В.О. Корнієнко, С.Г. Денисюк, А.А. Шиян
(Вінницький національний технічний університет)

ТЕОРІЯ НЕКООПЕРАТИВНИХ ІГОР

В контексті математичного моделювання в політології, автори розглядають сутність, роль та значення теорії ігор, яка є одним з найважливіших інструментів аналізу значної кількості задач, які виникають в політиці, економіці, соціально-політичних науках та в інших сферах.

Ключові слова: теорія ігор, рівновага, некооперативні ігри, ігрові моделі.

Теорія ігор як механізм узгодження інтересів політичних сил

Теорія ігор є порівняно молодою наукою, її історія налічує менше століття. В 1911 р.[1] Е.Цермело описав теоретико-ігровий підхід до шахматної гри, в 1921 р. Е.Борель почав систематизувати вивчення матричних ігор, в 1928 р. була опублікована праця Дж.Фон-Неймана «До теорії стратегічних ігор». В 1944р., після виходу в світ книги Дж. Фон-Неймана і О.Моргенштерна «Теорія ігор та економічна поведінка» теорія ігор остаточно сформувалася як самостійна наука.

В наш час теорія ігор – розвинута математична теорія з багатьма взаємопов'язаними напрямками, яка дає можливість моделювання різноманітних політичних процесів.

З точки зору визначення, теорія ігор розглядає широке коло питань прийняття рішень групою учасників, які демонструють раціональну поведінку, згідно із якою кожний з гравців намагається шляхом вибору своєї стратегії максимізувати свій власний виграш. Взагалі під поняття «гра» підходить *будь-яка* ситуація з раціональними, тобто цілепокладаючими, оптимізуючи ми суб'єктами («учасниками», «гравцями» або «агентами»), а також деякі ситуації з неповною раціональністю.

Зрозуміло, що у випадку взаємодії декількох гравців, індивідуальна раціональна стратегія кожного із них залежить від стратегій інших. Набір таких раціональних стратегій називається *розв'язанням гри* чи *рівновагою*.

Взагалі, структура будь-якої гри описується трьома блоками: 1) фізичні можливості, тобто допустима сукупність стратегій учасників; 2) цілі учасників; 3) тип поведінки та інформованості учасників, включаючи характер взаємодії, раціональність мислення, спосіб міркувань тощо.

Задача аналізу гри: виходячи із заданих можливостей, по цілям та інформації гравців уміти прогнозувати «*розв'язання» гри*, тобто сукупність можливих ходів та їх результатів:

---

[1] Зарожденням теорії ігор як математиної дисципліни можна вважати 29 липня 1654 р., тобто днем, коли Б.Паскаль написав відомий лист П. Ферма (цей лист вважається почат- ком теорії імовірностей). Ідеї, які можна відсти до теоретико-ігрових, висловлювалися протягом 17-19 ст. Д.Бернуллі, П.Лапласом, П.Чебишевим, Г.Мінковським та іншими.

1. **Можливості ходів** учасників (імовірна сукупність).
2. **Цілі** учасників (віддавання переваги, цільові функції).
3. **Інформація** і тип поведінки (інформаційні сукупності, «очікування», раціональність, контекст гри тощо).
4. **Хід гри** (розв'язання).

За цими та іншими ознаками різноманітні ігри можна класифікувати, наприклад, за характером доступних стратегій їх поділяють на:

— конечні чи безконечні (частково безконечні у часі),
— дискретні чи безперервні,
— «статичні» (з одночасними ходами) та динамічні.

Динамічні ігри з дискретним часом називаються ще такими, що повторюються. Динамічні ігри, в яких динаміка описується диференційними або різницевими рівняннями, називаються диференційними іграми.

Одним із основних критеріїв класифікацій теоретико-ігрових задач може слугувати кількість сторін (гравців), які приймають участь в конфлікті (грі). Розрізняють ігри двох учасників та ігри багатьох осіб[2].

