УДК 519.711-519.6

Усов А.В., д.т.н., профессор

МЕТОДЫ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В УПРАВЛЕНИИ ЛИНЕЙНЫМИ СИСТЕМАМИ

В настоящее время теория сингулярных интегральных уравнений является одной из наиболее активно развивающихся областей математики, а уже существующий математический аппарат и численные методы являются мощным инструментом для решения различных прикладных задач.

Рассмотрим некоторые типы линейных систем, описываемых с помощью обычных сингулярных интегральных уравнений, методы решения этих уравнений.

Введем следующие операторы в пространстве $L_2(R)$ и отметим некоторые известные свойства этих операторов, необходимые для наших дальнейших рассуждений: J – тождественный оператор: $(J\varphi)(t) = \varphi(t)$, **F** – оператор преобразования Фурье;

$$(F\varphi)(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\tau) e^{-it\tau} d\tau \tag{1}$$

Рассмотрим несколько типов линейных систем, в качестве математических моделей которых могут быть использованы обычные сингулярные интегральные уравнения.

Линейные системы с коммутацией.Пусть некоторая линейная система с импульсной характеристикой $h(t)$ преобразует входной сигнал $s(t)$ в выходной сигнал $g(t)$ (h, s, g $\in$ ...). Результаты воздействия оператора преобразования Фурье F на функции $h(t)$, $s(t)$ и $g(t)$ мы будем обозначать $\hat{h}(\omega)$, $\hat{s}(\omega)$ и $\hat{g}(\omega)$ соответственно. Выделим следующие типы линейных систем. Системы с коммутацией на входе. К системам такого типа относятся системы, являющиеся "недоступными" для входного сигнала $s(t)$ до $(\Lambda_\tau^+ s)$ или после $(\Lambda_\tau^- s)$ некоторого момента времени τ. Поведение таких систем может быть описано уравнениями: $(\Lambda_\tau^+ s) * h = g$, $(\Lambda_\tau^- s) * h = g$. Системы с коммутацией на выходе. К системам такого типа относятся системы, выходной сигнал $g(t)$ которых “не попадает” на вход приемного устройства до (или после) некоторого момента времени τ.Поведение таких систем может быть описано уравнениями: $\Lambda_\tau^+ (s * h) = g$, $\Lambda_\tau^- (s * h) = g$, откуда, применив оператор преобразования Фурье F, мы получаем:

$$e^{-i\omega\tau} P_+ e^{i\omega\tau} \hat{s}\hat{h} = \hat{g}\ , \quad .e^{-i\omega\tau} P_- e^{i\omega\tau} \hat{s}\hat{h} = \hat{g} \tag{2}$$

Понятно, что в том случае, когда система может быть представлена в виде набора параллельно включенных подсистем, поведение каждой из которых описывается одним из уравнений (2), связь спектральных плотностей сигналов на входе и на выходе системы может быть описана с помощью сингулярного интегрального уравнения.