

ОЦІНЮВАННЯ СТАНДАРТНОЇ НЕПЕВНОСТІ ТИПУ “В” НА ОСНОВІ СКЛАДОВИХ АДИТИВНОЇ ТА МУЛЬТИПЛІКАТИВНОЇ ПОХИБОК

© Васілевський Олександр, 2015

Вінницький національний технічний університет, кафедра метрології та промислової автоматики,
Хмельницьке шосе, 95, 21021, Вінниця, Україна

Запропоновано спосіб перерахунку адитивної та мультиплікативної складових похибок, аналітичні вирази яких отримуються розкладанням відповідного рівняння перетворення у ряд Тейлора, в стандартну непевність типу В. Цей спосіб апробовано під час оцінювання статичних характеристик засобу вимірювання кутової швидкості. Він дає змогу представляти характеристики точності засобів вимірювань відповідно до вимог міжнародних стандартів з оцінювання якості вимірювань.

Ключові слова: непевність типу В, адитивна похибка, мультиплікативна похибка, ряд Тейлора, модельне рівняння.

Предложен способ пересчета аддитивной и мультипликативной составляющих погрешностей, аналитические выражения которых получаются путем разложения соответствующего уравнения преобразования в ряд Тейлора, в стандартную неопределенность типа В. Этот способ апробирован при оценке статических характеристик средства измерения угловой скорости. Он позволяет представлять характеристики точности средств измерений в соответствии с требованиями международных стандартов по оценке качества измерений.

Ключевые слова: неопределенность типа В, аддитивная погрешность, мультипликативная погрешность, ряд Тейлора, модельное уравнение.

A method for conversion additive and multiplicative constituents of errors, analytical expressions are obtained by decomposition of the corresponding transformation equations in Taylor series in a standard uncertainty of type B. Decomposition of transformation equations used means of measuring in the Taylor series allows to obtain analytical expressions of basic static characteristics of the means of measuring on the basis of which it is possible to explore the characteristics of changes in the sensitivity of means of measuring, the nominal conversion function, influencing coefficients, additive and multiplicative errors in a deviation of influencing parameters on their nominal values. This method has been tested in the evaluation of static characteristics of measuring angular velocity. It allows you to represent the characteristics of precision of means of measurements in accordance with the requirements of international standards to assess the quality of measurements.

These mathematical expressions allow investigation of basic metrological characteristics of a measuring angular velocity, and the causes and conditions that lead to increased measurement errors in the angular velocity of electric motors to be identified. To represent standard uncertainty of type B, which is caused by the presence of additive and multiplicative errors in the measurement means, mathematical expressions are proposed that allow recalculation of these errors to standard uncertainty.

The mathematical expressions were tested using the example of the recalculation of additive and multiplicative errors of the measurement means of the torque in the standard uncertainty of type B. The resulting mathematical tools and characteristics of change of the basic static metrological measuring means for angular velocity give us the opportunity to identify the causes of increase in error in the measurement of angular velocity in electric motors. This enables us to explore how to diminish or eliminate them, and also to synthesise measuring means angular velocity with standardised metrological characteristics.

To convert received instrumental error components measuring angular velocity in a standard uncertainty of type B and presentation characteristics of precision measuring instruments in accordance with the requirements of international standards to assess the quality of measurements suggested model equations given in the article.

On the basis of the proposed model equations executed counts additive and multiplicative error components measuring the angular speed of the combined standard uncertainty of type B, which is caused by the presence of the

instrumental components of errors in deviation vlyayuschih magnitude of its nominal value. The studies found that the type B standard uncertainty is 3.38 rad/s in the range of conversion from 0 to 100 rad/s rejecting influence quantity β from its nominal value of 0.01 radians.