За співвідношенням цілей учасників ігри поділяють на *антагоністичні* (ігри двох учасників, коли сума виграшів гравців при кожному фіналі дорівнює нулю) чи *неантагоністичні* (ігри з довільною сумою, в яких сума виграшів гравців може відрізнятися від нуля для всіх чи для деяких фіналів гри; ігри з непротилежними інтересами).

За інформаційною структурою ігри можна ділити на такі: з *довершеною* чи *недовершеною* раціональністю; з повною інформованістю та ігри з неповною інформованістю про різні параметри гри тощо.

А також, враховуючи зовнішній контекст, ігри поділяють на: *1) унікальні, 2) популяційні* (де гравці користуються знанням щодо протікання аналогічних ігор), *3) що повторюються* в тому ж колективі (де гравці користуються погрозами).

Для аналізу умови гри її зазвичай формалізують в одній з трьох форм: в *характеристичній* (описуючи значення виграшів кожної коаліції тільки для кооперативних ігор), в *розгорнутій* (описуються послідовність можливих ходів) чи в *стратегічній* (описуються цільні стратегії). Остання поділяється на *нормальну* стратегічну форму та *мультиперсонну.* В деякому сенсі, різні форми однієї гри — це різні моделі одного явища.

До речі, в психології та побуті під грою розуміють лише діяльність, безпосередні цілі якої умовні, тобто не пов'язані із життєвими інтересами учасників.

Теорія ігор умовно поділяється на *некооперативну* і *кооперативну* частини. В першій — суб'єктом прийняття рішень є індивід, в другій група індивідів або коаліція. До того ж, в кооперативних іграх учасники шукають компроміс в переговорах, в некооперативних - не можуть мити місце угоди поміж гравцями, вони діють «не узгоджено».

[2] Ігри, в яких є один активний гравець, розглядаються, в основному, в теорії статистичних рішень.

Некооперативні ігри – це клас моделей теорії ігор, в яких передбачається, що в процесі опрацювання рішень гравці не можуть діяти разом. Це означає, що заборонені угоди між гравцями, передача гравцями один одному ресурсів та інформації, утворення яких-небудь коаліцій тощо. Навпаки, характерною рисою кооперативних ігор є те, що вирішальне значення має можливість гравців обирати дії разом, об'єднуючись для цієї мети в коаліції.

Розглядаючи некооперативні ігри, ми взяли за основу досить популярні в західних університетах підручники ігор для економістів Р.Гіббонса і Е.Расмусена, М.Осборна і А.Рубінштейна, праці В.Данілова, книги Р.Майєрсона, Д.Фуденберга, Ж.Тіроля, практичний матеріал С.Коковіна та інших.

Підкреслимо, що теорії некооперативних ігор — це спосіб моделювання і аналізу ситуацій, в яких оптимальні рішення кожного учасника (гравця) залежить від його припущень (очікувань) про гру опонентів. Кожний гравець повинен, в даному випадку, намагатися передбачити гру опонентів, використовуючи свої знання правил гри і виходячи із припущень, що опоненти теж раціональні і самі намагаються передбачити кроки своїх опонентів і збільшити свої власні виграші.

Гра в нормальній або стратегічній формі умовно складається з трьох речей:

1. Списку гравців.
2. Для кожного гравця задається список (множина) стратегій.
3. Для кожного профілю стратегій вказується профіль платежів (виграшів) гравців.

Пояснимо зміст цих даних[2]. Позначимо кількість гравців через N. Передбачається, що воно є конечним і може бути тотожним $\{1, 2,..., n\}$. Однак потрібно пам'ятати, що таке впорядкування гравців – це певною мірою волюнтаризм, і краще представити кількість N неструктурованою). Типовий гравець позначається символом i. Далі, для кожного $i \in N$ задається багаточисельність стратегій S_i, типова стратегія - s_i. Профіль стратегій – це набір по стратегії для кожного гравця $s_N = (s_1, s_2, \ldots, s_N)$. Насамкінець, для кожного гравця вказується функція його виграшу u_i: $S_N \rightarrow R$. Неформально, кожний гравець обирає деяку стратегію. Коли це зроблять всі, то стає зрозумілим його виграш. Як зазначалося, кожний гравець намагається отримати виграш побільше. Головна складність полягає в тому, що цей виграш залежить не тільки від його дій, але й від дій (стратегій) інших гравців. І кожний гравець повинен (чи може) враховувати це в своїй поведінці. Можна зазначити: у грі в нормальній формі гравці стратегічно незалежні, вони можуть обрати будь-які стратегії, але залишаються пов'язаними корисністю.

