

# Зменшення похибок ПФІ внаслідок застосування трійкової симетричної системи числення

Ізмайлов А.В.<sup>1</sup>, Петришин Л.Б.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Асп. кафедри інформатики, Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника  
вул. Шевченка 57, м. Івано-Франківськ, Україна, aiartefact@gmail.com

<sup>2</sup>Проф., д.т.н., проф. каф. Операційних досліджень та інформаційних технологій,  
Науково-технологічний університет AGH  
просп. А.Міцкевича, 30, м. Краків, Польща, l.b.petryshyn@gmail.com

<sup>2</sup>Проф., д.т.н., зав. Каф. інформатики, Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника  
вул. Шевченка 57, м. Івано-Франківськ, Україна, l.b.petryshyn@gmail.com

*Анотація* — Обґрунтовано актуальність дослідження проблеми мінімізації похибок квантування при перетворенні форми та цифровій обробці інформації. Запропоновано застосування трійкової симетричної системи числення як способу мінімізації похибки квантування у системах перетворення інформації. Проаналізовано ефективність та здійснено кількісну оцінку зменшення похибки квантування при застосуванні трійкової симетричної системи у порівнянні з двійковою системою числення.

*Ключові слова:* похибка перетворення, трійкова симетрична система числення.

## Error reduction in information transformation using symmetric ternary numeral system

Izmailov A.V.<sup>1</sup>, Petryshyn L.B.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Postgraduate student, Department of Computer Science, Vasyl Stefanyk Precarpathian National University  
Shevchenko str., 57, Ivano-Frankivsk, Ukraine, aiartefact@gmail.com

<sup>2</sup> Prof. of Department of Operation Research and Information Technologies,  
AGH University of Science and Technology  
al. Mickewicza, 30, Krakow 30-059, Poland, l.b.petryshyn@gmail.com

<sup>2</sup> Prof., Head of Department of Computer Science, Vasyl Stefanyk Precarpathian National University,  
Shevchenko str., 57, Ivano-Frankivsk, Ukraine, l.b.petryshyn@gmail.com

*Abstract* — Research actuality of minimization problem for quantization errors in form transformation and digital information processing was proved. Symmetric ternary numeral system was proposed as the way of quantization errors minimization in systems of information transformation. Reduction of quantization error by application of symmetric ternary numeral system was analyzed for effectiveness and was estimated quantitatively comparing to the binary numeral system.

*Keywords:* analog to digital transformation error, symmetric ternary numeral system.

### ВСТУП

Сучасна комп'ютеризована інформаційна система передбачає цифрове перетворення та обробку інформації з об'єктів оточення, в більшості випадків представлену в аналоговій формі на рівні джерел інформації. Застосування методів та засобів ефективного перетворення форми інформації (ПФІ) є вирішальним чинником підвищення швидкодії первинного перетворення і зменшення інформаційного навантаження на канали інфообміну та інтерфейси системи [1]. Проаналізуємо як кожна зі складових функцій дискретизації, квантування та трансформування в процесі аналого-цифрового перетворення (АЦП) впливає на похибку перетворення вхідних аналогових повідомлень до цифрової форми.

Процес АЦП в узагальненому випадку можна декомпонувати на процедури оцифрування аналогового сигналу в унітарний  $N$ -розрядний код

із наступним його трансформуванням в коди із Шеннонівською розрядністю щонайменше  $n = \log_q N$   $q$ -значних позицій без втрат інформації. Ефективність кодування джерела інформації визначається вибором основи системи числення  $q$  бази трансформування вихідного коду та методу формування вихідного потоку цифрових даних. Проаналізуємо яким чином похибка АЦП залежить від типу системи числення та методу представлення вихідного коду ПФІ.

У процесі АЦП проявляється ряд похибок, які впливають на точність представлення аналогових сигналів у системах ПФІ.

### МЕТОДИ ПРЕДСТАВЛЕННЯ ЦИФРОВИХ ДАНИХ ТА ПОХИБКИ КВАНТУВАННЯ

Значення похибки оцифрування залежить від частоти дискретизації та кількості рівнів квантування аналогового сигналу. Оскільки частота

