r$ , тобто величину, за якою можна судити про відхилення форми перерізу від круга. Для подальших міркувань припускаємо, що  $C \ll r$ .

Пошук величини параметра  $C$  залежно від технологічних параметрів і властивостей металу є практичною стороною дослідження.

Деформація в коловому напрямі в перерізі некруглої форми може бути представлена як сума величини деформації для ідеально круглого перерізу і приросту  $e_{\theta 0}$ , що виникає унаслідок овалізації

$$e_{\theta \Sigma} = e_{\theta} + e_{\theta 0}. \tag{15}$$

Величина приросту колових деформацій  $e_{\theta 0}$  в довільній точці перерізу може бути знайдена з умови незмінності довжини серединного кола перерізу. Таке припущення виконується з точністю до 97 % і перевірене як експериментально, так і за допомогою методу скінченних елементів (МСЕ). Також введемо припущення про справедливість гіпотези Кірхгофа–Лява плоских нормалей, приведених до поверхні оболонки труби, що також знайшло підтвердження за МСЕ (рис. 5). Тобто радіус-вектори по товщині стінки не отримують викривлення, коли переріз перетвориться в овальний. Справедливість введених припущень розповсюджується на зону незначних пластичних деформацій (до 0,3...0,5) [4].

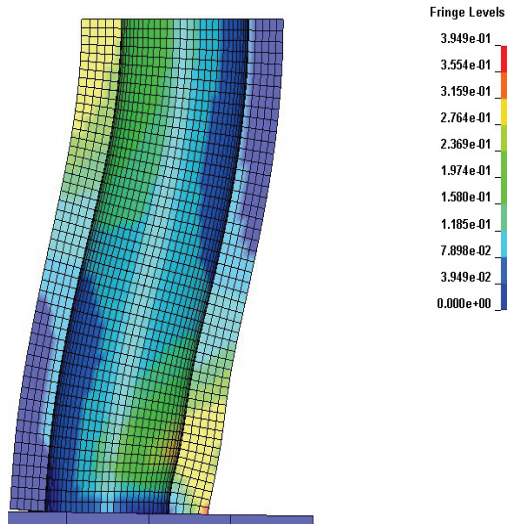


Рис. 5. Формозмінювання трубної заготовки і епюри інтенсивності деформацій, отримані за МСЕ

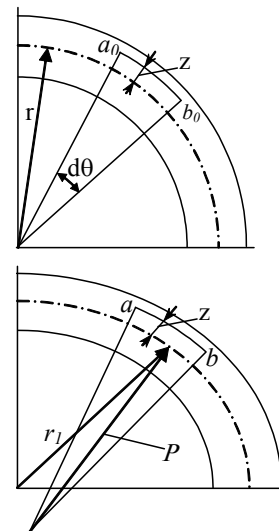


Рис. 6. Схема деформації волокна  $ab$

З геометричних міркувань запишемо (рис. 6)

$$e_{\theta 0} \approx \varepsilon_{\theta 0} = \frac{ab - a_0 b_0}{a_0 b_0} = \frac{(P+z)d\theta' - (r+z)d\theta}{(r+z)d\theta} = \frac{r + (r \cdot z \cdot P)}{r+z} - 1 = \frac{r \cdot z}{r+z} \left( P - \frac{1}{r} \right), \tag{16}$$

де  $P$  — кривизна серединної лінії;  $z$  — координата волокна по відношенню до серединної лінії.

Кривизна функції, яка задана аналітично, знаходиться за залежністю, що в полярних координатах має вигляд [9]

$$P = \frac{r_1^2 + 2r_1'^2 - r_1 r_1''}{(r_1^2 + r_1'^2)^{3/2}}. \tag{17}$$

Після знаходження відповідних похідних і, нехтуючи величинами, в які входить  $C^2$  (оскільки  $C \ll r$ ), отримаємо:

$$P \approx \frac{r + 6C \cos 2\theta}{\sqrt{r}(r + 2C \cos 2\theta)^{3/2}}. \quad (18)$$

Подальші перетворення пов'язані зі застосуванням бінома Вандермонда [9], що приводить до виразу

$$P \approx \frac{r + 6C \cos 2\theta}{r(r + 3C \cos 2\theta)}. \quad (19)$$

Після підстановки (19) в (16) отримаємо:

$$e_{\theta\theta} = \frac{z}{r+z} \cdot \frac{3C \cos 2\theta}{(r + 3C \cos 2\theta)}. \quad (20)$$

