

Андрій Олійник, Євген Олійник, Олександр Пиптюк (Україна, Івано-Франківськ)

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ В ГАЛУЗІ МЕДИЦИНИ НА ОСНОВІ МОДЕЛІ ЛОТКА – ВОЛЬТЕРРА

Використання методів математичного моделювання для вирішення задач медицини дозволяє використовувати потужності сучасних засобів обчислювальної техніки. При моделюванні обміну речовин при цукровому діабеті основна система рівнянь записується в наступному вигляді, де $y(t)$ – рівень інсуліну, $x(t)$ – рівень цукру, $w(t)$ – кількість інсуліну, що вводиться в організм ін'єкційно, $z(t)$ – кількість цукру, що надходить в організм з їжею.

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = -b_2 y(t) + b_3 w(t) \\ \frac{dx}{dt} = -a_1 x(t)y(t) + a_3 z(t) \end{cases} \quad (1)$$

Для системи (1) вводяться початкові умови та значення коефіцієнтів. Зміст рівнянь наступний – кількість інсуліну в організмі зменшується в одиницю часу пропорційно його початковій концентрації, проте цей вміст регулюється ін'єкціями, кількість цукру зменшується за рахунок його нейтралізації наявним інсуліном та на збільшується внаслідок наявності цукру в їжі. Система (1) є варіантом розробленої в 1925 році моделі типу «хижак-жертва» математиками Лотткою та Вольтерра [1], модифікованим з урахуванням особливостей процесу перебігу хвороби. Функція $w(t)$ визначає режим введення інсуліну за допомогою ін'єкцій, вона дозволяє моделювати кількість введенного інсуліну та моменти введення, вона має наступний вигляд

$$w(t) = \sum_{i=1}^3 \frac{b_i}{(t - t_i)^2 + 1} \quad (2)$$

де t_i – моменти введення інсуліну, b_i – доза. Особливістю моделювання $w(t)$ є те, що вона кількісно і якісно описує процес – має 3 локалізованих максимума, крім того, можливим є регулювання процесу засвоєння інсуліну. Функція $z(t)$ визначає режим введення в організм цукру з їжею, вона дозволяє моделювати кількість введенного цукру та моменти введення (сніданок, обід, вечеря, кефір на ніч), вона має наступний вигляд

$$z(t) = \sum_{j=1}^4 \frac{c_j}{(t - t_j)^2 + 1} \quad (3)$$

де t_j – моменти прийому їжі, c_j – доза цукру, що може потрапити в організм. Функції $w(t)$ та $z(t)$ є оригінальними, їх задання в данному виді пропонується вперше. Система (1) доповнюється початковими умовами та значеннями коефіцієнтів. Вид функцій (2) та (3) визначається за поведінкою функцій – неперервні функції з локалізованими екстремумами, проте система (1) є нелінійною, що вимагає застосування чисельних методів для її розв'язання. Система (1) вирішується чисельно, за методом Рунге-Кутта 4 порядку точності. Проведено розрахунки за розробленим оригінальним програмним забезпеченням, які засвідчили високу степінь адекватності моделі. Для встановлення коефіцієнтів моделі проаналізовано дані клінічних досліджень. Планується впровадження результатів в медичних закладах.

Література

1. Математическое моделирование / под ред. Дж. Эндрюса, Р. Мак-Лоуна; пер. с. англ. – М.: Мир, 1979. – 278с.