

# Спектральна оцінка сумарного потоку в ієрархічній mesh мережі великої розмірності з фрактальною топологією рівня доступу

Воротніков В. В.

Доц., к.т.н., доцент кафедри автоматизованих систем управління, Житомирський військовий інститут ім. С.П. Корольова пр. Миру 22, м. Житомир, Україна, vvvorotnik@ukr.net

*Анотація* — Обґрунтовано синтез багаторівневої структури мережі великої розмірності у вигляді фрактального графу з циклічно повторюваними структурами. Запропоновано метод оцінювання ієрархічної структури mesh мережі за допомогою спектральної оцінки адитивної потокової функції витрат. Складність розрахунку спектральних значень графу мережі полягає у тому, що для великих мереж прямі методи не ефективні, а ітераційні методи мають тривалий час збіжності. За допомогою представлення графа у вигляді віртуальної фрактальної структури спектр розраховується розподілено на кожному рівні ієрархії. Це дозволило звести розв'язок системи лінійних алгебраїчних рівнянь для графа з  $n^1$  вершинами до порядку не вищого за  $n$ .

*Ключові слова:* ієрархічна структура, фрактальна топологія, адитивна функція витрат, спектральна оцінка

## Spectral estimate of total flow a hierarchical mesh network of large dimension fractal topology with level access

Vorotnikov V.V.

Assoc ., Ph.D., Associate Professor of automated control systems, Korolyov Zhytomyr Military Institute Ave Myru 22, Zhytomyr, Ukraine, vvvorotnik@ukr.net.

*Abstract* — Grounded synthesis of multi-network structure in the form of large-scale fractal graph of cyclically repeating structures. The method otsynuvannnya hierarchical structure mesh networking using spectral estimation flow additive cost function. The complexity of calculating the values of spectral graph network is that the major networks are not effective direct methods and iterative methods have long-term convergence. Using graph representation of a virtual fractal structure calculated spectrum allocated at each level of the hierarchy. This has allowed to reduce the solution of linear algebraic equations to graph with  $n^1$  tops the order not higher than  $n$ .

*Keywords:* hierarchical structure , fractal topolog, additive cost function , spectral estimation

### ВСТУП

Останнім часом широкого застосування отримали безпроводові MESH мережі (Wireless Mesh Networks, WMN) великої розмірності, що мають складну і розгалужену структуру. Даному класу мереж властиві безперервне розширення і динамічні характеристики, що суттєво обмежує застосування відомих методів їх моделювання і оптимізації. В зв'язку з чим актуальними постали задачі аналізу складних мереж на системному рівні і вивчення їх нових особливостей, обумовлених в основному великими розмірами і складною геометрією (топологією).

Представлення складних мереж у вигляді фрактальних структур, що описують взаємодію між собою великої кількості розподілених об'єктів за допомогою каналів зв'язку, дозволяє знайти загальні інформаційні закономірності передачі потоків даних як функцію фрактальної розмірності їх топології [1].

Задачам побудови оптимальних структур складних мереж в літературі приділено значну

увагу. Так, методи теорії ієрархічних систем, що широко використовуються для опису мережевих структур, зокрема, мереж управління потоками, дозволяють представити WMN як багаторівневі системи з ієрархічною структурою.

У [2] визначено, що з метою покращання експлуатаційних характеристик складних мереж доцільно зменшувати кількість рівнів ієрархічної структури. Їх кількість повинна враховувати протилежні вимоги: з одного боку зменшення затримок передачі даних, з іншого – спрощення процесу проектування і експлуатації мережі. Відомо, що кількість рівнів сучасних мереж наближується до десяти [3]. Для максимального зменшення затримок при одночасному збереженні зональної архітектури мережі її структура повинна складатись з трьох рівнів: ядра мережі, мережі доступу і абонентського рівня.

В літературі [2,3], задача оцінки ієрархічної структури зводиться до оцінки витрат щодо забезпечення зв'язності абонентських вузлів і розподіленого управління інформаційними потоками між ними.

Робота присвячена аналізу витрат управління інформаційними потоками в складних мережах в залежності від їх топологічної структури.

**БАГАТОРІВНЕВА СТРУКТУРА МЕРЕЖІ ВЕЛИКОЇ РОЗМІРНОСТІ**

Складність моделювання і опису WMN великої розмірності полягає у тому, що інтенсивність інформаційного потоку даних змінюється у різних

областях зони обслуговування. При цьому розподіл щільності абонентів однозначно визначає інтенсивність інформаційного потоку. Проте, якщо на основі фізичної організації мережі побудувати віртуальну фрактальну структуру з'єднань, процеси оцінювання і управління можна значно спростити внаслідок використання властивості самоподібності [1,4].

