

МЕТОД ДВОХ РЕЗОНАНСІВ

Вінницький національний технічний університет, e-mail: wjug@ukr.net

В роботі висвітлені деякі суттєві проблеми, що притаманні перетворювачам моменту інерції з одним ступенем вільності і для подолання яких пропонується збільшити число ступенів вільності системи перетворювача. На прикладі системи з двома ступенями вільності отримано її математичну і електричні моделі, що дозволило створити і обґрунтувати принципово новий метод перетворення моменту інерції – метод двох резонансів, який позбавлений від означених недоліків.

Вступ

Проведений авторами огляд існуючих методів [1] вимірювального перетворення і контролю моменту інерції механічних та електромеханічних систем з обертальною формою руху показує, що переважну більшість таких методів побудовано на основі механічних або електромеханічних систем з одним ступенем вільності. Перетворювачів для проведення *неруйнівного* вимірювання або контролю з двома та більше ступенями вільності на сьогодні взагалі не існує, як не існує ані розроблених узагальнених математичних і електричних моделей, ані побудованих на їх основі методів вимірювального перетворення. Така ситуація є природною і зрозумілою, оскільки математичними моделями перетворювачів з одним ступенем вільності є диференціальні рівняння або першого порядку (наприклад, метод самогальмування), або другого (методи допоміжного маятника, крутильних коливань, прямий метод тощо).

Однак попри простоту математичних моделей перетворювачам моменту інерції з одним ступенем вільності притаманний загальний недолік, який полягає в необхідності наявності достовірної інформації про інші (окрім інформативного) параметри перетворювача, а саме – його коефіцієнти жорсткості та коефіцієнти розсіювання енергії. Цей недолік безпосередньо позначається на точності вимірювального перетворення, проте головне полягає в іншому – *він в принципі унеможливорює раціональне використання систем з одним ступенем вільності для реалізації саме неруйнвної форми перетворення і контролю моменту інерції, якщо тільки означені коефіцієнти будуть невідомими.*

Тому в існуючих методах проблему розв'язують у спосіб *збільшення кількості операцій* в алгоритмі, що вилучає з рівняння перетворення частину з названих коефіцієнтів. Однак це завжди призводить до помітного ускладнення самого метода і зростання часу вимірювального перетворення.

Автори пропонують інший шлях розв'язання означеної проблеми і вбачають його в *збільшенні числа ступенів вільності системи перетворювача.*

На перший погляд це видається нелогічним, оскільки, по-перше, через зростання кількості охоплених системою диференціальних рівнянь (або порядку диференціального рівняння) математична модель зазнає суттєвих ускладнень, а по-друге, збільшується і кількість самих невідомих коефіцієнтів системи.

Однак, не заперечуючи і не спростовуючи наведеної аргументації, необхідно її доповнити і зауважити наступне.

Як показує аналіз математичної і електричної моделей розробленої і введеної авторами системи узагальненого перетворювача моменту інерції (УПМІ) [2], перетворювачам моменту інерції з двома та більше ступенями вільності притаманні окремі, досить особливі стани, в яких їх математичні моделі суттєво спрощуються. До таких станів, наприклад, відносять резонансні стани. Відтак, штучно вводячи систему перетворювача в один чи декілька з таких станів, принципово з'являється можливість безпосередньо уникати в отриманих рівняннях перетворення більшості з названих коефіцієнтів і водночас вибудовувати методи вимірювального перетворення і контролю моменту інерції за найпростішими і короткими алгоритмами.

На думку авторів, такий підхід є перспективним, стосується він в першу чергу неруйнвної форми вимірювального перетворення і контролю моменту інерції, і тому потребує подальших досліджень. Розглянемо це в даній статті докладніше, для чого побудуємо математичну і елект-

ричні моделі перетворювачів моменту інерції з двома ступенями вільності і на їх основі отримаємо принципово новий метод перетворення моменту інерції, який буде позбавлено від вищенаведених недоліків.

Перетворювачі моменту інерції з двома ступенями вільності

Перетворювачами моменту інерції з двома ступенями вільності назвемо такі перетворювачі, стан і рух яких однозначно і повністю можна описати за допомогою двох узагальнених координат. Абстрактна система УПМІ [2] легко дозволяє це зробити, оскільки, відповідно до свого означення, перетворюється в них за умови $n=2$, де n і є числом ступенів вільності системи перетворювача.

