

*І. В. Хом'юк, В. В. Хом'юк, В. О. Краєвський*

**ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА**

Міністерство освіти і науки України  
Вінницький національний технічний університет

*І. В. Хом'юк, В. В. Хом'юк, В. О. Краєвський*

## **ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА**

Затверджено Вченою радою Вінницького національного технічного університету як навчальний посібник для студентів усіх спеціальностей та форм навчання. Протокол № 10 від 27 березня 2008р.

Вінниця ВНТУ 2009

УДК 517.3 (075)

X 76

*Рецензенти:*

**І. О. Сивак**, доктор технічних наук, професор  
**В. І. Клочко**, доктор педагогічних наук, професор  
**Д. А. Найко**, кандидат фізико-математичних наук, професор

Рекомендовано до видання Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України

**Хом'юк І. В., Хом'юк В. В., Краєвський В. О.**

X 76 **Теорія ймовірностей та математична статистика.** Навчальний посібник. – Вінниця: ВНТУ, 2009. – 189 с.

У навчальному посібнику подано теоретичні відомості з тем теорії ймовірностей з елементами математичної статистики у вигляді означень, теорем, властивостей. Розглянуті розв'язування прикладів з кожної теми, надається 30 варіантів завдань для типових розрахунків з кожної теми та завдання для студентів заочної форми навчання.

Розрахований на студентів технічних ВНЗ усіх форм навчання та спеціальностей.

УДК 517.3 (075)

# ЗМІСТ

<b><u>ВСТУП</u></b> .....	6
<b><u>1 ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ</u></b> .....	8
<b><u>1.1 Основні поняття теорії ймовірностей</u></b> .....	8
<u>1.1.1 Предмет теорії ймовірностей</u> .....	8
<u>1.1.2 Елементи комбінаторики</u> .....	9
<u>1.1.3 Алгебра подій</u> .....	12
<u>1.1.4 Аксиоматичне та класичне означення ймовірностей</u> .....	14
<u>1.1.5 Геометричні ймовірності</u> .....	16
<u>1.1.6 Завдання для самоперевірки</u> .....	17
<b><u>1.2 Теореми додавання і множення ймовірностей</u></b> .....	18
<u>1.2.1 Теорема додавання для несумісних подій</u> .....	18
<u>1.2.2 Теорема множення ймовірностей</u> .....	21
<u>1.2.3 Ймовірність появи лише однієї події</u> .....	22
<u>1.2.4 Ймовірність появи хоча б однієї події</u> .....	22
<u>1.2.5 Теорема додавання для сумісних подій</u> .....	23
<u>1.2.6 Формула повної ймовірності</u> .....	23
<u>1.2.7 Формула Бейєса</u> .....	24
<u>1.2.8 Завдання для самоперевірки</u> .....	25
<b><u>1.3 Повторні випробування</u></b> .....	26
<u>1.3.1 Схема дослідів Бернуллі</u> .....	26
<u>1.3.2 Локальна теорема Лапласа</u> .....	28
<u>1.3.3 Інтегральна теорема Лапласа</u> .....	29
<u>1.3.4 Найімовірніше число появи події в незалежних випробуваннях</u> .....	30
<u>1.3.5 Ймовірність відхилення відносної частоти від постійної ймовірності в незалежних випробуваннях</u> .....	31
<u>1.3.6 Завдання для самоперевірки</u> .....	33
<b><u>1.4 Випадкові величини</u></b> .....	34
<u>1.4.1 Біноміальний розподіл</u> .....	35
<u>1.4.2 Розподіл Пуассона</u> .....	36
<u>1.4.3 Геометричний розподіл</u> .....	38
<b><u>1.5 Дискретні випадкові величини. Їх числові характеристики</u></b> .....	38
<u>1.5.1 Математичне сподівання та його властивості</u> .....	38
<u>1.5.2 Відхилення випадкової величини від її математичного сподівання</u> .....	41
<u>1.5.3 Математичне сподівання числа появи події в незалежних випробуваннях</u> .....	42
<u>1.5.4 Дисперсія дискретної випадкової величини та її властивості</u> .....	43
<u>1.5.5 Дисперсія числа появи події в незалежних випробуваннях</u> .....	45
<u>1.5.6 Середнє квадратичне відхилення дискретної випадкової величини</u> .....	45
<u>1.5.7 Завдання для самоперевірки</u> .....	46
<b><u>1.6 Закони великих чисел</u></b> .....	47
<u>1.6.1 Закон великих чисел. Нерівність Чебишова</u> .....	47

<b><u>1.7 Інтегральна функція розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини</u></b> .....	50
<u>1.7.1 Властивості інтегральної функції</u> .....	50
<u>1.7.2 Графік інтегральної функції</u> .....	52
<b><u>1.8 Диференціальна функція розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини</u></b> .....	53
<u>1.8.1 Ймовірність попадання неперервної випадкової величини в заданий інтервал</u> .....	53
<u>1.8.2 Властивості диференціальної функції</u> .....	55
<u>1.8.3 Знаходження інтегральної функції</u> .....	55
<u>1.8.4 Закон рівномірного розподілу ймовірностей</u> .....	57
<b><u>1.9 Нормальний закон розподілу</u></b> .....	58
<u>1.9.1 Числові характеристики неперервних випадкових величин</u> .....	58
<u>1.9.2 Нормальний розподіл ймовірностей</u> .....	62
<u>1.9.3 Графік щільності нормального розподілу</u> .....	63
<u>1.9.4 Ймовірність попадання в заданий інтервал нормально розподіленої випадкової величини</u> .....	65
<u>1.9.5 Обчислення ймовірності заданого відхилення</u> .....	66
<u>1.9.6 Правило трьох сигм</u> .....	67
<u>1.9.7 Поняття про теорему Ляпунова</u> .....	67
<b><u>1.10 Числові характеристики показникового розподілу</u></b> .....	67
<b><u>2 МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА</u></b> .....	68
<b><u>2.1 Основні поняття математичної статистики</u></b> .....	68
<u>2.1.1 Вибірковий метод</u> .....	68
<u>2.1.2 Статистичний розподіл</u> .....	69
<u>2.1.3 Емпірична функція розподілу</u> .....	70
<u>2.1.4 Полігон і гістограма</u> .....	72
<b><u>2.2 Числові характеристики вибірки</u></b> .....	73
<u>2.2.1 Генеральна і вибіркова середні</u> .....	73
<u>2.2.2 Генеральна і вибіркова дисперсії</u> .....	75
<u>2.2.3 Формула для обчислення дисперсії</u> .....	76
<b><u>2.3 Оцінка генеральної дисперсії на основі “виправленої” вибіркової дисперсії</u></b> .....	77
<b><u>2.4 Мода і медіана</u></b> .....	78
<b><u>2.5 Довірчі інтервали</u></b> .....	78
<u>2.5.1 Надійність</u> .....	78
<u>2.5.2 Довірчий інтервал для оцінки невідомого математичного сподівання нормального розподілу при відомому <math>\sigma</math></u> .....	80
<u>2.5.3 Довірчий інтервал для оцінки невідомого математичного сподівання <math>a</math> нормального розподілу при невідомому <math>\sigma</math></u> .....	81
<u>2.5.4 Довірчий інтервал для оцінки середнього квадратичного відхилення генеральної сукупності нормального розподілу</u> .....	82
<b><u>2.6 Дослідження експериментальних даних (даних вибірки)</u></b> .....	82
<u>2.6.1 Побудова інтервального статистичного розподілу</u> .....	82
<u>2.6.2 Зведення інтервального статистичного розподілу до найпростішого статистичного розподілу</u> .....	84