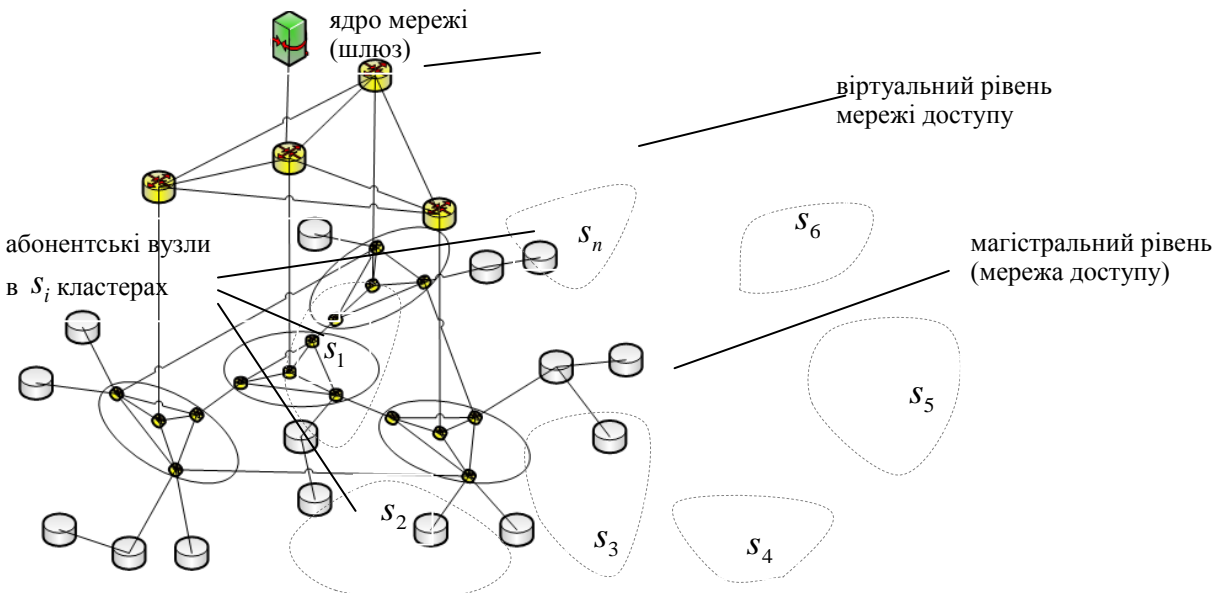


Рисунок 1 – Ієрархічна структура MESH мережі з фрактальною топологією магістрального рівня (мережі доступу)

На рис. 1 наведено приклад трирівневої архітектури WMN: на нижньому рівні в горизонтальній площині показано фізичне з'єднання абонентських вузлів за допомогою маршрутизаторів (мережі доступу). Верхній рівень утворює ядро мережі, що для даного прикладу складається із одного шлюзу. Проміжний рівень – віртуальне представлення ієрархічної фрактальної структури, для якої кожному елементу підпорядковано за принципом самоподібності таку ж структуру на фізичному рівні [4].

**АДИТИВНА ФУНКЦІЯ КОНТРОЛЮ ПОТОКІВ В МЕРЕЖІ З ФРАКТАЛЬНОЮ Т ОПОЛОГІЄЮ**

Задано  $W = \{1, \dots, n\}$  - множину абонентських вузлів і матриця потоків між ними  $R = f_R(w, w')$ ; мережа доступу –  $H = \langle M, E \rangle$ , що утворюється множиною маршрутизаторів  $M = V \setminus W$ , ( $V$  - множина вузлів в ієрархії) і множиною зв'язків між ними  $E \subseteq M \times M$ ;  $D_H$  - матриця відстаней між  $q$  вершинами в  $H$ . Ієрархія  $H = \langle M, E \rangle$  будується за принципом самоподібності: на поточному  $l$  рівні ієрархії кожному маршрутизатору підпорядковано таку ж саму структуру на попередньому  $l-1$  рівні. Серед загальної кількості

вершин мережі доступу визначено  $p \leq q$  вершин, що мають підпорядковані користувацькі вузли;  $K = \{k_1, \dots, k_m\}$  - множина, значення елементів якої – кількість вершин, що підпорядковані кожній проміжній вершині в ієрархії  $H$ .

Необхідно оцінити сумарний потік в мережі  $f(H, K)$ , що залежить від структури  $H$ , формується групами абонентських вузлів  $s_1, s_2, \dots, s_k$  і визначається як сума потоків, що проходять через вершини магістрального рівня.

Сумарний потік, що протікає через вершину  $m \in M$  в мережі доступу  $H$  з розбиттям  $s_1, s_2, \dots, s_k$  множини  $W$ , розраховується як [5]

$$f_H(m) = \sum_{w, w' \in W} f_R(w, w') - \sum_{i=1, k} \sum_{w, w' \in s_i} f_R(w, w') \quad (1)$$

із врахуванням балансових обмежень

$$\sum_{(v, m) \in Ein(m)} f_{(v, m)}(w_1, w_2) = \sum_{(v, m) \in Eout(m)} f_{(v, m)}(w_1, w_2), \quad (2)$$

де  $Ein(m), Eout(m)$  - вхідний і вихідний потік через вершину  $m$ .

Для обчислення потоку (1), що проходить через вершину із сумарного потоку необхідно відняти потоки між групами вузлів  $s_i(m)$ .