В більшості ігрових моделей приймається порядок функціонування, у відповідності із якими гравці обирають свої стратегії діяльності одночасно. Розгляд послідовності ходів дозволяє виділити ієрархічні ігри. Теорія ієрархічних ігор займається вивченням ігрових моделей, в яких фіксовано порядок ходів гравців, тобто існує послідовність, в якій гравці діють.

Для опису поведінки гравців (політиків), які входять у деяку багатоелементну управлінську систему, недостатньо визначити їхні переваги і відповідності раціонального індивідуального вибору окремо - потрібно описати модель поведінки для декількох гравців - активних елементів (АЕ) нашої системи - у їхній взаємодії. Далі будемо вважати, що переваги елементів задані цільовими функціями.

У випадку, коли в системі є єдиний активний елемент, його цільову функцію позначимо через $f(y)$, $y \in A$. Гіпотеза раціональної індивідуальної поведінки вимагає, щоб АЕ поводився таким чином, щоб вибором своєї дії максимізувати значення своєї цільової функції, тобто вибрати $y \in Arg \max_{t \in A} f(t)$. У випадку, коли активних елементів є декілька, необхідно враховувати їх взаємний вплив один на одного - у цьому випадку і виникає гра.

У силу гіпотези раціональної поведінки кожен із гравців прагне вибором своєї стратегії максимізувати власну цільову функцію. Зрозуміло, що у випадку декількох гравців індивідуально раціональна стратегія залежить від стратегій інших гравців. Набір таких раціональних стратегій називається рішенням гри (або її рівновагою).

Кожному із n гравців (активних елементів) поставимо у відповідність функцію виграшу $f_i(y)$, де $y = (y_1, ..., y_n) \in A = \prod_{i \in I} A_i$ - вектор дій всіх гравців, $I = \{1, 2, ..., n\}$ - множина гравців. Використовуючи сформовану сьогодні термінологію теорії ігор, будемо називати дії y_i стратегіями, а вектор y - ситуацією гри. Сукупність стратегій $y_{-i} = (y_1, ..., y_{i-1}, y_{i+1}, ..., y_n)$ називається обстановкою (точніше – обстановкою гри) для i-го гравця.

Розв'язанням гри, в загальному вигляді, можна назвати будь-який опис того, яким чином повинні вести себе гравці в тій чи іншій ситуації. Це не обов'язково повинен бути набір рекомендованих дій для кожного гравця. Розв'язанням, наприклад, може бути набір фіналів гри. Таке рішення можна інтерпретувати як набір ситуацій, раціональних відносно деяких припущень про поведінку гравців. Тобто при раціональній поведінці гравців повинні реалізовуватися тільки ситуації, належні рішенню. Розв'язанням гри може бути і набір змішаних стратегій, якщо недостатньо тільки одних чистих стратегій.

Сьогодні в теорії ігор не існує єдиної концепції рішення, що підходить для всіх класів ігор. Пов'язано це, по-перше, з тим, що формальний опис гри є лише загальною копією з надзвичайно складних реальних процесів, що відбуваються в ході гри. Наприклад, обмін інформацією між політиками, можливих угод між ними, самостійних дій політичних діячів зі збільшення своєї інформованості. Звичайно, неможна виключити і можливість ірраціональної поведінки гравців, яка сьогодні практично не піддається формалізації.

Перерахуємо деякі концепції рішень в теорії ігор (табл.1).

Таблиця 1.