Key words: *uncertainty type B, additive error, multiplicative error, Taylor series model equation.*

Вступ. Складаючи звіт про результат вимірювання фізичної величини, необхідно подати кількісне зазначення якості результату так, щоб можна було правильно оцінити його надійність. Без такого зазначення результати вимірювань не можна порівняти ні між собою, ні з довідковими величинами, наведеними у специфікації чи стандарті. Тому необхідна легкодієсненна, зрозуміла і загальноприйнята методика оцінювання результатів вимірювань на основі концепції непевності.

Ідеальна методика оцінювання чи встановлення непевності результату вимірювання повинна бути універсальною: придатною для всіх видів вимірювань і для всіх типів входних даних, що використовуються у вимірюваннях. Величина, яка безпосередньо використовується для встановлення непевності, необхідна внутрішньо узгоджена: безпосередньо виведена з компонентів, які її утворюють, а також не повинна залежати від групування цих компонентів і від їх розкладу на субкомпоненти; повинна бути можливістю прямого використання непевності одного результату як компонента оцінювання непевності іншого, в якому використовується перший результат. Непевність результату вимірювання у загальному випадку складається з кількох компонентів, які можна згрупувати у дві категорії, залежно від способу оцінювання їх числового значення: тип А – компоненти, оцінені статистичними методами; тип В – компоненти, оцінені іншими (нестатистичними) способами.

Для оцінювання вхідної величини, яка не була отримана в результаті повторних спостережень, пов’язану з ними оцінену дисперсію або стандартну непевність визначають на основі наукового судження, що ґрунтуються на всій доступній інформації про можливу змінність вхідної величини. Правильне використання фонду доступної інформації для оцінювання стандартної непевності типу В вимагає інтуїції, основаної на досвіді та загальних знаннях, і є майстерністю, якої набувають з практикою. Треба визнати, що оцінка стандартної непевності типу В може бути такою ж надійною, як і оцінка за типом А, особливо у вимірювальній ситуації, коли оцінювання

за типом А ґрунтуються на невеликій кількості статистично незалежних спостережень.

Під час оцінювання статичних характеристик засобів вимірювань, аналітичні вирази для яких отримують розкладанням відповідного рівняння перетворення засобу вимірювання в ряд Тейлора, актуальною є задача перерахунку значень адитивної та мультиплікативної складових похибки засобу вимірювання в стандартну непевність типу В для представлення характеристик точності засобів вимірювань відповідно до вимог міжнародних стандартів з оцінювання якості вимірювань – концепції непевності.

З огляду на вищевикладене, *метою статті* є розроблення методики оцінювання стандартної непевності типу В на основі аналітичних виразів адитивної та мультиплікативної складових похибок засобу вимірювання, які отримують за допомогою розкладу рівняння перетворення відповідного засобу вимірювання в ряд Тейлора, та її апробація на прикладі перерахунку значень інструментальних складових похибок засобу вимірювання кутової швидкості.

Аналіз стану досліджень та публікацій. Як відомо з літературних джерел [1–3], до основних статичних характеристик засобів вимірювань належать рівняння перетворення, чутливість, адитивна та мультиплікативна похибки, діапазон вимірювань, основна та додаткові похибки засобів вимірювань (ЗВ), похибка нелінійності тощо. Цих характеристик достатньо для здійснення нормування точності ЗВ. При цьому необхідно щоб математичний апарат для дослідження статичних характеристик ЗВ давав змогу достатньо просто отримувати аналітичні вирази зазначених характеристик ЗВ. Складність полягає в тому, що рівняння вимірювального перетворення описує для різних ЗВ різні фізичні процеси, які належать до різних галузей знань і є функціями багатьох змінних. Необхідно мати узагальнений для всіх них метод дослідження, який був би незалежним від фізичних явищ, покладених в основу побудови ЗВ. Таким математичним апаратом для дослідження статичних характеристик ЗВ є використання розкладу рівняння перетворення у ряд Тейлора.