Відповідно до [6], нижня оцінка сумарного потоку, що протікає через вузли мережі доступу обчислюється як:

$$f(H, K) = q1_n^T R I_n - \sum_{i=1}^n \lambda_i(R) \lambda_i(K^{1/2} [q1_p 1_p^T - D_H] K^{1/2})$$

$$K = \text{diag}(k_1, \dots, k_p) \quad (3)$$

де  $\lambda_i$ - власні значення відповідних матриць.

#### РОЗРАХУНОК СПЕКТРУ ФРАКТАЛЬНОГО ГРАФУ

Для розрахунку спектру власних значень матриць у виразі (3), використовується класичний результат, на якому засновані методи спектральної класифікації і методи розв'язку задач розрізання графів [7, 8].

Проблема полягає у тому, що нижню оцінку (3) можна обчислити лише для всієї мережі, і неможливо використати для обчислення нижньої оцінки витрат деякої підмережі, склад маршрутизаторів якої фіксований (у виразі сумарного інформаційного потоку з'являється лінійний член, що заважає використанню спектральної оцінки) [6]. Крім цього, складність розрахунку спектральних значень графу полягає у тому, що для великих мереж прямі методи не ефективні, а ітераційні методи мають тривалий час збіжності [9]. Представлення графа у вигляді віртуальної фрактальної структури дозволить реалізувати процедуру розрахунку спектру розподілено в залежності від рівня ієрархії.

Для цього визначимо, яким чином буде змінено порядок розрахунку спектру фрактального графу [10]. Для цього структуру ієрархічної мережі доступу  $H_L = (V_L, E_L)$ , де  $V_L$  – множина вершин графу, а  $E_L$  – множина його ребер, визначимо рекурентно, поетапно замінюючи на ітераціях  $l = 1, 2, \dots, L-1$  графової траєкторії кожен вершину графу  $H_L = (V_L, E_L)$  первинним графом  $H_{primary}$ , що наведено на проміжному рівні рис. 1. Це дозволить отримати рекурентні формули для визначення характеристик фрактальних графів для різних ітерацій графових траєкторій, а розрахунок власних значень спектру графу топології мережі великої розмірності з вершинами  $n_l$  зводиться до розв'язку системи лінійних алгебраїчних рівнянь порядку не вищого за  $n$ . Це витікає з того, що власні значення симетричної матриці дійсні [10].

Таким чином, в результаті побудови ієрархічної структури мережі доступу у вигляді

фрактального графу стає можливим обчислення нижньої оцінки витрат щодо контролю потоків як для всієї мережі, так і для кожного рівня ієрархії – ітерації графової траєкторії.

#### ВИСНОВКИ

Для підвищення ефективності функціонування багаторівневої організації WMN великої розмірності, доцільно використовувати ієрархію віртуальних каналів зв'язку. Віртуалізація рівнів ієрархії мережі доступу за допомогою фрактальних графів з  $n_l$  вершинами спрощує розрахунок власних значень спектру графу для обчислення нижньої оцінки витрат потокової функції для різних ітерацій графової траєкторії і зводиться до розв'язку системи лінійних алгебраїчних рівнянь порядку не вищого за  $n$ .

#### REFERENCES

- [1] Воротников В.В. Фрактальный анализ сложных сетей. Научный вестник Чернивецкого университета: збірник наук. праць. Фізика. Електроніка. – Т. 3, Вип. 1. – Чернівці: ЧНУ, 2014. – с. 63-68.
- [2] Abdun Naser Mahmood, Christopher Leckie, Parampalli Udaya, "An Efficient Clustering Scheme to Exploit Hierarchical Data in Network Traffic Analysis", IEEE Transactions on Knowledge & Data Engineering, vol.20, no. 6, pp. 752-767, June 2008, doi:10.1109/TKDE.2007.190725
- [3] Spohn D.L.: Data Network Design. Second Edition. McGraw-Hill, New York, 1997.
- [4] Yu. Danik, Yu. Kulakov, V. Vorotnikov and I. Gumenyuk. Synthesis of complex networks regular fractals. The advanced science journal. Issue 10. Volume 2014. ISSN 2219-746X. DOI: 10.15550/ASJ.2014.10. Pp. 72-78.
- [5] Губко М.В., Даниленко А.И. Математическая модель оптимизации структуры иерархического меню//Проблемы управления. 2010. № 4. С. 49–58.
- [6] Burkov V.N., Goubko M.V., Korgin N.A., Novikov D.A. Integrated Mechanisms of Organizational Behavior Control // Advances in Systems Science and Application. 2013. Vol. 13. № 3. P. 217–225.
- [7] Rendl F., Wolkowicz H. A projection technique for partitioning the nodes of a graph // Annals of Operations Research. 1995. V. 58. No 3. P. 155–179.
- [8] Donath W.E., Hoffman A.J. Lower bounds for the partitioning of graphs // IBM J. Res. Dev. V. 17, No 5. 1973. P. 420–425.
- [9] Кочкаров А.А., Сенникова Л.И. Количественные оценки некоторых связностных характеристик предфрактальных графов. // Прикладная дискретная математика. - 2011. - № 4(14) – С. 56-61.
- [10] Цветкович Д., Дуб М., Захс Х. Спектры графов теория и применение. К.: - Наукова Думка.-1984. - 384 с.