Типологія рішень ігор в нормальній формі, в залежності від інформації про партнерів[3]

Інформація, на яку орієнтується кожний учасник j:	*Тип виникаючих рішень (рівноваг), тобто тип поведінки*
— тільки на знання переваг гравця	$\Rightarrow$ *ММ, МГР* - «обережна» (максимін) або *РДС* – «домінуюча»
— на чужий хід у грі, що триває	$\Rightarrow$ *НР* – «Нешевська»
— лідер знає цілі, інші - хід, який робить лідер	$\Rightarrow$ Шт «Штакельбергівська»

Концепції рішень для некооперативної гри

Розглянемо найпоширеніші концепції рішень гри, розпочавши з простих.

Максимінна рівновага. Відповідно до принципу *максимального гарантованого результату* (МГР) гарантоване значення цільової функції i-го активного елемента визначається в такий спосіб:

$$f_i^{\Gamma}(y_i) = \min_{y_{-i} \in A_{-i}} f_i(y_i, y_{-i}),\ \text{де}\ A_{-i} = \prod_{j \in I \setminus \{i\}} A_j,\ i \in I.$$

Це припущення означає, що активний елемент вважає, що в результаті гри реалізується найгірша для нього обстановка, і вибором своєї стратегії $y_i \in A_i$ він максимізує гарантоване значення цільової функції $f_i^{\Gamma}(y_i)$, тобто

$$y_i^{\Gamma} = \arg\max_{y_i \in A_i} \min_{y_{-i} \in A_{-i}} f_i(y_i, y_{-i}),\ i \in I.$$

Набір $\{s_i^{\partial}\}_{i=1}^{n}$, якщо він існує, називається *гарантуючими стратегіями* і відповідає *максимінній рівновазі*.

Слід зазначити, що використання принципу МГР дає активному елементу *песимістичну* оцінку результату гри, що не завжди доцільно використовувати на практиці.

Приклад інтерпретації. «Всі навколо — мої вороги» – так стверджує ця концепція рівноваги. Більше того: «вони (вороги) *свідомо* прагнуть зробити мені *якнайгірше*». Саме так сприймає навколишній світ людина у цій грі, де вона може розраховувати тільки на *максимінну* рівновагу.

[3] Це не означає, що рішення Неша неможна використовувати в ситуації знання чужих цілей чи в ситуації переговорів. Таблиця свідчить тільки про типове використання понять. Всюди тут і надалі передбачається знання власних цілей, і «загальне знання» множини загальних стратегій всіх учасників.

В антагоністичній грі (тобто грі з «нульовою сумою» чи, що є еквівалентним з постійною сумою виграшів) концепція максимінна дуже природна. Проте не завжди максиміні рішення викликають довіру як можливий результат гри, що *повторюється*.

В багатьох випадках використання концепції максиміна викликають й інші сумніви: якщо гравці обережні, то чому не внести ступінь їх неприйняття ризику в значення виграшів, приписуючи одночасно деякі імовірності очікуваним крокам учасників?

Хоча бувають випадки, коли очікування не відіграють суттєвої ролі – це ситуація, де має місце **«*домінування*».**

Введемо поняття порівняння стратегій. Природно, що одна стратегія «слабко домінує» другу (тобто перша стратегія не гірша за другу.

Формально:

Визначення. Стратегія $x_i \in X_i$ гравця i (слабко) домінує стратегію $y_i \in X_i$, якщо

$$\forall x_{-i} \in X_{-i} \Rightarrow u_i(x_i, x_{-i}) \geq u_i(y_i, x_{-i}),$$
$$\exists\, x_{-i} \in X_{-i}: u_i(x_i, x_{-i}) > u_i(y_i, x_{-i}),$$

де $-i{:}=I\backslash\{i\}$, $X_{-i}{:}=(Xj)\ j \neq i$. Якщо є обидві наведені нерівності, то x_i сильно домінує над y_i (тобто x_i краще за будь-яких дій партнерів).

Якщо дві стратегії x_i, y_i надають однакові виграші за будь-яких дій партнерів (тобто $u_i(x_i, x_{-i}) = u_i(y_i, x_{-i}) \forall x_{-i}$), то вони еквівалентні для гравця i. Якщо з пари стратегій ні одна не слабко-домінує другу і вони не еквівалентні, то вони не порівняні.