2.6.3	Вирівнювання статистичних експериментальних рядів .....	85
<b>2.7</b>	<b>Критерій згоди Пірсона. Системи випадкових величин</b> .....	87
2.7.1	Критерій згоди $\chi^2$ Пірсона .....	87
2.7.2	Перевірка гіпотези про нормальний розподіл за критерієм Пірсона .....	89
2.7.3	Системи випадкових величин .....	90
2.7.4	Кореляційна залежність. Коефіцієнт кореляції .....	90
2.7.5	Функції лінійної регресії .....	93
<b>3</b>	<b>ЗАВДАННЯ ДЛЯ ТИПОВИХ РОЗРАХУНКІВ</b> .....	95
3.1	Завдання з теорії ймовірностей .....	95
3.2	Завдання для контрольної перевірки .....	108
3.3	Завдання з математичної статистики .....	110
<b>4</b>	<b>КОНТРОЛЬНІ РОБОТИ ДЛЯ СТУДЕНТІВ ЗАОЧНОЇ ФОРМИ НАВЧАННЯ</b> .....	124
4.1	Завдання з теорії ймовірностей .....	126
4.1.1	Класичне та статистичне означення ймовірності. Відносна частота. Геометричні ймовірності .....	126
4.1.2	Теореми додавання і множення ймовірностей. Імовірність появи принаймні однієї події .....	131
4.2	Завдання з математичної статистики .....	163
4.2.1	Числові характеристики вибірки. Полігон. Гістограма .....	163
4.2.2	Перевірка гіпотези про вид розподілу. Довірчий інтервал .....	165
	<b>ОСНОВНІ ФОРМУЛИ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ</b> .....	167
	<b>ЗАЛІКОВІ ПИТАННЯ</b> .....	174
	<b>ЛІТЕРАТУРА</b> .....	176
	<b>ГЛОСАРІЙ</b> .....	178
	<b>ДОДАТОК А</b> .....	179
	<b>ДОДАТОК Б</b> .....	181
	<b>ДОДАТОК В</b> .....	183
	<b>ДОДАТОК Г</b> .....	184
	<b>ДОДАТОК Д</b> .....	185
	<b>ДОДАТОК Е</b> .....	186
	<b>ДОДАТОК Ж</b> .....	187
	<b>ДОДАТОК И</b> .....	188

## ВСТУП

Мета даного посібника полягає у викладанні основ теорії ймовірностей – математичної науки, яка вивчає закономірності випадкових явищ. Під час вивчення курсу «Теорія ймовірностей з елементами математичної статистики» мета якого формування базових знань з основ застосування ймовірнісно-статистичного апарата для розв'язування теоретичних і практичних задач, як і під час вивчення курсу вищої математики, найбільшу трудність викликає застосування теорії до розв'язування практичних задач. Саме тому даний навчальний посібник розрахований надати допомогу в оволодінні методикою розв'язування задач з теорії ймовірності і в використанні методів теорії ймовірностей та математичної статистики до розв'язування практичних задач.

Даний посібник написаний на основі досвіду викладення теорії ймовірностей у вищому технічному навчальному закладі, а також досвіду використання ймовірностних методів для розв'язування практичних задач.

Посібник складається із 4 розділів. У теоретичній частині подані основні формули, теореми, означення, які підкріплюються різними прикладами. Висвітлені в посібнику теоретичні відомості можна вважати скороченим курсом лекцій.

Після теоретичної частини в навчальному посібнику подано 30 варіантів для типових розрахунків з кожної теми. Кількість розрахована на одну академічну групу. Якщо в групі більше студентів і викладач бажає видати всім різні варіанти, це можна зробити використовуючи літери прізвища, які відповідають алфавіту, поділеному на частини з номерами від 1 до 30 або скорелювати набір випадкових чисел. Наприклад, Іванов – 2, 8, 6, 5, 1, 4, 3; Петров – 30, 1, 8, 6, 25, 4, 17 і т. д. У даному посібнику наведені також завдання для виконання яких передбачають застосування інформаційних технологій.

У посібнику вміщено значну кількість докладних розв'язань прикладів, що дає змогу використовувати їх для самостійного вивчення теорії ймовірностей, зокрема студентами-заочниками, крім того розроблені завдання для контрольної роботи заочної форми навчання.

В кінці підручника наведені таблиці, які слід використовувати під час розв'язування задач.

Навчальний посібник можна використовувати як для підготовки до колоквиумів, практичних занять з поданих тем, так і для типових розрахунків, контрольних домашніх робіт. Даний посібник можна розглядати як дистанційний курс навчання з даної дисципліни.

