

Вінницький національний технічний університет

*На правах рукопису*

Краєвський Володимир Олександрович

УДК 621.77

**Удосконалення процесів холодного торцевого розкочування  
та ротаційної витяжки на основі математичного  
моделювання механіки формоутворення**

05.03.05 – Процеси та машини обробки тиском

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук

Науковий керівник

Михалевич Володимир Маркусович,

доктор технічних наук, професор

Вінниця - 2004

## ЗМІСТ

<b>ВСТУП.....</b>	<b>6</b>
<b>РОЗДІЛ 1. ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ .....</b>	<b>14</b>
1.1. МЕТОДИ ВИГОТОВЛЕННЯ ГАБАРИТНИХ ВІСЕСИМЕТРИЧНИХ ТОНКОСТІННИХ ЗАГОТОВОК ТИПУ ДНИЩ .....	14
1.1.1. Загальна характеристика методів .....	14
1.1.2. Ротаційна витяжка циліндричних та конічних оболонок .....	21
1.1.3. Визначення енергосилових параметрів обладнання ротаційної витяжки .....	24
1.2. МЕТОДИ ПЕРЕФОРМУВАННЯ БАГАТОГРАННИХ КАРТОК У КРУГЛІ .....	27
1.2.1. Загальна характеристика методів .....	27
1.2.2. Холодне торцеве розкочування.....	30
1.2.3. Залежність інтенсивності і напрямку течії матеріалу заготовки під час формоутворення холодним торцевим розкочуванням від технологічних параметрів процесу.....	33
1.3. ОЦІНКА ПЛАСТИЧНОСТІ МАТЕРІАЛІВ.....	38
1.3.1. Оцінка пластичності матеріалів під час стаціонарного деформування .....	39
1.3.2. Критерії руйнування при складному холодному деформуванні .....	40
1.3.3. Порівняльний аналіз скалярних та тензорних моделей накопичення пошкоджень на прикладі двоетапного холодного деформування .....	50
1.4. Висновки по розділу. Задачі дослідження.....	54
<b>РОЗДІЛ 2. РОЗРОБКА ТЕНЗОРНИХ МОДЕЛЕЙ НАКОПИЧЕННЯ ПОШКОДЖЕНЬ У МАТЕРІАЛАХ .....</b>	<b>57</b>

2.1. РОЗРОБКА ТЕНЗОРНОЇ МОДЕЛІ НАКОПИЧЕННЯ ПОШКОДЖЕНЬ ІЗ ВРАХУВАННЯМ “ПАМ'ЯТІ НАПРЯМІВ” .....	57
2.1.1. Побудова структури вихідних співвідношень стосовно двоетапного деформування .....	58
2.1.2. Здобуття критеріальних співвідношень, що впливають із тензорної моделі накопичення пошкоджень із врахуванням “пам'яті напрямів” стосовно двоетапного деформування .....	61
2.1.3. Узагальнення тензорної моделі накопичення пошкоджень із врахуванням „пам'яті напрямів” для випадку багатоетапного деформування .....	73
2.1.4. Перевірка адекватності тензорної моделі накопичення пошкоджень із врахуванням „пам'яті напрямів” експериментальним даним .....	75
2.2. РОЗРОБКА ТА ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДУ ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ТЕНЗОРНИХ МОДЕЛЕЙ НАКОПИЧЕННЯ ПОШКОДЖЕНЬ .....	78
2.1.1. Розробка методу визначення параметрів тензорних моделей накопичення пошкоджень .....	78
2.2.1. Перевірка адекватності запропонованого методу визначення параметрів моделей накопичення пошкоджень наявним експериментальним даним немонотонного деформування .....	87
2.3. ВИСНОВКИ ПО РОЗДІЛУ .....	89
<b>РОЗДІЛ 3. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ХОЛОДНОГО ТОРЦЕВОГО РОЗКОЧУВАННЯ ТА РОТАЦІЙНОЇ ВИТЯЖКИ.....</b>	<b>91</b>
3.1. РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ФОРМОУТВОРЕННЯ ПРИ ХОЛОДНОМУ ТОРЦЕВОМУ РОЗКОЧУВАННІ ЦИЛІНДРИЧНИМ ВАЛКОМ .....	91
3.2. РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ФОРМОУТВОРЕННЯ ПРИ ХОЛОДНОМУ ТОРЦЕВОМУ РОЗКОЧУВАННІ КОНІЧНИМ ВАЛКОМ .....	99

3.3. Визначення площі контакту інструмента із заготовкою при ХОЛОДНОМУ ТОРЦЕВОМУ РОЗКОЧУВАННІ КОНІЧНИМ ВАЛКОМ ІЗ ВРАХУВАННЯМ УТВОРЕННЯ ПЛАСТИЧНОЇ ХВИЛІ .....	109
3.4. Згинання смуги змінного перерізу .....	119
3.4.1. Напружено-деформований стан заготовки під час згинання широкої смуги із врахування зміцнення.....	119
3.4.2. Згинання смуги матрицею і пуансоном, які мають радіуси заокруглень, що співрозмірні із відстанню між ними.....	129
3.4.3. Визначення вигнутої осі смуги на початку процесу згинання	141
3.4.4. Визначення вигнутої осі смуги у кінці процесу згинання.....	143
3.4.5. Врахування товщини заготовки при згинанні смуги матрицею і пуансоном, які мають радіуси заокруглень, що співрозмірні із відстанню між ними .....	145
3.6.6. Визначення осьового та поперечного зусилля при згинанні смуги .....	155
3.5. Висновки по розділу .....	157

## **РОЗДІЛ 4. УДОСКОНАЛЕННЯ ПРОЦЕСІВ ХОЛОДНОГО ТОРЦЕВОГО РОЗКОЧУВАННЯ ТА РОТАЦІЙНОЇ ВИТЯЖКИ ..... 159**

4.1. КЕРІВНІ ТЕХНІЧНІ МАТЕРІАЛИ ДЛЯ ПРОЦЕСУ ХОЛОДНОГО ТОРЦЕВОГО РОЗКОЧУВАННЯ.....	159
4.1.1. Обладнання для холодного торцевого розкочування.....	159
4.1.2. Технологічні можливості процесу холодного торцевого розкочування .....	161
4.1.3. Технічні вимоги .....	166
4.2. РОЗРОБКА ТА ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСУ РОТАЦІЙНОЇ ВИТЯЖКИ ЦИЛІНДРИЧНИХ ТА КОНУСНИХ ОБОЛОНОК .....	169
4.2.1. Рекомендації щодо вибору схеми та інструменту для ротаційної витяжки.....	169
4.2.2. Визначення енергосилових параметрів обладнання.....	172

4.2.3. Розрахунок геометричних параметрів заготовки .....	177
4.2.4. Побудова діаграм пластичності досліджувальних матеріалів .....	179
4.2.5. Визначення технологічних можливостей процесу формування зовнішніх буртів .....	184
4.2.6. Розробка спеціалізованої оснастки для ротаційної витяжки та впровадження у виробництво .....	188
4.3. РОЗРОБКА ТА ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСУ ПЕРЕФОРМУВАННЯ КВАДРАТНИХ ЗАГОТОВОК У КРУГЛІ .....	200
4.3.1. Вибір технологічної схеми процесу переформування .....	200
4.3.2. Дослідження напружено-деформованого стану заготовки під час процесу переформування.....	206
4.2.3. Оцінка енергосилових параметрів обладнання.....	208
4.3. РОЗРОБКА МЕТОДИКИ ВИЗНАЧЕННЯ ГРАНИЧНИХ РОЗМІРІВ ЗАГОТОВОК ДЛЯ КОМБІНОВАНОГО ПРОЦЕСУ ПЕРЕФОРМУВАННЯ КВАДРАТА У КРУГ ІЗ НАСТУПНИМ ФОРМУВАННЯМ РОТАЦІЙНОЮ ВИТЯЖКОЮ .....	210
4.4. Висновки по розділу .....	212
<b>ВИСНОВКИ .....</b>	<b>215</b>
<b>СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ .....</b>	<b>222</b>
<b>ДОДАТКИ.....</b>	<b>238</b>

## ВСТУП

**Актуальність роботи.** Важливою проблемою на сучасному етапі формування вітчизняної економіки є виробництво конкурентноспроможної продукції. Забезпечити високу якість і низьку вартість продукції можна створенням і впровадженням в промисловість маловідходних, енергозберігаючих технологій. Досягти цього в області обробки металів тиском можна впровадженням технологічних процесів із локальним прикладенням деформуючого зусилля.

Саме до таких процесів відносяться холодне торцеве розкочування та ротаційна витяжка. До переваг цих процесів слід віднести екологічну чистоту, безшумність, низьку вартість та універсальність обладнання, високу якість готових виробів, можливість отримання деталей, штампування яких звичайними методами ускладнене чи неможливе. Це дозволяє віднести холодне торцеве розкочування та ротаційну витяжку до найперспективніших напрямків в обробці металів тиском.

Широкому застосуванню холодного торцевого розкочування та ротаційної витяжки у промисловості заважає недостатньо розвинутий розрахунковий апарат по визначенню механіки формоутворення (кінематики течії металу, накопичення пошкоджень та напружено-деформованого стану заготовок), який дозволить на стадії проектування визначати параметри технологічного процесу для забезпечення необхідних умов деформування.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Роботу виконано у відповідності до плану кафедри прикладної математики Вінницького національного технічного університету у рамках держбюджетної теми 12-Д-241 – „Побудова тензорних моделей накопичення пошкоджень із ергодинамічними ядрами”.

### **Мета і задачі дослідження.**

*Мета дисертаційної роботи* – удосконалення розрахункового апарату по визначенню механіки формоутворення, який дозволить забезпечувати бажану якість деталей, а також визначати енергосилові характеристики, основні закономірності й особливості процесів холодного торцевого розкочування та ротаційної витяжки.

Для досягнення поставленої мети були сформульовані *такі задачі роботи*:

- дослідити механіку формоутворення виробів в процесах холодного торцевого розкочування та ротаційної витяжки для виявлення її основних особливостей;
- врахувати неспіввісність тензорів приростів пошкоджень та деформацій при розробці тензорної моделі накопичення пошкоджень у матеріалах при немонотонному деформуванні;
- здобути, аналітично дослідити та провести перевірку адекватності наявним експериментальним даним критеріальні співвідношення, що впливають з розробленої тензорної моделі накопичення пошкоджень для найпростіших видів нестационарних процесів холодного деформування: двоетапного, багатоетапного та циклічного;
- розробити метод визначення параметрів тензорних моделей накопичення пошкоджень;
- встановити залежності переважної течії металу під час холодного торцевого розкочування циліндричним та конічним валками від основних технологічних параметрів процесу;
- отримати аналітичні залежності для визначення площі контакту конічного валка із заготовкою під час холодного торцевого розкочування за закритою схемою на етапі калібрування;
- розробити математичну модель процесу згинання смуги змінної товщини та ширини із врахуванням радіусів заокруглень матриці та пуансона;

- розробити інструмент для ротаційної витяжки, який дозволяє отримувати внутрішні та зовнішні бурти за один перехід;
- розробити та дослідити технологічний процес отримання суцільних круглих виробів переформуванням тонких квадратних заготовок методом холодного торцевого розкочування;
- на основі теоретичних та експериментальних досліджень розробити методики оцінки енергосилових параметрів обладнання для ротаційної витяжки та холодного торцевого розкочування;
- визначити можливості комбінованого процесу, що включає в себе переформування квадратних заготовок у круглі методом холодного торцевого розкочування із подальшим утворенням зовнішніх буртів ротаційною витяжкою.

**Об'єктом дослідження** є технологічні процеси холодного торцевого розкочування та ротаційної витяжки.

**Предмет дослідження** – математичне моделювання механіки формоутворення виробів в процесах холодного торцевого розкочування та ротаційної витяжки, як основа прогнозування параметрів якості та енергосилових характеристик процесу.

**Методи дослідження.** Методологічною основою дослідження є положення математичної теорії пластичності і феноменологічної теорії деформівності металів без руйнування. Для досягнення мети були використані такі методи дослідження: теоретичні (застосування елементів апарату тензорного аналізу, аналітичної геометрії, математичного аналізу при створенні та розв'язанні математичних моделей), експериментальні (побудова кривих діаграм пластичності; визначення напружено-деформованого стану методом ділильних сіток та методом твердості; визначення поперечної складової



зусилля деформування при ротаційній витяжці; натурні експерименти в умовах виробництва), експериментально-розрахункові (апарат математичної статистики для обробки експериментальних даних і пошуку кривих апроксимацій).

**Наукова новизна отриманих результатів.** Наукова новизна отриманих результатів, які виносяться на захист:

1. Розроблено тензорну модель накопичення пошкоджень у матеріалах із врахуванням „пам'яті напрямів”, яка відрізняється від наявної тензорно-лінійної моделі тим, що між етапами деформування вводиться буферна зона, під час якої відбувається поворот головних напрямів тензора накопичення пошкоджень до головних напрямів тензора приростів деформацій, що дозволило підвищити якісну і кількісну відповідність тензорних моделей експериментальним даним.
2. Розроблено метод визначення параметрів тензорних моделей накопичення пошкоджень, який відрізняється від відомих тим, що параметри визначаються на основі кривих повзучості. Це дозволяє уникнути проведення експериментальних досліджень при нестационарному деформуванні.
3. Вперше одержано математичні моделі формоутворення при холодному торцевому розкочуванні циліндричним та конічним валками, які дозволяють цілеспрямовано керувати технологічними параметрами процесу для забезпечення необхідних умов деформування.
4. Отримано аналітичні вирази для визначення площі контакту конічного валка із заготовкою під час процесу холодного торцевого розкочування, які враховують утворення пластичної хвилі і дозволяють розраховувати площу контакту на етапі калібрування у закритій матриці.
5. Розроблено математичну модель процесу згинання смуги змінної ширини та товщини, яка враховує радіуси заокруглень матриці та пуансона і

дозволяє визначати рівняння вигнутої осі смуги та точки дотику до матриці та пуансона в процесі згинання.

**Практичне значення одержаних результатів.** Практична цінність отриманих результатів така:

1. Розроблено алгоритм розв'язання задачі згинання смуги; на основі алгоритму складено програми у середовищі Maple, які дозволяють знаходити рівняння вигнутої осі смуги під час згинання та визначати необхідне зусилля деформування. Оцінено похибку визначення зусилля деформування при апроксимації вигнутої осі смуги прямою лінією. Так при відстані між матрицею та пуансоном, яка співрозмірна із товщиною смуги, похибка для міді складає не більше 3%, для сталей – не більше 1%.
2. Розроблено керівні технічні матеріали для впровадження холодного торцевого розкочування, що включають у себе рекомендації щодо вибору та модернізації обладнання, оцінку технологічних можливостей процесу, а також технічні вимоги до правил оформлення креслень, до розкочувального інструменту та до заготовок, які підлягають холодному торцевому розкочуванню.
3. Розроблено інструмент для формування внутрішніх та зовнішніх буртів, який дозволяє за один прохід виконувати операції відбуртовки та калібрування. На його базі розроблено розкочувальний пристрій на лоботокарний верстат ЛТ2 для виготовлення тарілок, комірців, ковпаків ректифікаційних і бражних колон на Вінницькому дослідному заводі, що підтверджено відповідним актом впровадження (додаток А)..
4. На основі математичної моделі згинання смуги запропоновано методіку оцінки енергосилових параметрів обладнання для розробленого процесу ротаційної витяжки із врахуванням радіусів заокруглення оправки та розкочувального валка та врахуванням зміни відстані між оправкою та валком внаслідок дії на розкочувальну головку пружин.

