ЕНЕРГЕТИКА ТА ЕЛЕКТРОТЕХНІКА

УДК 62–838

О. Б. Мокін[1]
Б. І. Мокін[1]
В. А. Лобатюк[1]

МОДИФІКАЦІЯ МЕТОДУ ІДЕНТИФІКАЦІЇ МОДЕЛЕЙ ОПТИМАЛЬНОГО РУХУ ГІБРИДНОГО АВТОМОБІЛЯ З НЕПРАЦЮЮЧОЮ СИСТЕМОЮ ЕЛЕКТРОПРИВОДА ДЛЯ ВИПАДКУ, КОЛИ, ДОСЯГНУВШИ КІНЦЕВОГО ПУНКТУ, АВТОМОБІЛЬ ПРОДОВЖУЄ РУХ

[1]Вінницький національний технічний університет

Здійснена модифікація методу ідентифікації моделей оптимального руху гібридного автомобіля з непрацюючою системою електропривода для випадку, коли в кінцевому пункті автомобіль не зупиняється, а продовжує рухатись далі.

Ключові слова: модель оптимального руху, гібридний автомобіль, двигун постійного струму, двигун внутрішнього згоряння.

Вихідні передумови та постановка задачі

В роботі [1] нами синтезовані математичні моделі оптимального руху гібридних транспортних засобів, тобто таких, які мають комбінований привод від двигуна внутрішнього згорання та від електричного двигуна постійного струму, в задачі оптимізації руху цих транспортних засобів дорогою, яка крім горизонтальних ділянок містить спуски та підйоми, за умови, що систему електропривода відключено — тобто, за умови, що рух гібридного автомобіля здійснюється виключно лише за допомогою двигуна внутрішнього згорання. Ці математичні моделі мають вигляд:

для швидкості оптимального руху як горизонтальними ділянками дороги, так і на спуск та підйом

$$\nu=\left\{\frac{q^3}{8C_2^3}-\frac{3q^2}{2C_2}(\tau+C_1)+\left[\left(-\frac{q^3}{8C_2^3}+\frac{3q^2}{2C_2}(\tau+C_1)\right)^2+\left(-\frac{q^2}{4C_2^2}\right)^3\right]^{\frac{1}{2}}\right\}^{\frac{1}{3}}+$$
$$+\left\{\frac{q^3}{8C_2^3}-\frac{3q^2}{2C_2}(\tau+C_1)-\left[\left(-\frac{q^3}{8C_2^3}+\frac{3q^2}{2C_2}(\tau+C_1)\right)^2+\left(-\frac{q^2}{4C_2^2}\right)^3\right]^{\frac{1}{2}}\right\}^{\frac{1}{3}}+\frac{q}{2C_2}; \quad (1)$$

для оптимальних витрат пального:

— під час руху горизонтальною ділянкою дороги

$$q=\nu\frac{d\nu}{d\tau}+f_0\nu+f_1\nu^2+f_2\nu^3; \quad (2)$$

— під час руху на спуск

$$q=\nu\frac{d\nu}{d\tau}-f_0^*\nu\sin\beta+f_0\nu\cos\beta+f_1\nu^2+f_2\nu^3; \quad (3)$$

— під час руху на підйом

$$q = \nu\frac{d\nu}{d\tau} + f_0^*\nu\sin\beta + f_0\nu\cos\beta + f_1\nu^2 + f_2\nu^3 . \tag{4}$$

Нагадаємо, що інформація про значення усіх символів, використаних в математичних моделях (1)—(4), приведена в роботі [2].

В роботі [3] запропоновано метод ідентифікації цих моделей, обчислювальна процедура для визначення параметрів яких має вигляд:

— для моделі оптимальної швидкості руху гібридного автомобіля горизонтальним відрізком дороги

$$\nu_i^{(n+1)} = \frac{1}{f_0}\left(q_i^{(n)} - \nu_i^{(n)}\nu_{i+1} - \left(f_1 - 1\right)\left(\nu_i^{(n)}\right)^2 - f_2\left(\nu_i^{(n)}\right)^3 \right),\ n = 0, 1, 2,...; \tag{5}$$