Наприклад, відомо, що робота ЗВ кутової швидкості в статичному режимі описується рівнянням перетворення, що має вигляд [3, 4]:

$$N_w = kS_0 R_{33} I r^{-2} \left(0,5abwt + 0,25ab^2 \right) 2^m / U_0, \quad (1)$$

де N_w – кількість двійкових імпульсів, що підраховуються лічильником; ω – кутова швидкість; r – відстань від джерела світла до поверхні, що освітлюється; R_{33} – опір кола зворотного зв'язку; k – коефіцієнт пропорційності; S_0 – інтегральна струмова чутливість фотодіоду; m – розрядність АЦП; t – час вимірювання; β – кут, що характеризує конфігурацію діафрагми перетворювача; $a = h(2R_0 + h)/(2p)$ – коефіцієнт, що визначає геометричні розміри прорізу модулятора, який входить до складу перетворювача; R_0 – радіус кола в центрі модулятора; h – висота прорізу модулятора з початком на колі радіуса; U_0 – опорна напруга АЦП; I_0 – сила світла.

Для отримання аналітичних виразів основних статичних характеристик ЗВ кутової швидкості рівняння перетворення (1) розкладається в ряд Тейлора [1, 3]:

$$\begin{aligned} N_w = N_{0w} + \left[\frac{\frac{dN_w}{dw}}{dw} \right]_0 w + \frac{1}{2!} \left[\frac{\frac{d^2N_w}{dw^2}}{dw^2} \right]_0 w^2 + \\ + \frac{1}{3!} \left[\frac{\frac{d^3N_w}{dw^3}}{dw^3} \right]_0 w^3 + \dots + \\ + \left[\frac{\frac{d^2N_w}{dw^2}}{dw^2} \right]_0 w \cdot \Delta b + \left[\frac{\frac{dN_w}{dw}}{dw} \right]_0 \Delta b + \\ + \frac{1}{2!} \left[\frac{\frac{d^2N_w}{dw^2}}{dw^2} \right]_0 \Delta b^2 + \dots, \end{aligned} \quad (2)$$

де N_{0w} – вільний член розкладу, значення якого визначається за нульового вхідного сигналу;

$$\frac{dN_w}{dw} = \frac{kS_0 R_{33} I b a t}{2U_0 r^2} 2^m - \text{аналітичний вираз для}$$

чутливості ЗВ; $\frac{d^2N_w}{dw^2} = 0$, $\frac{d^3N_w}{dw^3} = 0$ – аналітичні

вирази для швидкості та прискорення зміни чутливості, відповідно; $\frac{d^2N_w}{dw^2} \Delta b + \frac{d^3N_w}{dw^3} \Delta b^2 =$

$$= \frac{kS_0 R_{33} I a}{r^2 U_0} 2^m \Delta b (0,5b + 0,5wt + 0,25\Delta b) - \text{аналітичний}$$

вираз для адитивної складової похибки;

$$\frac{d^2N_w}{dw^2} w \Delta b = \frac{kS_0 R_{33} I a t}{2r^2 U_0} 2^m w (b - b_n) - \text{аналітичний}$$

вираз для мультиплікативної складової похибки (b_n – номінальне значення кута); $\frac{dN_w}{dw} w$ – аналітичний вираз номінальної функції перетворення ЗВ.

Характеристики зміни перерахованих вище статичних характеристик ЗВ кутової швидкості в умовах відхилення впливової величини b від свого номінального значення b_n зображені на рис. 1 – 2.

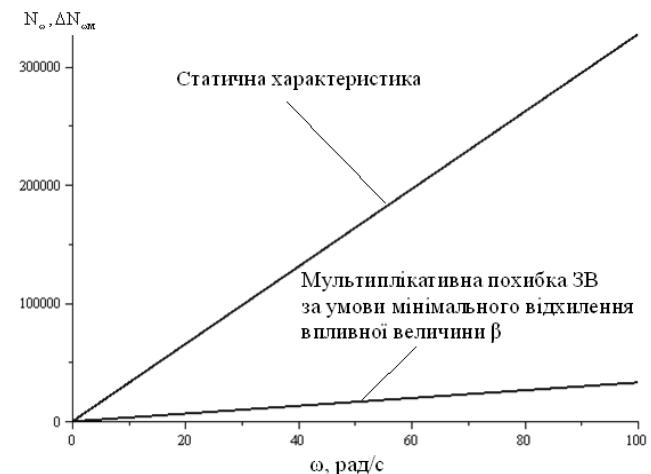


Рис. 1. Графічне представлення рівняння перетворення ЗВ (статична характеристика) та мультиплікативної складової похибки

