

Ю. І. Муляр, к.т.н., доцент

Вінницький національний технічний університет

СПОСІБ ОТРИМАННЯ МЕХАНІЧНОГО АНАЛОГА ГІДРОМЕХАНІЗМУ ТА РОЗРОБКА ЙОГО МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ

Реальні системи технологічних машин в основному достатньо складні, з багатьма ступенями вільності, часто зі змінними динамічними параметрами, різними за величиною зазорами в з'єднаннях, складним характером навантаження. Динаміка машини суттєво залежить від приводу (тип двигуна, його характеристика та система керування), причому ступінь їх взаємного впливу в різних машинах неоднакова.

В ряді технологічних машин широко застосовується гідравлічний привод, в першу чергу, це відноситься до верстатного обладнання, а також в кранобудуванні та інших галузях машинобудування. Одним з випадків конструкції машини є механічний зв'язок гідромотора через редуктор з робочим органом. Щодо вимог до робочого органу, наприклад, металорізального верстата – то це дотримання плавності (рівномірності) його руху та точність позиціонування.

Тому питання взаємодії механічних елементів та систем привода з гідравлічними елементами, в подальшому – гідромеханізми, набувають особливого значення при аналізі

Власних частот механізму в цілому, оцінки динамічних процесів, питань стійкості, плавності рухів робочих органів.

Як відомо, такий аналіз можна провести шляхом експериментальних досліджень натурного зразка механізму, дослідженням його фізичної моделі або його математичної моделі. Причому, на теперішній час, враховуючи рівень обчислювальної техніки, зокрема її швидкодію в розрахунках, робота з математичною моделлю дозволяє проаналізувати набагато більше варіантів впливу різних параметрів на згадані характеристики, а потім для впевненості про досягнуту ідентичність здійснити обмежену кількість практичних досліджень.

Предметом досліджень в цій роботі є гідромеханізм, призначений для дросельної стабілізації швидкості аксіального роторно-поршневого гідромотору [1], схема якого наведена на рис. 1.

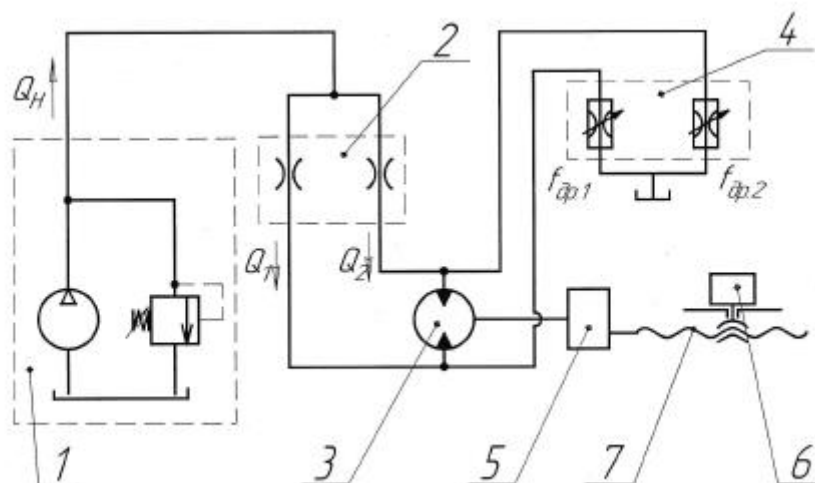


Рисунок 1 – Схема досліджуваного гідро механізму

Робота гідромеханізму полягає в наступному: робоча рідина витокком Q_n надсилається насосною станцією 1 до дільника 2, виходи якого з'єднані з гідромотором реверсивної дії 3 та із золотниковим блоком 4. В цьому блоці розташовано двокромочний золотник для керування перепадом тисків в робочих порожнинах гідромотора 3. Вал цього гідромотора механічно зв'язаний з вихідним валом редуктора 5, а вхідний вал останнього через пару "ходовий гвинт – гайка" 7 – з робочим органом 6.