5. На основі критеріїв руйнування та гофроутворення розроблено методику визначення граничних геометричних параметрів виробів, що виготовляються ротаційною витяжкою.
6. На основі моделі формоутворення при холодному торцевому розкочуванні конічним валком розроблено та апробовано технологічний процес формоутворення суцільних круглих заготовок переформуванням їх із квадратних методом холодного торцевого розкочування.
7. На основі моделей формоутворення при холодному торцевому розкочуванні циліндричним та конічним валками розроблено комбінований технологічний процес виготовлення фланців із квадратних заготовок, який включає в себе процес переформування квадратних заготовок та пряме видавлювання конічним валком із кутом конуса  $\alpha = 10^\circ$  і процес осаджування та оберненого видавлювання циліндричним валком.
8. Розроблено методику визначення зусилля деформування при переформуванні квадратних заготовок у круглі методом холодного торцевого розкочування на етапі калібрування у закритій матриці на основі аналітичних виразів для визначення площі плями контакту валка із заготовкою із врахуванням утворення пластичної хвилі.
9. Визначено граничні можливості комбінованого технологічного процесу, який включає у себе переформування квадратних заготовок у круглі методом холодного торцевого розкочування конічним валком у жорсткій матриці із кутом конуса інструменту  $\alpha = 2^\circ$  із наступним формуванням зовнішніх буртів ротаційною витяжкою.
10. Створено пакет прикладних програм у середовищах MathCad та Maple для моделювання процесів холодного торцевого розкочування та ротаційної витяжки, які можуть використовуватись для інженерних розрахунків по визначенню можливостей цих процесів та енергосилових параметрів обладнання.

**Особистий внесок здобувача.**

- розробка тензорно-лінійної моделі накопичення пошкоджень із врахуванням „пам'яті напрямів” [106];
- розробка та експериментальна перевірка методу визначення параметрів моделей накопичення пошкоджень [104,105];
- розробка моделі формоутворення при холодному торцевому розкочуванні циліндричним валком [81];
- розробка моделі формоутворення при холодному торцевому розкочуванні конічним валком [82];
- розробка технологічного процесу переформування квадратних плоских заготовок у круглі методом холодного торцевого розкочування[97];
- експериментальні дослідження напружено-деформованого стану заготовки під час переформування квадратних плоских заготовок у круглі [97];
- удосконалення технологічного процесу ротаційної витяжки оболонкових циліндричних та конічних деталей [99,100];
- отримання аналітичних залежностей для визначення площі контакту конічного валка із заготовкою при холодному торцевому розкочуванні із врахуванням утворення пластичної хвилі;
- розробка математичної моделі згинання смуги змінної ширини та товщини матрицею та пуансоном, які мають радіуси заокруглень, що співрозмірні із відстанню між ними;
- розвиток методів прогнозування якості оболонкових циліндричних та конічних виробів у вигляді оцінювання: мінімального радіусу заокруглення матриці, максимальної ширини фланця [98].

**Апробація роботи.** Матеріали дисертації доповідались на наступних конференціях і семінарах:

- 1) Міжрегіональна науково-практична конференція „Математична та педагогічна спадщина видатного українського математика М. В. Остроградського”, м. Вінниця, ВНТУ, 13-14 березня 2001 р.;
- 2) Міжнародна науково-технічна конференція “Застосування теорії пластичності в сучасних технологіях обробки тиском”, м. Вінниця, ВНТУ, 2001 р.;
- 3) Міжнародна науково-технічна конференція „Нові досягнення та перспективи розвитку процесів та машин обробки тиском”, м. Краматорськ, ДДМА, 22-25 квітня 2003 р.;
- 4) Університетські щорічні науково-технічні конференції професорсько-викладацького складу, співробітників і студентів за участю інженерно-технічних робітників підприємств м. Вінниці та області (2001-2004рр.);
- 5) На засіданнях наукових семінарів кафедр технології підвищення зносостійкості та прикладної математики Вінницького національного технічного університету (2001-2004рр.).

**Публікації.** За матеріалами дисертації опубліковано 8 статей у наукових фахових журналах і збірниках, 1 стаття в книзі матеріалів міжнародної наукової конференції, 2 тези у збірниках тез конференцій.

## РОЗДІЛ 1. ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

### *1.1. Методи виготовлення габаритних вісесиметричних тонкостінних заготовок типу днищ*

#### **1.1.1. Загальна характеристика методів**

В даний час габаритні тонкостінні порожнинні вироби виготовляють різними способами. Найбільш розповсюдженим способом, особливо при масовому виробництві, є штампування на пресах.

Ряд галузей машинобудування характеризуються безперервним удосконалюванням і зміною конструкцій, швидкою зміною об'єктів виробництва і великою номенклатурою габаритних деталей. Обумовлена цим мала серійність виробництва є причиною того, що число габаритних деталей, які знімаються з кожного штампа, виявляється невеликим, і термін служби штампа обмежується швидким моральним зносом. Значне збільшення вартості при зазначених умовах робить не вигідним виготовлення таких виробів у звичайних штампах. У ряді випадків для виготовлення габаритних виробів необхідні потужні унікальні преси з великими розмірами столів, що при дрібносерійному виробництві штампованих виробів економічно не вигідно. Тому при дрібносерійному виробництві габаритних деталей (зокрема днищ) одержали поширення такі способи виготовлення, що дозволяють або застосовувати спрощене штампове оснащення при штампуванні на пресах, або не зв'язані з експлуатацією потужного і дорогого пресового устаткування.

Способи штампування гумою на пресах (рис. 1.1, а) і ударним штампуванням гумою на молотах (рис. 1.1, б) дозволяють застосовувати штампи спрощеної конструкції [39]. Головною перевагою цих способів є можливість використання при штампуванні тільки одного жорсткого деформуючого елемента. Другий жорсткий деформуючий елемент

заміняється гумовою подушкою, що укладена в контейнер, який кріпиться до повзуна. При робочому ході повзуна гумова подушка відіграє роль універсального пуансона або матриці. Недоліком штампування гумою є необхідність потужного пресового устаткування. У цьому відношенні ударне штампування гумою на молотах має перевагу, однак розміри виробів при такому способі обмежені [39].

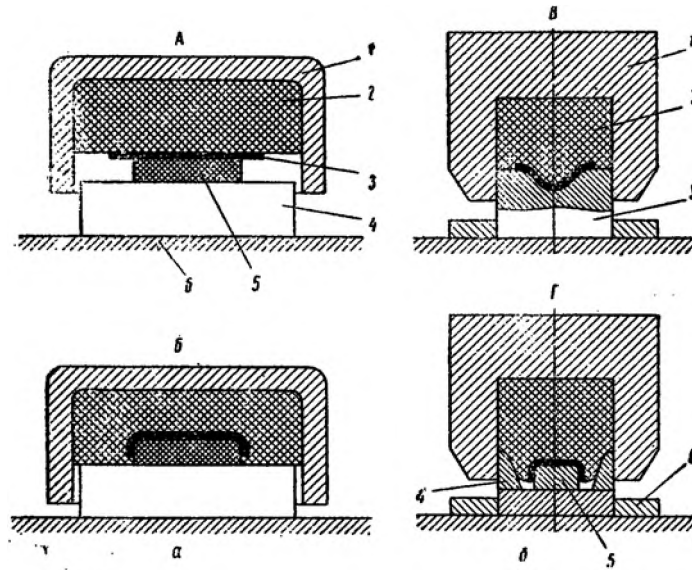


Рис. 1.1. Принципові схеми штампування гумою:

а - штампування гумою на пресі: А - до штампування; Б - після штампування; 1 - контейнер; 2 - гумова подушка; 3 - заготовка; 4 - підштамова плита; 5 - жорсткий елемент штампа - пуансон; б - стіл преса; б - ударне штампування гумою на молоті: В - гума працює як пуансон; Г-гума працює як матриця; 1 - контейнер; 2 - гумова подушка; 3 - матриця; 4 - підпір; 5 - пуансон; 6 - плита

Застосування гідроштампування, вибухового штампування, електромагнітного, електрогідравлічного і вакуумного формування дає можливість штампувати великогабаритні вироби без пресового або молотового устаткування. Застосовують два способи гідроштампування [123]. При першому використовують тільки один жорсткий деформуючий елемент - пуансон або матрицю. Зусилля штампування при цьому створюється рідиною високого тиску, що подається в порожнину, обмежену гумовим мішком (рис. 1.2, а). При другому способі зусилля штампування і деформування заготовки здійснюються за допомогою рідини високого тиску, що відіграє роль

універсального пуансона. Здебільшого цей спосіб використовується при штампуванні габаритних тонкостінних деталей, що мають плавні радіуси переходів. Процес гідроштампування може відбуватися за рахунок стоншення заготовки без переміщення і з переміщенням фланця. Перевагою способу гідроштампування є простота оснащення і її мала вартість, а також висока точність одержуваних деталей. Цим способом (рис. 1.2,б) можна штампувати днища діаметром до 2,5 м при товщині заготівлі до 1,5-2,5 мм. Недоліком гідроштампування є необхідність створення потужної установки при штампуванні деталей великих габаритних розмірів.

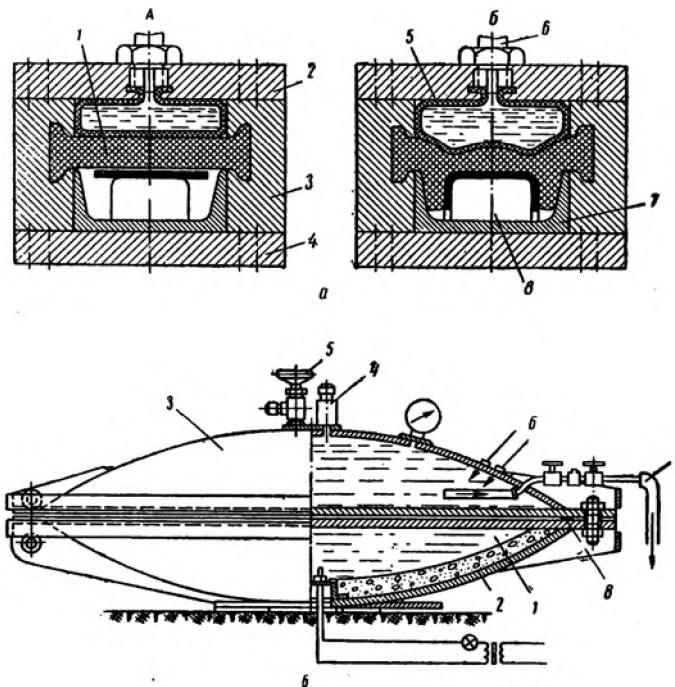


Рис. 1.2. Принципові схеми установок для гідроштампування:

а - гідроштампування за допомогою гумового мішка: А - вихідне положення; Б - процес штампування; 1 - гумова подушка; 2 - верхня частина корпусу контейнера; 3 - середня частина контейнера; 4 - основа контейнера; 5 - гумовий мішок; 6 - штуцер для подачі рідини; 7 - висувна штампова плита; 8 - жорсткий формозмінний елемент; б - гідроштампування безпосереднім тиском рідини: 1 - корпус установки; 2 - матриця; 3 - кришка; 4 - запобіжний клапан; 5 - дросельний клапан; 6 - трубопровід високого тиску; 7 - спускний трубопровід; 8 - ущільнювальне кільце

Вибухове формування проводиться за рахунок енергії, що виділяється при згорянні вибухової речовини. При виготовленні великогабаритних деталей широко поширене вибухове формування у воді за допомогою бризантної вибухової речовини. Перевагою такого способу є можливість формування



виробу за допомогою однієї половини штампа в незамкненому просторі (рис. 1.3), так що величина, утвореного при вибуху тиску, не обмежена міцністю сприймаючого його корпуса. Простота оснащення і можливість одержувати значну енергію при деформуванні обумовили поширення способу вибухового формування при виготовленні великогабаритних днищ, корпусних деталей, а також деталей з малопластичних і важкодеформуємих металів і сплавів. Однак особливості технологічного процесу вибухового формування, пов'язані з використанням вибухових речовин, не дозволяють здійснювати його в цехових умовах [123].

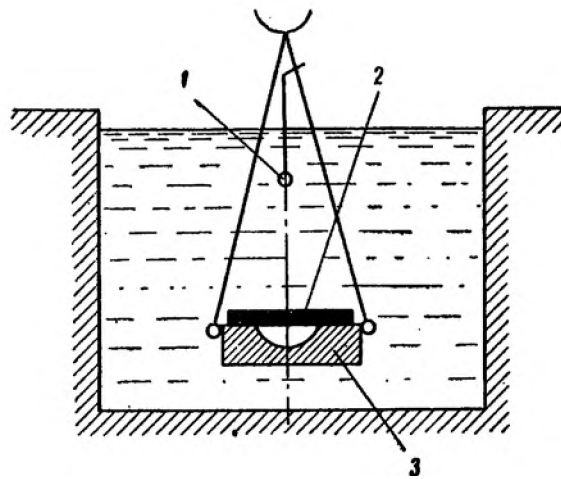


Рис. 1.3. Схема установки для вибухового формування у воді за допомогою бризантної вибухової речовини:

1 - заряд; 2 - заготовка; 3 – матриця

При електрогідравлічному формуванні деформування заготовки проводиться за допомогою ударних хвиль, що виникають у рідині при розряді струму високої напруги [39]. Установка для електрогідравлічного формування складається з конденсаторних батарей, регулятора потужності розряду, вимикача розряду конденсаторів. В даний час для електрогідравлічного формування створені установки, у яких використовують струм напругою до 4000 В, що створюється за допомогою конденсаторних батарей ємністю до 1200 мкФ. У залежності від форми виробу при електрогідравлічному формуванні підбирається найбільш ефективна форма фронту хвилі. Це

досягається за рахунок підбору форми ініціатора розряду. Електрогідравлічне формування - це окремий випадок вибухового формування. Перевагою електрогідравлічного формування є відсутність небезпеки, що пов'язана з використанням вибухових речовин. Однак конструкції установок для формування за допомогою електрогідравлічного ефекту більш складні.

В основі процесу електромагнітного формування лежить взаємодія магнітних полів струмів. Існує два способи електромагнітного формування. Перший – електроіндуктивний, оснований на взаємодії магнітного поля, що утворюється навколо провідника при проходженні наскрізного імпульсного струму великої сили, з магнітним полем, що утворюється навколо заготовки за рахунок струму, що індукується у ній. Штамп для формування деталей із плоскої заготовки електроіндуктивним способом показаний на рис. 1.4, а [123]. Формування відбувається при подачі на виводи індуктора імпульсу струму великої сили. Другий – електродинамічний, заснований на взаємодії полів струмів, що паралельно протікають. Штамп для формування деталей із плоскої заготовки електродинамічним способом показаний на рис. 1.4,б. Формування заготовки відбувається при подачі на шини потужного імпульсного струму.

При вакуумному формуванні заготовка укладається на матрицю (рис. 1.5) і притискається до неї за допомогою притиску. Після нагрівання заготовки між нею і матрицею створюють вакуум, у результаті чого і проводиться формування. Особливістю процесу є необхідність підтримувати певну температуру заготовки в процесі формування. Це досягається тим, що на поверхні заготовки створюють розплавлену ванну. У результаті вакуумного формування можуть бути отримані деталі значних розмірів [123] несиметричної форми з точністю до  $\pm 0,4$  мм. Можливість одержання такої точності пояснюється тим, що при постійній високій температурі заготовки під час її деформування майже не спостерігається зворотне пружинення. При вакуумному формуванні відбувається стоншення стінки заготовки в напрямі до її центра, тому товщину заготовки потрібно вибирати з деяким запасом.

Можливе формування заготовки товщиною 3,2 мм з алюмінієвих і магнієвих сплавів.