Fig. 1. A graphical representation of transformation equations means of measuring (static characteristic) and the multiplicative component of the error

Чутливість ЗВ кутової швидкості дорівнює константі, тобто є постійною, а отже, шкала цього ЗВ рівномірна.

З рис. 1 видно, що значення абсолютної мультиплікативної похибки ЗВ кутової швидкості в умовах мінімального відхилення впливової величини b від її номінального значення b_n становить 30000 десяткових імпульсів, а значення максимального вихідного коду ЗВ при цьому дорівнює 325000 імпульсів у діапазоні вимірювання від 0 до 100 рад/с. Тобто значення зведеній мультиплікативної складової похибки ЗВ кутової швидкості становить 9,23 % в діапазоні вимірювання від 0 до 100 рад/с.

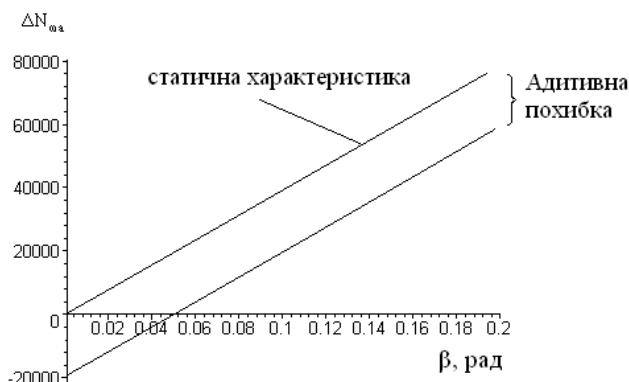


Рис. 2. Графічне подання рівняння перетворення ЗВ (статична характеристика) та адитивної складової похибки

Fig. 2. A graphical representation of the transformation equations means of measuring (static characteristic) and the additive component of the error

В умовах відхилення впливної величини b від її номінального значення b_n на величину Δb значення абсолютної адитивної похибки ЗВ кутової швидкості становить – 20000 десяткових імпульсів (рис. 2). Оскільки адитивна похибка не залежить від вимірюваної величини ω , то оцінка її значення у відсотках є проблематичною.

В умовах відхилення впливної величини b від її номінального значення характеристика зміни номінальної функції перетворення ЗВ кутової швидкості, що описується другим доданком у виразі (2), відрізняється від теоретичної статичної характеристики, що описується аналітичним виразом (1). Характеристика, що показує цю розбіжність, наведена на рис. 3.

Як видно з рис. 3, розбіжність значень десяткових імпульсів між теоретичною характеристикою ЗВ та номінальною функцією перетворення цього ЗВ в умовах мінімального відхилення впливної величини становить 391,15 десяткового імпульсу в діапазоні перетворення від 0 до 100 рад/с. Врахувавши те, що в діапазоні перетворення від 0 до 100 рад/с максимальне значення десяткового коду дорівнює 325000 імпульсів (рис. 1), то, перерахувавши значення 391,15 десяткового імпульсу в значення кутової швидкості (як вимірюваної величини), отримаємо відхилення кутової швидкості, що становить 0,12 рад/с за мінімального відхилення впливної величини b від її номінального значення.

Для перерахунку отриманих інструментальних складових похибок ЗВ кутової швидкості в стандартну непевність типу В та подання характеристик точності

ЗВ відповідно до вимог міжнародних стандартів з оцінювання якості вимірювань запропоновано модельні рівняння, що наводяться нижче.