1. Математична модель

Отже, узагальненою математичною моделлю перетворювачів з двома ступенями вільності будуть рівняння руху, що отримані з математичної моделі системи УПМІ [2] і представлені в формі рівнянь Лагранжа другого роду

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial}{\partial \dot{q}_s} T_A(J_{OB}) \right] + \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_B}{\partial \dot{q}_s} \right) - \left[\frac{\partial}{\partial q_s} T_A(J_{OB}) + \frac{\partial T_B}{\partial q_s} \right] = Q_s^{(A)} + Q_s^{(B)}, \quad s=1,2.$$

Цю систему диференціальних рівнянь, врахувавши особливості руху, що притаманні існуючим перетворювачам моменту інерції [2], нескладно привести до вигляду

$$\begin{cases} (J_{OB} + m_A l^2) \ddot{q}_1 = M_A^{(m)} + M_A^{(e)} - \frac{\partial \Pi}{\partial q_1} - \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_1}, \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_B}{\partial \dot{q}_2} \right) - \frac{\partial T_B}{\partial q_2} = Q_2 - \frac{\partial \Pi}{\partial q_2} - \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_2}. \end{cases} \quad (1)$$

де T_A і T_B – кінетичні енергії підсистем А і В системи УПМІ; Π – її потенціальна енергія; Φ – дисипативна функція Релея; $M_A^{(m)}$ і $M_A^{(e)}$ – головні моменти сил відносно осі обертання, що мають механічне й електромагнітне походження відповідно, які в сумі являють собою узагальнену силу по першій узагальненій координаті; Q_2 – узагальнена сила по другій узагальненій координаті; J_{OB} – перетворюваний момент інерції; $q_1, q_2, \dot{q}_1, \dot{q}_2$ – система узагальнених координат та узагальнених швидкостей.

2. Перша та друга електричні моделі

Скориставшись теорією динамічних аналогій та принципом дуальності [3], на підставі системи (1) одержимо дві узагальнені електричні моделі [4] перетворювачів моменту інерції з двома ступенями вільності, представлені рівняннями Лагранжа-Максвелла.

Так, першою електричною моделлю буде система рівнянь, кожне з яких являтиме собою другий закон Кірхгофа в узагальнених координатах,

$$\begin{cases} (L_{OB} + L) \ddot{q}_1^{(e)} = e_1 - \frac{\partial W_e}{\partial q_1^{(e)}} - \frac{\partial \Phi_e}{\partial \dot{q}_1}, \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial W_m}{\partial \dot{q}_2} = e_2 - \frac{\partial W_e}{\partial q_2^{(e)}} - \frac{\partial \Phi_e}{\partial \dot{q}_2}, \end{cases} \quad (2)$$

де W_m – енергія магнітного поля електричної моделі підсистеми В; W_e – енергія електричного поля електричної моделі системи УПМІ; Φ_e – її електрична дисипативна функція Релея; e_1 і e_2 – контурні електрорушійні сили; L_{OB} – індуктивність, яка є електричним аналогом перетворюваному моменту інерції J_{OB} ; $i_1 = \dot{q}_1^{(e)}$ та $i_2 = \dot{q}_2^{(e)}$ – контурні струми, що задають систему узагальнених швидкостей для електричної моделі.

Другою електричною моделлю перетворювачів моменту інерції з двома ступенями вільності має бути система диференціальних рівнянь, записаних за першим законом Кірхгофа в узагальнених координатах. В цій системі електричним аналогом перетворюваному моменту інерції J_{OB} буде електрична ємність C_{OB}

$$\begin{cases} (C_{OB} + C) \ddot{\psi}_1 = J_1 - \frac{\partial W_m}{\partial \psi_1} - \frac{\partial \Phi_e}{\partial \varphi_1}, \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial W_e}{\partial \varphi_2} = J_2 - \frac{\partial W_m}{\partial \psi_2} - \frac{\partial \Phi_e}{\partial \varphi_2}. \end{cases} \quad (3)$$

а вузлові потенціали $\varphi_1 = \dot{\psi}_1$ і $\varphi_2 = \dot{\psi}_2$ являтимуть собою електричні аналоги узагальнених швидкостей. На рис. 1, а наведено розроблену електричну схему першої електричної моделі.