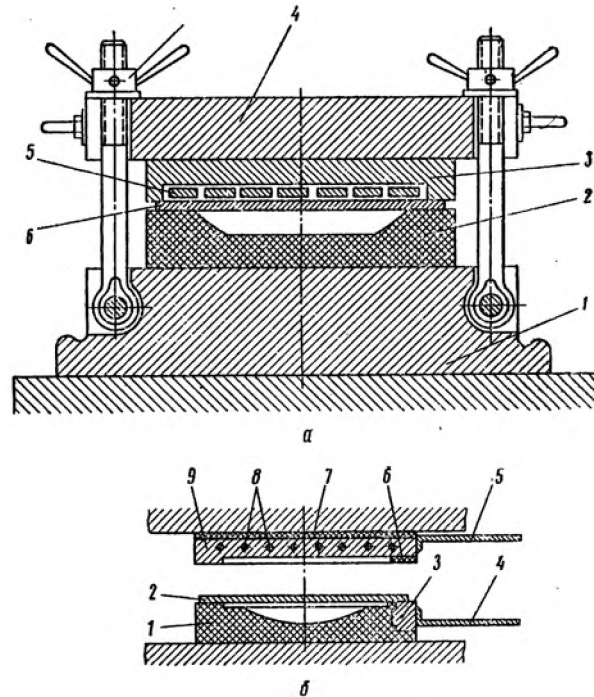


Рис. 1.4. Штampi для електромагнітного формування:

а - типова конструкція штампа для електроіндуктивного формування: 1 - стіл кріпильного пристрою; 2 - матриця з діелектрика; 3 - корпус індуктора; 4 - верхня плита кріпильного пристрою; 5 - індуктор; 6 - заготовка; б - типова конструкція штампа для електродинамічного формування: 1 - матриця з діелектрика; 2 - заготовка; 3 - латунна контактна пластина; 4 і 5 - струмопідвідні шини; 6 - пластина з діелектрика, що охороняє від зіткнення плити і заготовки; 7 - ізоляційна прокладка; 8 - отвір, для охолодження плити водою; 9 - мідна або латунна плита

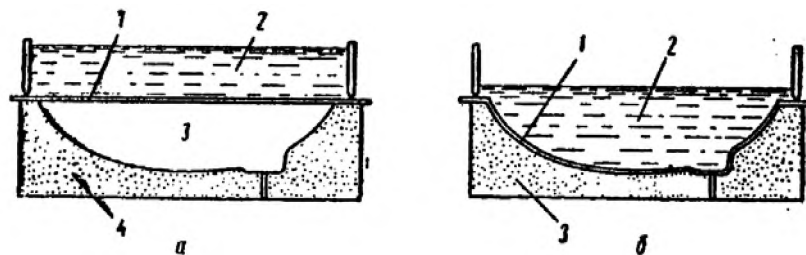


Рис. 1.5. Схема пристрою для вакуумного формування:

а - перед формуванням: 1 - заготовка; 2 - розплавлена ванна; 3 - порожнина матриці; 4 - матриця; б - після формування: 1 - виріб; 2 - розплавлена ванна; 3 - матриця

В умовах дрібносерійного й одиничного виробництва для виготовлення великогабаритних деталей типу тіл обертання з листових заготовок, зокрема

циліндричних та конічних днищ, найбільш раціонально використовувати методи локального деформування на обкочувальних машинах (рис. 1.6).

Процес виготовлення виробів на обкочувальних машинах без стоншення стінки називають по-різному. У вітчизняній літературі його називають давильною обробкою [38,39,36,130], обкочуванням [72], давильно-обкочувальним процесом [144], ротаційною витяжкою [108,109,110,111] і т.д. У США - спінінгуванням, гідроспінінгом, силовим спінінгуванням, силовим формоутворенням роликами, формоутворенням при обертанні, ротаційною роздачею [72]. У ФРН прийнятий термін видавлювання [37]. У даній роботі надалі буде використовуватись для позначення процесу термін ротаційна витяжка.

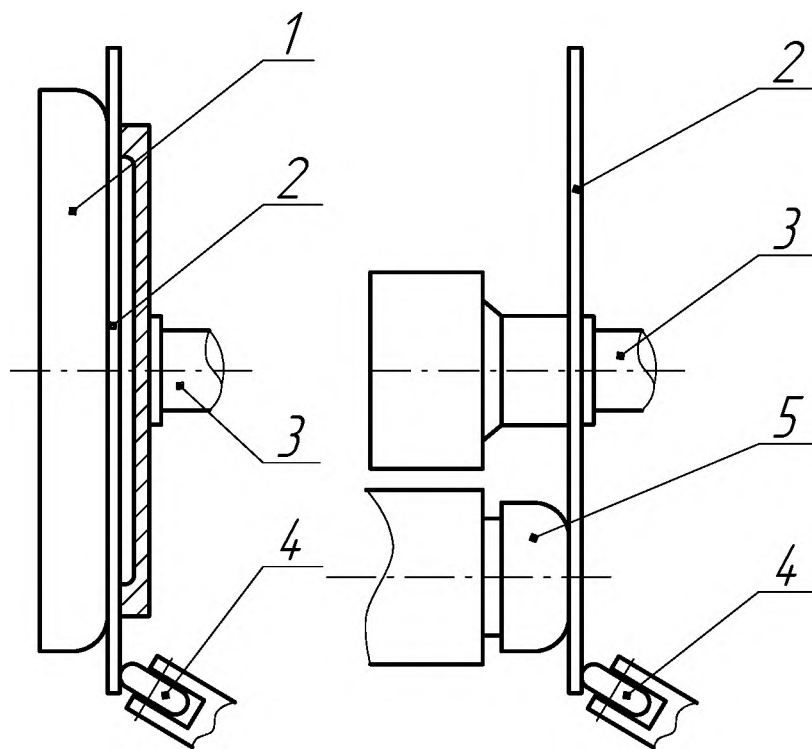


Рис. 1.6. Ротаційна витяжка вісесиметричних деталей

1 – оправка; 2 – заготовка; 3 – прижим; 4 – розкочувальний ролик; 5 – підтримуючий ролик

Основні переваги ротаційної витяжки у порівнянні із виготовленням аналогічних виробів на пресах:

- значно менша вартість устаткування завдяки меншим масам і розмірам;

- простота і мала металоємність оснащення, тому що площа робочих поверхонь інструменту значно менше площі днища; оснащення простіше у виготовленні і може бути використане для одержання виробів різної товщини, різних діаметрів, а також близьких по розмірах нестандартних виробів;
- майже в 5-6 разів менша тривалість переналагодження інструменту;
- високі якість і точність одержуваних виробів;
- універсальність обладнання: на тому самому устаткуванні можна виготовляти вироби різних типів при значній зміні їхніх діаметрів і товщин.

### **1.1.2. Ротаційна витяжка циліндричних та конічних оболонок**

Розвитку теорії та технології ротаційної витяжки сприяли праці В. Ф. Баркая, М. А. Гредитора, В. Г. Капоровича, Ю. І. Козлова, В. Г. Кононенко, Н. І. Могильного, Б. В. Розанова, І. П. Ренне, Г. А. Смірнова-Аляєва, А. Г. Трояна, Л. Г. Юдіна, С. П. Яковлева [16, 15, 38, 39, 36, 61, 62, 72, 73, 78, 109, 110, 111, 129, 131, 153, 130, 144] та ін., а також закордонних дослідників С. Кобояші, С. Колпакчіоглу, Ч. Уіка Е. Томсена, П. Шродера [68, 77, 145] та ін.

Значний вклад в теорію та практику формоутворення оболонкових деталей локальним прикладенням деформуючого зусилля внесли Харківський авіаційний інститут, ВНИИ МетМаш, Краматорський індустріальний інститут, Омський, Тульський та Тбіліський політехнічні інститути, Східноукраїнський державний університет.

Вперше в Україні дослідження можливостей та закономірностей ротаційної витяжки були розпочаті В. Г. Кононенко ще на початку 50-х років [78]. В. Г. Кононенко запропонував гіпотезу механізму деформування заготовки, що обертається, яка є першим наближенням до розгляду зв'язку деформації та напружень. Суть гіпотези полягає у тому, що матеріал під давильником вминається і поводить себе як мембрана, що прогинається під

його натисненням. Дослідження В. Г. Кононенко показали, що головними факторами, що визначаються співвідношення деформацій у лунці є: форма та розмір інструменту, співвідношення радіусів кривизни деталі та інструменту у місці контакту, величина зусилля давильника. Гіпотеза лунок, що сформульована у вигляді відповідних рівнянь, пояснює ряд явищ формоутворення оболонок ротаційною витяжкою.

Дослідження В. Ф. Баркая у Тбіліському політехнічному інституті були направлені на вивчення стійкості фланця заготовки при ротаційній витяжці із допомогою створеного ним терезоподібного пристосування для виміру зусилля згинання пластинки в статичному та динамічному станах [16,15]. У якості критерію оцінки втрати стійкості в статичному стані при обертанні був прийнятий провал пластичності під навантаженням. Значна частина досліджень В. Ф. Баркая стосувалась процесів ротаційної витяжки конічних оболонок проєціюванням, для яких розроблені методики визначення напружено-деформованого стану, енергосилових параметрів обладнання.

Розвитку процесів формоутворення порожнинних деталей прикладенням локального деформуючого навантаження сприяли праці В. Г. Капоровича [61,62] (Краматорський індустріальний інститут), який досліджував закономірності формоутворення оболонок з трубчастої заготовки, вивчаючи кінематику та динаміку обтиску кінців труб, стійкість заготовки, енергосилові параметри процесу, обладнання та інструмент. Роботи В. Г. Капоровича носять характер комплексних досліджень, направлених на розв'язок проблем теорії, технології, обладнання та оснастки.

У працях М. А. Гредитора, Б. В. Розанова, А. Г. Трояна [38, 39, 36, 130, 144] вироблені певні рекомендації по вибору режимів ротаційної витяжки у залежності від форми деталі, властивостей оброблювального металу, геометрії інструменту та інших факторів. Ці роботи представляють великий практичний інтерес для узагальнення досвіду та визначення на цій основі шляхів удосконалення процесів ротаційної витяжки.

Н. І. Могильний [109, 110, 111] та його учні в Східноукраїнському державному університеті своїми дослідженнями внесли суттєвий вклад у розробку теорії ротаційної витяжки та методів проектування технології, обладнання, пристосувань та інструменту, а також вивчення кінематики, динаміки та енергосилових параметрів різноманітних схем ротаційної витяжки без навмисного стоншення стінок деталей. Співробітниками створеної на базі Східноукраїнського державного університету лабораторії розроблені спеціальні схеми ротаційної витяжки та траєкторії руху давильного інструменту, пристосування для механізації та автоматизації ротаційної витяжки. Розроблені наукові основи проектування технології ротаційної витяжки та засобів для її здійснення, які ґрунтуються на вивченні контактних умов взаємодії давильного ролика із заготовкою в осередку деформації, механіки формоутворення, стійкості заготовки в процесі ротаційної витяжки, властивостей матеріалу, що оброблюється, геометрії інструменту та розмірів осередку деформації.

Теоретичні основи процесу ротаційної витяжки розроблені на базі вивчення типових технологічних відмов: втрати стійкості заготовки при формоутворенні оболонки локальним навантаженням, що рухається по заданій програмі, гофроутворення під дією напружень стиску, надмірні стоншення та розриви заготовок внаслідок великих напружень та недостатньої пластичності матеріалів.

Розв'язано багато задач визначення залежності граничної стійкості заготовки від форми та розмірів осередку деформації, траєкторії руху інструменту, кривизни твірної оболонки, форми та якості заготовки, величини напружень розтягу та стиску.

В області ротаційної витяжки із навмисним стоншенням стінок великий інтерес представляють роботи Л. Г. Юдіна, С. П. Яковлева, І. П. Ренне [153,129] та інших. Поміж закордонних дослідників слід відмітити роботи С. Кобояши, Ч. Уїка, С. Колпакчіоглу [145,68,77], які досліджували закономірності формоутворення конусів із навмисним стоншенням стінки.

У роботах багатьох авторів відзначається недостатня вивченість можливостей формоутворення оболонкових деталей методами ротаційної витяжки. Проблеми удосконалення процесів ротаційної витяжки та підвищення їх ефективності приваблюють увагу багатьох вчених, інженерів та винахідників, про що свідчить значна кількість патентів та авторських свідоцтв, які отримані за останні роки.

Інформація про ефективність та можливості ротаційної витяжки розсіяна по різних працях, журналах, дисертаціях, спеціальних збірниках та з великими труднощами доходить до тих, хто приймає рішення про використання нових технологій, що також є одним із суттєвих гальм у розвитку та використанні прогресивних технологій.

### **1.1.3. Визначення енергосилових параметрів обладнання ротаційної ВИТЯЖКИ**

Визначення зусилля деформування при виготовленні циліндричних та конічних оболонок на давильно-розкочувальних машинах в холодному стані потрібно проводити при розробці технології ротаційної витяжки, при проектуванні нового обладнання та у інших випадках.

Розгляд реальних умов навантаження при ротаційній витяжці приводить до висновку, що напружено-деформований стан заготовки є досить складним. Проведення аналізу із врахуванням усіх діючих у реальному осередку деформації напружень і відповідних їм деформацій викликає великі труднощі і не дає можливості отримати розв'язок у замкненому вигляді [72].

Зусилля, що викликає деформацію та формоутворення заготовки, змінюється по величині та напрямі із постійною зміною точки прикладення. Гвинтоподібні рухи натискного ролика і прогин заготовки у напрямі руху ролика викликають появу по границях осередку деформації згинальних моментів та перерізуючих сил. Навантаження тут місцеве і несиметричне відносно опори.



У роботі [142] процес ротаційної витяжки представлено як процес поширення місцевого згину заготовки на всю поверхню оболонки, крім центрального круга, що знаходиться під верхнім штампом. Місцевий згин заготовки здійснюється боковим зусиллям, що передається через боковий ролик. Криву контуру ділянки, що деформується виражено многочленом

$$Y = a + bx + cx^2 + dx^3 \quad (1.1)$$

Крім того, приймається умова симетричності контуру. Згідно цих припущень, на основі розв'язку рівнянь рівноваги ділянки, що деформується, сумісно із рівнянням пластичності отримана формула для обчислення зусилля, що діє на натискний ролик

$$Q = \frac{\sigma_s}{2} \cdot \left( \frac{4\bar{Y}^2 - \bar{X}^2}{\bar{X}\bar{Y}} s^2 - \frac{16s^3\bar{Y}^2 - s\bar{X}^4}{2\bar{X}^2\bar{Y}} \right); \quad (1.2)$$

$$\bar{X} = \frac{2\pi R_a}{3}; \bar{Y} = 2R_a. \quad (1.3)$$

де  $R_a$  - радіус бокового ролика;  $s$  - товщина заготовки;  $\sigma_s$  - межа текучості.

Експериментально встановлено, що на зусилля видавлювання впливають головним чином механічні властивості матеріалу  $\sigma_s$ , товщина  $s$ , ширина фланця  $B$ , подача  $h$ , радіус ролика  $R_a$  [78]. Крім того зусилля залежить від діаметра заготовки  $D$ , від радіусів заокруглень оправки та валка. Згідно формули (1.2) зусилля деформування залежить лише від механічних властивостей матеріалу, товщини заготовки та радіуса ролика. Тобто вираз (1.2) не враховує значної кількості технологічних параметрів процесу ротаційної витяжки.

Для визначення зусилля при ротаційній витяжці у роботі [73] використано розв'язок невісесиметричної задачі для прогину круглої пластини, що закріплена по внутрішньому контуру. Але зважаючи на допущення, на базі яких отримано вираз для знаходження зусилля формоутворення при ротаційній витяжці, можна зробити висновок, що даний вираз придатний для розрахунку зусиль при малих подачах для обмеженого діапазону місць прикладення сили. Фактично зусилля визначається на початку процесу формоутворення, і якщо оправка і валок мають значні радіуси заокруглення, то даний метод дає суттєво занижене значення зусилля [78].

Зважаючи на складність визначення зусилля деформування розрахунковими методами у роботі [110] була зроблена спроба знайти емпіричні залежності для визначення зусилля ротаційної витяжки від технологічних параметрів процесу. Повне зусилля формоутворення розбивали на три взаємоперпендикулярні складові: осьову  $P_y$ , нормальну  $P_x$  та колову  $P_z$ . Складові повного зусилля вимірювали за допомогою розробленого трьохкомпонентного силовимірювального пристрою. На базі обробки експериментальних досліджень було запропоновано емпіричні формули для інженерного розрахунку максимального зусилля деформування

$$\begin{aligned} P_y &= 0,612\sigma_a s B^{0.75} h^{0.18}; \\ P_x &= 0,495\sigma_a s B^{0.75} h^{0.18}; \\ P_z &= 0,115\sigma_a s B^{0.75} h^{0.18}. \end{aligned} \quad (1.4)$$

Співвідношення (1.4) дають досить значні розбіжності із експериментальними даними, коли оправка і валок мають значні радіуси заокруглення порівняно із товщиною заготовки.

## *1.2. Методи переформування багатогранних карток у круглі*

### **1.2.1. Загальна характеристика методів**

У якості вихідного матеріалу для формують операцій листового штампування використовують заготовки типу тіл обертання із відносно малою висотою ( $h/d < 0.2$ ). У якості вихідної заготовки головним чином використовують листовий матеріал (смугу, стрічку, лист). Аналіз існуючих процесів листового штампування показав, що значна кількість металу витрачається на підготовчих операціях. Так, у серійному виробництві коефіцієнт використання металу складає  $\approx 0,7$ . При вирубуванні круглих заготовок більше 20% металу йде у брухт. Причому із збільшенням відносної висоти заготовки коефіцієнт використання металу зменшується.