# 1 ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ

## 1.1 Основні поняття теорії ймовірностей

### 1.1.1 Предмет теорії ймовірностей

Виникнення теорії ймовірностей як науки відноситься до середини XVII ст. і пов'язана з іменами Паскаля (1623 – 1662), Ферма (1601 – 1665), Гюйгенса (1629 – 1695). Хоча окремі задачі, що стосувалися підрахунку шансів у азартних іграх, розглядалися раніше – в XV-XVI ст. італійськими математиками (Кардано, Пачолі, Тарталья та ін.), перші загальні методи розв'язування таких задач були в знаменитій переписці між Паскалем і Ферма, яка розпочалася в 1654 р., та в першій книзі з теорії ймовірностей «*De Ratiociniis in Aleae Ludo*» («О расчетах в азартной игре»), яка була опублікована Гюйгенсом в 1657 р. Істинна теорія ймовірностей починається з роботи Я. Бернуллі (1654 – 1705) «*Ars Conjectandi*» («Искусство предположения»), яка опублікована в 1713 р., в ній була доведена перша гранична теорема теорії ймовірностей – «закон великих чисел», і роботи Муавра (1667 – 1754). Якобу Бернуллі належить заслуга введення в науку «класичного» означення «ймовірність події», саме він перший розрізняв поняття «ймовірність» події та «частота» її появи. Муавр визначив такі поняття, як «незалежність», «математичне сподівання», «умовна ймовірність». У 1812 р. вийшов великий трактат Лапласа (1749 – 1827) «Аналітична теорія ймовірностей», в якому він виклав свої власні результати в області теорії ймовірностей, а також результати своїх попередників. Перший підручник з теорії ймовірності був написаний математиком Віктором Яковичем Буняковським у XIX ст. (родом з Бара).

Теорія ймовірностей вивчає математичні моделі експериментів з випадковими результатами (наслідками). Будь-який результат інтерпретується як випадкова подія, яка може відбутися або не відбутися в результаті експерименту. Випадкові події можна порівнювати між собою за певною

мірою можливості їх появи. Ймовірністю випадкової події і називають деяку чисельну міру об'єктивної можливості появи випадкової події.

## ОСНОВНІ ФОРМУЛИ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ

1. Ймовірність події

$$P(A) = \frac{m}{n}.$$

2. Відносна частота події

$$W(A) = \frac{m}{n}; \quad W(A) \approx P(A).$$

3. Розміщення

$$A_n^m = n(n-1)(n-2) \dots (n-(m-1)) = \frac{n!}{(n-m)!}.$$

4. Перестановки

$$P_n = n! \quad 0! = 1.$$

5. Комбінації

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!} = C_n^{n-m}.$$

6. Геометричні ймовірності

$$P(g) = \frac{mg}{mG}; \quad P = \frac{l}{L}; \quad P = \frac{Sd}{SD}; \quad P = \frac{v}{V}.$$

7. Теорема додавання ймовірностей несумісних подій

$$P(A+B) = P(A) + P(B); \quad P\left(\sum_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i).$$

8. Теорема додавання ймовірностей сумісних подій

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB);$$

$$P(A+B+C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(AC) - P(BC) + P(ABC).$$

9. Теорема множення ймовірностей незалежних подій

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B);$$

$$P(A_1 \cdot A_2 \cdot \dots \cdot A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot \dots \cdot P(A_n).$$

10. Теорема множення ймовірностей залежних подій

$$P(AB) = P(A) \cdot P_A(B) = P_B \cdot P_B(A);$$

$$P(A_1 \cdot A_2 \cdot \dots \cdot A_n) = P(A_1) \cdot P_{A_1}(A_2) \cdot P_{A_1 A_2}(A_3) \cdot \dots \cdot P_{A_1 A_2 \dots A_{n-1}}(A_n).$$

11. Імовірність повної групи несумісних подій

$$P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n) = 1.$$

12. Сума ймовірностей протилежних подій

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1.$$

13. Імовірність появи принаймні однієї із подій  $A_1, A_2, \dots, A_n$ .

$$P(A) = 1 - q_1 \cdot q_2 \cdot \dots \cdot q_n;$$

$$P(A) = 1 - q^n, \text{ якщо } P(A_1) = P(A_2) = \dots = P(A_n) = p.$$

14. Формула повної ймовірності

$$P(A) = P(B_1) \cdot P_{B_1}(A) + P(B_2) \cdot P_{B_2}(A) + \dots + P(B_n) \cdot P_{B_n}(A),$$

$$\text{якщо } P(B_1) + P(B_2) + \dots + P(B_n) = 1.$$

15. Формула Бейєса

$$P_A(B_i) = \frac{P(B_i) \cdot P_{B_i}(A)}{P(A)} \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n),$$

$$\text{де } P(A) = P(B_1) \cdot P_{B_1}(A) + P(B_2) \cdot P_{B_2}(A) + \dots + P(B_n) \cdot P_{B_n}(A).$$

16. Формула Бернуллі

$$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}.$$

17. Локальна теорема Лапласа

$$P_n(k) = \frac{1}{\sqrt{npq}} \cdot \varphi(x),$$

$$\text{де } \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}, \quad x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}}; \quad \varphi(-x) = \varphi(x).$$

18. Інтегральна теорема Лапласа

$$P_n(k_1, k_2) = \hat{O}(x'') - \hat{O}(x'),$$

$$\text{де } \hat{O}(x) = \int_0^x e^{-\frac{x^2}{2}} dx, \quad x' = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}, \quad x'' = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}; \quad \hat{O}(-x) = -\hat{O}(x).$$

$$\hat{O}(x) = 0,5 \text{ для } x > 5.$$

19. Відхилення відносної частоти від сталої ймовірності у незалежних випробуваннях

$$P\left(\left|\frac{m}{n} - p\right| \leq \varepsilon\right) \cong 2\hat{O}\left(\varepsilon \sqrt{\frac{n}{pq}}\right).$$