В результаті деформація  $e_{\theta\Sigma}$ , що враховує некруглу форму перерізу, перетвориться у вираз

$$e_{\theta\Sigma} = e_{\theta} + e_{\theta\theta} = -\frac{\delta/(1+\delta) - (r \sin \theta)/\rho}{1 + \delta/(1+\delta)} \cdot \frac{r + (2r + R) \sin \theta}{2r + (2R + r) \sin \theta} + \frac{r + 6C \cos 2\theta}{r(r + 3C \cos 2\theta)}. \quad (21)$$

Інтенсивність накопичених деформацій запишеться у вигляді

$$e_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{e_{\alpha\Sigma}^2 + e_{\theta\Sigma}^2 + e_{\alpha\Sigma}e_{\theta\Sigma}}. \quad (22)$$

У формулі (2) диференціал об'єму представимо в тороїдальних координатах  $dV = R(r+z) \cdot d\alpha \cdot d\theta \cdot dz$ .

Тоді повну роботу внутрішніх сил можна знайти інтегруванням залежності (2), яка набуде такого вигляду:

$$U = 4 \int_0^{\alpha} \int_0^{2\pi} \int_{-s/2}^{s/2} \frac{A}{n+1} \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \right)^{n+1} (e_{\alpha\Sigma}^2 + e_{\theta\Sigma}^2 + e_{\alpha\Sigma}e_{\theta\Sigma})^{1,5+n} R(r+z) \cdot d\alpha \cdot d\theta \cdot dz. \quad (23)$$

Вираз (23) містить в неявному вигляді параметр, який для дійсного напружено-деформованого стану надає виразу (2) екстремум (мінімум)

$$\frac{\partial E}{\partial C} = \frac{\partial U}{\partial C} = 0;$$

$$\frac{\partial 4 \int_0^{\alpha} \int_0^{2\pi} \int_{-s/2}^{s/2} \frac{A}{n+1} \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \right)^{n+1} (e_{\alpha\Sigma}^2 + e_{\theta\Sigma}^2 + e_{\alpha\Sigma}e_{\theta\Sigma})^{1,5+n} R(r+z) \cdot d\alpha \cdot d\theta \cdot dz}{\partial C} = 0. \quad (24)$$

Зазначимо, що підінтегральний вираз від аргументу  $\alpha$  не залежить, тоді після низки перетворень отримаємо

$$\int_0^{2\pi} \int_{-s/2}^{s/2} \frac{\partial (e_{\alpha\Sigma}^2 + e_{\theta\Sigma}^2 + e_{\alpha\Sigma}e_{\theta\Sigma})^{1,5+n}}{\partial C} (r+z) \cdot d\theta \cdot dz = 0. \quad (25)$$

Розв'язок рівняння (25) в квадратурах не знайдено, тому використані чисельні методи.

Виконана перевірка отриманих залежностей на прикладі формоутворення фітинга з латуні Л98. Початкові геометричні параметри заготовки:  $d_0 = 14$  мм,  $s_0 = 2,5$  мм,  $l_0 = 73$  мм,  $l_0/d_0 = 5,2$ ,  $d_0/s_0 = 5,6$ . Заготовку осаджували до розміру  $H_k = 64$  мм ( $\varepsilon = 0,137$ ) (рис. 7а). Експериментальні значення: довжина геометричної осі  $L = 66$  мм; відносне зменшення довжини  $\delta = 0,096$ . Максимальне відхилення від круглої форми, яке спостерігається в площині симетрії заготовки, склало 0,3 мм, розрахунок дав значення  $C = 0,33$  мм, що на 10 % відрізняється від експериментального. За МСЕ —  $C = 0,32$  мм (похибка 6,7 %).

Оскільки під час виведення залежностей вважали овалізацію малою по відношенню до середнього радіусу, то вважатимемо величину  $C_{\text{пр}} = 0,15r$  граничною. Отже, якщо за розрахунком

$C \geq C_{\text{пр}}$ , то овалізація буде значною і неприпустимою для зігнутого патрубку. Так, при подальшому осадженні заготовки (рис. 7б) до розміру  $H_k = 55$  мм за формулою (24)  $C = 1,2$  мм, що значно більше  $C_{\text{пр}} = 0,1r = 0,86$  мм. Виміряне відхилення від круглої форми склало  $C = 1,6$  мм.