Поряд із отриманням заготовок вирубуванням із листа їх виготовляють також виточуванням з прутка. Однак для заготовок відносно малої висоти цей спосіб також не задовільний. Більш перспективні шляхи зменшення відходів полягають у тому, що розкроюється на багатогранні картки квадратної чи шестигранної форми. Потім пластичним деформуванням їх переформовують у круглі. Таким чином коефіцієнт використання металу може бути підвищений на 25-28%. Основна складність полягає у тому, що через високі контактні напруження зменшується стійкість інструменту, збільшується можливість руйнування матеріалу на стадії підготовчих чи формують операцій, а також необхідно обладнання великої потужності.

Аналіз процесів переформуванні квадратних та шестигранних заготовок, що отримані безвідходним вирубуванням із смуги, у круг виявив декілька існуючих у теперішній час способів:

- торцеве осаджування листових карток, згідно якому листові картки розміщувались на ребро у робочу порожнину матриці, що має форму кола, і у результаті осаджування проходить переформування (рис. 1.7)[8];

- переформування осаджуванням окремих заготовок пакету багатограних карток (рис. 1.8) [9];
- пакетне переформування листових карток продавлюванням через матрицю (рис. 1.9) [10].

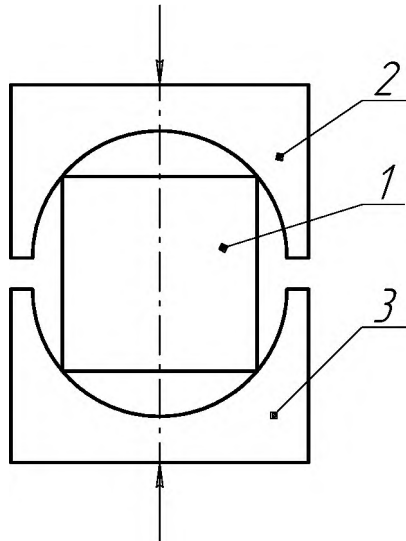


Рис. 1.7. Переформування заготовок осаджуванням на ребро

1 – заготовка; 2 – пуансон; 3 – матриця

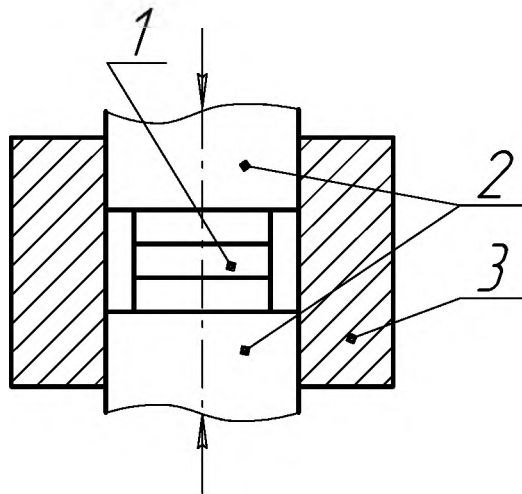


Рис. 1.8. Переформування заготовок осаджуванням

1 – пакет заготовок; 2 – пуансон; 3 – матриця

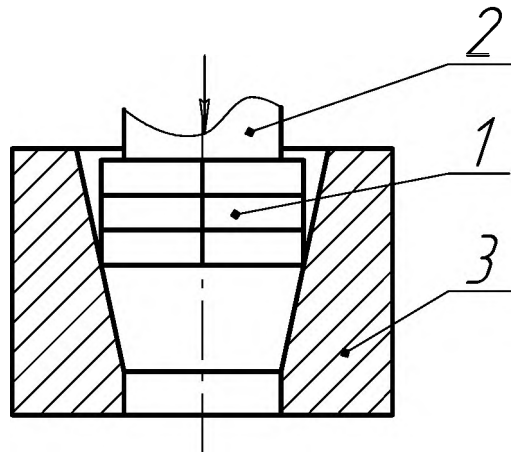


Рис. 1.9. Переформування заготовок продавлюванням через матрицю

1 – пакет заготовок; 2 – пуансон; 3 – матриця

Відмічені способи дозволяють підвищити коефіцієнт використання металу на 10-15%, однак є ряд недоліків:

- низька точність заготовок;
- високі зусилля і, як наслідок, низька стійкість штампів та неможливість переформування більшості матеріалів у холодному стані;
- відносно велика товщина заготовок, особливо у першому способі, через втрати стійкості при осаджуванні на ребро.

Зниження зусиль осаджування можливе при використанні осаджування із крученням [141]. Так, при осаджуванні дисків із відносною товщиною  $h/d = 0.05 \div 0.01$  зусилля деформування зменшується у 4-15 разів у порівнянні із звичайним осаджуванням, а тиск у центрі заготовки зменшується у  $3.5 \div 20$  раз. Суттєвим недоліком цього способу є великі дотичні напруження між заготовкою та інструментом і, як наслідок, велика шорсткість поверхні.

У роботі [25] запропоновано технологічний процес переформування багатогранних карток у круглі методом холодного торцевого розкочування конічним валком (рис. 1.10). Незважаючи на ряд переваг даного методу переформування, як відмічається у роботі [25], його використання сприятливе лише для виготовлення круглих заготовок із центральним отвором, так як спостерігається значна відцентрова течія металу у центрі заготовки, що

викликає значне стоншення та втрату суцільності. Тобто виникає проблема управління напрямом течії металу, що у результаті визначає можливість отримання заготовки необхідної форми при запобіганні руйнуванню та втраті стійкості.

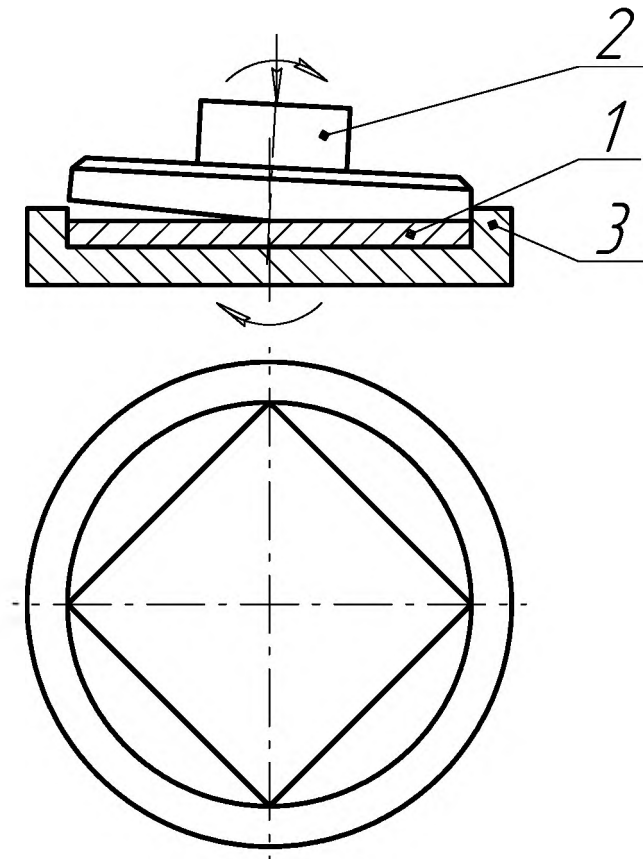


Рис. 1.10. Переформування квадратних заготовок у круглі методом холодного торцевого розкочування

### 1.2.2. Холодне торцеве розкочування

Холодне торцеве розкочування відноситься до нових технологічних засобів обробки металів тиском, причому, під засобами маються на увазі як пристрої та машини для здійснення своєрідної схеми навантаження об'єкта, що оброблюється, так і прийоми, способи дії, які направлені на досягнення тих позитивних ефектів, які забезпечують конкурентоздатність методу по відношенню до традиційних технологічних процесів.

Сучасний стан розвитку холодного торцевого розкочування є результатом вкладу А. П. Агеєва, Р. А. Бабушкіна, К. Н. Богоявленського, Л. В. Виноградова, Н. М. Елкіна, В. Д. Ковальова, Н. А. Корякіна, Л. Т. Кривди, В. В. Лапіна, В. А. Матвійчука, В. В. Наговіцина, В. А. Огороднікова, А. С. Пшенішнюка, М. Т. Селіна та інших дослідників Санкт-Петербурзької, Іжевської та Київської шкіл [12, 13, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 49, 86, 94, 95, 96, 116, 127], З. Марциняка (Польща), Р. М. Standring, А. Appleton, Р. А. Slater, W. Jonson, J. В. Hawkyard (Англія), К. Kuba, Y. Hirai, М. Kobayashi, Т. Nakane (Японія) та ін.

Перша розробка процесу штампування обкочуванням була проведена у 1907 р. Слайком (Slick) в патенті про конструкцію машини для штампування обкочуванням від імені фірми Bethlehem Steel Corporation [1],[5]. У 1928 р. запропонована ідея пресу для торцевого розкочування, а у 1929 р. англієць Massey заявив інший патент про розробку пресу для сферорухомого штампування [2]. Вказані патенти не знайшли свого практичного втілення аж до кінця 60-х років, що було пов'язано із рядом проблем, зокрема, із динамічною незрівноваженості машини. Значний розвиток та промислове засвоєння штампування обкочуванням почались лише у кінці 60-х років за рахунок розвитку та покращення конструкції різних типів підшипників [4].

Холодному торцевому розкочуванню притаманні усі основні переваги методів локальної обробки металів тиском, що впливають із обмеженості приконтального шару та впливу зовнішніх зон, пластично недеформованих чи таких, що частково піддаються деформації під дією матеріалу, що витікає з приконтальної області, чи під дією інших зовнішніх сил.

Особливості локальних методів базуються на наступному:

- наявність позаконтактних зон наближає схему навантаження в локалізованому пластичному осередку до всебічного стиску, що забезпечує стійкість технологічного процесу;

- по тій же причині створюються умови для підвищення допустимого ступеня деформації, що сприяє розширенню технологічних можливостей процесу;
- локалізація осередку знижує необхідне осьове зусилля та дозволяє реалізувати процес на менш металоємнішому обладнанні;
- тенденція до рівномірного інтегрального розподілення деформації, що сприяє зниженню залишкових напружень чи їх вирівнювання;
- своєрідна течія металу, що призводить до появи у центральній зоні напружень розтягу;
- зменшення об'єму та висоти гальмуючих зон пластичної течії, і, як наслідок, можливість отримання деталей із тонким полотном;
- суттєва позаконтактна деформація, що призводить до значного зменшення роботи поверхневих сил тертя;
- зниження максимальних контактних напружень у порівнянні із традиційними процесами формоутворення, що є результатом особливих контактних умов.

Із впровадженням розкочування на машинобудівних підприємствах коефіцієнт використання металу збільшується до 0,8; на 30-35% знижується трудомісткість обробки та на 6-12% зменшується потреба у виробничих площах (кожний станок дозволяє вивільнити два-три токарних), що забезпечує досягання значного економічного ефекту у порівнянні із діючими технологічними процесами [42].

Можливість використання обладнання відносно невеликої потужності (розрахункове зниження зусилля складає 14,3...21,4 рази у порівнянні із традиційними методами штампування) при виготовленні великогабаритних деталей, а також низька вартість оснащення (металоємність машин у 10...15 раз нижча) та незначний час підготовки виробництва та переналагодження обладнання дозволяють ефективно використовувати процеси торцевого розкочування у дрібносерійному виробництві. У середньому затрати на



розробку та створення преса для штампування обкочуванням складає 25% від вартості звичайного преса аналогічних технологічних можливостей [127]. Безшумність процесу сприяє покращенню умов праці та підвищенню культури виробництва.

Використання процесів холодного торцевого розкочування сприяє більш повній автоматизації виробництва, а також супроводжується покращенням фізико-механічних властивостей матеріалу, при цьому забезпечується оптимальне розташування волокон металу, що призводить до підвищення експлуатаційних властивостей готових виробів.

Вказані переваги холодного торцевого розкочування дозволили успішно впровадити цей процес не лише в масовому виробництві (підшипникова та автотракторна промисловості) [20, 22, 23, 31, 60], але також і на підприємствах з малосерійним та індивідуальним характером виробництва (електронне приладобудування, хімічне машинобудування та ін.) [39, 94].

### **1.2.3. Залежність інтенсивності і напрямку течії матеріалу заготовки під час формоутворення холодним торцевим розкочуванням від технологічних параметрів процесу**

При переформуванні квадратних заготовок у круглі методом штампування обкочуванням при нульовому зміщенні валка було помічено, що у центрі заготовки метал інтенсивно переміщувався на периферію, внаслідок чого відбувалось значне стоншення заготовки у центрі, аж до руйнування і появи отвору [25]. Це обмежувало можливості процесу, так як не дозволяло отримати суцільні круглі заготовки необхідної якості.

Аналогічний результат отримано у роботі [154]. Появу стоншення у центрі тонкої заготовки із великим відношенням діаметра до висоти автори роботи пояснювали дією підпираючих напружень. „Осередок деформації розташований поза контактної зони (“шарнір пластичності”), а у напрямі по

висоті діють напруження стиску, так що там можливе виникнення центрального стоншення, а також руйнування заготовки.”

У роботі [60] автори намагаються пояснити течію матеріалу на периферію під час торцевого холодного розкочування кільцевих заготовок на основі закону найменшого опору. Осередок деформації, що утворюється при торцевому розкочуванні кільця, умовно розділили на зони переважної течії металу (рис. 1.11). При малих кутах нахилу інструменту утворюється осередок із більшою протяжністю у коловому напрямі, тому в осередку такої форми виникають лінії розділу течії металу у радіальному (всередину та назовні – лінія  $mn$ ) та у радіально-коловому напрямках. При великих кутах нахилу інструменту утворюється осередок великої протяжності у радіальному напрямі, тому на ньому можливі лінії розділу металу у коловому (лінія  $kl$ ) та радіально-коловому напрямках. Осередок із рівною протяжністю як у радіальному, так і у коловому напрямках має лінії розділу течії металу у радіально-колових напрямках. Розкочування кільця близьке до повздовжньої прокатки смуги, тому

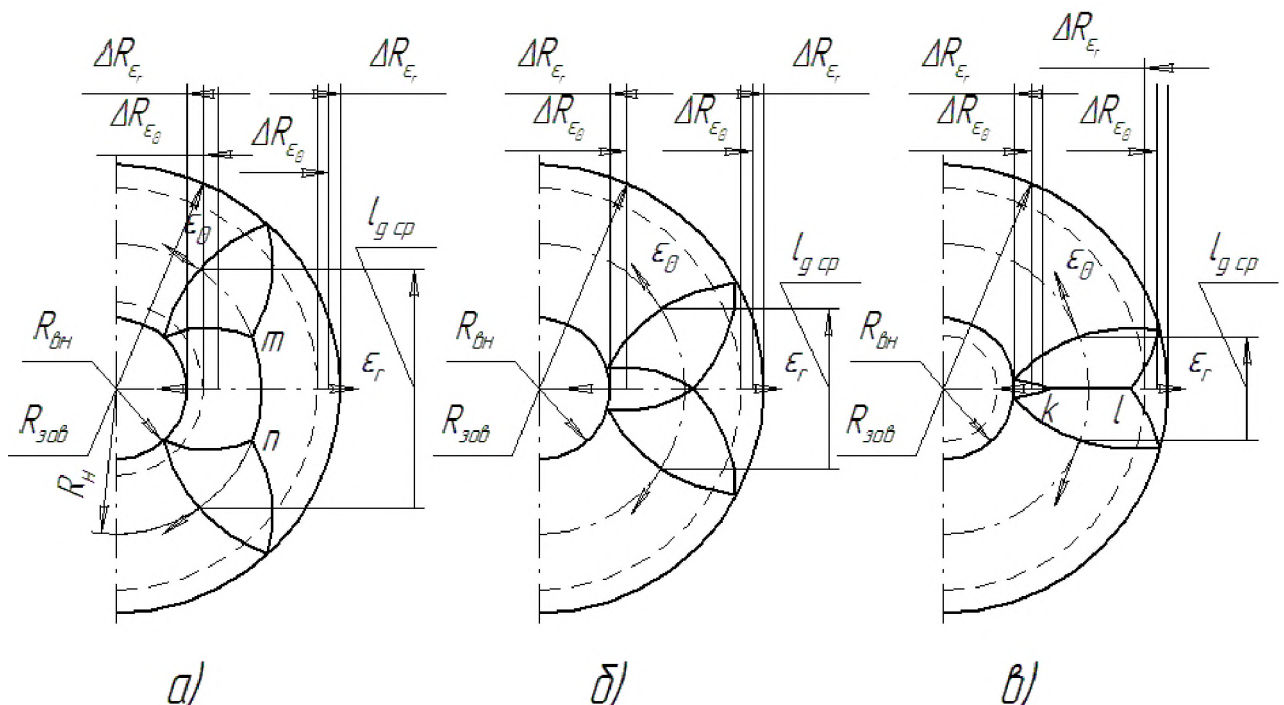


Рис. 1.11. Осередок деформації при торцевому розкочуванні:

а – вузький; б – перехідний; в – широкий

осередок із більшою протяжністю у коловому напрямі можна умовно назвати вузьким осередком із переважанням радіальної деформації, а осередок із більшою протяжністю у радіальному напрямі – широким осередком із переважанням колової деформації. Перехідному осередку відповідає рівний розвиток деформацій.