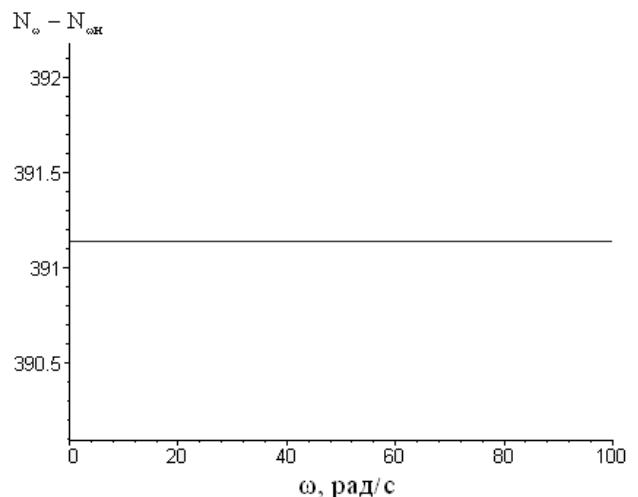


Рис. 3. Графічне представлення розбіжності між номінальною функцією перетворення та теоретичною статичною характеристикою ЗВ кутової швидкості в умовах відхилення впливної величини від номінального значення

Fig. 3. A graphical representation of the difference between the nominal function of transformation and the theoretical static characteristic means of measuring angular velocity under the effect of the deviation from the nominal value

Викладення основного матеріалу. У разі використання запропонованої вище методики отримання аналітичних виразів для адитивної та мультиплікативної складових похибок актуальною є задача оцінювання стандартної непевності типу В на основі значень цих похибок.

З розкладеного в ряд Тейлора рівняння перетворення відповідного ЗВ можна отримати аналітичні вирази для адитивної ΔN_a та мультиплікативної ΔN_m складових похибок, які в загальному вигляді описуються формулами [5]:

$$\Delta N_m = \frac{\partial^2 N}{\partial x \partial h} (x - x_0)(h - h_0) = \frac{\partial^2 N}{\partial x \partial h} \Delta x \Delta h ; \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \Delta N_a &= \frac{\partial N}{\partial h} (h - h_0) + \frac{\partial^2 N}{\partial h^2} (h - h_0)^2 = \\ &= \frac{\partial N}{\partial h} \Delta h + \frac{\partial^2 N}{\partial h^2} \Delta h^2 , \end{aligned} \quad (4)$$

де N – значення вихідної величини ЗВ; x – вхідна (вимірювана) величина; x_0 – номінальне значення

вхідної величини за номінальних значень впливних величин; h – значення впливної величини; h_0 – номінальне значення впливної величини.

Для перерахунку інструментальних складових похибки засобу вимірювання в стандартну непевність типу В необхідно оцінити непевності, що обумовлені можливим відхиленням вхідної вимірюваної величини $u(\Delta x)$ та впливної величини $u(\Delta h)$ на основі верхньої та нижньої границь ($[x_-; x_+]$ і $[h_-; h_+]$), у припущені про можливий вигляд закону розподілу похибки всередині цих меж.

Відповідно до міжнародних рекомендацій з оцінювання та розрахунку непевності вимірювання, якщо інформація про вигляд закону розподілу похибки всередині меж відсутня чи недостовірна, треба припустити, що існує рівна ймовірність того, що похибка має будь-яке значення у допустимих межах, тобто приймається рівномірний закон розподілу. Якщо ж вигляд закону розподілу відомий, то непевність оцінюється з урахуванням вигляду закону розподілу за відомими формулами, що наведені в [6–10].