— для моделі оптимальної швидкості руху гібридного автомобіля на спуск,

$$\nu_i^{(n+1)} = \frac{1}{f_0\cos\beta - f_0^*\sin\beta}\left(q_i^{(n)} - \nu_i^{(n)}\nu_{i+1} - \left(f_1 - 1\right)\left(\nu_i^{(n)}\right)^2 - f_2\left(\nu_i^{(n)}\right)^3 \right),\ n = 0, 1, 2,...; \tag{6}$$

— для моделі оптимальної швидкості руху гібридного автомобіля на підйом

$$\nu_i^{(n+1)} = \frac{1}{f_0\cos\beta + f_0^*\sin\beta}\left(q_i^{(n)} - \nu_i^{(n)}\nu_{i+1} - \left(f_1 - 1\right)\left(\nu_i^{(n)}\right)^2 - f_2\left(\nu_i^{(n)}\right)^3 \right),\ n = 0, 1, 2,...; \tag{7}$$

— для моделі оптимальних витрат пального

$$\begin{aligned} q_i^{(n+1)} = 2C_2^*\Bigg\{ \nu_i^{(n)} - \Bigg\{ & \frac{\left(q_i^{(n)}\right)^3}{8\left(C_2^*\right)^3} - \frac{3\left(q_i^{(n)}\right)^2}{2C_2^*}\left(\tau_i + C_1^*\right) + \left[\left[-\frac{\left(q_i^{(n)}\right)^3}{8\left(C_2^*\right)^3} + \frac{3\left(q_i^{(n)}\right)^2}{2C_2^*}\left(\tau_i + C_1^*\right)\right]^2 + \right. \\ & \left. + \left(-\frac{\left(q_i^{(n)}\right)^2}{4\left(C_2^*\right)^2}\right)^3 \right]^{\frac{1}{2}} \Bigg\}^{\frac{1}{3}} - \Bigg\{ \frac{\left(q_i^{(n)}\right)^3}{8\left(C_2^*\right)^3} - \frac{3\left(q_i^{(n)}\right)^2}{2C_2^*}\left(\tau_i + C_1^*\right) - \left[\left[-\frac{\left(q_i^{(n)}\right)^3}{8\left(C_2^*\right)^3} + \frac{3\left(q_i^{(n)}\right)^2}{2C_2^*}\left(\tau_i + C_1^*\right)\right]^2 + \right. \\ & \left. + \left(-\frac{\left(q_i^{(n)}\right)^2}{4\left(C_2^*\right)^2}\right)^3 \right]^{\frac{1}{2}} \Bigg\}^{\frac{1}{3}} \Bigg\}, \qquad n = 0, 1, 2,... . \end{aligned} \tag{8}$$

Нагадаємо, що обчислювальна процедура послідовних наближень (8) реалізується одночасно з однією із обчислювальних процедур (5), (6) або (7) в залежності від характеру відрізку дороги, по якому рухається гібридний автомобіль, і може бути запущена лише за умови, що відоме числове значення констант C_1^*, C_2^*, для визначення яких з використанням граничних умов

— на лівій границі

$$\begin{aligned} \nu\big|_{\tau=0} &= 0; \\ q\big|_{\tau=0} &= q_0; \end{aligned} \tag{9}$$

— на правій границі

$$\begin{aligned} \nu\big|_{\tau=\tau_l} &= 0; \\ q\big|_{\tau=\tau_l} &= q_0 \end{aligned} \tag{10}$$

нами була розроблена ще й обчислювальна процедура сумісного розв’язання рівнянь:

$$\begin{gathered}\left\{\frac{q_0{}^3}{8C_2^3}-\frac{3q_0{}^2}{2C_2}C_1+\left[\left(-\frac{q_0{}^3}{8C_2^3}+\frac{3q_0{}^2}{2C_2}C_1\right)^2+\left(-\frac{q_0{}^2}{4C_2^2}\right)^3\right]^{\frac{1}{2}}\right\}^{\frac{1}{3}}+\\+\left\{\frac{q_0{}^3}{8C_2^3}-\frac{3q_0{}^2}{2C_2}C_1-\left[\left(-\frac{q_0{}^3}{8C_2^3}+\frac{3q_0{}^2}{2C_2}C_1\right)^2+\left(-\frac{q_0{}^2}{4C_2^2}\right)^3\right]^{\frac{1}{2}}\right\}^{\frac{1}{3}}+\frac{q_0}{2C_2}=0;\end{gathered}\tag{11}$$