Умовна границя розділу радіальної течії металу проходить поблизу кола середнього радіуса, а умовна границя розділу колової течії металу – приблизно посеред осередку деформації, зважаючи на відносно невеликі подачі  $h$  при торцевому розкочуванні. Умовні границі розділу течії металу у радіально-коловому напрямі визначені по лініях, точки яких приблизно рівновіддалені від лінії зовнішніх контурів осередку деформації. За даними роботи [60], на цих границях контактне дотичне напруження повинно бути направлено під кутом  $45^{\circ}$  до радіального чи колового напрямку. Наявність таких границь при торцевому розкочуванні підтверджується дослідженням контактних напружень, напрямки яких змінюється від  $0$  до  $180^{\circ}$ . Криволінійність умовних границь розділу течії металу у радіально-коловому напрямі визначається криволінійністю границь осередку деформації при розкочуванні заготовки кінчним інструментом змінного радіуса кривизни, що збільшується до периферії заготовки.

Згідно роботи [60], форма осередку залежить від кута  $\alpha$  нахилу інструменту та подачі на один оберт  $h$ . До кінця деформації подача  $h$  зменшується, і форма осередку деформації у кінці деформації в основному залежить від  $\alpha$ . Перехідному осередку при великих ступенях деформації відповідає розкочування із кутом  $\alpha \approx 3^{\circ}$ . на початковій стадії процесу, коли відносна висота заготовки  $h_0/d_0$  та подача  $h$  значні, найбільш характерною є вузька форма осередку із переважанням радіальної деформації. Колова деформація  $\varepsilon_{\theta}$  при торцевому розкочуванні розвивається у замкненому контурі, що викликає приріст радіальних розмірів заготовки  $\Delta R_{\varepsilon_{\theta}}$ . На прикладі кілець показано, що приріст радіальних розмірів  $\Delta R_{\varepsilon_r}$  від радіальної деформації на

внутрішньому контурі кільця направлений назустріч приросту  $\Delta R_{\varepsilon_0}$ , а на зовнішньому співпадає із ним. Це вказує на наявність колової лінії розділу радіальної течії металу. При деформації із вузьким осередком ( $\alpha < 3^0$ ), коли переважає радіальна деформація, отвір кільця зменшується, а при деформації із широким осередком  $\alpha > 3^0$ , коли в кінці розкочування переважає колова деформація, отвір кільця збільшується.

Вільний розвиток тієї чи іншої деформації у центрі суцільної заготовки стримується відсутністю отвору, що санкціонує появу значних додаткових напружень першого роду. При деформації із вузьким осередком у центрі діють додаткові напруження стиску, а у кінці деформації із широким осередком – додаткові напруження розтягу, що призводять до руйнування заготовки.

Пояснення таким чином течії металу під час торцевого розкочування кільцевих виробів відповідає дійсності лише, коли вершина конуса валка лежить на осі обертання заготовки. Але існують експериментальні дані [54, 55] розкочування кільцевих виробів, коли без зміни виду осередку деформації (без зміни кута нахилу інструменту  $\alpha$  та подачі інструменту  $h$ ), змінивши лише взаємне положення центра валка та центра заготовки (ексцентриситет встановлення валка  $\delta$ ) можна досягнути зміни течії металу по відношенню до центру заготовки. Тобто, пояснення течії металу через вид осередку деформації (вузький, перехідний, широкий) не описує усі ефекти, які спостерігаються при холодному торцевому розкочуванні.

У роботі [31] відмічено, що при висадці розкочуванням зовнішніх бортів інтенсивність та напрямок течії металу, особливо при контактних із інструментом шарів залежить від багатьох параметрів процесу холодного торцевого розкочування: положення вершини валка по відношенню до осі заготовки, тобто ексцентриситету валка  $\delta$ ; відношення вихідної висоти деформованої частини заготовки до товщини стінки  $h_0/b_0$ ; значення одиничного обтиснення  $h$ , тобто обтиснення за один оберт.

По характеру формозміни авторами роботи [55] виділяються наступні особливості висадки розкочуванням зовнішніх буртів:

1. Плавне неперервне збільшення кривизни опуклої вільної поверхні бурта на протязі усього процесу формозміни (рис. 1.12,а).
2. Переважна течія на початковій стадії розкочування шарів матеріалу, що контактують із розкочувальним валком, внаслідок чого у вершини бурта утворюється гостра кромка, а його вільна поверхня стає ввігнутою (рис. 1.12,б).
3. Утворення у результаті утяжки похилої кільцевої площадки на периферійній частині торцевої поверхні бурта (рис. 1.12,в).

Формозміна по схемі, що показана на рис. 1.12,б, є характерною для розкочування суцільних чи з великою товщиною стінки заготовок, при невеликих одиничних обтисненнях. Характер напруженого стану у зоні найбільшого уширення, виходячи із залежності між кривизною вільного контуру та видом напруженого стану, близька до одноосьового розтягу. Наявність напруг розтягу у сукупності із значними локальними деформаціями у гострої кромки при розкочуванні заготовок із малопластичних матеріалів приводить до зародження тріщин навіть при незначних розмірах бурта. Тому появи гострої кромки у процесі розкочування слід уникати, чого досягнути можна за рахунок збільшення одиничного обтиснення та зміщення валка за вісь заготовки ( $\delta < 0$ ).

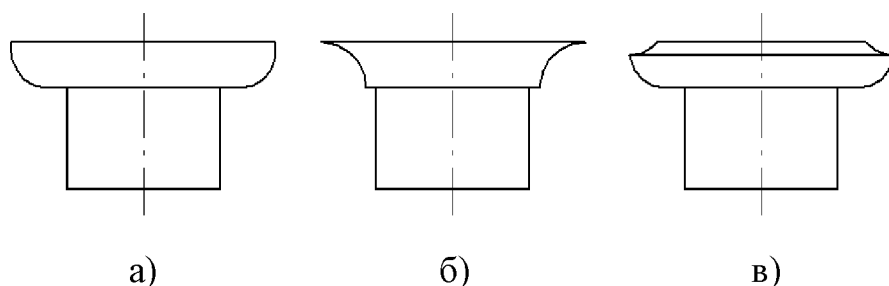


Рис. 1.12. Характер формозміни буртів при висадці розкочуванням

Поява кільцевої похилої площадки (див. рис. 1.12,в) спостерігається при збільшенні  $h_0/b_0$ . Формозміна заготовки у цьому випадку проходить по схемі вивороту частини, що деформується. Такий характер формозміни допустимий при розкочуванні пластичних матеріалів та може бути використаний для отримання розвинутих буртів із висотою меншої товщини стінки заготовки.

При розкочуванні із збільшенням одиничного обтиснення зменшується нерівномірність розподілення деформації. При цьому контур бурта наближається до прямокутної форми (див. рис. 1.12,а).

Значний вплив на інтенсивність течії приконттактних шарів металу коефіцієнта тертя дає змогу авторам роботи [55] зробити припущення щодо визначального впливу на напрям та інтенсивність течії металу неузгодженості на контактній поверхні швидкостей валка та заготовки. Наслідком цього є зміна напрямку вектора ковзання та напрямку течії приконттактного шару деформованого матеріалу. Але жодних спроб знайти залежність взаємного розташування векторів швидкості валка та інструменту у плямі контакту, а, отже, напрямку та інтенсивності течії металу від параметрів процесу у літературі знайдено не було. Через недостатнє вивчення кінематики течії металу не розкриваються усі переваги торцевого розкочування, знижується економічна ефективність використання цієї технології, що є однією із найважливіших причин незадовільного її засвоєння у промисловості.

### *1.3. Оцінка пластичності матеріалів*

Можливості пластичної формозміни металів обмежені. Іноді необхідні для реалізації технологічного процесу деформації перевищують пластичність матеріалу – ступінь деформації, при якій утворюється тріщина, що виявляється неозброєним оком. Розрахункова оцінка деформівності, тобто здатності заготовки витримувати ту чи іншу технологічну операцію не руйнуючись, на

стадії проектування технологічного процесу сприяє його інтенсифікації та значній економії, що пов'язана із зменшенням обсягу експериментальних досліджень.

При оцінці деформівності необхідне визначення деформацій, при яких утворюється магістральна тріщина, в залежності від властивостей матеріалу, напружено-деформованого стану, історії деформування, температурно-швидкісних умов.

### 1.3.1. Оцінка пластичності матеріалів під час стаціонарного деформування

Під пластичністю розуміється накопичена до моменту руйнування пластична деформація. Залежність пластичності від виду напруженого стану при фіксованих температурно-швидкісних умовах характеризується діаграмою пластичності, що є механічною характеристикою матеріалу. Діаграму пластичності здебільшого будують у координатах коефіцієнт жорсткості напруженого стану  $\eta$  – накопичена до руйнування деформація  $\varepsilon_{*c}$ . Вважається, що діаграма пластичності, побудована у вказаних координатах, є єдиною для різних напружених станів.

Отже, деформування проходить без руйнування, якщо накопичена деформація задовольняє нерівності

$$\varepsilon_u < \varepsilon_{*c}(\eta). \quad (1.5)$$

де  $\varepsilon_{*c}(\eta)$  - пластичність, що залежить від виду напруженого стану, температури, швидкості деформації.

Здебільшого у сучасній обробці металів тиском використовується вираз коефіцієнта жорсткості напруженого стану, що запропонований В. А. Бабичковим

$$\eta = \frac{3\sigma}{\sigma_u} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{\sigma_u}, \quad (1.6)$$

де  $\sigma$  - середнє нормальне напруження;  $\sigma_u$  – інтенсивність напружень.

### 1.3.2. Критерії руйнування при складному холодному деформуванні

Складним холодним деформуванням згідно класифікації, що запропонована у [103], називається деформування, при якому напрямний тензор приростів деформацій  $\beta_{ij}(\varepsilon_u) \neq const$ . Згідно [103]

$$\beta_{ij} = \frac{d\varepsilon_{ij}}{\sqrt{d\varepsilon_{ij} \cdot d\varepsilon_{ij}}}, \quad (1.7)$$

де  $d\varepsilon_{ij}$  - прирости пластичних деформацій.

Найбільше розвинення та застосування для аналізу руйнування в процесах обробки матеріалів тиском отримала теорія деформівності. Методи оцінки деформівності отримали свій розвиток головним чином у роботах А. О. Богатова, Г. Д. Деля, І. А. Кийко, В. Л. Колмогорова, В. А. Огороднікова, О. І. Мижирицького, В. М. Михалевича, І. О. Сівака, С. В. Смірнова, Г. А. Смірнова-Аляева [19, 46, 44, 45, 63, 76, 103, 106, 116, 114, 117, 122, 134, 135, 136].

Першу модель накопичення пошкоджень у вигляді функціонала запропонував В. Л. Колмогоров [76]

$$\psi = \int_0^t B(\tau) \cdot E(t - \tau) \cdot \frac{Hd\tau}{\Lambda_{*c}(\eta(\tau))} \quad (1.8)$$



де  $\psi$  - ступінь використання запасу пластичності, що змінюється від 0 у початковому стані до 1 при вичерпанні ресурсу пластичності;  $t, \tau$  - час;  $E(t - \tau)$  - коефіцієнт, що враховує самозаліковування дефектів при високій температурі;  $B(\tau)$  - коефіцієнт, що враховує історію деформування;  $A$  - ступінь деформації зсуву.

Враховуючи, що для холодного деформування  $E(t - \tau) = 1$ , а також те, що величина  $A$  відрізняється від накопиченої деформації  $\varepsilon_u$  на сталий множник

$$A = \sqrt{3}\varepsilon_u \quad (1.9)$$

маємо

$$\psi = \int_0^t B(\tau) \cdot \frac{\dot{\varepsilon}_u(\tau)}{\varepsilon_{*c}(\eta(\tau))} \cdot d\tau. \quad (1.10)$$

Використання даного критерію ускладнено тим, що у літературі не приводяться дані про коефіцієнт  $B$ . Тому і його значення здебільшого приймають таким, що дорівнює одиниці. Тоді критерій (1.10) можна переписати у вигляді

$$\psi = \int_0^t \frac{\dot{\varepsilon}_u(\tau)}{\varepsilon_{*c}(\eta(\tau))} \cdot d\tau. \quad (1.11)$$

Відмітимо аналогію між приведеною умовою деформівності та лінійним законом підсумовування пошкоджень в умовах повзучості та при циклічних навантаженнях.

При  $\eta = \text{const}$  умова (1.11) стає еквівалентною (1.5). Експериментальна перевірка умови (1.11) показала, що багато експериментальних даних не

вміщувались в рамки лінійного принципу. Це викликало появу нелінійної моделі [19, 46, 44, 116, 114]

$$\psi(\varepsilon_u) = \int_0^{\varepsilon_u} n \cdot \frac{\varepsilon_u^{n-1}}{\varepsilon_{*c}^n(\eta(\varepsilon_u))} \cdot d\varepsilon_u, \quad (1.12)$$

де  $n$  – деяка функція, що залежить від “напрямку деформування”. У випадку складного монотонного деформування (деформування при умові, що показник напруженого стану може змінюватись, а деформація є активною, тобто без розвантаження) у роботах В. А. Огороднікова [114] функцію  $n$  рекомендується визначати за співвідношенням

$$n = 1 + a \cdot \operatorname{arctg} \frac{d\eta}{d\varepsilon_u}. \quad (1.13)$$

Результати широкої експериментальної перевірки, які проведені у роботі [114], дозволяють сподіватись, що константа  $a$  в (1.13) слабо залежить від властивостей матеріалу і дорівнює 0,2 [114].

Співвідношення (1.12) у випадку розгляду процесів немонотонного складного деформування має ряд недоліків, зумовлених тим, що в ньому не в повній мірі враховується направлений характер виникаючих при пластичній деформації пошкоджень. У протиріччі із цією умовою знаходиться здатність тіл, зруйнованих при одному напруженому стані, витримувати досить великі деформації при іншому напруженому стані.

О. А. Ільющин [58] уперше висунув гіпотезу, що пошкодження як функціонал трьохмірних тензорів напружень  $\sigma_{ij}(\tau)$  може бути лише трьохмірним тензором або сукупністю тензорів інших порядків.

Найпростіший варіант теорії накопичення пошкоджень макрочастинки будується в припущенні, що тензор пошкоджень є симетричний тензор другого рангу. При цьому не виключається, що пошкодження можуть описуватись і скаляром, який в окремих випадках може бути побудованим на основі тензора пошкоджень.

У роботі [58] пропонується лінійна теорія накопичення пошкоджень, в якій тензор пошкоджень є симетричним тензором другого рангу. Тензор пошкоджень  $\psi$  поділяється на девіаторну  $\psi_{ij}(t)$  та сферичну  $\psi(t)$  частини

$$\psi_{ij}(t) = \int_0^t \varphi_1(t-\tau) \cdot S_{ij}(\tau) d\tau, \quad (1.14)$$

$$\psi(t) = \int_0^t \varphi_2(t-\tau) \sigma(\tau) d\tau, \quad (1.15)$$

де  $\sigma = \frac{1}{3} \sigma_{ij} \delta_{ij}$  - середнє напруження.