20. Найімовірніше число появи події в незалежних випробуваннях

$$np - q \leq k_0 < np + p.$$

21. Біноміальний закон розподілу дискретної випадкової величини

$$X = k, \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad \text{де } P(X = k) = P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$$

22. Закон Пуассона розподілу дискретної випадкової величини

$$P_n(k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}, \quad \text{де } \lambda = np.$$

23. Найпростіший потік подій

$$P_t(k) = \frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!}.$$

24. Числові характеристики дискретних випадкових величин

а) математичне сподівання

$$M(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n = \sum_{i=1}^n x_i p_i.$$

б) дисперсія

$$D(X) = M(X - M(X))^2 = M(X^2) - (M(X))^2.$$

в) середнє квадратичне відхилення

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)}.$$

25. Інтегральна функція розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини

$$F(x) = P(X < x),$$

або  $F(x) = P(X \in (-\infty; x)), \quad x \in (-\infty; \infty).$

26. Диференціальна функція розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини

$$f(x) = F'(x),$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx.$$

27. Математичне сподівання неперервної випадкової величини

$$M(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \quad \text{для } x \in R.$$

$$M(X) = \int_a^b x f(x) dx \quad \text{для } x \in (a; b).$$

28. Дисперсія неперервної випадкової величини

$$D(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - M(X))^2 f(x) dx, \quad x \in R;$$

$$D(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx - (M(X))^2, \quad x \in R;$$

$$D(X) = \int_a^b (x - M(X))^2 f(x) dx, \quad x \in (a; b);$$

$$D(X) = \int_a^b x^2 f(x) dx - (M(X))^2, \quad x \in (a; b).$$

29. Середнє квадратичне відхилення неперервної випадкової величини

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)}.$$

30. Рівномірний розподіл

$$f(x) = \frac{1}{b-a} \quad \text{для } x \in (a; b);$$

$$f(x) = 0 \quad \text{для } x \in (-\infty; a) \cup (b; +\infty).$$

31. Нормальний розподіл

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}},$$

де  $a$  – математичне сподівання;

$\sigma$  – середнє квадратичне відхилення.

$$P(\alpha < X < \beta) = \hat{O}\left(\frac{\beta-a}{\sigma}\right) - \hat{O}\left(\frac{\alpha-a}{\sigma}\right),$$

$$\text{де } \hat{O}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{x^2}{2}} dx,$$

$$P(|X - a| < \delta) = 2\hat{O}\left(\frac{\delta}{\sigma}\right).$$

32. Показниковий розподіл і його числові характеристики

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{і } \delta\text{è } x < 0, \\ \lambda e^{-\lambda x} & \text{і } \delta\text{è } x \geq 0, \end{cases}$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{і } \delta\text{è } x < 0, \\ 1 - e^{-\lambda x} & \text{і } \delta\text{è } x \geq 0, \end{cases}$$

де  $\lambda$  – стала додатна величина

$$P(a < X < b) = e^{-\lambda a} - e^{-\lambda b},$$

$$M(X) = \frac{1}{\lambda}, \quad D(X) = \frac{1}{\lambda^2}, \quad \sigma(X) = \frac{1}{\lambda}.$$

33. Розподіл  $\chi^2$  (“хі квадрат”)

Якщо

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n X_i^2,$$

де  $X_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) – розподілені нормально, попарно незалежні, тоді величина  $\chi^2$  розподілена за законом “хі квадрат” з  $k = n$  ступенями вільності.

34. Якщо  $x_1, x_2, \dots, x_n$  – вибірка, то

середня вибірки

$$\bar{x}_B = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n};$$

вибіркова дисперсія

$$\bar{S}_B = \frac{n}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_B)^2 \frac{n_i}{n};$$

зміщена вибіркова дисперсія

$$D_B = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_B)^2 \frac{n_i}{n};$$

середнє квадратичне вибірки

$$\sigma_B = \sqrt{S_B};$$

$n$  – об’єм вибірки;  $n_i$  – частота значення  $x_i$ .

Вимоги до точкових оцінок: незміщеність, ефективність, змістовність.

35. Довірчий інтервал для оцінки математичного сподівання нормального розподілу при відомій дисперсії  $\sigma^2$ :

$$\left( \bar{x}_B - t_\gamma \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x}_B + t_\gamma \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right),$$

де  $t_\gamma$  визначається з умови  $2\hat{O}(t_\gamma) = \gamma$ .

36. Довірчий інтервал для оцінки математичного сподівання нормального розподілу при невідомій дисперсії  $\sigma^2$ :

$$\left( \bar{x}_B - t_\gamma \frac{S}{\sqrt{n}}; \bar{x}_B + t_\gamma \frac{S}{\sqrt{n}} \right).$$

37. Мода  $M$  – це варіанта, що має найбільшу частоту.

38. Медіана  $m$  – це варіанта, яка ділить варіаційний ряд на дві частини, рівних по числу варіант.

39. Розмах  $P$  – це різниця між найбільшою і найменшою варіантами.

40. Коефіцієнт варіації

$$V = \frac{\sigma_B}{\bar{x}_B} \cdot 100\%,$$

(служить для порівняння розсіювання двох варіаційних рядів).

41. Довірчий інтервал для оцінки середньоквадратичного відхилення  $\sigma$  нормального розподілу

$$s(1 - q) < \sigma < s(1 + q) \quad (q < 1),$$

$$\text{де } q = P(\chi^2 > x^2), \quad \chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}.$$

$$q > 1 \Rightarrow 0 < \sigma < s(1 + q).$$

## ЗАЛІКОВІ ПИТАННЯ

1. Випадкова подія. Відносна частота випадкової події. Ймовірність випадкової події.
2. Класичне означення ймовірності. Приклади.
3. Сума подій. Ймовірність суми сумісних та несумісних подій.
4. Повна група подій. Протилежні події. Приклади.
5. Незалежні події. Ймовірність добутку незалежних подій.
6. Залежні події. Поняття умовної ймовірності. Ймовірність добутку залежних подій.
7. Формула повної ймовірності.
8. Формула Бейеса.
9. Схема випробувань Бернуллі. Формула Бернуллі.
10. Локальна теорема Лапласа. Приклад.
11. Інтегральна теорема Лапласа. Приклад.
14. Дискретна випадкова величина. Ряд розподілу дискретної випадкової величини.
15. Математичне сподівання дискретної випадкової величини та його властивості. Моменти випадкових величин.
16. Дисперсія дискретної випадкової величини та її властивості. Середнє квадратичне відхилення.
17. Функція від випадкової величини та її ряд розподілу.
18. Неперервна випадкова величина. Функція розподілу.
19. Властивості функції розподілу.
20. Функція щільності ймовірностей випадкової величини та її властивості.
21. Математичне сподівання та дисперсія неперервної випадкової величини.
26. Нормальний розподіл (означення), щільність ймовірностей нормального розподілу.