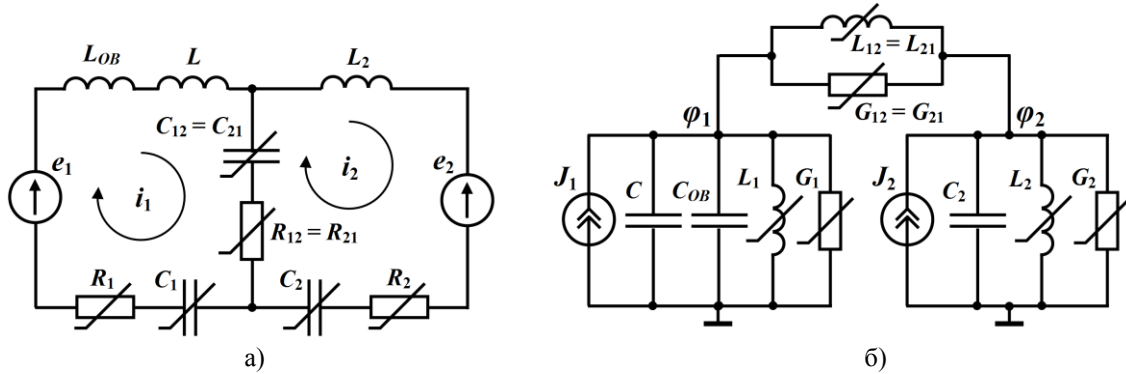


Рисунок 1. Електричні схеми першої та другої електричних моделей перетворювача моменту інерції з двома ступенями вільності

Схема ж другої моделі буде дуальною до першої і її представлено на рис. 1, б.

3. Лінеаризація математичної моделі

Необхідно зауважити, що отримана математична модель (1) перетворювачів моменту інерції з двома ступенями вільності є узагальненою і через це враховує *нелінійний* характер вимірювального перетворення моменту інерції в механічних і електромеханічних системах.

Однак внаслідок узагальненості її неважко привести до *лінеаризованої моделі*, попередньо подавши кінетичну і потенціальну енергії та функцію розсіювання Релея через однорідні квадратичні функції узагальнених координат та швидкостей з сталими коефіцієнтами, де після перегрупування отримаємо

$$\begin{cases} J_{OB} \ddot{q}_1 + \beta_1 \dot{q}_1 + \beta_{12} (\dot{q}_1 - \dot{q}_2) + \zeta_{12} (q_1 - q_2) = M_A, \\ J_2 \ddot{q}_2 + \beta_2 \dot{q}_2 + \beta_{12} (\dot{q}_2 - \dot{q}_1) + \zeta_2 q_2 + \zeta_{12} (q_2 - q_1) = M_B. \end{cases} \quad (4)$$

Метод двох резонансів

Одержані математичні і електричні моделі (1) – (4) створюють необхідні передумови для розробки покращених методів неруйнівного перетворення і контролю моменту інерції. До таких методів можна віднести новий метод, побудований на основі системи з двома ступенями вільності, а саме системи *третього* порядку, який назовемо *методом двох резонансів*.

На рис. 2, а наведено приклад такої системи. Її стан визначається двома кутами – φ_1 і φ_2 .

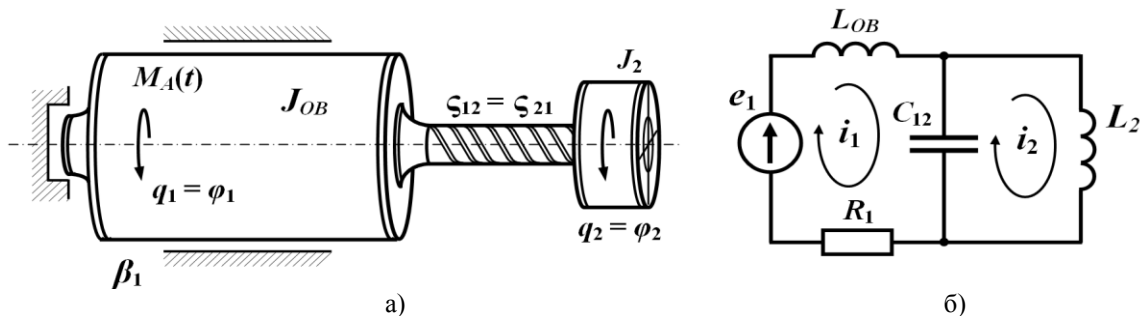


Рисунок 2. Приклад перетворювача моменту інерції третього порядку і його електрична модель

Система складається, як видно з рисунка, із з'єднаних між собою пружним на скручування

стержнем об'єкта вимірювання з шуканим моментом інерції J_{OB} та деякого тіла, момент інерції J_2 якого має бути зразковим і заздалегідь відомим.