Ядра  $\varphi_1$  і  $\varphi_2$  можна визначити за результатами дослідів на повзучість при зсуві і при випробуванні на розтяг.

Загальний вигляд критерію руйнування А. А. Ільюшина

$$M_m(\psi, \psi_i, \psi_\Delta) = C_m, \quad (1.16)$$

де  $m=1,2,3\dots$  - номери мір і можливих видів руйнування;  $C_m$  - константи матеріалу такі, що, коли для будь-якого  $m$  виконується умова (1.16), то відбувається руйнування типу  $m$ ;  $\psi_i$  - другий інваріант девіатора пошкоджень;  $\psi_\Delta$  - третій інваріант девіатора пошкоджень:

$$\psi_i = \psi_{ij} \psi_{ij}, \quad (1.17)$$

$$\psi_\Delta = \det|\psi_{ij}|, \quad (1.18)$$

Умова руйнування (1.16) записана для тривалої міцності і практично, у вигляді (1.16) не використовувалась для оцінки ймовірності руйнування при пластичній деформації. У роботі І. А. Кийко [63] підхід О. А. Ільюшина одержав подальший розвиток і використаний для оцінки пластичності при обробці металів тиском.

І. А. Кийко використовує векторне зображення тензора-девіатора другого рангу  $P\{P_{ij}\}$  у п'ятивимірному просторі. Вектор пластичності  $\vec{P}$  з координатами  $P$ , що побудований лінійним чином на основі вектора швидкості деформацій  $\vec{\varepsilon}$  має вигляд

$$P_i(t) = \int_0^t A_{ij} [T(\tau), \eta(\tau), \vec{\varepsilon}(\tau)] \cdot \dot{\varepsilon}_j(\tau) d\tau. \quad (1.19)$$

Симетричні матриці функцій  $A_{ij}$  знаходяться з експериментів. Якщо ці функції не залежать від швидкості деформації, то компоненти вектора пластичності можна переписати у вигляді

$$P_i = \int_0^t \frac{\dot{\varepsilon}_i d\tau}{\varepsilon_{*ci}}, \quad (1.20)$$

де  $\varepsilon_{*ci}(\eta)$  - діаграма пластичності, для виду навантаження  $i$ .

По І. А. Кийко руйнування буде мати місце, коли хоча б одна з компонент  $P_i$  дорівнюватиме одиниці. Необхідно відмітити, що, хоча в (1.19) записано 5 співвідношень, фактично вплив на руйнування матимуть лише 3, так як із трьох компонент  $P_3, P_4, P_5$ , які характеризують деформації зсуву, одна є найбільшою, і, отже, викликає руйнування, а дві інші не досягають значення одиниці [63].

До недоліків критерію І. А. Кийко можна віднести наступні. Компоненти  $P_i$  не враховують історію навантаження, особливо при зміні напрямку

деформування. Якщо виконується одна з умов  $P_i = 1$ , то інші величини  $P_i$  ніяк не впливають на ймовірність руйнування, що викликає сумніви, так як у загальному випадку складного навантаження інтенсивність накопичення пошкоджень залежить від усіх компонент  $P_i$ .

Принципово новий етап в побудові моделей руйнування відкривається із появою робіт Г. Д. Деля [44]. Г. Д. Дель визначив компоненти тензора-девіатора накопичення пошкоджень наступним чином

$$\psi_{ij}(\varepsilon_u) = \int_0^{\varepsilon_u} F(\varepsilon_u, \eta, \mu_\sigma) \cdot \beta_{ij} \cdot d\varepsilon_u. \quad (1.21)$$

де  $F(\varepsilon_u, \eta, \mu_\sigma) = \frac{df}{d\varepsilon_u}$  - позитивна функція, яка залежить від характеристик матеріалу.

Функція пошкоженості  $f$  вибрана у вигляді степеневі залежності [44]

$$f = (1 - a) \cdot \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_{*c}(\eta)} + a \cdot \left( \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_{*c}(\eta)} \right)^2, \quad (1.22)$$

де  $a$  - коефіцієнт, який залежить від властивостей матеріалу.

У роботі [44] припускається, що руйнування буде мати місце тоді, коли деяка функція інваріантів тензора пошкоджень досягне деякого значення. Перший інваріант девіатора  $\psi_{ij}$  дорівнює нулю. Нехтуючи впливом третього інваріанта, умову руйнування Г. Д. Дель запише у вигляді

$$\psi_{ij} \psi_{ij} = 1. \quad (1.23)$$

Модель накопичення пошкоджень (1.21) є тензорно-лінійною (лінійна відносно напрямного тензора  $\beta_{ij}$ ). У роботі А. А. Мишуліна та В. М. Михалевича [107] розроблена тензорно-нелінійна модель.

Необхідно викласти основні положення побудови тензорної теорії руйнування, що сформульовані в [103]:

1. В початковому стані компоненти тензорів напружень і деформацій в кожній макрочастинці, а також їх похідні за координатами дорівнюють нулю, тобто початковий стан макрочастинки припускається природним.
2. Стан макрочастинки припускається однорідним у будь-який момент часу  $t \in [0, t_*)$ .
3. Постулюється існування тензора пошкоджень  $\psi_{ij}$  з такими властивостями:

Тензор  $\psi_{ij}$  однозначно визначається процесом деформації.

Тензор  $\psi_{ij}$  характеризує накопичення пошкоджень в частинці і стан, що безпосередньо передує руйнуванню макрочастинки: існує деяка невід'ємна міра пошкоджень  $M(\psi)$ , що є функцією інваріантів тензора пошкоджень, причому

$$M(\psi) < 1 \quad (1.24)$$

для незруйнованого стану і

$$M(\psi) = 1 \quad (1.25)$$

у момент руйнування.

4. Гранична до руйнування деформація матеріалу при стаціонарному деформуванні є відомою функцією, що характеризує властивості матеріалу (діаграма пластичності або поверхня граничних деформацій):

$$\varepsilon_{*c} = \varepsilon_{*c}(I), \quad (1.26)$$

де  $I$  – сукупність безрозмірних інваріантів напружено-деформованого стану.

Згідно даних положень тензорно-нелінійна модель А. А. Мишуліна та В. М. Михалевича [107] для випадку холодного деформування має вигляд

$$\psi_{ij} = \int_0^{\varepsilon_u} F(\varepsilon_u, \eta, \mu_\sigma) \cdot \left\{ a \cdot \beta_{ij}(\varepsilon_u) + b \cdot \left[ \beta_{ik}(\varepsilon_u) \cdot \beta_{kj}(\varepsilon_u) - \frac{1}{3} \cdot \delta_{ij} \right] \right\} \cdot d\varepsilon_u, \quad (1.27)$$

де  $\beta_{ik}\beta_{kj}$  - квадрат тензора  $\beta_{ij}$ ;  $\delta_{ij}$  - одиничний тензор,  $\delta_{ij} = 1$  при  $i = j$  і  $\delta_{ij} = 0$  при  $i \neq j$ ;  $a = a(\eta, D)$ ,  $b = b(\eta, D)$  - параметри моделі, які повинні бути визначені;  $D$  - відношення третього та другого інваріантів девіатора приростів деформацій.

У якості міри пошкоджень прийнято другий інваріант девіатора пошкоджень

$$M(\psi) = \psi_u(\varepsilon_u) = \sqrt{\psi_{ij} \cdot \psi_{ij}}, \quad (1.28)$$

що задовольняє умови згідно гіпотези 3.2

$$\left. \begin{array}{l} \psi_u(0) = 0 \\ \psi_u(\varepsilon_*) = 1 \end{array} \right\}, \quad (1.29)$$

де  $\varepsilon_*$  - накопичена до руйнування деформація в даному процесі деформування.

Кількісну відповідність розрахункових та експериментальних даних у деяких випадках можна покращити вдалим вибором апроксимації функції

пошкодженості  $f$ . Очевидно, що функція  $f$  повинна задовольняти таким умовам

$$\begin{aligned} f(0, \varepsilon_{*c}(\eta^{(0)}, \mu_{\sigma}^{(0)})) &= 0, \\ f(\varepsilon_{*c}(\eta^{(0)}, \mu_{\sigma}^{(0)}), \varepsilon_{*c}(\eta^{(0)}, \mu_{\sigma}^{(0)})) &= 1. \end{aligned} \quad (1.30)$$

Одну з таких апроксимацій (квадратичну функцію пошкодженості) запропонував Г. Д. Дель у вигляді (1.22). У роботі В. М. Михалевича [103] наведені інші апроксимації функції пошкодженості. До найпростіших можна віднести степеневу

$$f\left(\psi = \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_{*c}}\right) = \psi^n, n > 1 \quad (1.31)$$

та експоненціальну

$$f(\psi) = \frac{e^{s\psi} - 1}{e^s - 1}, s > 0. \quad (1.32)$$

В умовах стаціонарного холодного деформування з ростом накопиченої деформації пошкодженість незмінно збільшується, тому функція  $f$  повинна бути монотонно зростаючою. Для цього достатньо забезпечити виконання нерівності

$$f'(\psi) > 0. \quad (1.33)$$

Природно уявлення про те, що швидкість накопичення пошкоджень збільшується з наближенням до моменту руйнування. Для виконання цієї умови достатньо поставити вимогу



$$f''(\psi) > 0. \quad (1.34)$$

Для степеневі залежності (1.31) із умови (1.33) випливає нерівність  $n > 0$ , а із (1.34) -  $n > 1$ . Для експоненціальної залежності (1.32) умова (1.33) виконується завжди, тобто ця умова не накладає ніяких обмежень на межі зміни  $s$ . Нерівність (1.34) виконується лише при  $s > 0$ .

Апроксимація

$$f(\psi) = \frac{e^{s \cdot \psi^n} - 1}{e^s - 1} \quad (1.35)$$

об'єднує властивості апроксимацій (1.31) та (1.32). Функцію  $f$  можна зобразити у вигляді суми експонент

$$f(\psi) = \sum_{k=1}^m b_k \cdot \frac{e^{s_k \psi} - 1}{e^{s_k} - 1}, \quad \sum b_k = 1, \quad (1.36)$$

звідки при  $m = 2$  дістанемо

$$f(\psi) = b_1 \cdot \frac{e^{s_1 \psi} - 1}{e^{s_1} - 1} + (1 - b_1) \cdot \frac{e^{s_2 \psi} - 1}{e^{s_2} - 1}. \quad (1.37)$$

Не всі апроксимації функції пошкоженості  $f$  можна подати у вигляді функції, що залежить лише від  $\psi$ . До таких апроксимацій відноситься експоненціальна функція наступного виду

$$f(\varepsilon_u, \varepsilon_{*c}) = \frac{e^{m\varepsilon_u} - 1}{e^{m\varepsilon_{*c}} - 1}, \quad m > 0. \quad (1.38)$$

Різних апроксимацій функції  $f$  - безліч. Необхідне вивчення властивостей моделей, що базуються на різних апроксимаціях функції  $f$ .

### 1.3.3. Порівняльний аналіз скалярних та тензорних моделей накопичення пошкоджень на прикладі двоетапного холодного деформування

Візьмемо для порівняння скалярну нелінійну модель зі степеневим ядром

$$\psi(\varepsilon_u) = \int_0^{\varepsilon_u} n \cdot \frac{\varepsilon_u^{n-1}}{\varepsilon_{*c}^n (\eta(\varepsilon_u))} \cdot d\varepsilon_u. \quad (1.39)$$

Визначимо адекватність запропонованих скалярної (1.39) і тензорної (1.27) моделей експериментальним даним двоетапного холодного деформування металів. При такій схемі деформування в межах кожного етапу маємо стаціонарне деформування, причому при  $0 \leq \varepsilon_u \leq \varepsilon_u^{(1)}$ , справедливо  $\beta_{ij}(\varepsilon_u) = \beta_{ij}^{(1)} = const$ ,  $\eta(\varepsilon_u) = \eta^{(1)}$ ,  $\mu_\sigma(\varepsilon_u) = \mu_\sigma^{(1)}$ , а при  $\varepsilon_u^{(1)} \leq \varepsilon_u \leq \varepsilon_u^{(2)}$  -  $\beta_{ij}(\varepsilon_u) = \beta_{ij}^{(2)}$ ,  $\eta(\varepsilon_u) = \eta^{(2)}$ ,  $\mu_\sigma(\varepsilon_u) = \mu_\sigma^{(2)}$ . У цьому випадку зі скалярної моделі (1.39) одержимо наступне критеріальне співвідношення

$$\psi_{*2} = \left[ 1 - \psi_1^n + (\psi_1 \alpha_{12})^n \right]^{\frac{1}{n}} - \psi_1 \alpha_{12}, \quad (1.40)$$

де  $\psi_i$  - використаний ресурс пластичності на  $i$ -ому етапі ( $i=1,2$ ), причому

$$\psi_1 = \frac{\varepsilon_u^{(1)}}{\varepsilon_{*c}^{(1)}}, \quad \psi_{*2} = \frac{\varepsilon_u^{(2)} - \varepsilon_u^{(1)}}{\varepsilon_{*c}^{(2)}}, \quad \alpha_{kl} = \frac{\varepsilon_{*c}^{(k)}}{\varepsilon_{*c}^{(l)}},$$

де  $\alpha_{kl}$  - параметр, що характеризує порядок чергування умов деформації. Якщо більш «жорсткі» умови змінюються на більш «м'які» ( $\varepsilon_c^{(1)} < \varepsilon_c^{(2)}$ ), то  $\alpha_{12} < 1$ .

Для двоетапного деформування з моделі (1.27) випливає

$$\psi_{*2} = \left[ (\psi_1 \cdot \alpha_{12})^{n_2} - \psi_1 \cdot I_{12} + \sqrt{\psi_1^{2n_1} \cdot (I_{12}^2 - 1) + 1} \right]^{\frac{1}{n_2}} - \psi_1 \cdot \alpha_{12}. \quad (1.41)$$

Для тензорно-нелінійної моделі

$$I_{12} = k_{12} \cdot a^{(1)} \cdot a^{(2)} + I_1 \cdot a^{(1)} \cdot b^{(2)} + I_2 \cdot a^{(2)} \cdot b^{(1)} + (I_3 - \frac{1}{3}) \cdot b^{(1)} \cdot b^{(2)}, \quad (1.42)$$

для тензорно-лінійної моделі

$$I_{12} = k_{12}, \quad (1.43)$$

де  $k_{12} = \beta_{ij}^{(1)} \cdot \beta_{ij}^{(2)}$  - косинус кута зламу траєкторії деформації;  $I_1, I_2, I_3$  - інваріанти добутку тензорів, причому

$$I_1 = \beta_{ij}^{(1)} \cdot \beta_{jk}^{(2)} \cdot \beta_{ki}^{(2)}, I_{21} = \beta_{ij}^{(1)} \cdot \beta_{jk}^{(1)} \cdot \beta_{ki}^{(2)}, I_1 = \beta_{ij}^{(1)} \cdot \beta_{jk}^{(1)} \cdot \beta_{kl}^{(2)} \cdot \beta_{li}^{(2)}.$$

Параметри  $n_1$  і  $n_2$ , що входять у критеріальні співвідношення, що впливають зі скалярної і тензорної (лінійної і нелінійної) моделей для випадку немонотонного двоетапного деформування, знаходили методом найменших квадратів. Для цього в математичному додатку MathCad була розроблена програма, що автоматично розраховує параметри моделей при введенні експериментальних даних і будує графіки залежності залишкового ресурсу пластичності від використаного на першому етапі деформування (додаток Б). Експериментальні дані немонотонного двоетапного деформування

бралися з літературних джерел [44]. Параметри моделей шукали для двох випадків:  $n_1 \neq n_2$  (товста лінія) і  $n_1 = n_2$  (тонка лінія). Результати розрахунку приведені на рис. 1.13.

У табл. 1.1 приведено значення суми квадратів відхилень  $S_{\text{сум}}$  експериментальних даних і результатів розрахунку по скалярній, тензорно-лінійній і тензорно-нелінійній моделях. Згідно рис. 1.13 та табл. 1.1 тензорно-нелінійна модель при  $n_1 \neq n_2$  найбільше точно описує експериментальні дані ( $S_{\text{сум}}$  має мінімальне значення). Як показує аналіз даних табл. 1.1, введення в моделі додаткового параметра  $n_2$  приводить до підвищення їхньої точності (зменшенню  $S_{\text{сум}}$ ).