Дільник 2 розгалужує потік рідини Q_n на два потоки Q_1 та Q_2 і при цьому увесь час забезпечує їх рівність незалежно від тисків рідини в гілках, до яких підключено гідромотор, тобто $Q_1 = Q_2 = Q = \text{const}$. У випадку, коли робочі відкриття вікон $f_{др.1}$ та $f_{др.2}$, які забезпечуються положенням двокромочного золотника, рівні між собою, перепад тисків у робочих порожнинах гідромотора 3 відсутній і його вал нерухомий. Якщо ж змінити цей рівноважний стан, тобто забезпечити, щоб $f_{др.1} \neq f_{др.2}$, то на валу гідромотора 3 виникає крутний момент, який через зубчасті передачі редуктора 5 передається на ходовий гвинт – гайку 7, що викликає поступальне переміщення робочого органу 6 в певному напрямку і з певною швидкістю.

На рис. 2 наведена еквівалентна схема досліджуваного гідромеханізму для випадку, коли вал гідромотора 3 обертається в одному напрямку:

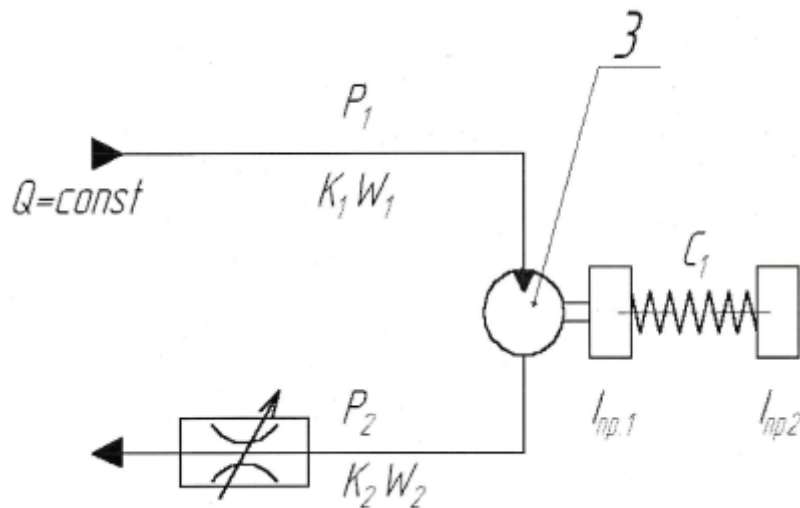


Рисунок 2 – Еквівалентна схема гідро механізму, зображеного на рис. 1

На схемі вказані такі позначення: $I_{пр1}$ – момент інерції обертових мас редуктора і гідромотора, приведений до валу гідромотора; $I_{пр2}$ – момент інерції робочого органу, приведений до валу гідромотора; W_1, W_2 – об'єми порожнин, заповнених робочою рідиною і які знаходяться відповідно під тисками останньої p_1 і p_2 ; K_1, K_2 – коефіцієнти податливості порожнин з об'ємами W_1 та W_2 ; C_1 – жорсткість передачі між редуктором і виконавчим органом; Q – виток робочої рідини, який надходить до порожнини нагнітання гідромотора.

Для зручності в подальшому аналізі бажано працювати з однорідною, тобто чисто механічною системою. Для цього замінимо частину системи (див. рис. 2), до якої входять гідравлічні елементи (трубопроводи з робочою рідиною та гідромотор) механічними аналогами. Здійснимо деякі розрахунки. Розглянемо трубопровід, заповнений робочою рідиною. В загальному випадку його жорсткість дорівнює:

$$C_{тр} = \Delta p \cdot f / \Delta l, \quad (1)$$

де Δp – приріст робочого тиску p , під яким знаходиться робоча рідина в трубопроводі; Δl – деформація (лінійна) в трубопроводі довжиною L під впливом приросту тиску Δp ; f – площа перетину трубопроводу з робочою рідиною, яка знаходиться під тиском p .