Розглянемо найгірший випадок, коли інформації про вигляд закону розподілу немає. В такому разі непевності вхідної та впливної величин оцінюються за формулами

$$u(\Delta x) = \Delta x / \sqrt{12}; \quad u(\Delta h) = \Delta h / \sqrt{12}. \quad (5)$$

Введемо позначення коефіцієнтів впливу впливних величин h на вихідний параметр N :

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial N}{\partial h_i} = \sum_{i=1}^n b_{0i}; \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 N}{\partial h_i^2} = \sum_{i=1}^n b'_{0i}, \quad (7)$$

та коефіцієнтів сумісного впливу a_{0i} вимірюваної величини та впливних величин h на номінальну чутливість ЗВ

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 N}{\partial x \partial h_i} = \sum_{i=1}^n a_{0i}. \quad (8)$$

Для перерахунку інструментальних складових похибки ЗВ у стандартну непевність типу В за однієї вимірюваної величини та однієї впливної величини запропоновано вираз:

$$u_B = \sqrt{\left(\frac{\partial N}{\partial h} \right)^2 u^2(\Delta h) + \left(\frac{\partial^2 N}{\partial h^2} \right)^2 (2\Delta h u(\Delta h))^2 + \left(\frac{\partial^2 N}{\partial x \partial h} \right)^2 u^2(\Delta x) u^2(\Delta h)}. \quad (9)$$

За n впливних величин вираз для розрахунку інструментальної складової дисперсії з урахуванням рівнянь (6)–(8) набуде вигляду

$$u_B^2 = \sum_{i=1}^n b_{0i}^2 u^2(\Delta h_i) + 4 \sum_{i=1}^n b'_{0i}^2 \Delta h_i^2 u^2(\Delta h_i) + \sum_{i=1}^n a_{0i}^2 u^2(\Delta x) u^2(\Delta h_i). \quad (10)$$

Враховуючи найгірший випадок, коли закони розподілу впливних величин та вимірюваної величини невідомі, тобто стандартні непевності оцінюються за виразом (5), вираз для оцінювання дисперсії, на основі якого визначається стандартна непевність типу В (10) за n впливних величин набуває вигляду

$$u_B^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (b_{0i} \Delta h_i)^2}{12} + \frac{\sum_{i=1}^n (b'_{0i} \Delta h_i^2)^2}{3} + \frac{\sum_{i=1}^n (a_{0i} \Delta x \Delta h_i)^2}{12^2}. \quad (11)$$

Для однієї впливної величини вираз (11) має вигляд

$$u_B^2 = \frac{(b_0 \Delta h)^2}{12} + \frac{(b'_0 \Delta h^2)^2}{3} + \left(\frac{a_0 \Delta x \Delta h}{12} \right)^2. \quad (12)$$

Застосуємо запропоновані модельні рівняння (5)–(12) для перерахунку отриманих адитивних і мультиплікативних складових похибок ЗВ кутової швидкості у стандартну непевність типу В.

Оскільки з результатів досліджень статичних метрологічних характеристик встановлено, що розбіжність між теоретичною статичною характеристикою, що описується рівнянням перетворення ЗВ кутової швидкості (1) і номінальною функцією перетворення цього ЗВ за умови мінімального відхилення впливної величини β від свого номінального значення b_h в діапазоні показів від 0 до 100 рад/с становить 0,12 рад/с (рис. 3), то стандартну непевність, зумовлену наявністю систематичної похибки вимірювання за мінімального відхилення впливної величини в припущені про рівномірний закон розподілу цієї похибки оцінимо за формулою $u(\Delta \omega) = 0,12 / \sqrt{12} = 0,03$ рад/с.

Стандартна непевність, зумовлена мінімальним допустимим відхиленням впливної величини ($\Delta b = b - b_h = 0,01$ рад), в припущені про рівномірний закон розподілу становить $u(\Delta \beta) = 0,01 / \sqrt{12} = 2,89 \cdot 10^{-3}$ рад.

Характеристики зміни коефіцієнта впливу впливної величини β на вихідну величину N_w ЗВ кутової

швидкості та коефіцієнта сумісного впливу a_0 впливної величини β та вимірюваної величини ω на номінальну чутливість ЗВ, аналітичні вирази яких отримують за формулами (6)–(8), подано на рис. 4 та 5.