$$\begin{gathered}\left\{\frac{q_0{}^3}{8C_2^3}-\frac{3q_0{}^2}{2C_2}\left(\tau_q+C_1\right)+\left[\left(-\frac{q_0{}^3}{8C_2^3}+\frac{3q_0{}^2}{2C_2}\left(\tau_q+C_1\right)\right)^2+\left(-\frac{q_0{}^2}{4C_2^2}\right)^3\right]^{\frac{1}{2}}\right\}^{\frac{1}{3}}+\\+\left\{\frac{q_0{}^3}{8C_2^3}-\frac{3q_0{}^2}{2C_2}\left(\tau_q+C_1\right)-\left[\left(-\frac{q_0{}^3}{8C_2^3}+\frac{3q_0{}^2}{2C_2}\left(\tau_q+C_1\right)\right)^2+\left(-\frac{q_0{}^2}{4C_2^2}\right)^3\right]^{\frac{1}{2}}\right\}^{\frac{1}{3}}+\frac{q_0}{2C_2}=0\end{gathered}\tag{12}$$

відносно C_1, C_2.

Тож цілком очевидно, що в разі, якщо гібридний автомобіль, що доїхав до кінцевого пункту ділянки дороги, для якої задані граничні умови (10), не зупиняється, оскільки для нього, наприклад, горить зелене світло світлофора, то числові значення констант C_1, C_2 для їх використання в обчислювальній процедурі (8) необхідно обчислювати без використання граничних умов (10), а виходячи із якихось інших умов, визначення яких ми і здійснимо в основному розділі цієї статті.

Розв'язання поставленої задачі

Ця задача розв'язувалась би за тією ж схемою, що і попередня, якби в момент відносного часу τ_l^*, який завжди буде меншим τ_l, нам уже були відомими не лише значення ν_l^* відносної швидкості у цей проміжний момент часу τ_l^* та значення q_l^* відносних витрат палива, тобто ліві граничні умови

$$\begin{gathered}\nu\left(\tau_l^*\right)=\nu_l^*;\\q\left(\tau_l^*\right)=q_l^*,\end{gathered}\tag{13}$$

але щоби були відомими значення ν_l відносної швидкості та значення q_l відносних витрат палива і у кінцевий момент часу τ_l, тобто, щоби були відомими і праві граничні умови

$$\begin{gathered}\nu\left(\tau_l\right)=\nu_l;\\q\left(\tau_l\right)=q_l,\end{gathered}\tag{14}$$

в кінці відрізка дороги довжиною *l*.

Але, якщо ліві граничні умови (13) в момент часу, коли ми починаємо розуміти, що є можливість в кінці відрізка дороги довжиною l не зупинятись, ми дійсно знаємо, то праві граничні умови (14) нам у цей проміжний момент часу невідомі.

Тож для обчислення чисельних значень C_1^*, C_2^* констант C_1, C_2 у цьому випадку ми, скориставшись виразом (1) і лівими граничними умовами (13), можемо скласти із двох потрібних нам лише одне рівняння, яке матиме вигляд

$$\left\{\frac{\left(q_l^*\right)^3}{8C_2^3}-\frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}\left(\tau_l^*+C_1\right)+\left[\left[-\frac{(q_l^*)^3}{8C_2^3}+\frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}\left(\tau_l^*+C_1\right)\right]^2+\left(-\frac{(q_l^*)^2}{4C_2^2}\right)^3\right]^{\frac{1}{2}}\right\}^{\frac{1}{3}}+$$
$$+\left\{\frac{(q_l^*)^3}{8C_2^3}-\frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}\left(\tau_l^*+C_1\right)-\left[\left[-\frac{(q_l^*)^3}{8C_2^3}+\frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}\left(\tau_l^*+C_1\right)\right]^2+\left(-\frac{(q_l^*)^2}{4C_2^2}\right)^3\right]^{\frac{1}{2}}\right\}^{\frac{1}{3}}+\frac{q_l^*}{2C_2}=\nu_l^*, \tag{15}$$

а для складення другого потрібного нам рівняння ми повинні використати замість правих невідомих нам граничних умов (14) якісь інші умови, які нам відомі. І в якості цієї другої відомої нам умови доцільно використати введений у роботі [2] функціонал

$$\int_{\tau_l^*}^{\tau_l}\nu(\tau)d\tau=l-l^*, \tag{16}$$

який зв'язує відносну швидкість ν з довжиною відрізка дороги l і часом τ_l, необхідним для подолання автомобілем цього відрізку, та відрізком l^*, який уже подоланий автомобілем за час τ_l^*.