27. Математичне сподівання нормального розподілу.
28. Дисперсія нормального розподілу.
40. Вибірковий метод. Статистичний розподіл вибірки, об'єм вибірки, об'єм генеральної сукупності.
41. Емпірична функція розподілу та її властивості. Приклад.
42. Полігон та гістограма частот.
43. Точкова оцінка. Емпіричне математичне сподівання.
44. Емпірична дисперсія.
48. Інтервальні оцінки параметрів випадкових величин. Довірчий інтервал.
49. Довірчий інтервал для математичного сподівання нормального розподілу при відомій дисперсії.
50. Довірчий інтервал для дисперсії та середньоквадратичного відхилення нормального розподілу.

## Література

1. Ширяев А. Н. Вероятность: Учеб.пособ. для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 1989. – 640 с.
2. Коваленко И. Н., Гнеденко Б. В. Теория вероятностей: Учебник. – К.: Выща шк., 1990. – 328 с.
3. Овчинников П. П. Вища математика: Підручник. У 2 ч. Ч.2. – К.: Техніка, 2000. – 792 с.
4. Сборник задач по математике для вузов. Ч.3. Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособие для вузов /Под ред. А. В. Ефимова. – М.: Наука, 1990. – 428 с.
5. Гурский Е. И. Сборник задач по теории вероятностей и математической статистике. – Минск: Вышэйша школа, 1975. – 250 с.
6. Жалдак М. И., Квитко А. Н. Теория вероятностей с элементами информатики: Практикум: Учеб. пособие /Под общ. ред. М. И. Ядренко. – К.: Выща шк., 1989. – 263 с.
7. Виленкин Н. Я. Комбинаторика. – М.: Наука, 1969. – 328 с.
8. Гихман И. Л., Скороход А. В., Ядренко М. И. Теория вероятностей и математическая статистика. – К.: Выща шк., 1988. – 440 с.
9. Вентцель Е. С., Овчаров Л. А. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1973. – 366 с.
10. Практикум з теорії ймовірностей та математичної статистики: Навч. посіб. для студ. вищ. навч.закл. / Р. К. Чорней, О. Ю. Дюженкова, О. Б. Жильцов та ін.; За ред. Р. К. Чорнея. – К.: МАУП, 2003. – 328 с.
11. Шефтель З. Г. Теорія ймовірностей. – К.: Вища шк., 1994. – 156 с.
12. Жлуктечко В. І., Наконечний С. І. Теорія ймовірностей із елементами математичної статистики. – К.: НМК ВО, 1991.
13. Математическая статистика: Учебник. – М.: Высш. шк., 1981. – 371 с.

14. Андрухаев Х. М. Сборник задач по теории вероятностей. – М.: Просвещение, 1985. – 160 с.
15. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. школа, 1972. – 368 с.
16. Турчин В. М. Математична статистика: Навч. посіб. – К.: «Академія», 1999. – 240 с.
17. Дідиченко М. П. Теорія ймовірностей та математична статистика: Навчальний посібник для студентів економічних спеціальностей. – Харків, 1996. – 208 с.
18. Колемаев В. А. Теория вероятностей в примерах и задачах: Учеб. пособие. – М.: ГУУ, 2001. – 87 с.
19. Фигурин В. А., Оболонкин В. В. Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособие для студ. естеств. спец. вузов. – Минск : Новое знание, 2000. – 206 с.
20. Тимченко Л. С. Теорія ймовірностей та математична статистика: Навчально-методичний посібник для самостійної роботи студентів економічних спеціальностей. Харків: ХДПУ, 1999. – 140 с.

## Глосарій

*Варіанта* – variant

*Варіаційний ряд* – variational row

*Вибіркове середнє* – selective average

*Випадкова величина* – random quantity

*Випадкова подія* – casual event

*Випробування* – test

*Гіпотеза* – hypothesis

*Гістограма* – histogram

*Дисперсія* – dispersion

*Дослід* – experience

*Закон розподілу* – law of the distribution

*Інтервал* – interval

*Ймовірність* – probability

*Кореляція* – correlation

*Коефіцієнт кореляції* – factor to correlations

*Критерій* – criterion

*Математичне сподівання* – mathematics expectation

*Медіана* – median

*Многокутник розподілу* – polygonal figure of the distribution

*Мода* – mode

*Область* – area

*Перестановка* – transposition

*Подія* – event

*Розміщення* – accomodation

*Середнє квадратичне відхилення* – average square deflection

*Сполучення* – combination

*Частота* – frequency

*Щільність* – density

## ДОДАТОК А

Таблиця А.1 – Таблиця значень функції  $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3653	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0,0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046

Продовження таблиці А.1

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3,0	0,0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001

## ДОДАТОК Б

Таблиця Б.1 – Таблиця значень функції  $\hat{O}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz$