Коефіцієнт податливості трубопроводу знаходиться за виразом:

$$K = \Delta W / W \cdot \Delta p, \quad (2)$$

де ΔW – приріст об'єму; W – порожнини трубопроводу, в якому знаходиться робоча рідина під робочим тиском p , при зміні цього тиску на величину Δp .

Звідки:

$$\Delta p = \Delta W / K \cdot W \quad (3)$$

Підставимо вираз (3) в (1):

$$C_{тр} = (\Delta W / K \cdot W) \cdot (f / \Delta l) = (\Delta l \cdot f^2 / K \cdot W \cdot \Delta l) = f^2 / K \cdot W. \quad (4)$$

У виразі (4):

$$\Delta W = \Delta l \cdot f.$$

При розгляданні трубопроводу у взаємозв'язку з гідромотором приріст об'єму ΔW порожнини трубопроводу буде визначатися за виразом:

$$\Delta W = \Delta \varphi \cdot q, \quad (5)$$

де $\Delta \varphi$ – приріст кута повороту валу гідромотору при зміні робочого тиску на величину Δp ; q – характерний об'єм гідромотору.

Приріст моменту, який розвивається на валу гідромотору, при зміні робочого тиску на Δp , запишеться так:

$$\Delta M = \Delta p \cdot q \quad (6)$$

Поділивши обидві частини рівняння (6) на величину $\Delta \varphi$ (вираз для визначення $\Delta \varphi$ знаходимо з рівняння (5)), отримаємо рівняння кутової жорсткості гідромотору:

$$C_{\varphi} = \Delta M / \Delta \varphi = \Delta p \cdot q \cdot q / \Delta W = (\Delta W / KW) \cdot (q^2 / \Delta W) = q^2 / KW. \quad (7)$$

Тепер, згідно еквівалентної схеми (див. рис. 2) гідромотор з'єднаний з двома трубопроводами і тому загальний приріст тиску, під дією якого трубопроводи з робочими об'ємами W_1 та W_2 , в яких знаходиться робоча рідина відповідно під тисками p_1 та p_2 і будуть зазнавати змін в об'ємах на величину ΔW кожний, можна записати так:

$$\Delta p = \Delta p_1 + \Delta p_2,$$

де Δp_1 та Δp_2 – прирости робочих тисків p_1 та p_2 відповідних трубопроводів, об'єми порожнин яких змінюються на ΔW .

Тоді, з врахуванням виразів (3) та (5) отримаємо:

$$\Delta p = (\Delta W / K_1 \cdot W_1) + (\Delta W / K_2 \cdot W_2) = \Delta \varphi \cdot q \cdot (1 / K_1 W_1 + 1 / K_2 W_2), \quad (8)$$

А вираз (7) для даної схеми буде мати вигляд:

$$C_{\varphi} = \Delta M / \Delta \varphi = q^2 \cdot (1 / K_1 \cdot W_1 + 1 / K_2 W_2). \quad (9)$$

Таким чином, можна скласти другу еквівалентну схему, яка буде являться механічним аналогом розглянутого гідромеханізму, наведеного на рис. 3.

На цій схемі також враховані умови в'язкого тертя при переміщенні інерційних мас 1 та 2 (β_1, β_2 – коефіцієнти в'язкого тертя).

Для подальшого аналітичного дослідження заданого гідромеханізму на базі його механічного аналогу потрібно скласти математичну модель останнього. Перед цією роботою потрібно ввести деякі припущення: коефіцієнти жорсткості C_{φ} та C_1 є величинами постійними в часі; сили, які викликають деформації пружних елементів, змінюються повільно в часі і лінійно залежать один від одного; момент сил технологічного

навантаження на робочий орган є величиною постійною; сили сухого тертя при переміщенні робочого органу відсутні.