Зрозуміло, що після підстановки виразу (1) у функціонал (16) ми отримаємо такий інтеграл, який відноситься до числа тих, що в аналітичній формі не беруться, а тому перш ніж підставляти вираз (1) у функціонал (16) розкладемо його в ряд Тейлора в околі точки τ_l^*, утримавши в цьому ряду лише перших три члени, тобто, апроксимувавши вираз (1) так:

$$\nu(\tau)\approx\nu\left(\tau_l^*\right)+\nu'\left(\tau_l^*\right)\left(\tau-\tau_l^*\right)+\frac{\nu''\left(\tau_l^*\right)}{2}\left(\tau-\tau_l^*\right)^2. \tag{17}$$

Підставляючи вираз (17) у функціонал (16), матимемо

$$\int_{\tau_l^*}^{\tau_l}\left(\nu\left(\tau_l^*\right)+\nu'\left(\tau_l^*\right)\left(\tau-\tau_l^*\right)+\frac{\nu''\left(\tau_l^*\right)}{2}\left(\tau-\tau_l^*\right)^2\right)d\tau=l-l^*, \tag{18}$$

або

$$\nu\left(\tau_l^*\right)\left(\tau_l-\tau_l^*\right)+\frac{\nu'\left(\tau_l^*\right)}{2}\left(\tau_l-\tau_l^*\right)^2+\frac{\nu''\left(\tau_l^*\right)}{6}\left(\tau_l-\tau_l^*\right)^3=l-l^*, \tag{19}$$

де

$$\nu(\tau_l^*)=\left\{\frac{(q_l^*)^3}{8C_2^3}-\frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}\left(\tau_l^*+C_1\right)+\left[\left[-\frac{(q_l^*)^3}{8C_2^3}+\frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}\left(\tau_l^*+C_1\right)\right]^2+\left(-\frac{(q_l^*)^2}{4C_2^2}\right)^3\right]^{\frac{1}{2}}\right\}^{\frac{1}{3}}+$$
$$+\left\{\frac{(q_l^*)^3}{8C_2^3}-\frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}\left(\tau_l^*+C_1\right)-\left[\left[-\frac{(q_l^*)^3}{8C_2^3}+\frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}\left(\tau_l^*+C_1\right)\right]^2+\left(-\frac{(q_l^*)^2}{4C_2^2}\right)^3\right]^{\frac{1}{2}}\right\}^{\frac{1}{3}}+\frac{q_l^*}{2C_2}, \tag{20}$$

або

$$\nu\left(\tau_l^*\right)=\psi_1\left(C_1,C_2\right)+\psi_2\left(C_1,C_2\right)+\frac{q_l^*}{2C_2}; \tag{21}$$

$$
\begin{aligned}
\nu'(\tau_l^*) = {} & \left\{\frac{(q_l^*)^3}{8C_2^3}-\frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}\left(\tau_l^*+C_1\right)+\left[\left[-\frac{(q_l^*)^3}{8C_2^3}+\frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}\left(\tau_l^*+C_1\right)\right]^2+\left(-\frac{(q_l^*)^2}{4C_2^2}\right)^3\right]^{\frac{1}{2}}\right\}^{-\frac{2}{3}}\times \\
& \times\left\{-\frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}+\frac{1}{2}\left[\left[-\frac{(q_l^*)^3}{8C_2^3}+\frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}\left(\tau_l^*+C_1\right)\right]^2+\left(-\frac{(q_l^*)^2}{4C_2^2}\right)^3\right]^{-\frac{1}{2}}\right\}\left[-\frac{(q_l^*)^3}{8C_2^3}+\frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}\left(\tau_l^*+C_1\right)\right]\frac{(q_l^*)^2}{C_2}+ \\
& +\left\{\frac{(q_l^*)^3}{8C_2^3}-\frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}\left(\tau_l^*+C_1\right)-\left[\left[-\frac{(q_l^*)^3}{8C_2^3}+\frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}\left(\tau_l^*+C_1\right)\right]^2+\left(-\frac{(q_l^*)^2}{4C_2^2}\right)^3\right]^{\frac{1}{2}}\right\}^{-\frac{2}{3}}\times \\
& \times\left\{-\frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}-\frac{1}{2}\left[\left[-\frac{(q_l^*)^3}{8C_2^3}+\frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}\left(\tau_l^*+C_1\right)\right]^2+\left(-\frac{(q_l^*)^2}{4C_2^2}\right)^3\right]^{-\frac{1}{2}}\right\}\left[-\frac{(q_l^*)^3}{8C_2^3}+\frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}\left(\tau_l^*+C_1\right)\right]\frac{(q_l^*)^2}{C_2},
\end{aligned}
\tag{22}
$$