$x$	$\Phi(x)$	$x$	$\Phi(x)$	$x$	$\Phi(x)$	$x$	$\Phi(x)$
0,00	0,0000	0,45	0,1736	0,90	0,3159	1,35	0,4115
0,01	0,0040	0,46	0,1772	0,91	0,3186	1,36	0,4131
0,02	0,0080	0,47	0,1808	0,92	0,3212	1,37	0,4147
0,03	0,0120	0,48	0,1844	0,93	0,3238	1,38	0,4162
0,04	0,0160	0,49	0,1879	0,94	0,3264	1,39	0,4177
0,05	0,0199	0,50	0,1915	0,95	0,3289	1,40	0,4192
0,06	0,0239	0,51	0,1950	0,96	0,3315	1,41	0,4207
0,07	0,0279	0,52	0,1985	0,97	0,3340	1,42	0,4222
0,08	0,0319	0,53	0,2019	0,98	0,3365	1,43	0,4236
0,09	0,0359	0,54	0,2054	0,99	0,3389	1,44	0,4251
0,10	0,0398	0,55	0,2088	1,00	0,3413	1,45	0,4265
0,11	0,0438	0,56	0,2123	1,01	0,3438	1,46	0,4279
0,12	0,0478	0,57	0,2157	1,02	0,3461	1,47	0,4292
0,13	0,0517	0,58	0,2190	1,03	0,3485	1,48	0,4306
0,14	0,0557	0,59	0,2224	1,04	0,3508	1,49	0,4319
0,15	0,0596	0,60	0,2257	1,05	0,3531	1,50	0,4332
0,16	0,0636	0,61	0,2291	1,06	0,3554	1,51	0,4345
0,17	0,0675	0,62	0,2324	1,07	0,3577	1,52	0,4357
0,18	0,0714	0,63	0,2357	1,08	0,3599	1,53	0,4370
0,19	0,0753	0,64	0,2389	1,09	0,3621	1,54	0,4382
0,20	0,0793	0,65	0,2422	1,10	0,3643	1,55	0,4394
0,21	0,0832	0,66	0,2454	1,11	0,3665	1,56	0,4406
0,22	0,0871	0,67	0,2486	1,12	0,3686	1,57	0,4418
0,23	0,0910	0,68	0,2517	1,13	0,3708	1,58	0,4429
0,24	0,0948	0,69	0,2549	1,14	0,3729	1,59	0,4441
0,25	0,0987	0,70	0,2580	1,15	0,3749	1,60	0,4452
0,26	0,1026	0,71	0,2611	1,16	0,3770	1,61	0,4463
0,27	0,1064	0,72	0,2642	1,17	0,3790	1,62	0,4474
0,28	0,1103	0,73	0,2673	1,18	0,3810	1,63	0,4484
0,29	0,1141	0,74	0,2703	1,19	0,3830	1,64	0,4495

## Продовження таблиці Б.1

0,30	0,1179	0,75	0,2734	1,20	0,3849	1,65	0,4505
0,31	0,1217	0,76	0,2764	1,21	0,3869	1,66	0,4515
0,32	0,1255	0,77	0,2794	1,22	0,3883	1,67	0,4525
0,33	0,1293	0,78	0,2823	1,23	0,3907	1,68	0,4535
0,34	0,1331	0,79	0,2852	1,24	0,3925	1,69	0,4545
0,35	0,1368	0,80	0,2881	1,25	0,3944	1,70	0,4554
0,36	0,1406	0,81	0,2910	1,26	0,3962	1,71	0,4564
0,37	0,1443	0,82	0,2939	1,27	0,3980	1,72	0,4573
0,38	0,1480	0,83	0,2967	1,28	0,3997	1,73	0,4582
0,39	0,1517	0,84	0,2995	1,29	0,4015	1,74	0,4591
0,40	0,1554	0,85	0,3023	1,30	0,4032	1,75	0,4599
0,41	0,1591	0,86	0,3051	1,31	0,4049	1,76	0,4608
0,42	0,1628	0,87	0,3078	1,32	0,4066	1,77	0,4616
0,43	0,1664	0,88	0,3106	1,33	0,4082	1,78	0,4625
0,44	0,1700	0,89	0,3133	1,34	0,4099	1,79	0,4633
1,80	0,4641	2,00	0,4772	2,40	0,4918	2,80	0,4974
1,81	0,4649	2,02	0,4783	2,42	0,4922	2,82	0,4976
1,82	0,4656	2,04	0,4793	2,44	0,4927	2,84	0,4977
1,83	0,4664	2,06	0,4803	2,46	0,4931	2,86	0,4979
1,84	0,4671	2,08	0,4812	2,48	0,4934	2,88	0,4980
1,85	0,4678	2,10	0,4821	2,50	0,4938	2,90	0,4981
1,86	0,4686	2,12	0,4830	2,52	0,4941	2,92	0,4982
1,87	0,4693	2,14	0,4838	2,54	0,4945	2,94	0,4984
1,88	0,4699	2,16	0,4846	2,56	0,4948	2,96	0,4985
1,89	0,4706	2,18	0,4854	2,58	0,4951	2,98	0,4986
1,90	0,4713	2,20	0,4861	2,60	0,4953	3,00	0,49865
1,91	0,4719	2,22	0,4868	2,62	0,4956	3,20	0,49931
1,92	0,4726	2,24	0,4875	2,64	0,4959	3,40	0,49966
1,93	0,4732	2,26	0,4881	2,66	0,4961	3,60	0,499841
1,94	0,4738	2,28	0,4887	2,68	0,4963	3,80	0,499928
1,95	0,4744	2,30	0,4893	2,70	0,4965	4,00	0,499968
1,96	0,4750	2,32	0,4898	2,72	0,4967	4,50	0,499997
1,97	0,4756	2,34	0,4904	2,74	0,4969	5,00	0,499997
1,98	0,4761	2,36	0,4909	2,76	0,4971		
1,99	0,4767	2,38	0,4913	2,78	0,4973		

## ДОДАТОК В

Таблиця В.1 – Таблиця значень функції  $p_k(\lambda) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$ .