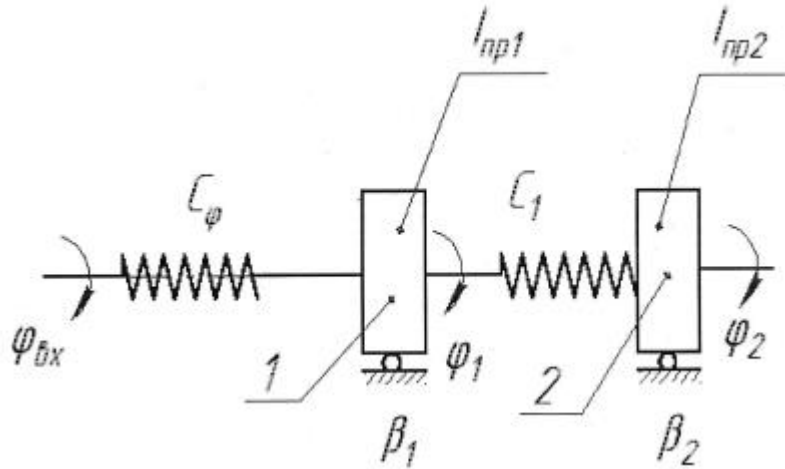


Рисунок 3 – Схема механічного аналогу досліджуваного гідромеханізму

Таким чином, в загальному вигляді математична модель, яка описує динаміку тіла 1, має такий вигляд;

$$M_{C\phi} - M_{с.тертя1}(\phi_1) - M_{I_{пр.1}} - M_{C1} - M_{в.тертя1} = 0, \quad (10)$$

в диференціальній формі:

$$I_{пр1} \cdot d^2 \phi_1 / dt^2 + \beta_1 \cdot d\phi_1 / dt + C_{\phi} \cdot \phi_1 + C_1 \cdot \phi_1 + M_{с.тертя1}(\phi_1) = C_{\phi} \cdot \phi_{вх.} + C_1 \cdot \phi_2, \quad (11)$$

де $M_{C\phi} = C_{\phi} \cdot (\phi_{вх.} - \phi_1)$ – момент сили пружної деформації ланки з жорсткістю C_{ϕ} ; $M_{с.тертя1}(\phi_1)$ – момент сил сухого тертя в торцевому ущільненні (пара “ротор – нерухомий торцевий розподільник”) аксіального роторно – поршневого гідромотору на нижній межі діапазону регулювання швидкостей [2]; $M_{I_{пр.1}} = I_{пр1} \cdot d^2 \phi_1 / dt^2$ – момент сили інерції, яка діє на тіло 1; $M_{C1} = C_1 \cdot (\phi_1 - \phi_2)$ – момент сили пружної деформації ланки з жорсткістю C_1 ;

$M_{в.тертя1} = \beta_1 \cdot d\phi_1 / dt$ – момент сил в'язкого тертя, які діють при переміщенні тіла 1; $\phi_{вх.}$ – кутова координата попередньо закрученої пружної ланки з жорсткістю C_{ϕ} ; ϕ_1, ϕ_2 – відповідно кутові координати тіл 1 та 2.

Аналогічні рівняння, які описують динаміку тіла 2:

$$M_{C1} - M_{I_{пр2}} - M_{нав.} - M_{в.тертя2} = 0, \quad (12)$$

$$I_{пр2} \cdot d^2 \phi_2 / dt^2 + \beta_2 \cdot d\phi_2 / dt + C_1 \cdot \phi_2 = C_1 \cdot \phi_1 - M_{нав.}, \quad (13)$$

де $M_{I_{пр2}} = I_{пр2} \cdot d^2 \phi_2 / dt^2$ – момент сили інерції, яка діє на тіло 2; $M_{в.тертя2} = \beta_2 \cdot d\phi_2 / dt$ – момент сил в'язкого тертя, які діють при переміщенні тіла 2; $M_{нав.}$ – момент сили технологічного навантаження, яка діє на тіло 2.