При  $n_1 = n_2$ ,  $\alpha_{12} = 1$  (рис. 1.13а, в, з, и) співвідношення (1.40), яке впливає зі скалярної моделі, здобуває вид лінійного принципу накопичення пошкоджень. При цьому спостерігається яскраво виражена якісна невідповідність моделі (1.39) експериментальним даним. Не можна не відзначити також одноманітність форми кривих, що обумовлені співвідношенням (1.40) із двома незалежними параметрами ( $n_1 \neq n_2$ ) при описі різних процесів двоетапного деформування того самого матеріалу. Це зайвий раз свідчить про обмеженість можливостей скалярної моделі в плані відображення закономірностей руйнування.

Таблиця 1.1

Порівняння суми квадратів відхилень  $S_{\text{сум}}$  експериментальних даних і результатів розрахунку при використанні скалярної (1.39) і тензорно-лінійної (1.21) та тензорно-нелінійної (1.27) моделей

Матеріал	9ХС	Р6М5	45	$\Sigma S_{\text{сум}}$
Модель				
Скалярна модель при $n_1 = n_2$	3,849	3,886	3,45	11,185
Скалярна модель при $n_1 \neq n_2$	1,396	3,508	0,944	5,848
Тензорно-лінійна модель при $n_1 = n_2$	0,751	0,432	0,239	1,422
Тензорно-лінійна модель при $n_1 \neq n_2$	0,701	0,336	0,021	1,058
Тензорно-нелінійна модель при $n_1 = n_2$	0,717	0,379	0,0094	1,1054
Тензорно-нелінійна модель при $n_1 \neq n_2$	0,627	0,329	0,0044	<u>0,9604</u>

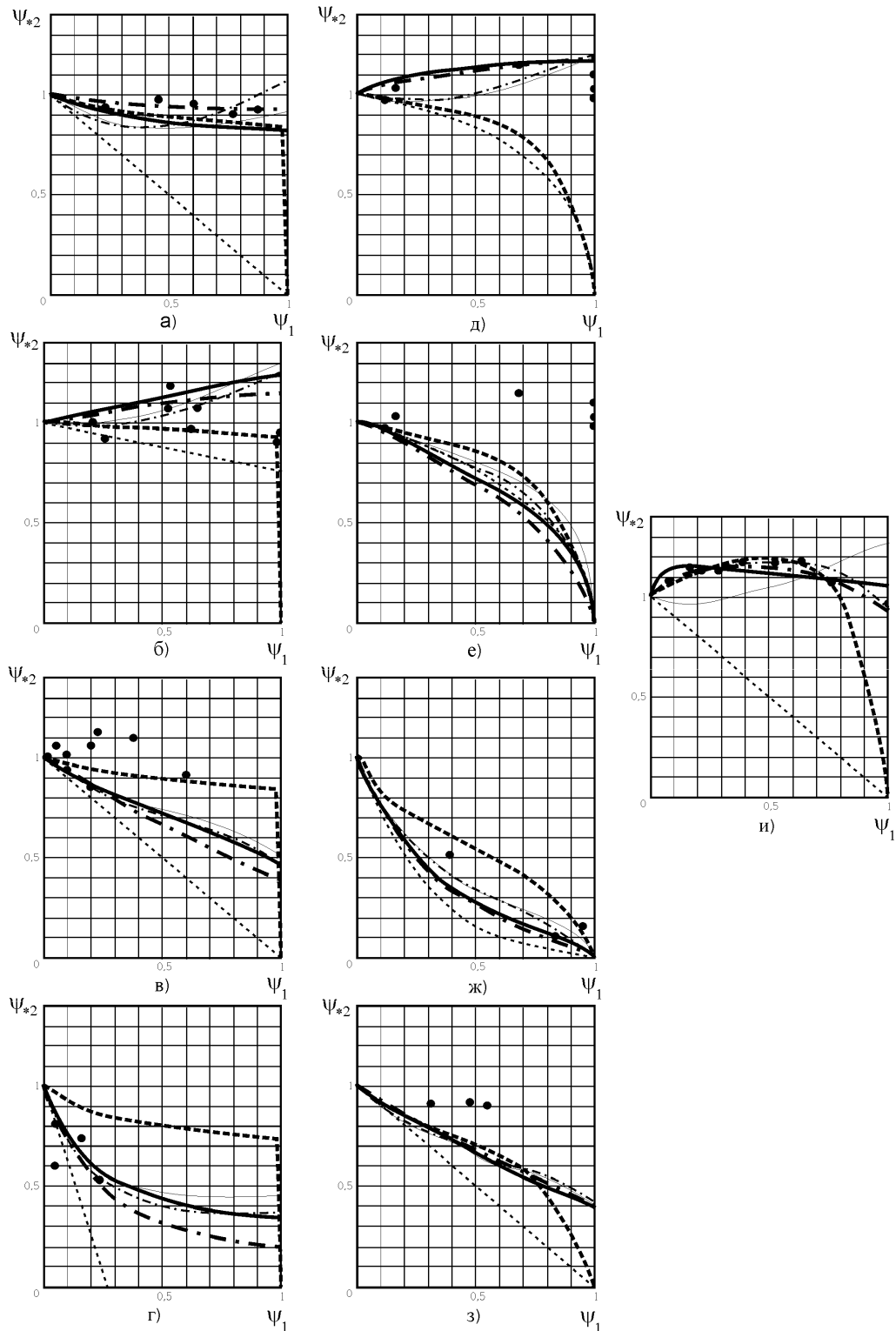


Рис. 1.13. Залежність залишкового ресурсу пластичності від використаного на першому етапі деформування:

а) сталь 9ХС, знакозмінне кручення; б) сталь 9ХС, осьові розтяг – стиск; в) сталь 9ХС, г) сталь 9ХС, осьові стиск – розтяг; д) сталь Р6М5, осьові розтяг – стиск; е) сталь Р6М5, кручення – розтяг; ж) сталь Р6М5, кручення – розтяг; з) сталь Р6М5, осьовий стиск – ортогональний стиск; и) сталь 45, знакозмінне кручення;  $n_1 = n_2$  -

тонка лінія;  $n_1 \neq n_2$  - товста лінія.

..... - розрахунок по співвідношенню (1.40), — - розрахунок по співвідношенню (1.41) з врахуванням (1.43);  
 - ■ - розрахунок по співвідношенню (1.41) з врахуванням (1.42); ● - експериментальні дані

### *1.4. Висновки по розділу. Задачі дослідження*

Проведений вище аналіз дозволяє зробити наступні основні висновки:

1. Процес переформування квадратних заготовок у круглі методом холодного торцевого розкочування є підготовчою операцією. Після цього заготовка йде на подальшу обробку тиском. Тому необхідно оцінити здатність переформованої заготовки до наступної формозміни. Маємо яскраво виражений процес немонотонного деформування, для визначення можливостей якого, згідно аналізу, що проведений у п.1.3.3, доцільно використовувати тензорні моделі накопичення пошкоджень.

2. Незважаючи на те, що тензорні моделі накопичення пошкоджень набули суттєвого розвитку та відображають широкий спектр властивостей матеріалів, у цілому ряді випадків вони не в повній мірі задовольняють потреби практики. Основна причина полягає у тому, що у феноменологічному підході, на базі якого розробляється більшість моделей, що використовуються для практичних розрахунків, не в повній мірі врахована фізика процесу накопичення пошкоджень, яка розробляється, наприклад, у механіці тріщин чи у металофізиці.

3. Існує проблема застосування існуючих тензорних моделей накопичення пошкоджень для прогнозування залишкового ресурсу пластичності, так як вони містять значну кількість параметрів, для визначення яких необхідно проводити додаткові експерименти.

4. Недостатньо вивчені питання щодо течії матеріалу під час холодного торцевого розкочування. Зокрема значна відцентрова течія у центрі заготовки не дозволяє отримувати суцільні круглі заготовки переформуванням їх у квадратні методом холодного торцевого штампування.

5. Недостатньо вивчений напружено-деформований стан при осаджуванні заготовок холодним торцевим розкочуванням по закритій схемі.

6. Існуючі методики визначення силових параметрів обладнання для забезпечення осаджування заготовок холодним торцевим розкочуванням по закритій схемі не враховують утворення пластичної хвилі перед валком, яка, збільшуючи площу контакту обкочувального інструменту із заготовкою, збільшує необхідне зусилля деформування.

7. Процес утворення циліндричних та конічних оболонок ротаційною витяжкою існуючим давильним інструментом включає в себе декілька проміжних переходів та один чи декілька калібрувальних переходів. Конструкція багатьох пристроїв для ротаційної витяжки не дозволяє одночасно проводити відбуртовку зовнішніх та внутрішніх контурів.

8. Існуючі методики визначення зусилля ротаційної витяжки не враховують радіуси заокруглень оправки та валка.

На основі проведеного аналізу сформульовані наступні задачі дослідження:

- дослідити механіку формоутворення виробів в процесах холодного торцевого розкочування та ротаційної витяжки для виявлення її основних особливостей;
- врахувати неспіввісність тензорів приростів пошкоджень та деформацій при розробці тензорної моделі накопичення пошкоджень у матеріалах при немонотонному деформуванні;
- здобути, аналітично дослідити та провести перевірку адекватності наявним експериментальним даним критеріальні співвідношення, що впливають з розробленої тензорної моделі накопичення пошкоджень для найпростіших видів нестационарних процесів холодного деформування: двоетапного, багатоетапного та циклічного;
- розробити метод визначення параметрів тензорних моделей накопичення пошкоджень;

- встановити залежності переважної течії металу під час холодного торцевого розкочування циліндричним та конічним валками від основних технологічних параметрів процесу;
- отримати аналітичні залежності для визначення площі контакту конічного валка із заготовкою під час холодного торцевого розкочування за закритою схемою на етапі калібрування;
- розробити математичну модель процесу згинання смуги змінної товщини та ширини із врахуванням радіусів заокруглень матриці та пуансона;
- розробити інструмент для ротаційної витяжки, який дозволяє отримувати внутрішні та зовнішні бурти за один перехід;
- розробити та дослідити технологічний процес отримання суцільних круглих виробів переформуванням тонких квадратних заготовок методом холодного торцевого розкочування;
- на основі теоретичних та експериментальних досліджень розробити методики оцінки енергосилових параметрів обладнання для ротаційної витяжки та холодного торцевого розкочування;
- визначити можливості комбінованого процесу, що включає в себе переформування квадратних заготовок у круглі методом холодного торцевого розкочування із подальшим утворенням зовнішніх буртів ротаційною витяжкою.



## **РОЗДІЛ 2. РОЗРОБКА ТЕНЗОРНИХ МОДЕЛЕЙ НАКОПИЧЕННЯ ПОШКОДЖЕНЬ У МАТЕРІАЛАХ**

Процес переформування квадратних заготовок у круглі методом холодного торцевого розкочування є підготовчою операцією. Після цього заготовка йде на подальшу обробку тиском. Тому необхідно оцінити здатність переформованої заготовки до наступної формозміни. Маємо яскраво виражений процес немонотонного деформування, для визначення можливостей якого, згідно аналізу, що проведений у п.1.3.3, доцільно використовувати тензорні моделі накопичення пошкоджень.

Незважаючи на те, що подання пошкодження макрочастинки матеріалу у вигляді тензора дозволило описати широкий клас експериментальних даних, що не вміщувався у рамки скалярних моделей, у цілому ряді випадків сучасні моделі руйнування не в повній мірі задовольняють потреби практики. Результати аналізу свідчать, що простим ускладненням функцій, які входять в модель руйнування матеріалів, як правило, неможливо досягти значного покращення адекватності моделі. До того ж ускладнення зазначених функцій приводить до збільшення кількості параметрів моделі, а, отже, і збільшення обсягу експериментальних даних, які необхідні для визначення цих параметрів. З цього випливає, що ускладнення моделі повинно відбуватись шляхом висунення фізично обґрунтованих концепцій і базуватись на врахуванні цих концепцій у самій структурі моделі.

### *2.1. Розробка тензорної моделі накопичення пошкоджень із врахуванням “пам'яті напрямів”*

Для побудови тензорної моделі накопичення пошкоджень висувається наступна гіпотеза, яка має “прозоре” фізичне тлумачення. При зміні головних

напрямів приростів тензора деформацій, головні напрями тензора накопичення пошкоджень на початку другого етапу деформування співпадають з попередніми напрямками тензора приростів деформацій. І тільки після накопичення певного ступеня пластичної деформації головні напрями тензора накопичення пошкоджень поступово змінюються до нових головних напрямів приростів тензора деформацій. Тобто, зміна головних напрямів тензора приростів деформацій не супроводжується так само раптовою зміною головних напрямів тензора накопичення пошкоджень, оскільки матеріал “пам’ятає” “уторовані доріжки”, за якими відбувалося накопичення пошкоджень і на створення нових “доріжок” потрібен певний ступінь пластичної деформації.

### 2.1.1. Побудова структури вихідних співвідношень стосовно двоетапного деформування

За базову візьмемо тензорно-лінійну модель, що запропонована Г. Д. Делем (1.21).

Стосовно до двоетапного деформування, коли на першому етапі при  $0 \leq \varepsilon_{\dot{\varepsilon}} \leq \varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)}$  справедливо  $\beta_{ij}(\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}) = \beta_{ij}^{(1)}$ ,  $\eta(\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}) = \eta^{(1)}$ ,  $\mu_{\sigma}(\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}) = \mu_{\sigma}^{(1)}$ , а на другому, при  $\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)} < \varepsilon_{\dot{\varepsilon}} < \varepsilon_*$  -  $\beta_{ij}(\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}) = \beta_{ij}^{(2)}$ ,  $\eta(\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}) = \eta^{(2)}$ ,  $\mu_{\sigma}(\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}) = \mu_{\sigma}^{(2)}$ , модель (1.21) набуває вигляду

$$\psi_{ij}(\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}) = \beta_{ij}^{(1)} \cdot \int_0^{\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)}} F(\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}; \eta^{(1)}; \mu_{\sigma}^{(1)}) \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}} + \beta_{ij}^{(2)} \cdot \int_{\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)}}^{\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}} F(\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}; \eta^{(2)}; \mu_{\sigma}^{(2)}) \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}. \quad (2.1)$$

Один із постулатів, на основі яких побудовано модель (1.21), є співвісність головних напрямів тензорів накопичення пошкоджень та приростів пластичних деформацій. Якщо відкинути цей постулат і припустити, що головні напрями тензору накопичення пошкоджень поступово повертаються і при досягненні певного ступеня пластичної деформації на другому етапі

деформування стають співвісними головним напрямкам тензору приростів пластичних деформацій, то стосовно до двоетапного деформування напрямний тензор можна подати у вигляді

$$\beta_{ij}(\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}) = \begin{cases} \beta_{ij}^{(1)}, 0 \leq \varepsilon_{\dot{\varepsilon}} \leq \varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)} \\ \beta_{ij}^{(12)}, \varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)} \leq \varepsilon_{\dot{\varepsilon}} \leq \varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\partial}, \\ \beta_{ij}^{(2)}, \varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\partial} \leq \varepsilon_{\dot{\varepsilon}} \leq \varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^* \end{cases} \quad (2.2)$$

де  $\beta_{ij}^{(12)}$  - проміжне положення напрямного тензора, який визначає поворот головних напрямів тензора накопичення пошкоджень;  $\Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\partial}$  - ступінь накопиченої пластичної деформації на другому етапі, по досягненні якого головні напрями тензорів накопичення пошкоджень та приростів пластичних деформацій стають співвісними.