k	λ								
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0	0,90484	0,81873	0,74082	0,67032	0,60653	0,54881	0,49659	0,44933	0,40657
1	0,09048	0,16375	0,22225	0,26813	0,30327	0,32929	0,34761	0,35946	0,36591
2	0,00452	0,01638	0,03334	0,05363	0,07582	0,09879	0,12166	0,14379	0,16466
3	0,00015	0,00109	0,00333	0,00715	0,01264	0,01976	0,02839	0,03834	0,04940
4	–	0,00006	0,00025	0,00072	0,00158	0,00296	0,00497	0,00767	0,01112
5	–	–	0,00002	0,00006	0,00016	0,00036	0,00070	0,00123	0,00200
6	–	–	–	–	0,00001	0,00004	0,00008	0,00016	0,00030
7	–	–	–	–	–	–	0,00001	0,00002	0,00004
k	λ								
	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0
0	0,36788	0,13534	0,04979	0,01832	0,00674	0,00248	0,00091	0,00034	0,00012
1	0,36788	0,27067	0,14936	0,07326	0,03369	0,01487	0,00638	0,00268	0,00111
2	0,18394	0,27067	0,22404	0,14653	0,08422	0,04462	0,02234	0,01074	0,00500
3	0,06131	0,18045	0,22404	0,19537	0,14307	0,08924	0,05213	0,02863	0,01499
4	0,01533	0,09022	0,16803	0,19537	0,17547	0,13385	0,09123	0,05725	0,03374
5	0,00307	0,03609	0,10082	0,15629	0,17547	0,16062	0,12772	0,09160	0,06073
6	0,00051	0,01203	0,05041	0,10419	0,14622	0,16062	0,14900	0,12214	0,09109
7	0,00007	0,00344	0,02160	0,05954	0,10445	0,13768	0,14900	0,13959	0,11712
8	0,00001	0,00086	0,00810	0,02977	0,06528	0,10326	0,13038	0,13959	0,13176
9	–	0,00019	0,00270	0,01323	0,03627	0,06884	0,10141	0,12408	0,13176
10	–	0,00004	0,00081	0,00529	0,01813	0,04130	0,07098	0,09926	0,11858
11	–	0,00001	0,00022	0,00193	0,00824	0,02253	0,04517	0,07219	0,09702
12	–	–	0,00006	0,00064	0,00343	0,01126	0,02635	0,04813	0,07276
13	–	–	0,00001	0,00020	0,00132	0,00520	0,01419	0,02962	0,05038
14	–	–	–	0,00006	0,00047	0,00223	0,00709	0,01692	0,03238
15	–	–	–	0,00002	0,00016	0,00089	0,00331	0,00903	0,01943
16	–	–	–	–	0,00005	0,00033	0,00145	0,00451	0,01093
17	–	–	–	–	0,00001	0,00012	0,00059	0,00212	0,00579
18	–	–	–	–	–	0,00004	0,00023	0,00094	0,00289
19	–	–	–	–	–	0,00001	0,00008	0,00040	0,00137

## ДОДАТОК Г

Таблиця Г.1 – Таблиця значень  $t_\gamma = t(\gamma, n)$

$n$	$\gamma$			$n$	$\gamma$		
	0,95	0,99	0,999		0,95	0,99	0,999
5	2,78	4,60	8,61	20	2,093	2,861	3,883
6	2,57	4,03	6,86	25	2,064	2,797	3,745
7	2,45	3,71	5,96	30	2,045	2,756	3,659
8	2,37	3,50	5,41	35	2,032	2,729	3,600
9	2,31	2,36	5,04	40	2,023	2,708	3,558
10	2,26	3,25	4,78	45	2,016	2,692	3,527
11	2,23	3,17	4,59	50	2,009	2,679	3,502
12	2,20	3,11	4,44	60	2,001	2,662	3,464
13	2,18	3,06	4,32	70	1,996	2,649	3,439
14	2,16	3,01	4,22	80	1,001	2,640	3,418
15	2,15	2,98	4,14	90	1,987	2,633	3,403
16	2,13	2,95	4,07	100	1,984	2,627	3,392
17	2,12	2,92	4,02	120	1,980	2,617	3,374
18	2,11	2,90	3,97	$\infty$	1,960	2,576	3,291
19	2,10	2,88	3,92				

## ДОДАТОК Д

Таблиця Д.1 – Таблиця значень  $q = q(\gamma, n)$

$n$	$\gamma$			$n$	$\gamma$		
	0,95	0,99	0,999		0,95	0,99	0,999
5	1,37	2,67	5,64	20	0,37	0,58	0,88
6	1,09	2,01	3,88	25	0,32	0,49	0,73
7	0,92	1,62	2,98	30	0,28	0,43	0,63
8	0,80	1,38	2,42	35	0,26	0,38	0,56
9	0,71	1,20	2,06	40	0,24	0,35	0,50
10	0,65	1,08	1,80	45	0,22	0,32	0,46
11	0,59	0,98	1,60	50	0,21	0,30	0,43
12	0,55	0,90	1,45	60	0,188	0,269	0,38
13	0,52	0,83	1,33	70	0,174	0,245	0,34
14	0,48	0,78	1,23	80	0,161	0,226	0,31
15	0,46	0,73	1,15	90	0,151	0,211	0,29
16	0,44	0,70	1,07	100	0,143	0,198	0,27
17	0,42	0,66	1,01	150	0,115	0,160	0,211
18	0,40	0,63	0,96	200	0,099	0,136	0,185
19	0,39	0,60	0,92	250	0,089	0,120	0,162