Момент, який розвивається на валу гідромотора, дорівнює:

$$M_{дв} = (p_1 - p_2) \cdot q. \quad (14)$$

З рівняння (11) цей момент, але для еквівалентної схеми (див. рис.3), запишеться таким рівнянням:

$$M_{дв} = C_{\phi} \cdot (\phi_{вх.} - \phi_1) - C_1(\phi_1 - \phi_2). \quad (15)$$

Позначивши $\phi_{вх.} - \phi_1 = \Delta\phi_1$, а $\phi_1 - \phi_2 = \Delta\phi_2$, отримаємо:

$$M_{дв} = C_{\phi} \cdot \Delta\phi_1 - C_1 \cdot \Delta\phi_2. \quad (16)$$

Таким чином:

$$(p_1 - p_2) \cdot q \approx C_\phi \Delta \phi_1 - C_1 \Delta \phi_2. \quad (17)$$

Середній момент, який розвивається силами сухого тертя в торцевому ущільненні гідромотора, запишеться так:

$$M_{с.тертя} = \psi_\pi (p_1 + p_2). \quad (18)$$

Для еквівалентної системи, наведеної на рис.3, цей момент можна представити таким рівнянням:

$$M_{с.тертя} = \psi_\pi' [C_\phi \cdot (\phi_{вх.} - \phi_1) + C_1(\phi_1 - \phi_2)], \quad (19)$$

Тобто:

$$\psi_\pi \cdot (p_1 + p_2) \approx \psi_\pi' (C_\phi \cdot \Delta \phi_1 + C_1 \cdot \Delta \phi_2). \quad (20)$$

Припустимо, що $p_2 = 0$, тоді рівняння (17) і (20) приймуть такий вигляд:

$$p_1 \cdot q = C_\phi \Delta \phi_1 ; \quad (21)$$

$$\psi_\pi \cdot p_1 = \psi_\pi' \cdot C_\phi \Delta \phi_1. \quad (22)$$

З рівняння (20):

$$p_1 = (C_\phi / q) \cdot \Delta \phi_1 \quad (23)$$

Підставивши рівняння (23) в рівняння (22), отримаємо:

$$\psi_\pi (C_\phi / q) \cdot \Delta \phi_1 = \psi_\pi' \cdot C_\phi \cdot \Delta \phi_1, \text{ або } \psi_\pi / q = \psi_\pi'. \quad (24)$$

В рівняннях (18), (20), (22), (24): ψ_π – коефіцієнт втрат на сухе тертя в торцевому ущільненні аксіального роторно-поршневого гідромотору, прямо пропорційний сумі тисків в робочих порожнинах останнього [2].

Підставимо вираз (24) в рівняння (19), а його – в рівняння (11) та (13), та виконаємо їх перетворення (в тому числі і за Лапласом). Остаточно отримаємо два рівняння, які будуть відповідати математичній моделі, що описує динаміку процесів механізму, для якого розроблена еквівалентна схема наведена на рис.3:

$$\phi_1 \cdot [(I_{пр1} \cdot S^2 + \beta_1 S) + C_1 \cdot (1 + \psi_\pi / q) + C_\phi \cdot (1 - \psi_\pi / q)] = \phi_{вх.} \cdot [C_\phi \cdot (1 - \psi_\pi / q)] + \phi_2 \cdot [C_1 \cdot (1 + \psi_\pi / q)], \quad (25)$$

$$\phi_2 \cdot (I_{пр2} \cdot S^2 + \beta_2 S + C_1) = \phi_1 \cdot C_1 - M_{нав}. \quad (26)$$

В рівняннях (25), (26): S – оператор Лапласа.

За допомогою отриманої математичної моделі можна виконати дослідження вихідного гідромеханізму.

Висновки

1. Розроблений спосіб перетворення досліджуваного гідромеханізму на його механічний аналог, що дозволяє в подальшому спростити його аналітичне дослідження.
2. Отримано механічний аналог гідромеханізму.
3. Розроблена математична модель динамічних процесів механічної системи з врахуванням особливостей гідравлічних елементів вихідного гідромеханізму.

Література

1. Лобан В. М. Гидропривод и гидропневмоавтоматика. Респ. межвед. науч.-тех. сб. / В. М. Лобан, Ю. И. Муляр. – К. : Техника, 1976. – Вып.12.
2. Немировский И. А. Расчет гидроприводов технологических машин / И. А. Немировский, Н. Г. Снисарь. – К. : Техника, 1992.