або

$$
\nu'\left(\tau_l^*\right)=\psi_3\left(C_1,C_2\right)+\psi_4\left(C_1,C_2\right);
\tag{23}
$$

$$
\begin{aligned}
\nu''(\tau_l^*) = {} & -\left\{\frac{(q_l^*)^3}{8C_2^3}-\frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}\left(\tau_l^*+C_1\right)+\left[\left[-\frac{(q_l^*)^3}{8C_2^3}+\frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}\left(\tau_l^*+C_1\right)\right]^2+\left(-\frac{(q_l^*)^2}{4C_2^2}\right)^3\right]^{\frac{1}{2}}\right\}^{-\frac{5}{3}}\times \\
& \times\left\{-\frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}-\frac{1}{2}\left[\left[-\frac{(q_l^*)^3}{8C_2^3}+\frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}\left(\tau_l^*+C_1\right)\right]^2+\left(-\frac{(q_l^*)^2}{4C_2^2}\right)^3\right]^{-\frac{1}{2}}\right\}^2\times \\
& \times\left[-\frac{(q_l^*)^3}{8C_2^3}+\frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}\left(\tau_l^*+C_1\right)\right]^2\frac{2(q_l^*)^4}{C_2^2}+ \\
& +\left\{\frac{(q_l^*)^3}{8C_2^3}-\frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}\left(\tau_l^*+C_1\right)+\left[\left[-\frac{(q_l^*)^3}{8C_2^3}+\frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}\left(\tau_l^*+C_1\right)\right]^2+\left(-\frac{(q_l^*)^2}{4C_2^2}\right)^3\right]^{\frac{1}{2}}\right\}^{-\frac{2}{3}}\times \\
& \times\left\{-\frac{1}{4}\left[\left[-\frac{(q_l^*)^3}{8C_2^3}+\frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}\left(\tau_l^*+C_1\right)\right]^2+(-\frac{(q_l^*)^2}{4C_2^2})^3\right]^{-\frac{3}{2}}\right\}\times \\
& \times\left[-\frac{(q_l^*)^3}{8C_2^3}+\frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}\left(\tau_l^*+C_1\right)\right]^2\frac{3(q_l^*)^4}{C_2^2}+
\end{aligned}
$$

$$+\left\{\frac{(q_l^*)^3}{8C_2^3}-\frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}\left(\tau_l^*+C_1\right)-\left[\left[-\frac{(q_l^*)^3}{8C_2^3}+\frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}\left(\tau_l^*+C_1\right)\right]^2+\left(-\frac{(q_l^*)^2}{4C_2^2}\right)^3\right]^{\frac{1}{2}}\right\}^{-\frac{2}{3}}\times$$

$$\times\left\{\frac{1}{4}\left[\left[-\frac{(q_l^*)^3}{8C_2^3}+\frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}\left(\tau_l^*+C_1\right)\right]^2+\left(-\frac{(q_l^*)^2}{4C_2^2}\right)^3\right]^{-\frac{3}{2}}\right\}\times \tag{24}$$

$$\times\left[-\frac{(q_l^*)^3}{8C_2^3}+\frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}\left(\tau_l^*+C_1\right)\right]^2\frac{3(q_l^*)^4}{C_2^2}+$$

$$+\left\{\frac{(q_l^*)^3}{8C_2^3}-\frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}\left(\tau_l^*+C_1\right)+\left[\left[-\frac{(q_l^*)^3}{8C_2^3}+\frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}\left(\tau_l^*+C_1\right)\right]^2+\left(-\frac{(q_l^*)^2}{4C_2^2}\right)^3\right]^{\frac{1}{2}}\right\}^{-\frac{2}{3}}\times$$