Рівновага Неша. Однією із найчастіше використовуваних концепцій є рівновага Неша. Вектор $y^N = \{y_1^N, ..., y_n^N\}$ називається *рівновагою Неша* (точкою Неша для даної гри), якщо

$$\forall i \in I, \forall y_i \in A_i \qquad f_i(y_i^N, y_{-i}^N) \geq f_i(y_i, y_{-i}^N),$$

Інакше кажучи, нікому із активних елементів не вигідно змінювати свою стратегію, за умови, що інші АЕ не міняють своїх стратегій. Слід зазначити, що використання концепції рівноваги Неша вимагає введення наступної гіпотези: гравці не можуть *домовитися* і піти із цієї точки *спільно*. Тобто рівновага Неша припускає відсутність коаліцій гравців, що передбачається для некооперативних ігор.

Приклад інтерпретації. У рівновазі Неша особисте рішення гравця повертається на нього самого. Інакше кажучи, якщо він прийняв «не те» рішення, що *обумовлено* вимогою рівноваги Неша, то він «одержує менше», тобто *програє*.

Таким чином, рівновага Неша «повертає» на певного гравця всі його «невдалі» рішення. Ця рівновага сформульована в термінах діяльності *того* *ж самого* гравця, і, у випадку програшу, він може «повернути свій гнів» винятково на самого себе!

Більш того: рівновага Неша вимагає *довіри* до того, що всі інші гравці – також «розумні», і добре знають та «можуть обчислити» свою власну вигоду. Понад те: рівновага Неша вимагає - якщо якийсь *один* гравець «зрозумів», яким чином можна досягти такої рівноваги, то найкраща його стратегія полягає в тому, щоб негайно інформувати інших гравців про всі ті стратегії, яких *вони* повинні дотримуватися, щоб *збільшити* їхній виграш (тобто перейти до рівноваги Неша)!

По суті, у рівновазі Неша «закодована» технологія для самоорганізації суспільства: *вперше* в історії Людства воно зіштовхнулося із технологіями самоорганізації. Причому саме такими технологіями, які *забезпечують виграш* всім тим людям, які «приєдналися» до такого співтовариства людей.

Відзначимо, що так звана «сильна» рівновага Неша *обов'язково* є також і Парето-оптимальним рішенням гри.

Рівновага в домінантних стратегіях. Ситуація гри $y^d = (y_1^d, ..., y_n^d)$ називається *рівновагою в домінантних стратегіях* (РДС), якщо

$$\forall i \in I, \forall y_{-i} \in A_{-i}, \forall y_i \in A_i \quad f_i(y_i^d, y_{-i}) \geq f_i(y_i, y_{-i}) .$$

Домінантна стратегія кожного елемента абсолютно оптимальна, тобто не залежить від поведінки інших гравців (від тих стратегій, які вони обирають). Слід зазначити, що далеко не у всіх іграх існують рівноваги в домінантних стратегіях. До того ж, будь-яка рівновага в домінантних стратегіях є рівновагою Неша, але не навпаки. Поняття домінування, використані до всіх гравців відразу, дозволяють сформулювати чотири типи рішень, по два для сильної, по два для слабкої концепції.

Визначення. Множина рівноваг в (слабко) домінуючих стратегіях є множина профілів (наборів) слабко-домінуючих стратегій для всіх гравців:

$$WIDE := \prod_{i \in I} ID_{Wi} = (ID_{W1} \times ID_{W2} \times \ldots \times ID_{Wm}).$$

Аналогічно, множина рівноваг в сильно-домінуючих стратегіях є:

$$SIDE := \prod_{i \in I} ID_{Si} = (ID_{S1} \times ID_{S2} \times \ldots \times ID_{Sm}).$$