Відповідно до (4), лінеаризованою математичною моделлю перетворювача моменту інерції третього порядку буде система

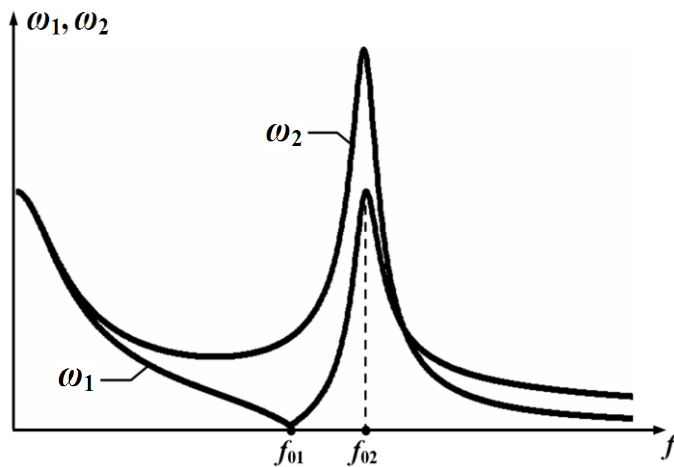


Рисунок 3. Амплітуди кутових швидкостей об'єкта вимірювання і зразкового тіла в залежності від частоти вимушених коливань

$$\begin{cases} J_{OB} \ddot{q}_1 + \beta_1 \dot{q}_1 + \zeta_{12} (q_1 - q_2) = M_A, \\ J_2 \ddot{q}_2 + \zeta_{12} (q_2 - q_1) = 0, \end{cases} \quad (5)$$

яка, в свою чергу, дозволяє сформувати електричну модель

$$\begin{cases} L_{OB} \ddot{q}_1^{(e)} + R_1 \dot{q}_1 + \frac{q_1^{(e)} - q_2^{(e)}}{C_{12}} = e_1, \\ L_2 \ddot{q}_2^{(e)} + \frac{q_2^{(e)} - q_1^{(e)}}{C_{12}} = 0, \end{cases} \quad (6)$$

схема якої наведена на рис. 2, б.

Аналіз рівнянь (5) і (6) показує, що системі перетворювача моменту інерції третього порядку (на відміну від системи з одним ступенем вільності) притаманні два резонансних стани, які спостерігаються на різних частотах f_{01} та f_{02} (рис. 3). Ці частоти,

відповідно до алгоритму методу двох резонансів, необхідно визначити експериментально в режимі вимушених коливань за ознаками екстремальної поведінки амплітудних значень кутових швидкостей об'єкта вимірювання ($\omega_1 = \dot{\varphi}_1$) та тіла зі зразковим моментом інерції ($\omega_2 = \dot{\varphi}_2$).

Тоді момент інерції можна буде розрахувати за наступною формулою

$$J_{OB} = \frac{J_2}{\left(\frac{f_{02}}{f_{01}}\right)^2 - 1},$$

яку, скориставшись теорією динамічних аналогій, легко отримати методами теоретичної електротехніки, зокрема символічним методом, провівши аналіз кола, представленого на рис. 2, б.

Висновки

Таким чином, в роботі висвітлені деякі суттєві проблеми, що притаманні перетворювачам моменту інерції з одним ступенем вільності і для подолання яких пропонується збільшити число ступенів вільності системи перетворювача. На прикладі системи з двома ступенями вільності отримано її математичну і електричну моделі, що дозволило створити і обґрунтувати новий метод – метод двох резонансів, який позбавлений від означених недоліків.

Список літератури

1. Кухарчук В. В. Елементи теорії контролю динамічних параметрів електричних машин: монографія / В. В. Кухарчук. – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 1998. – 125 с.
2. Ведміцький Ю. Г. Узагальнений перетворювач моменту інерції / Ю. Г. Ведміцький, В. В. Кухарчук // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету ім. М. Остроградського. – 2008. – Випуск 3/2008(50), Частина 1. – С. 113-118.
3. Ведміцький Ю. Г. Елементи теорії електродинамічного моделювання вимірювального перетворення і контролю моменту інерції. Проблематика, динамічні аналогії та принцип дуальності / Ю. Г. Ведміцький, В. В. Кухарчук // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2008. – № 5(80). – С. 25–30.
4. Ведміцький Ю. Г. Вимірювальне перетворення і контроль моменту інерції механічних та електромеханічних систем в процесі їх експлуатації. Теорія і практика / Ю. Г. Ведміцький // Вісник Хмельницького національного університету. – 2008. – № 4(113). – С. 47-55.