$$\times\left\{-\frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}+\frac{1}{2}\left[\left[-\frac{(q_l^*)^3}{8C_2^3}+\frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}\left(\tau_l^*+C_1\right)\right]^2+\left(-\frac{(q_l^*)^2}{4C_2^2}\right)^3\right]^{-\frac{1}{2}}\right\}\frac{3(q_l^*)^4}{2C_2^2}+$$

$$+\left\{\frac{(q_l^*)^3}{8C_2^3}-\frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}\left(\tau_l^*+C\right)_1-\left[\left[-\frac{(q_l^*)^3}{8C_2^3}+\frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}\left(\tau_l^*+C_1\right)\right]^2+\left(-\frac{(q_l^*)^2}{4C_2^2}\right)^3\right]^{\frac{1}{2}}\right\}^{-\frac{2}{3}}\times$$

$$\times\left\{-\frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}-\frac{1}{2}\left[\left[-\frac{(q_l^*)^3}{8C_2^3}+\frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}\left(\tau_l^*+C_1\right)\right]^2+\left(-\frac{(q_l^*)^2}{4C_2^2}\right)^3\right]^{-\frac{1}{2}}\right\}\frac{3(q_l^*)^4}{2C_2^2},$$

або

$$\nu''\left(\tau_l^*\right)=-\psi_5\left(C_1,C_2\right)-\psi_6\left(C_1,C_2\right)+\psi_7\left(C_1,C_2\right)+\psi_8\left(C_1,C_2\right)+\psi_9\left(C_1,C_2\right)+\psi_{10}\left(C_1,C_2\right). \tag{25}$$

Підставляючи вирази (21), (23), (25) в (19), отримаємо:

$$\begin{aligned}l-l^*=&\left(\psi_1\left(C_1,C_2\right)+\psi_2\left(C_1,C_2\right)+\frac{q_l^*}{2C_2}\right)\left(\tau_l-\tau_l^*\right)+\frac{\psi_3\left(C_1,C_2\right)+\psi_4\left(C_1,C_2\right)}{2}\left(\tau_l-\tau_l^*\right)^2+\\&+\frac{-\psi_5\left(C_1,C_2\right)-\psi_6\left(C_1,C_2\right)+\psi_7\left(C_1,C_2\right)+\psi_8\left(C_1,C_2\right)+\psi_9\left(C_1,C_2\right)+\psi_{10}\left(C_1,C_2\right)}{6}\left(\tau_l-\tau_l^*\right)^3\end{aligned} \tag{26}$$

або
$$l-l^*=\psi_{11}\left(C_1,C_2\right)+\frac{q_l^*\left(\tau_l-\tau_l^*\right)}{2C_2}, \tag{27}$$

де

$$\begin{aligned}\psi_{11}\left(C_1,C_2\right)=&\left(\psi_1\left(C_1,C_2\right)+\psi_2\left(C_1,C_2\right)\right)\left(\tau_l-\tau_l^*\right)+\frac{\psi_3\left(C_1,C_2\right)+\psi_4\left(C_1,C_2\right)}{2}\left(\tau_l-\tau_l^*\right)^2+\\&+\frac{-\psi_5\left(C_1,C_2\right)-\psi_6\left(C_1,C_2\right)+\psi_7\left(C_1,C_2\right)+\psi_8\left(C_1,C_2\right)+\psi_9\left(C_1,C_2\right)+\psi_{10}\left(C_1,C_2\right)}{6}\left(\tau_l-\tau_l^*\right)^3.\end{aligned} \tag{28}$$

Рівняння (27) і буде тим другим рівнянням, розв'язуючи яке сумісно з рівняння (15), отримаємо числові значення C_1^*, C_2^* констант C_1, C_2, потрібних нам для реалізації законів оптимального руху (5)—(8) при виконанні граничних умов (13) і (16).

Покажемо, як алгоритмізувати цю обчислювальну процедуру.