Множина профілів (наборів) *слабко-недомінуючих стратегій* гравців позначимо:

$$WND := \prod_{i \in I} ND_{Wi} = (ND_{W1} \times ND_{W2} \times ND_{Wm}).$$

Аналогічно, множина профілів в сильно-недомінуючих стратегіях позначимо:

$$SND := \prod_{i \in I} ND_{Si} = (ND_{S1} \times ND_{S2} \times ND_{Sm}).$$

Парето-оптимальні ситуації. Вектор стратегій y^p називається Парето-*оптимальним* (*ефективним*), якщо не існує іншої ситуації, у якій всі гравці виграють не менше і хоча б один гравець виграє набагато більше, тобто

$$\forall y \in A \ \exists i \in I : f_i(y) < f_i(y_p).$$

Крім ігор, Парето-оптимальні ситуації виникають при оцінюванні того ж самого об'єкта за різними критеріями. *Множина Парето* складається із таких точок (векторів оцінок альтернатив), для яких неможна поліпшити оцінку альтернативи хоча б за одним критерієм, не погіршивши її за іншим критерієм.

Приклад інтерпретації. Опишемо більш докладно, що являє собою Парето-оптимум або оптимальність за Парето.

З погляду гравця, який «програє» при порушенні оптимуму за Парето, становище не таке вже і погане. Гравець, у якого виграш став меншим, – це не він сам: це інша людина. Ось той, «інший» є «винним»: «потрібно було думати (крутиться, працювати тощо)». Насамкінець, політична гра – це «прагнення до максимуму влади, власного прибутку»

Але той гравець, який «програв», розглядає ситуацію дещо по-іншому. «Інші» (або «хтось конкретний інший») виграли, тобто позбавили його якихось благ, і тому вони – «погані», «людина людині – вовк». У результаті, відбувається скочування до «максимінної» рівноваги.

Оптимум за Парето не здатний узгодити виграш і програш, він розділяє людей! Тут немає співпереживання, координації та взаємодопомоги.

В ***рівновазі Штакельберга*** (*Шт)* очікування різних гравців формуються, виходячи з різних принципів. Перший гравець орієнтується на індивідуально-оптимальні відповіді партнерів, знаючи їх переваги, а решта гравців грають, як в рівновазі Неша, непередбачливо реагуючи на його хід і на ходи один одного. Рівновага Штакельберга може виникнути, наприклад, коли один з гравців здійснює свій вибір раніше за інших і знає їх цілі.

Розглянемо деякі приклади некооперативних ігор, а саме, статичних ігор з повною інформацією.

Приклад 1. «Голосування». Розглянемо таку ситуацію – три гравця 1, 2, 3 і три альтернативи – *A, B, C*. Гравці голосують одночасно за одну із альтернатив, а утриматись неможливо. Таким чином, простір стратегій $S_i = \{A, B, C\}$. Альтернатива, що отримала більшість, перемагає. Якщо ні одна з альтернатив не отримує більшість, то обирається альтернатива *A*. Функції виграшів такі:

$u_1(A) = u_2(B) = u_3(C) = 2,$

$u_1(B) = u_2(C) = u_3(A) = 1,$

$u_1(C) = u_2(A) = u_3(B) = 0.$

В цій грі три рівноважних результати (в чистих стратегіях): *A, B, C*. Тепер подивимось на рівноваги (їх більше трьох): якщо гравці 1 і 3 голосують за *A*, то гравець 2 не змінить результат, як би він не голосував, і гравцю 3 все одно, як він голосує.

(*A, A, A*) і (*A, B, A*) – рівноваги Неша, але (*A, A, B*) – не є рівновагою Неша, так як другому гравцю краще голосувати за *B*.

Приклад 2. Аукціон другої ціни

У продавця є одна одиниця неподільного товару. Є n потенційних по- купців, які оцінюють товар відповідно в $0 \square \square_1 \square \dots \square_n$ і ці оцінки є «загально- відомими». Покупці одночасно роблять свої заявки (призначають ціну) $s_i \in (0, +\infty]$. Той, хто призначить максимальну заявку отримує товар і сплачує другу ціну, тобто якщо гравець i виграє ($s_i > \max_{j \square i} s_j$), то його корисність є $u_i = \square_i - \max_{j \square i} s_j$, а решта покупців нічого не отримують і нічого не платять (тобто $u_j = 0$). Якщо декілька покупців призначають найвищу ціну, то товар розподіляється випадково (наприклад, рівноімовірно).