Виходячи з отриманих результатів, можна зробити висновок про прийнятність запропонованих залежностей для розрахунку відхилення від круглої форми перерізу при виготовленні фітингів з косинусоїдальною віссю. Початковими для розрахунку величинами є геометричні параметри ( $l_0/d_0$ ,  $d_0/s_0$ ,  $H_k$ ) і властивості матеріалу (параметри його карти) у вигляді показника зміцнення  $n$ .

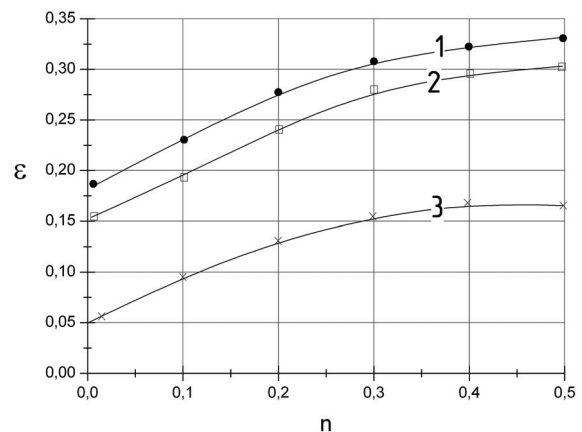
Особливий інтерес становить аналіз впливу показника  $n$  — одного з параметрів карти матеріалу — на величину максимального відхилення від круглої форми перерізу.

З використанням розроблених програм знаходили ступені деформацій, за яких значення овалізації складали  $C_{\text{пр}} = 0,15r$ . Варіювали співвідношенням  $l_0/d_0 = 4..6$ ,  $n = 0,01..0,5$  при  $d_0/s_0 = 5,5$ . Графіки граничних ступенів деформацій показані на рис. 8.

В результаті можна зробити висновок, що за інших рівних умов формозмінювання патрубка істотно залежить від показника деформаційного зміцнення  $n$ . Оскільки  $n$  залежить від партії постачання металу, то граничні значення технологічних параметрів, визначені за середніми (літературним) даними, як правило, відрізнятимуться від номінальних — для заготовки з цією геометрією. Якщо задатися відхиленням  $n \pm 0,05$ , то значення граничних ступенів деформацій, розрахованих для меншого  $n - 0,05$  і більшого  $n + 0,05$ ; можуть розходитися до 25 %. Причому ця чутливість при  $n = 0,01..0,3$  більша, ніж при  $n = 0,3..0,5$  (рис. 8). Отже встановлення достовірної величини  $n$  є важливою умовою технологічної підготовки процесу з метою уточнення граничних величин і призначення необхідної початкової довжини і ступеня осадження заготовки. Величину  $n$  можна досить просто визначити в умовах виробництва за методом вимірювання вихідної твердості матеріалу заготовки [10].



Рис. 7. Виріб: а — без істотної овалізації; б — зі значним відхиленням від круглої форми (матеріал — латунь Л98)



1 —  $l_0/d_0 = 4$ ,  $d_0/s_0 = 5,5$ ;

2 —  $l_0/d_0 = 5$ ,  $d_0/s_0 = 5,5$ ;

3 —  $l_0/d_0 = 6$ ,  $d_0/s_0 = 5,5$

Рис. 8. Залежність граничних ступенів деформацій  $\epsilon$  до виникнення овалізації  $C_{\text{пр}} = 0,15r$  від показника зміцнення  $n$

## Висновки

Розроблено експериментально-аналітичний метод оцінки розрахунку відхилення від круглої форми перерізу при формоутворенні патрубків, зігнутих осаджуванням. Початковими для розрахунку величинами є геометричні параметри ( $l_0/d_0$ ,  $d_0/s_0$ ,  $H_k$ ) і така властивість матеріалу як показник деформаційного зміцнення  $n$ . Граничне значення розрахункового відхилення від круглої форми складає  $C_{\text{пр}} = 0,15r$ . Виявлено, що за інших рівних умов овалізація істотно залежить від