Дивлячись на вираз (27), бачимо, що за його допомогою зручно обчислювати C_2, адже цей вираз легко перетворюється до вигляду

$$C_2^{(i+1)} = \frac{q_l^*\left(\tau_l - \tau_l^*\right)}{2\left(l - l^* - \psi_{11}\left(C_1^{(i)}, C_2^{(i)}\right)\right)},\ i = 0, 1, 2, \ldots . \tag{29}$$

А для обчислення C_1 після перенесення з лівої частини рівняння (15) у праву частину одного з доданків і підняття до третього степеня обох частин рівняння, що утворилось після перенесення цього доданка у праву частину, отримаємо вираз

$$\frac{(q_l^*)^3}{8C_2^3} - \frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}\left(\tau_l^* + C_1\right) + \left\{\left[-\frac{(q_l^*)^3}{8C_2^3} + \frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}\left(\tau_l^* + C_1\right)\right]^2 + \left(-\frac{(q_l^*)^2}{4C_2^2}\right)^3\right\}^{\frac{1}{2}} =$$

$$= \left\{\nu_l^* - \left\{\frac{(q_l^*)^3}{8C_2^3} - \frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}\left(\tau_l^* + C_1\right) - \left[\left[-\frac{(q_l^*)^3}{8C_2^3} + \frac{3(q_l^*)^2}{2C_2}\left(\tau_l^* + C_1\right)\right]^2 + \left(-\frac{(q_l^*)^2}{4C_2^2}\right)^3\right]^{\frac{1}{2}}\right\}^{\frac{1}{3}} - \frac{q_l^*}{2C_2}\right\}^3, \tag{30}$$

з якого випливає, що

$$C_1^{(i+1)} = \frac{2C_2^{(i)}}{3(q_l^*)^2}\left\{\frac{(q_l^*)^3}{8\left(C_2^{(i)}\right)^3} - \frac{3(q_l^*)^2}{2C_2^{(i)}}\tau_l^* + \left[\left[-\frac{(q_l^*)^3}{8\left(C_2^{(i)}\right)^3} + \frac{3(q_l^*)^2}{2C_2^{(i)}}\left(\tau_l^* + C_1^{(i)}\right)\right]^2 + \right.\right.$$

$$\left.+\left(-\frac{(q_l^*)^2}{4\left(C_2^{(i)}\right)^2}\right)^3\right]^{\frac{1}{2}} - \left\{\nu_l^* - \left\{\frac{(q_l^*)^3}{8\left(C_2^{(i)}\right)^3} - \frac{3(q_l^*)^2}{2C_2^{(i)}}\left(\tau_l^* + C_1^{(i)}\right) - \right.\right. \tag{31}$$

$$\left.\left.\left.- \left[\left[-\frac{(q_l^*)^3}{8\left(C_2^{(i)}\right)^3} + \frac{3(q_l^*)^2}{2C_2^{(i)}}\left(\tau_l^* + C_1^{(i)}\right)\right]^2 + \left(-\frac{(q_l^*)^2}{4\left(C_2^{(i)}\right)^2}\right)^3\right]^{\frac{1}{2}}\right\}^{\frac{1}{3}} - \frac{q_l^*}{2C_2^{(i)}}\right\}^3\right\},\ i = 0,1,2,\ldots$$

І у цьому випадку, як і в роботі [3], починати ітераційний процес доцільно зі значень

$$C_1^{(0)} = 1; \quad C_2^{(0)} = 1, \tag{32}$$

оскільки в силу наявності як прямих так і обернених кубічних процедур в ітераційних виразах (29), (31), які чисельно швидко наростають при основах, більших одиниці, і чисельно швидко спадають при основах, менших одиниці, ітераційний процес буде швидко сходитись до прийнятних для нас значень C_1^*, C_2^*, за які можна взяти ті ітераційні значення $C_1^{(i)}, C_2^{(i)}$, котрі задовольняють заданим нами оцінкам ε похибки, тобто для яких одночасно виконуватимуться нерівності:

$$\left|\frac{C_1^{(i+1)} - C_1^{(i)}}{C_1^{(i)}}\right| \le \varepsilon; \quad \left|\frac{C_2^{(i+1)} - C_2^{(i)}}{C_2^{(i)}}\right| \le \varepsilon. \tag{33}$$

І у цьому випадку, як і в роботі [3], звертаємо увагу на те, що вирази (29), (31) містять в собі лише алгебраїчні операції, тому цілком логічним є припущення, що їх обчислення на кожному ітераційному кроці не перевищуватиме кількох мікросекунд, що в свою чергу дозволяє зробити припущення, що весь ітераційний процес обчислення чисельних значень C_1^*, C_2^* за достатніх для задачі практичної оптимізації значеннях $\varepsilon = 0,05$ займатиме не більше кількох десятків мікросекунд.