## ДОДАТОК Е

Таблиця Е.1 – Критичні точки розподілу  $\chi^2$

Кількість степенів вільності $k$	Рівень значимості $\alpha$					
	0,01	0,025	0,05	0,95	0,975	0,99
1	6,6	5,0	3,8	0,0039	0,00098	0,00016
2	9,2	7,4	6,0	0,103	0,051	0,020
3	11,3	9,4	7,8	0,352	0,216	0,115
4	13,3	11,1	9,5	0,711	0,484	0,297
5	15,1	12,8	11,1	1,15	0,831	0,554
6	16,8	14,4	12,6	1,64	1,24	0,872
7	18,5	16,0	14,1	2,17	1,69	1,24
8	20,1	17,5	15,5	2,73	2,18	1,65
9	21,7	19,0	16,9	3,33	2,70	2,09
10	23,2	20,5	18,3	3,94	3,25	2,56
11	24,7	21,9	19,7	4,57	3,82	3,05
12	26,2	23,3	21,0	5,23	4,40	3,57
13	27,7	24,7	22,4	5,89	5,01	4,11
14	29,1	26,1	23,7	6,57	5,63	4,66
15	30,6	27,5	25,0	7,26	6,26	5,23
16	32,0	28,8	26,3	7,96	6,91	5,81
17	33,4	30,2	27,6	8,67	7,56	6,41
18	34,8	31,5	28,9	9,39	8,23	7,01
19	36,2	32,9	30,1	10,1	8,91	7,63
20	37,6	34,2	31,4	10,9	9,59	8,26
21	38,9	35,6	32,7	11,6	10,3	8,90
22	40,3	36,8	33,9	12,3	11,0	9,54
23	41,6	38,1	35,2	13,1	11,7	10,2
24	43,0	39,4	36,4	13,8	12,4	10,9
25	44,3	40,6	37,7	14,6	13,1	11,5
26	45,6	41,9	38,9	15,4	13,8	12,2
27	47,0	43,2	40,1	16,2	14,6	12,9
28	48,3	44,5	41,	16,9	15,3	13,6
29	49,6	45,7	42,6	17,7	16,0	14,3
30	50,9	47,0	43,8	18,5	16,8	15,0

## ДОДАТОК Ж

Таблиця Ж.1 – Критичні точки розподілу Стюдента

Кіл. ступенів вільнос- ті $k$	Рівень значимості $\alpha$ (двостороння критична область)					
	0,10	0,05	0,02	0,01	0,002	0,001
1	6,31	12,7	31,82	63,7	318,3	637,0
2	2,92	4,30	6,97	9,92	22,33	31,6
3	2,35	3,18	4,54	5,84	10,22	12,9
4	2,13	2,78	3,75	4,60	7,17	8,61
5	2,01	2,57	3,37	4,03	5,89	6,86
6	1,94	2,45	3,14	3,71	5,21	5,96
7	1,89	2,36	3,00	3,50	4,79	5,40
8	1,86	2,31	2,90	3,36	4,50	5,04
9	1,83	2,26	2,82	3,25	4,30	4,78
10	1,81	2,23	2,76	3,17	4,14	4,59
11	1,80	2,20	2,72	3,11	4,03	4,44
12	1,78	2,18	2,68	3,05	3,93	4,32
13	1,77	2,16	2,65	3,01	3,85	4,22
14	1,76	2,14	2,62	2,98	3,79	4,14
15	1,75	2,13	2,60	2,95	3,73	4,07
16	1,75	2,12	2,58	2,92	3,69	4,01
17	1,74	2,11	2,57	2,90	3,65	3,96
18	1,73	2,10	2,55	2,88	3,61	3,92
19	1,73	2,09	2,54	2,86	3,58	3,88
20	1,73	2,09	2,53	2,85	3,55	3,85
21	1,72	2,08	2,52	2,83	3,53	3,82
22	1,72	2,07	2,51	2,82	3,51	3,79
23	1,71	2,07	2,50	2,81	3,49	3,77
24	1,71	2,06	2,49	2,80	3,47	3,74
25	1,71	2,06	2,49	2,79	3,45	3,72
26	1,71	2,06	2,48	2,78	3,44	3,71
27	1,71	2,05	2,47	2,77	3,42	3,69
28	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
29	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
30	1,70	2,04	2,46	2,75	3,39	3,65
40	1,68	2,02	2,42	2,70	3,31	3,55
60	1,67	2,00	2,39	2,66	3,23	3,46
120	1,66	1,98	2,36	2,62	3,17	3,37
$\infty$	1,64	1,96	2,33	2,68	3,09	3,29

## ДОДАТОК И

Таблиця И.1 – Критичні точки розподілу  $F$  Фішера – Снедекора

$k_1$  – кількість ступенів вільності більшої дисперсії,

$k_2$  – кількість ступенів вільності меншої дисперсії

Рівень значимості $\alpha = 0,01$												
$k_2 \backslash k_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	4052	4999	5403	5625	5764	5889	5928	5981	6022	6056	6082	6106
2	98,49	99,01	99,17	99,25	99,33	99,30	99,34	99,36	99,36	99,40	99,41	99,42
3	34,12	30,81	29,46	28,71	28,24	27,91	27,67	27,49	27,34	27,23	27,13	27,05
4	21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,98	14,80	14,66	14,54	14,45	14,37
5	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,45	10,27	10,15	10,05	9,96	9,89
6	13,74	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98	7,87	7,79	7,72
7	12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	7,00	6,84	6,71	6,62	6,54	6,47
8	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,19	6,03	5,91	5,82	5,74	5,67
9	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,62	5,47	5,35	5,26	5,18	5,11
10	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,21	5,06	4,95	4,85	4,78	4,71
11	9,85	7,20	6,22	5,67	5,32	5,07	4,88	4,74	4,63	4,54	4,46	4,40
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,65	4,50	4,39	4,30	4,22	4,16
13	9,07	6,70	5,74	5,20	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19	4,10	4,02	3,96
14	8,86	6,51	5,56	5,03	4,69	4,46	4,28	4,14	4,03	3,94	3,86	3,80
15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89	3,80	3,73	3,67
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	4,03	3,89	3,78	3,69	3,61	3,55
17	8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	4,10	3,93	3,79	3,68	3,59	3,52	3,45

Навчальне видання

**Ірина Володимирівна Хом'юк**  
**Віктор Вікторович Хом'юк**  
**Володимир Олександрович Красівський**

**ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ**  
**ТА МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА**

Навчальний посібник

Оригінал-макет підготовлено І. В. Хом'юк

Редактор О. Д. Скалоцька

Науково-методичний відділ ВНТУ  
Свідоцтво Держкомінформу України  
серія ДК №746 від 25.12.2001 р.  
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, ВНТУ

Підписано до друку

Формат 29,7 x 42 ¼

Гарнітура Times New Roman

Папір офсетний

Друк різнографічний

Ум. друк. арк.

Тираж            прим.

Зам №

Віддруковано в комп'ютерному інформаційно-видавничому центрі  
Вінницького національного технічного університету  
Свідоцтво Держкомінформу України  
серія ДК №746 від 25.12.2001 р.  
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, ВНТУ