дискретизації є інваріантною при виборі системи числення та методу кодування, закладено аналогічні її значення для проведених методів дослідження, тому аналіз її впливу на похибку квантування є недоцільним і в даному матеріалі опущений. Виходячи із наведеного, необхідно проаналізувати значення похибки квантування аналогового сигналу із цифровим його представленням в різних системах числень та із інваріантною частотою дискретизації. Точність квантування  $1/N$  в межах одного часового дискрету визначається основою системи числення  $q$ , тобто кількістю рівнів чи знаків представлення одного розряду  $(0, 1, \dots, q-1)$  та формату  $n$  (кількості цифрових розрядів) вихідного коду перетворення як  $1/N=1/q^n$ . Одним із способів зменшення апріорного значення похибки квантування є збільшення розрядності, тобто формату  $n$  слова даних системи ПФІ. Проте така можливість є обмеженою апріорі заданим форматом коду перетворення. Тому залишається єдиний чинник – вибір та дослідження ефективності АЦП із застосуванням різних основ систем числення  $q$ , і, як наслідок, відповідної кількості рівнів чи знаків представлення одного розряду  $(0, 1, \dots, q-1)$ .

Перевага застосування іншої основи системи числення  $q$  полягає у тому, що не потребує заміни формату слова даних. В принципі залишається можливість використання паралельних шин даних та каналів інфообміну за умови здійснення багатопорогового  $(0, 1, \dots, q-1)$  формування значень розрядів цифрових даних.

Із обґрунтування та обмежень вище наведеного матеріалу здійснимо аналіз ефективності та похибок ПФІ в результаті застосування такої основи системи числення, яка дозволить мінімізувати похибки перетворення.

#### Застосування симетричної трійкової системи числення як спосіб зменшення похибки квантування

Похибка квантування є результатом процедури округлення, тому природним способом редукції її значення є збільшення кількості рівнів квантування, число яких визначається як  $q^n$ , де  $n$  – кількість цифрових розрядів.

У системах ПФІ з двійковим кодуванням при збільшенні розрядності  $n$  залежність кількості квантів  $q^n$  має показниковий (експоненційний) характер, у якій число розрядів є змінною величиною, а основа позиційної системи числення – постійною і рівною  $q=2$ .

Проте, функцію залежності кількості квантів  $q^n$  можна розглядати і як степеневу, яка обчислюється для змінної основи позиційної системи числення  $q$  для визначеної розрядності  $n$ .

Здійснимо оцінку ефективності (за критерієм мінімальної похибки квантування) систем ПФІ для значень  $q=2, 3, 4, \dots$ . Очевидно, що точність квантування  $1/N$  для постійного формату  $n$  зростає про збільшенні значення основи  $q$ .

Проте, результати опублікованих досліджень [2, 3] вказують, що в класі позиційних систем числення оптимальною є трійкова система числення. Позиційна система числення з основою 4 є менш ефективною, ніж трійкова симетрична (кількісно порівнянна із двійковою, проте складніша у технічній реалізації) [2, 4]. Системи з основами  $q=5, 6$  і т.д. характеризуються ефективністю нижчою, ніж двійкові, проте значно вищою складністю реалізації, що визначає недоцільність їх подальшого дослідження [2].

Перевагою імплементації трійкової симетричної системи числення у системах ПФІ є зменшення похибки квантування без необхідності збільшення розрядності. Обмеженням впровадження симетричного трійкового числення є необхідність застосування біполярних тристабільних компонентів із четвертим станом високого імпедансу  $(-1, 0, +1, Z)$  в каналах розрядів шини даних системи ПФІ. Це зумовлює додаткові затрати на розробку, проектування засобів ПФІ, а також спричиняє збільшення енергоспоживання такими засобами. При обґрунтуванні застосування системи трійкового симетричного ПФІ необхідно визначитись у просторі оптимізації таких критеріїв, як: збільшення швидкості перетворення – зменшення розрядності кодів даних чи зменшення похибки перетворення (збільшення докладності) – коштів впровадження – енергоспоживання в процесі експлуатації. Здійснимо аналіз похибок ПФІ при застосуванні трійкової симетричної системи числення у порівнянні із відомою двійковою.

#### Оцінка зменшення похибки квантування у системах ПФІ внаслідок застосування трійкової симетричної системи числення

Порівняльний аналіз значень похибок квантування здійснено для трійкової симетричної системи числення у порівнянні із двійковою для однакових значень розрядності  $n$ .

У проведеному дослідженні похибку квантування обчислено як середньо квадратичне значення

$$\Delta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^K (x_i^a - x_i^d)^2}{K}},$$

де  $\Delta$  – значення похибки квантування,  $K$  – кількість відліків (семплів),  $x_i^a$  – значення амплітуди аналогового сигналу,  $x_i^d$  – значення амплітуди оцифрованого сигналу.

