

О. М. Васілевський, к.т.н., доцент

## КОРЕГУВАННЯ ІНСТРУМЕНТАЛЬНИХ СКЛАДОВИХ ПОХИБОК ЗАСОБУ ВИМІРЮВАННЯ МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ РОТОРНИХ СИСТЕМ

Ключові слова: адитивна похибка, мультиплікативна похибка, засіб вимірювання моменту інерції, роторні системи, корегування похибок, момент інерції, статична характеристика, зменшення похибки, метрологічне забезпечення.

Відомо, що до інструментальної похибки відносяться адитивна і мультиплікативна складові похибки засобу вимірювання, які можна отримати шляхом розкладання рівняння перетворення в ряд Тейлора. При цьому, на основі отриманих з ряду Тейлора метрологічних моделей адитивної і мультиплікативної похибок можна побудувати і дослідити характеристики їх зміни як при номінальних значеннях впливних величин, так і при відхиленні впливних величин від номінальних значень.

Метрологічні моделі адитивної  $\Delta N_{aMk}$  і мультиплікативної  $\Delta N_{mMk}$  похибок засобу вимірювання моменту інерції  $J$  роторних систем описуються виразами:

$$\Delta N_{aMk} = \frac{2J}{M_k P T_0} \Delta M_k - \frac{J}{M_k^2 P T_0} \Delta M_k^2; \quad (1)$$

$$\Delta N_{mMk} = \frac{2J}{M_k P T_0} \Delta M_k, \quad (2)$$

де  $M_k$  - обертальний момент роторної системи, що описується формулою Клосса [1];  $P$  - коефіцієнт заспокоєння;  $\Delta M_k$  - величина відхилення обертального моменту  $M_k$  від номінального значення;  $T_0 = 1/f_0$  - період зразкових імпульсів, якими заповнюється проміжок часу вимірювання моменту інерції  $J$  після завершення перехідного процесу (при знеструмленні роторної системи і зміні обертального моменту від значення  $M_k$  до нуля).

Характеристики зміни адитивної та мультиплікативної складових інструментальної похибки ЗВ моменту інерції роторних систем (РС) при максимальному відхиленні від номінального значення впливної величини  $M_k$ , що описуються виразами (1) і (2), відповідно, представлені на рис. 1 а, б.

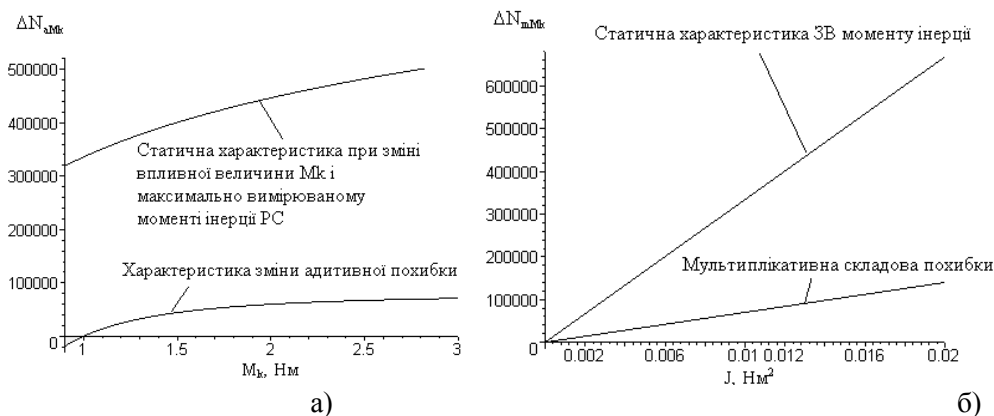


Рис. 1. Характеристики зміни адитивної а) та мультиплікативної б) складових похибок при максимальному відхиленні  $\Delta M_k$  впливної величини  $M_k$  від номінального значення

З рис. 1 а видно, що адитивна складова похибки засобу вимірювання (ЗВ) моменту інерції не перевищує 80000 імпульсів при мінімально вимірюваному значенні обертального моменту (його нижній межі вимірювання), а мультиплікативна складова похибки (рис. 1 б) - не перевищує 100000 імпульсів при максимальному відхиленні впливної величини від номінального значення на верхній межі вимірювання моменту інерції.