Легко переконатися в тому, що стратегія призначення своєї оцінки ($s_i = u_i$) слабко домінує решту. Дійсно, нехай $r_i \equiv \max_{j \square i} s_j$. Нехай $s_i > \square_i$. Тоді, якщо ri ≥ si, то i-тий учасник отримує 0, що він отримав би і при si = □i. Якщо ri □ □i, то він отримає □i - ri, що він знову отримує, призначивши □i. Якщо тепер □i < ri < si, то його корисність vi - ri < 0, а якщо б він назвав □i, то отримав би 0. Ана- логічно і для si < □i: якщо ri □ si чи ri ≥ □i, то він отримає ту ж корисність, нази- ваючи □i замість si. Якщо ж si < ri < □i, то він втрачає можливість отримати по- зитивну корисність3. Варто відмітити, що оскільки призначення власної оцін- ки є домінуючою стратегією, то грає ролі чи мають покупці інформацію щодо оцінок інших покупців. Ми показали, що стратегія призначення своєї ціни (si = □i) слабко домінує всі інші стратегії. Таким чином, в цій грі багато рівноваг за Нешем. Точніше, для будь-якого гравця і та для будь-якої заявки s
такої, що 0 < s □ □i існує хоча б одна рівновага за Нешем, за якої гравець i платить s і отримує товар. Дійсно, оберемо i □ I, зафіксуємо s □ (0, □i□ і отри- муємо:

$$x_i^* = \max \square_j + 1,\ 1\le j\le n$$

$$x_j^* = s \quad \forall j \neq i.$$

Тоді $x^* = (x_1^*, \dots, x_n^*)$ – рівновага за Нешем.

В цьому випадку єдина можливість відхилитися у гравця i – це посту- питися товаром на користь когось іншого, отримуючи в цьому випадку ну- льовий виграш. Єдина можливість гравця j, $j \neq i$ – це отримати товар, сплати- вши ціну x_i^*, що є більшою $\square_j$, отримуючи тим самим негативний виграш.

Література

1. Неймана Дж., Моргенштерна О. Теория игор и экономическое поведение. – М.: Иностр. лит., 1960.

2. Губко М.В., Новиков Д.А. Теория игр в управлении организационными системами. М.:ИПУ, 2005. – 138с.

3. Печерский С.Л., Беляева А.А. Теория игр для экономистов. Вводный курс. Учебное пособие. – СПб.: 2001. – 342 с.

4. Данилов В.И. Лекции по теории игр /КЛ/ 2002/ 001. – М.: Российская эко- номическая школа, 2002

5. Вилкас Э.Й. Аксиоматическое определение значения матричной игры // Теория вероятностей и ее применения. 1962. Том. 8. № 3. С. 324-327.

6. Нейман Д., Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение. М.: Наука, 1970.

7. Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Семина Е.А. Теория игр. М.: Высшая школа, 1998.

8. Мулен Э. Кооперативное принятие решений: аксиомы и модели. М.: Мир, 1991.

9. Lave Ch., March J.G. An Introduction to Models in Social Sciences. N.Y., 1978.

10. Persson T., Tabellini G. Political Economics: Explaining Economic Policy. - Cambridge, MA: MIT Press, 2000. – 533 p.

11. Яковлев И.Г. Информационно-аналитические технологии и политическое консультирование // Полис. №.2. - 1998.

12. Саати Т. Математические методы исследования операций. М., 1962.

13. Black Duncan On the Rationale of Group Decision-making. – The Journal of Political Economy, 56, P. 23-34.

14. Downs Antony An Economic Theory of Democracy, New York; Harper & Row.

15. Hotelling, Harold Stability in Competition // Economic Journal/ - № 39. – P/ 41-57