Висновки

Здійснена модифікація методу ідентифікації моделей оптимального руху гібридного автомобіля з непрацюючою системою електропривода для випадку, коли в кінцевому пункті автомобіль не зупиняється, а продовжує рухатись далі.

Суть модифікації полягає у тому, що числові значення C_1^*, C_2^* констант C_1, C_2 в моделях оптимального руху автомобіля, починаючи з точки, у якій ми починаємо формувати траєкторію руху автомобіля без зупинки на границі дільниці дороги, для якої були синтезовані моделі оптимального руху, обчислюються не за кінцевими граничними умовами, а за числовими значеннями швидкості і витрат пального у точці початку формування цієї траєкторії та за числовим значенням обмежуючого функціоналу для заключної ділянки дороги.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Мокін О. Б. Оптимізація руху гібридного автомобіля з непрацюючою системою електропривода [Електронний ресурс] / О. Б. Мокін, Б. І. Мокін, В. А. Лобатюк // Наукові праці Вінницького національного технічного університету. — 2015. — № 4. — Режим доступу : http://praci.vntu.edu.ua/index.php/praci .

2. Декомпозиція задачі оптимізації руху транспортного засобу з комбінованим приводом [Електронний ресурс] / [О. Б. Мокін, Б. І. Мокін, В. А. Лобатюк, О. П. Кубрак] // Наукові праці Вінницького національного технічного університету. — 2015. — № 3. — Режим доступу : http://praci.vntu.edu.ua/index.php/praci .

3. Мокін О. Б. Обчислювальний метод для ідентифікації моделей оптимального руху від зупинки до зупинки за заданий час гібридного автомобіля з непрацюючою системою електропривода / О. Б. Мокін, Б. І. Мокін, В. А. Лобатюк// Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2015. — № 6. — С.43—51.

Рекомендована кафедрою відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів ВНТУ

Стаття надійшла 9.10.2015

Мокін Олександр Борисович — д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів, e-mail: abmokin@gmail.com;

Мокін Борис Іванович — акад. НАПН України, д-р техн. наук, професор, професор кафедри відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів;

Лобатюк Віталій Анатолійович — аспірант кафедри відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів.

Вінницький національний технічний університет, Вінниця

O. B. Mokin[1]
B. I. Mokin[1]
V. A. Lobatiuk[1]

Modification of Method for Identification of Models of Optimal Motion of a Hybrid Car with Broken Electric Drive System in case When It Continues to Move after Reaching the Destination Point

[1]Vinnytsia National Technical University

Modification of the method for identification of models of optimal motion of a hybrid car with broken electric drive system in case when it doesn't' stop but continues to move after reaching the destination point has been carried out in the paper.

Keywords: optimal motion model, hybrid vehicle, DC motor, internal combustion engine.

Mokin Oleksandr B. — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of the Chair of Renewable Energy and Transport Electrical Systems and Complexes, e-mail: abmokin@gmail.com;
Mokin Borys I. — Academician of NAPS of Ukraine, Dr. Sc. (Eng.), Professor, Professor of the Chair of Renewable Energy and Transport Electrical Systems and Complexes;
Lobatiuk Vitalii A. — Post-Graduate Student of the Chair of Renewable Energy and Transport Electrical Systems and Complexes

А. Б. Мокин[1]
Б. И. Мокин[1]
В. А. Лобатюк[1]

Модификация метода идентификации моделей оптимального движения гибридного автомобиля с неработающей системой электропривода для случая, когда, достигнув конечный пункт, автомобиль продолжает движение

[1]Винницкий национальный технический университет

Осуществлена модификация метода идентификации моделей оптимального движения гибридного автомобиля с неработающей системой электропривода для случая, когда в конечном пункте автомобиль не останавливается, а продолжает двигаться дальше.

Ключевые слова: модель оптимального движения, гибридный автомобиль, двигатель постоянного тока, двигатель внутреннего сгорания.

Мокин Александр Борисович — д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой возобновляемой энергетики и транспортных электрических систем и комплексов, e-mail: abmokin@gmail.com;
Мокин Борис Иванович — акад. НАПН Украины, д-р техн. наук, профессор кафедры возобновляемой энергетики и транспортных электрических систем и комплексов;
Лобатюк Виталий Анатольевич — аспирант кафедры возобновляемой энергетики и транспортных электрических систем и комплексов