В якості досліджуваного використано нестационарний сигнал, заданий формулою:

$$f(t) = \sin(t) + 0.1 \times \text{sign}(\sin(t - 0.005)),$$

де  $f(t)$  – амплітуда аналогового сигналу,  $t$  – параметр часу.

У табл. 1 наведено результати обчислення значень похибок квантування для двійкової ( $\Delta_{bin}$ ) та трійкової симетричної ( $\Delta_{ter}$ ) систем числення, а

також відношення  $\frac{\Delta_{ter}}{\Delta_{bin}}$  (\*), яке визначає відносну похибку для різних значень розрядності в парах для обох методів кодування, що дозволяє кількісно оцінити відносну зміну значень похибок квантування. Відношення (\*) визначає міру зменшення похибки квантування при застосуванні симетричної трійкової системи числення у порівнянні з двійковою.

Таблиця 1 – Похибки квантування для двійкової та трійкової симетричної систем числення при різних значеннях розрядності

| Розрядність | $\Delta_{bin}$ | $\Delta_{ter}$ | $\frac{\Delta_{ter}}{\Delta_{bin}} \times 100$<br>,% |
|-------------|----------------|----------------|--|
| 1           | 0,286697       | 0,179697       | 62,7   |
| 2           | 0,148994       | 0,065717       | 44,1   |
| 3           | 0,075813       | 0,022646       | 29,9   |
| 4           | 0,037595       | 0,007686       | 20,4   |
| 5           | 0,019118       | 0,002652       | 13,9   |
| 6           | 0,009729       | 0,000892       | 9,2  |
| 7           | 0,004985       | 0,000295       | 5,9  |
| 8           | 0,002224       | 0,000097       | 4,3  |
| 9           | 0,001256       | 0,000033       | 2,6  |
| 10          | 0,000632       | 0,000011       | 1,7  |

Із аналізу отриманих значень відношення (\*), які зведені у табл. 1, можна підсумувати, що значення похибок квантування у випадку застосування трійкової симетричної системи числення менші від значень для двійкової системи числення у всьому діапазоні значень розрядності кодового слова. Із аналітичної залежності та отриманих результатів очевидним є зменшення значень похибки квантування із збільшенням розрядності. Для прикладу розрядності, рівної 10, значення похибки квантування для трійкової симетричної системи числення складає 1,7% значення для двійкової системи числення. У зв'язку з тим, що у більшості систем ПФІ використовуються 12-16 розрядні компоненти [1], очікується, що значення відносної похибки із відношення (\*) становитиме менше 1%.

## ВИСНОВКИ

Аналіз показників ефективності застосування трійкової симетричної системи числення у системах ПФІ з метою зменшення значення похибки квантування довів ефективність використання такого підходу до зменшення апіорного значення похибки квантування. Запропоноване рішення характеризується визначеними перевагами і недоліками. За умови коштовності імплементації трійкових систем ПФІ можна досягнути істотного зменшення похибки квантування у порівнянні з двійковою системою числення та збільшення швидкодії перетворення. Таким чином, впровадження трійкової симетричної системи числення дозволяє зменшити апіорні значення похибки квантування і обґрунтовує доцільність використання трійкової симетричної системи числення та відповідної системи кодування інформації у ПФІ.

## ЛІТЕРАТУРА REFERENCES

- [1] Петришин Л.Б. Моделювання субтрактивно-адитивного способу перетворення форми інформації. // Математичний вісник НТШ; ISSN 1812-6774. — 2012 т. 9 с. 246–268.
- [2] Third Base. [Електронний ресурс] / Hayes, В. // American Scientist – 2001. – том 89. – №6. – Режим доступу до ресурсу: <http://www.americanscientist.org/issues/pub/third-base/>.
- [3] Izmailov A. Effectiveness analysis of bases and function systems used in digital information processing / A. Izmailov // Materiały 52 Konferencji Studenckich Kół Naukowych Pionu Hutniczego, 7-14 maja 2015 r., Kraków, Polska / Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie. – Kraków : Wydawnictwo Akademii Górniczo-Hutniczej im. Stanisława Staszica w Krakowie, 2015. – S. 281.
- [4] Петришин М.Л. Ефективність кодування даних в чотвірковій системі числення / Петришин М.Л. // Інформаційні технології в освіті, техніці та промисловості : матеріали Всеукр. наук.-практ. конф. аспірантів, молодих учених та студентів, 8-11 жовтня 2013 р., Івано-Франківськ, Україна / Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу. – Івано-Франківськ : Видавництво ІФНТУНГ, 2013. – С. 77-79.