З поверхонь зміни коефіцієнтів впливу $b_{0\omega}$ (рис. 4) та сумісного впливу $a_{0\omega}$ (рис. 5) видно, що їхні максимальні значення на верхній межі вимірювання 100 рад/с становлять $3,8 \cdot 10^6$ рад⁻¹ та 38000 с/рад², відповідно. Швидкість зміни коефіцієнта впливу $b'_{0\omega}$ в цьому випадку дорівнює нулю.

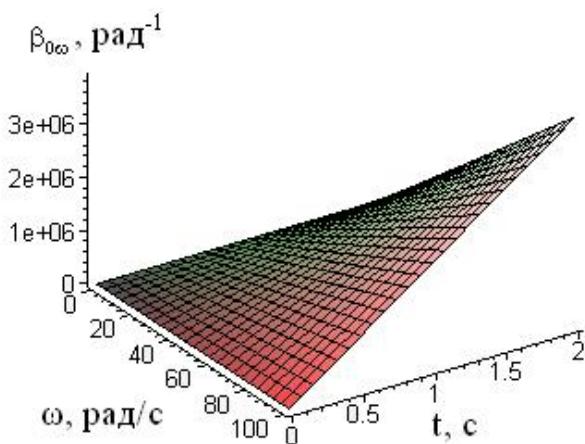


Рис. 4. Поверхня зміни коефіцієнта впливу впливної величини β на вихідну величину

Fig. 4. The surface changes of the coefficient affecting the impact value β on the output value

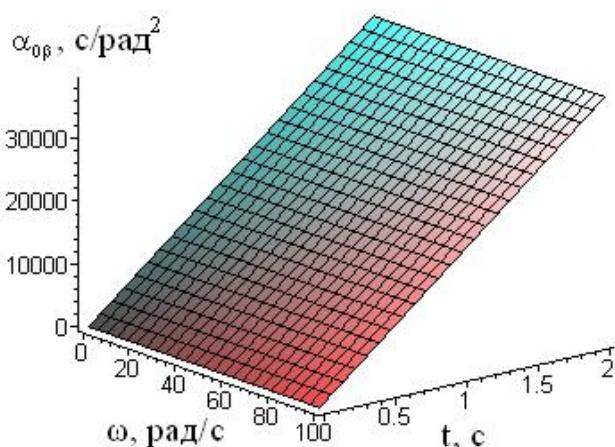


Рис. 5. Поверхня зміни коефіцієнта сумісного впливу вимірюваної та впливної величин на номінальну чутливість

Fig. 5. The surface changes of the coefficient joint influence of the measured parameter and the impact value on the nominal sensitivity

Підставляючи максимальні значення коефіцієнта впливу $b_{0\omega}$, коефіцієнта сумісного впливу $a_{0\omega}$ та стандартні непевності $u(\Delta\omega)$ і $u(\Delta\beta)$ у рівняння (9), отримаємо значення сумарної стандартної непевності типу В, зумовлене наявністю адитивної та мультиплікативної складових похибки ЗВ кутової швидкості в умовах мінімального відхилення впливної величини β від свого номінального значення

$$\begin{aligned} u_B^2 &= b_{0\omega}^2 u^2(\Delta\omega) + a_{0\omega}^2 u^2(\Delta\beta) = \\ &= (3,8 \cdot 10^6 \text{ rad}^{-1})^2 (2,89 \cdot 10^{-3} \text{ rad})^2 + \\ &+ (38 \cdot 10^3 \text{ c/ rad}^2)^2 (0,03 \text{ rad/c})^2 (2,89 \cdot 10^{-3} \text{ rad})^2 = \\ &= 120604324,85. \end{aligned} \quad (13)$$

Якщо взяти квадратний корінь із отриманого за виразом (13) значення сумарної дисперсії, сумарне значення стандартної непевності типу В становить 10982 десяткові імпульси вихідного сигналу ЗВ кутової швидкості в діапазоні перетворення вимірюваної величини від 0 до 100 рад/с за максимальною кількості десяткових імпульсів на верхній межі вимірювання 325000 (рис. 1). Перерахувавши отримане значення непевності в десяткових імпульсах у абсолютное значення вимірюваної величини ($100 \text{ rad/s} * 10982 / 325000 = 3,38 \text{ rad/s}$), отримаємо значення сумарної стандартної непевності типу В, яке дорівнює 3,38 рад/с в умовах відхилення впливної величини β від свого номінального значення b_n на $\Delta b = 0,01$ рад.