показника  $n$ . Значення граничних ступенів деформацій, розрахованих для граничних  $n$ , з урахуванням можливого їх статистичного розкиду, можуть розходитися до 25 %. Уточнення величини  $n$  (наприклад, методом вимірювання твердості), середнє значення якого  $n < 0,3$  є важливою умовою технологічної підготовки процесу формоутворення з метою розрахунку граничних величин, початкової довжини і ступеня осадження заготовки.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Кухарь В. В. Определение геометрических характеристик осевого сечения продольно изгибаемой трубной заготовки при переходе в пластическую область / В. В. Кухарь, О. А. Лаврентик, В. Н. Возненко // Ресурсозберігаючі технології виробництва та обробки тиском матеріалів у машинобудуванні : зб. наук. пр. / СХУ ім. В. Даля. — Луганськ, 2005. — С. 73—79.
2. Кухарь В. В. Формоизменение при профилировании продольным изгибом заготовок с различной формой поперечного сечения / В. В. Кухарь // Вісник Національного технічного університету України «КПІ». Серія «Машинобудування». — К. : НТУУ «КПІ», 2010. — № 60. — С. 169—173. — ISSN 2305-9001.
3. Грушко О. В. Феноменологічні аспекти створення карт матеріалів для процесів холодного пластичного деформування / О. В. Грушко // Обработка материалов давлением : сб. науч. тр. — Краматорск : ДГМА, 2013. — № 1 (34). — С. 85—95. — ISSN 2076-2151.
4. Алексеев Ю. Н. Вопросы пластического течения металлов / Ю. Н. Алексеев. — Харьков, 1968. — 188 с.
5. Грушко А. В. Устойчивость пластического деформирования крутоизогнутых отводов / А. В. Грушко // Удосконалення процесів і обладнання обробки тиском в металургії і машинобудуванні : зб. наук. пр. — Краматорськ : ДДМА, 2003. — С. 384—387. — ISBN 966-7851-10-9.
6. Анализ пластического формоизменения в частных задачахковки и штамповки : моногр. / В. А. Гринкевич, В. В. Кухарь, М. В. Краев, В. А. Бурко. — Мариуполь : Газета «Приазовский рабочий», 2011. — 336 с.
7. Малинин Н. Н. Прикладная теория пластичности и ползучести / Н. Н. Малинин. — М. : Машиностроение, 1968. — 400 с.
8. Грушко А. В. Механика формообразования обводных патрубков продольным изгибом / А. В. Грушко, В. В. Кухарь, В. Н. Возненко // Наукові Вісті. Сучасні проблеми металургії. — Дніпропетровськ, 2005. — Т. ІХ : Пластична деформація металів. — С. 499—502. — ISBN 966-8421-07-8.
9. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров : определения, теоремы, формулы / Г. Корн, Т. Корн. — М. : Наука, 1973. — 831 с.
10. Грушко А. В. Определение параметров кривой течения материала по его твердости / А. В. Грушко // Обработка материалов давлением : сб. научн. трудов. — Краматорск : ДГМА, 2010. — № 2 (23). — С. 83—87. — ISSN 2076-2115.

Рекомендована кафедрою опору матеріалів і прикладної механіки ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 15.12.2014

**Грушко Олександр Володимирович** — д-р техн. наук, доцент, професор кафедри опору матеріалів і прикладної механіки, e-mail: grushko@svitonline.com.

Вінницький національний технічний університет, Вінниця

**O. V. Hrushko<sup>1</sup>**

## **Deviation from the circular shape cross-section in the process of forming the cosine shaped fittings with axial compression of pipe**

<sup>1</sup>Vinnitca National Technical University

*The estimation method of deviation from the circular shaped cross-section in the shaping cosine shaped fittings, bend with pipe shell blank. The method is based on the energy stability criterion and experimental and calculated dependences of stress-strain state. Initial data for calculation are geometric parameters of the product and material properties as an rate of strain hardening.*

**Keywords:** deviation from circular shape, buckling, the rate of strain hardening, cosine shaped fitting.

**Hrushko Oleksander V.** — Dr. Sc. (Eng.), Assistant Professor, Professor of the Chair of Resistance of Materials and Applied Mechanics, e-mail: grushko@svitonline.com

А. В. Грушко<sup>1</sup>

## Отклонение от круглой формы поперечного сечения при формировании косинусообразных фитингов осевым сжатием трубы

<sup>1</sup>Винницкий национальный технический университет

*Разработан метод оценки отклонения от круглой формы сечения при формообразовании косинусообразных фитингов, согнутых осадкой трубной заготовки. В основе метода лежит энергетический критерий устойчивости и экспериментально-расчетные зависимости напряженно-деформированного состояния. Первоначальными данными для расчета являются геометрические параметры изделия и свойства материала в виде показателя деформационного упрочнения.*

**Ключевые слова:** отклонение от круглой формы, потеря устойчивости, показатель деформационного упрочнения, косинусообразный фитинг.

*Грушко Александр Владимирович* — д-р техн. наук, доцент, профессор кафедры сопротивления материалов и прикладной механики, e-mail: grushko@svitonline.com