Для корегування адитивної та мультиплікативної складових похибки ЗВ моменту інерції РС пропонується подавати на вхід використовуваного ЗВ спеціальні тестові сигнали (адитивні, мультиплікативні чи змішані), які підсумовуються із вхідним інформаційним сигналом  $J$ . За

значеннями вихідних сигналів  $N_0, N_1, N_2$ , що вимірюються ЗВ стає можливим визначення оцінок дійсних значень вхідного сигналу  $\bar{J}$  за формулами [1]:

$$\bar{J} = E\Theta; E = \frac{\Delta N_{J20}}{\Delta N_{J10}}; \Delta N_{J10} = N_{J1} - N_{J0}; \Delta N_{J20} = N_{J2} - N_{J0}, \quad (3)$$

де  $\Theta$  – значення тестового сигналу;  $E$  – модель оператора корегування;  $\Delta N_{10}, \Delta N_{20}$  – різниці між значеннями вихідних сигналів ЗВ з накладеним тестовим сигналом на вхідний сигнал  $N_{J1}, N_{J2}$  та без накладеного тестового сигналу при нормованих (номінальних) значеннях впливних величин  $N_{J0}$ .

Оператор корегування  $E$  дозволяє визначити значення оцінки вхідного сигналу  $\bar{J}$  через значення тестового сигналу  $\Theta$ . Визначення різниць  $\Delta N_{J10}$  та  $\Delta N_{J20}$  дозволяє виключити адитивну складову похибки, а відносна модель оператора  $E$  дозволяє виконати корегування мультиплікативної складової похибки ЗВ.

Для ЗВ моменту інерції РС з нелінійною функцією перетворення справедлива така модель:

$$\bar{J} = EJ_m, \quad (4)$$

де  $J_m$  – значення міри вхідного сигналу (тестовий сигнал).

Використовуючи модель ідеального ЗВ та значення міри вхідного сигналу  $J_m$  можна здійснювати корегування похибки вимірювання вихідного сигналу  $N_J$ , шляхом введення поправки, якщо корегується сумарна систематична похибка без її поділу на адитивну і мультиплікативну складові.

Для корегування як адитивної, так і мультиплікативної складових інструментальних похибок ЗВ необхідно виконувати надлишкові (додаткові) вимірювання з використанням значення міри вхідного сигналу. При цьому результат вимірювання з використанням значення тестового сигналу (значення міри) та без нього, в загальному вигляді можна записати системою двох рівнянь:

$$\begin{cases} N_{J1} = N_J + \Delta N_{aMk} + N_J \Delta N_{mMk}; \\ N_{J2} = N_{Jm} + \Delta N_{aMk} + N_{Jm} \Delta N_{mMk2}, \end{cases} \quad (5)$$

де  $N_J$  – математична модель рівняння перетворення ЗВ моменту інерції, що характеризує зв'язок між вхідною та вихідною величиною ЗВ;  $N_{Jm}$  – математична модель рівняння перетворення, що характеризує функціональний зв'язок між вхідним тестовим сигналом (мірою вхідного сигналу) та отриманим при цьому вихідним сигналом;  $\Delta N_{mMk2}$  – мультиплікативна складова похибки ЗВ, що виникає при подачі на вхід ЗВ моменту інерції тестового сигналу (зразкового сигналу).

Для корегування адитивної і мультиплікативної складових похибок ЗВ необхідно виконати надлишкові вимірювання моменту інерції. При цьому спочатку в якості ідеального (пронормованого) першого результату вимірювання  $N_{J1}$  приймаємо теоретичне рівняння перетворення ЗВ моменту інерції з номінальними значення впливних величин і припускаємо, що цей результат вимірювання  $N_{J1}$  містить лише адитивну складову похибки, яка описується виразом (1). Потім проводимо вимірювання моменту інерції із додатково доданим до ротора електромотора відомим (зразковим) значення міри. Припускаємо, що другий результат  $N_{J2}$  вимірювання моменту інерції, отриманий в результаті експерименту, із зразковим значенням міри моменту інерції  $J_m$  також містить лише адитивну складову похибки. Далі виконуємо третє експериментальне вимірювання моменту інерції  $N_{J3}$  без зразкового значення міри, що містить як адитивну, так і мультиплікативну складові похибки ЗВ, що описуються виразами (1) і (2), відповідно. І потім виконуємо четверте експериментальне вимірювання моменту інерції  $N_{J4}$  з додатковим значенням міри (з тестовим вимірюваним сигналом), що також містить і адитивну, і мультиплікативну складові похибок.

Результати надлишкових вимірювань запишемо у вигляді системи рівнянь:

$$\begin{cases} N_{J1} = N_J + \Delta N_{aMk}; \\ N_{J2} = N_{Jm} + \Delta N_{aMk}; \\ N_{J3} = N_J + \Delta N_{aMk} + N_J \Delta N_{mMk}; \\ N_{J4} = N_{Jm} + \Delta N_{aMk} + N_{Jm} \Delta N_{mMk2} = N_{Jm} (1 + \Delta N_{mMk2}) + \Delta N_{aMk}. \end{cases} \quad (6)$$