Отже, на основі модельних рівнянь (9)–(12) виконано перерахунок адитивної та мультиплікативної складових похибок ЗВ кутової швидкості в сумарну стандартну непевність типу В, зумовлену наявністю цих складових похибок за умови відхилення впливної величини від свого номінального значення. У результаті досліджень встановлено, що сумарна стандартна непевність типу В становить 3,38 рад/с в діапазоні перетворення від 0 до 100 рад/с у разі відхилення впливної величини β від свого номінального значення на 0,01 рад.

Висновки. Запропоновано модельні рівняння для оцінювання стандартної непевності типу В на основі значень адитивної та мультиплікативної складових похибок в умовах відхилення впливних величин від номінальних значень. Така методика перерахунку інструментальних складових похибки ЗВ у стандартну

непевність дає змогу подавати результати досліджень характеристик точності засобів вимірювань відповідно до вимог міжнародних стандартів, які отримують на основі розкладу відповідного рівняння перетворення у ряд Тейлора. Методика перерахунку апробована під час досліджень характеристик точності засобу вимірювання кутової швидкості в умовах мінімального відхилення впливної величини.

1. Метрологічне забезпечення вимірювань і контролю : [навчальний посібник] / Є. Т. Володарський, В. В. Кухарчук, В. О. Поджаренко, Г. Б. Сердюк. – Вінниця: ВДТУ, 2001. – 219 с.
2. Метрологія та вимірювальна техніка : [підручник] / Є. С. Поліщук, М. М. Дорожовець, В. О. Яць, В. М. Ванько, Т. Г. Бойко; ред. проф. Є. С. Поліщука. – Львів: Бескит Біт, 2003. – 544 с.
3. Васілевський О. М. Дослідження статичних метрологічних характеристик засобу вимірювання кутової швидкості // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2012. – № 6. – С. 26–30.
4. Васілевський О. М., Кулаков П. І. Елементи теорії підвищення точності вимірювання та синхронізації кутових швидкостей роторів взаємозв'язаних

- електромоторів : [монографія]. – Вінниця: ВНТУ. – 2011. – 176 с.
5. Васілевський О. М. Методика перерахунку адитивної та мультиплікативної складових похибки засобу вимірювання в інструментальну складову непевності / О. М. Васілевський, В. Ю. Кучерук // VIII Міжнародна науково-практична конференція “Інтегровані інтелектуальні робототехнічні комплекси” (ІРТК-2015). – Київ: НАУ. – 2015. – С. 68–69.
6. Evaluation of measurement data – Guide to the expression of uncertainty in measurement : JCGM 100:2008. – Sevres: JCGM, 2008. – 120 p.
7. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement: First edition. – ISO, Switzerland. – 1993. – 101 p.
8. Васілевський О. М. Алгоритм оцінювання невизначеності у вимірюваннях при виконанні метрологічних робіт // Інформаційні технології та комп’ютерна інженерія. – № 3 (7). – 2006. – С. 147–151.
9. Васілевський О. М., Кучерук В. Ю., Володарський С. Т. Основи теорії невизначеності вимірювань : [підручник]. – Вінниця : ВНТУ, 2015. – 239 с.
10. Vasilevskyi O. M. Calibration method to assess the accuracy of measurement devices using the theory of uncertainty // International Journal of Metrology and Quality Engineering 5.04 (2014): 403.