Наступник кроком в корекції інструментальних складових похибок ЗВ є знаходження різниць між отриманими в результаті експериментів значеннями моментів інерції ( $N_{J2}$ ,  $N_{J3}$ ,  $N_{J4}$ ) та теоретичним (ідеалізованим) результатом вимірювання моменту інерції  $N_{J1}$  з номінальними значеннями впливних величин. При цьому під час знаходження першої пари результатів вимірювань (при відсутності мультиплікативної складової похибки) значення впливної величини прийемо рівним  $\Delta M_{k1} = 0$ , при третьому вимірюванні, значення впливної величини  $\Delta M_k$  прийемо рівним  $\Delta M_{k2} = \Delta M_k$ , і при четвертому вимірюванні, значення впливної величини  $\Delta M_k$  прийемо рівним в три рази більшим за номінальне відхилення, тобто  $\Delta M_{k3} = 3\Delta M_k$ . В результаті знаходження різниць система рівнянь (6) набуде вигляду:

$$\begin{cases} \Delta N_{J21} = N_{J2} - N_{J1} = N_{Jm} - N_J, & \Delta M_{k1} = 0; \\ N_{J31} = N_{J3} - N_{J1} = N_J \Delta M_{mMk}, & \Delta M_{k2} = \Delta M_k; \\ N_{J41} = N_{J4} - N_{J1} = N_{Jm} - N_J + N_{Jm} \Delta N_{mMk2}, & \Delta M_{k3} = 3\Delta M_k. \end{cases} \quad (7)$$

Як видно із системи рівнянь (7), в результаті проведення надлишкових вимірювань у вищезазначений спосіб, з результатів вимірювань вилучається адитивна складова інструментальної похибки ЗВ, що представлена на рис 1 а.

Для корегування мультиплікативної складової похибки ЗВ з системи рівнянь (7) виведемо корегувальний коефіцієнт  $\eta_M$ , який запишемо у вигляді

$$\eta_M = \frac{2\Delta N_{31}}{\Delta N_{21} + \Delta N_{41}}. \quad (8)$$

Корегувальний коефіцієнт (8) характеризує перерахунок значення міри  $J_m$  в значення оцінки вхідного сигналу  $\bar{J}$ :  $\eta_M = \bar{J}/J_m$ . Ефективність корегувального коефіцієнта буде вищою при більшому значенні міри моменту інерції за оцінюваний (вимірюваний) момент інерції.

Помноживши мультиплікативну складову похибки, що описується рівнянням (2) на корегувальний коефіцієнт (8), отримаємо результат вимірювання із зменшеною мультиплікативною похибкою. Характеристика зміни відкорегованої мультиплікативної складової похибки ЗВ за допомогою рівнянь (7) та (8) зображена на рис. 2.

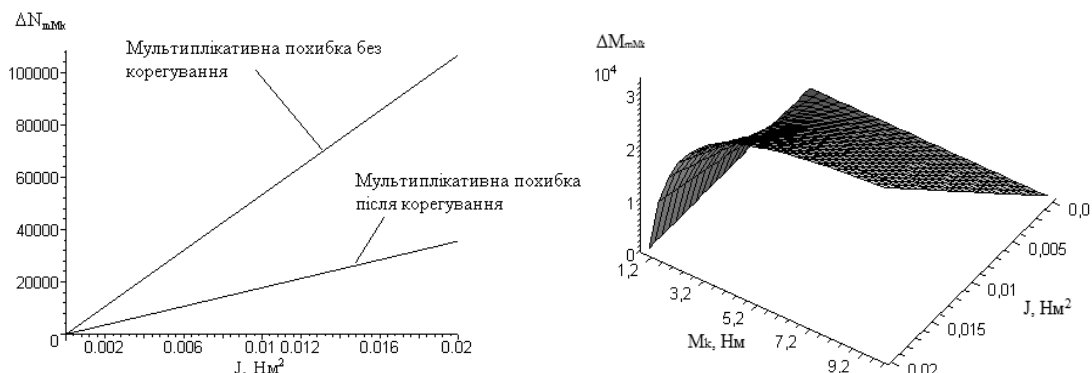


Рис. 2. Зміна невідкорегованої та відкорегованої мультиплікативної похибки ЗВ

Перехід до вимірювання відношень різниць надлишкових вимірювань дозволяє ефективно корегувати мультиплікативну складову похибки ЗВ.

З рис. 2 видно, що мультиплікативна похибка зменшилась від  $10 \cdot 10^4$  імпульсів до  $3 \cdot 10^4$  імпульсів. Порівнюючи з верхню межею вимірювання ЗВ моменту інерції, що відповідає  $80 \cdot 10^4$  імпульсам, зведену мультиплікативну похибку ЗВ зменшено більше ніж в 3 рази з 12,5 % до 3,75 %.

#### Список літературних джерел

1. Васілевський О. М. Методологія зменшення інструментальних складових похибок засобів вимірювань обертальних параметрів роторних систем / О. М. Васілевський // Вісник інженерної академії України. – Київ. – 2013. – № 1. – С. 220 – 224.