Напрямний тензор, що визначає положення головних напрямів тензора накопичення пошкоджень при їх повороті від напрямку, який збігається із головними напрямками тензора приростів деформацій на першому етапі деформування, до напрямку, який збігається із головними напрямками тензора приростів деформації на другому етапі деформування, подамо як лінійну комбінацію напрямних тензорів на першому та другому етапах деформування

$$\beta_{ij}^{(12)} = \frac{(1-\delta) \cdot \beta_{ij}^{(1)} + \delta \cdot \beta_{ij}^{(2)}}{\sqrt{[(1-\delta) \cdot \beta_{ij}^{(1)} + \delta \cdot \beta_{ij}^{(2)}] \cdot [(1-\delta) \cdot \beta_{ij}^{(1)} + \delta \cdot \beta_{ij}^{(2)}]}}. \quad (2.3)$$

Враховуючи те, що  $\beta_{ij}^{(1)}$  та  $\beta_{ij}^{(2)}$  напрямні тензори, тобто  $\beta_{ij}^{(q)} \cdot \beta_{ij}^{(q)} = 1$ ,

$\beta_{ij}^{(q)} \cdot \beta_{ij}^{(r)} = k_{qr}$ , матимемо

$$\beta_{ij}^{(12)} = \frac{(1-\delta) \cdot \beta_{ij}^{(1)} + \delta \cdot \beta_{ij}^{(2)}}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}}. \quad (2.4)$$

Параметр  $\delta$  визначається накопиченою деформацією на другому етапі деформування та критичною деформацією, при якій головні напрями тензорів накопичення пошкоджень та приростів деформацій стають співвісними. Функція  $\delta(\varepsilon_u - \varepsilon_u^{(1)}, \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta})$  повинна бути монотонно зростаючою на проміжку  $[\varepsilon_u^{(1)}; \varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta}]$  і задовольняти наступні умови

$$\begin{cases} \delta(\varepsilon_u^{(1)}) = 0; \\ \delta(\varepsilon_u^{(1)} - \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta}) = 1. \end{cases} \quad (2.5)$$

Очевидно, що вираз (2.2) задовольняє граничну умову: при гіпотетичному розділенні стаціонарного деформування на два етапи, тобто за умови  $\beta_{ij}^{(2)} = \beta_{ij}^{(1)}$ , матимемо  $\beta_{ij}(\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}) = \beta_{ij}^{(1)}$  для будь-якого моменту деформування. Крім того, повинна виконуватися умова:

$$\lim_{\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)} \rightarrow 0} \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta} = 0. \quad (2.6)$$

Для виконання умови (2.6) оберемо наступну апроксимацію ресурсу пластичності  $\psi_{\dot{\varepsilon}\delta}$ , при досягненні якого головні напрями тензорів накопичення пошкоджень та приростів пластичних деформацій стають співвісними,

$$\psi_{\dot{\varepsilon}\delta} = \frac{a}{e^{\frac{a}{\psi_1^{2a}}}}, \quad (2.7)$$

де  $\psi_1$  – використаний ресурс пластичності на першому етапі деформування;  $a$  – параметр моделі;

$$\psi_1 = \frac{\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)}}{\varepsilon_{*c}(\eta^{(1)}; \mu_{\sigma}^{(1)})}; \quad (2.8)$$

$$\psi_{\dot{\varepsilon}\delta} = \frac{\Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta}}{\varepsilon_{*c}(\eta^{(2)}; \mu_{\sigma}^{(2)})}. \quad (2.9)$$

### 2.1.2. Здобуття критеріальних співвідношень, що впливають із тензорної моделі накопичення пошкоджень із врахуванням “пам'яті напрямів” стосовно двоетапного деформування

Стосовно двоетапного деформування тензорно-лінійна модель із врахуванням „пам'яті напрямів” набуде вигляду

$$\begin{aligned} \psi_{ij}(\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}) = & \beta_{ij}^{(1)} \cdot \left[ \int_0^{\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)}} F(\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}; \eta^{(1)}; \mu_{\sigma}^{(1)}) \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}} + \right. \\ & \left. + \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta}} \frac{(1-\delta)}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot F(\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}; \eta^{(2)}; \mu_{\sigma}^{(2)}) \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}} \right] + \\ & + \beta_{ij}^{(2)} \cdot \left[ \int_{\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta}} \frac{\delta}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot F(\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}; \eta^{(2)}; \mu_{\sigma}^{(2)}) \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}} + \right. \\ & \left. + \int_{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta}}^{\varepsilon^*} F(\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}; \eta^{(2)}; \mu_{\sigma}^{(2)}) \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}} \right]. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Із врахуванням міри (1.28) впливає співвідношення

$$\psi_u(\varepsilon_u) = g_1^2 + 2 \cdot k_{12} \cdot g_1 \cdot g_2 + g_2^2, \quad (2.11)$$

де

$$g_1 = f(\varepsilon_u^{(1)}, \varepsilon_{*1}) - f(0, \varepsilon_{*1}) + \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\delta\delta}} \frac{(1-\delta)}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot F(\varepsilon_{\delta}; \eta^{(2)}; \mu_{\sigma}^{(2)}) \cdot d\varepsilon_{\delta}; \quad (2.12)$$

$$g_2 = f(\varepsilon_*, \varepsilon_{*2}) - f(\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\delta\delta}, \varepsilon_{*2}) + \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\delta\delta}} \frac{\delta}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot F(\varepsilon_{\delta}; \eta^{(2)}; \mu_{\sigma}^{(2)}) \cdot d\varepsilon_{\delta}. \quad (2.13)$$

Якщо на другому етапі деформування здійснюється до руйнування, то співвідношення (2.11) із врахуванням умови руйнування (1.29) приймає вигляд

$$g_1^2 + 2 \cdot k_{12} \cdot g_1 \cdot g_2 + g_2^2 = 1. \quad (2.14)$$

У роботі [103] зроблений аналіз, який дозволяє вибрати корінь рівняння (2.14), що задовольняє фізичний зміст задачі, яка розглядається

$$g_2 = -k_{12} \cdot g_1 + \sqrt{g_1^2 \cdot (k_{12}^2 - 1) + 1}. \quad (2.15)$$

Руйнування може відбутись під час повороту головних напрямів тензора накопичення пошкоджень. Тоді  $g_1$  та  $g_2$  визначаються відповідно формулам

$$g_1 = f(\varepsilon_u^{(1)}, \varepsilon_{*1}) - f(0, \varepsilon_{*1}) + \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_*} \frac{(1-\delta)}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot F(\varepsilon_{\delta}; \eta^{(2)}; \mu_{\sigma}^{(2)}) \cdot d\varepsilon_{\delta}; \quad (2.16)$$

$$g_2 = \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_*} \frac{\delta}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot F(\varepsilon_{\delta}; \eta^{(2)}; \mu_{\sigma}^{(2)}) \cdot d\varepsilon_{\delta}. \quad (2.17)$$

Мінімальний використаний ресурс пластичності на першому етапі деформування, при якому відбувається руйнування зразка до повороту головних напрямів тензора накопичення пошкоджень знайдемо з умови

$$g_1^2 + 2 \cdot k_{12} \cdot g_1 \cdot g_2' + g_2'^2 = 1, \quad (2.18)$$

де  $g_2'$  визначається за формулою

$$g_2' = \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\delta\delta}} \frac{\delta}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot F(\varepsilon_{\delta}; \eta^{(2)}; \mu_{\sigma}^{(2)}) \cdot d\varepsilon_{\delta}. \quad (2.19)$$

Для виконання умов (2.5) обираємо функцію

$$\delta = \left( \frac{\varepsilon_u - \varepsilon_u^{(1)}}{\Delta\varepsilon_{\delta\delta}} \right). \quad (2.20)$$

Розглянемо лінійну апроксимацію функції пошкоженості

$$f(\varepsilon_u, \varepsilon_{*c}) = \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_{*c}}, \quad (2.21)$$

то у відповідності з (2.10) дістанемо тензорно-лінійну модель із врахуванням неспіввідності головних напрямів тензорів приростів деформацій та накопичення пошкоджень, що ґрунтується на лінійному законі підсумовування пошкоджень

$$\begin{aligned} \psi_{ij}(\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}) = & \beta_{ij}^{(1)} \cdot \left[ \int_0^{\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)}} \frac{d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}}{\varepsilon_{*1}} + \int_{\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta}} \frac{(1-\delta)}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \frac{d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}}{\varepsilon_{*2}} \right] + \\ & + \beta_{ij}^{(2)} \cdot \left[ \int_{\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta}} \frac{\delta}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \frac{d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}}{\varepsilon_{*2}} + \int_{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta}}^{\varepsilon_*} \frac{d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}}{\varepsilon_{*2}} \right]. \end{aligned} \quad (2.22)$$

У цьому випадку, при  $\varepsilon_u^{(2)} = \varepsilon_*$  згідно з (2.12) та (2.13), маємо

$$g_1 = \psi_1 + \frac{\psi_{\dot{\varepsilon}\delta}}{2} \cdot \frac{\ln(\sqrt{2-2 \cdot k_{12}} + 2) - \ln(-\sqrt{2-2 \cdot k_{12}} + 2)}{\sqrt{2-2 \cdot k_{12}}}, \quad (2.23)$$

$$g_2 = \psi_2 + \frac{\psi_{\dot{\varepsilon}\delta}}{2} \cdot \frac{\ln(\sqrt{2-2 \cdot k_{12}} + 2) - \ln(-\sqrt{2-2 \cdot k_{12}} + 2)}{\sqrt{2-2 \cdot k_{12}}}, \quad (2.24)$$

де  $\psi_{*2} + \psi_{\dot{\varepsilon}\delta}$  – залишковий ресурс пластичності на другому етапі деформування;

$$\psi_{*2} = \frac{\varepsilon_* - \varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)} - \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta}}{\varepsilon_{*c}(\eta^{(2)}; \mu_{\sigma}^{(2)})}. \quad (2.25)$$

При цьому співвідношення (2.15) приймає вигляд

$$\begin{aligned} \psi_{*2} + \psi_{\dot{\varepsilon}\delta} = & -\psi_1 \cdot k_{12} - \frac{\psi_{\dot{\varepsilon}\delta}}{2} \cdot \frac{\ln(\sqrt{2-2 \cdot k_{12}} + 2) - \ln(-\sqrt{2-2 \cdot k_{12}} + 2)}{\sqrt{2-2 \cdot k_{12}}} \cdot (1+k_{12}) + \\ & + \sqrt{\left( \psi_1 + \frac{\psi_{\dot{\varepsilon}\delta}}{2} \cdot \frac{\ln(\sqrt{2-2 \cdot k_{12}} + 2) - \ln(-\sqrt{2-2 \cdot k_{12}} + 2)}{\sqrt{2-2 \cdot k_{12}}} \right)^2 \cdot (k_{12}^2 - 1) + 1 + \psi_{\dot{\varepsilon}\delta}}, \end{aligned} \quad (2.26)$$

із якого випливає, що залишковий ресурс пластичності не залежить від черговості прикладення навантаження. Наприклад, двоетапні процеси розтяг-



кручення і кручення-розтяг в координатах  $\psi_1 - \psi_{*2}$  описуються однією і тією ж самою кривою. Таким чином із принципу лінійного підсумовування випливає закон комутативності деформування.

При гіпотетичному розділенні стаціонарного деформування на два етапи, тобто при  $k_{12} = 1$  та  $\alpha_{12} = 1$  отримаємо

$$\psi_{*2} + \psi_{\varepsilon\delta} = 1 - \psi_1, \quad (2.27)$$

що еквівалентно виразу, який отримується із тензорно-лінійної моделі без врахування „пам'яті напрямів”.

При  $k_{12} = -1$  (наприклад, осьовий розтяг на першому етапі деформування та осьовий стиск на другому) з виразу (2.26) отримаємо

$$\psi_{*2} + \psi_{\varepsilon\delta} = 1 + \psi_1 + \psi_{\varepsilon\delta} \quad (2.28)$$

що відрізняється на  $\psi_{\varepsilon\delta}$  від виразу, який отримано з тензорно-лінійної моделі при аналогічній схемі деформування.

Мінімальний використаний ресурс пластичності  $\psi_{1\bar{\alpha}}$ , при якому руйнування зразка відбувається до моменту, коли головні напрями тензора накопичення пошкоджень стануть співвісними головним напрямом тензора приростів деформацій, знайдемо розв'язавши рівняння

$$\begin{aligned} & -\psi_{1\bar{\alpha}} \cdot k_{12} - \frac{\psi_{\varepsilon\delta}(\psi_{1\bar{\alpha}})}{2} \cdot \frac{\ln(\sqrt{2-2 \cdot k_{12}} + 2) - \ln(-\sqrt{2-2 \cdot k_{12}} + 2)}{\sqrt{2-2 \cdot k_{12}}} \cdot (1+k_{12}) + \\ & + \sqrt{\left( \psi_{1\bar{\alpha}} + \frac{\psi_{\varepsilon\delta}(\psi_{1\bar{\alpha}})}{2} \cdot \frac{\ln(\sqrt{2-2 \cdot k_{12}} + 2) - \ln(-\sqrt{2-2 \cdot k_{12}} + 2)}{\sqrt{2-2 \cdot k_{12}}} \right)^2 \cdot (k_{12}^2 - 1) + 1} = 0. \end{aligned} \quad (2.29)$$

При  $\psi_1 > \psi_{1\ddot{\alpha}}$  залишковий ресурс пластичності  $\psi_{*2}$  знайдемо розв'язавши рівняння (2.15) при

$$g_1 = \psi_1 + \frac{\sqrt{2 \cdot (\psi_{*2} \cdot \psi_{\dot{\epsilon}\dot{\delta}} - \psi_{*2}^2) \cdot (k_{12} - 1) + \psi_{\dot{\epsilon}\dot{\delta}}^2} - \psi_{\dot{\epsilon}\dot{\delta}}}{2 \cdot k_{12} - 2} +$$

$$\frac{\psi_{\dot{\epsilon}\dot{\delta}} \cdot \ln \left[ \frac{\sqrt{2 - 2 \cdot k_{12}} \cdot (2 \cdot \psi_{*2} - \psi_{\dot{\epsilon}\dot{\delta}}) + 2 \cdot \sqrt{2 \cdot (\psi_{*2} \cdot \psi_{\dot{\epsilon}\dot{\delta}} - \psi_{*2}^2) \cdot (k_{12} - 1) + \psi_{\dot{\epsilon}\dot{\delta}}^2}}{(2 - \sqrt{2 - 2 \cdot k_{12}}) \cdot \psi_{\dot{\epsilon}\dot{\delta}}} \right]}{2 \cdot \sqrt{2 - 2 \cdot k_{12}}}; \quad (2.30)$$

$$g_2 = \frac{\sqrt{2 \cdot (\psi_{*2} \cdot \psi_{\dot{\epsilon}\dot{\delta}} - \psi_{*2}^2) \cdot (k_{12} - 1) + \psi_{\dot{\epsilon}\dot{\delta}}^2} - \psi_{\dot{\epsilon}\dot{\delta}}}{2 - 2 \cdot k_{12}} +$$

$$\frac{\psi_{\dot{\epsilon}\dot{\delta}} \cdot \ln \left[ \frac{\sqrt{2 - 2 \cdot k_{12}} \cdot (2 \cdot \psi_{*2} - \psi_{\dot{\epsilon}\dot{\delta}}) + 2 \cdot \sqrt{2 \cdot (\psi_{*2} \cdot \psi_{\dot{\epsilon}\dot{\delta}} - \psi_{*2}^2) \cdot (k_{12} - 1) + \psi_{\dot{\epsilon}\dot{\delta}}^2}}{(2 - \sqrt{2 - 2 \cdot k_{12}}) \cdot \psi_{\dot{\epsilon}\dot{\delta}}} \right]}{2 \cdot \sqrt{2 - 2 \cdot k_{12}}}. \quad (2.31)$$

Використаємо квадратичну апроксимацію

$$f = (1 - c) \cdot \frac{\epsilon_u}{\epsilon_{*c}} + c \cdot \left( \frac{\epsilon_u}{\epsilon_{*c}} \right)^2, \quad (2.32)$$

що запропонована у перших публікаціях по тензорним моделям накопичення пошкоджень [44], [107]. Згідно (2.10),(2.12) та (2.13) маємо

$$\begin{aligned}
\psi_{ij}(\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}) = & \beta_{ij}^{(1)} \cdot \left[ \int_0^{\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)}} \left( \frac{(1-c)}{\varepsilon_{*1}} + \frac{2 \cdot c \cdot \varepsilon_u}{\varepsilon_{*1}^2} \right) \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}} + \right. \\
& + \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta}} \frac{(1-\delta)}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \left( \frac{(1-c)}{\varepsilon_{*1}} + \frac{2 \cdot c \cdot \varepsilon_u}{\varepsilon_{*2}^2} \right) \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}} \left. + \right. \\
& + \beta_{ij}^{(2)} \cdot \left[ \int_{\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta}} \frac{\delta}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \left( \frac{(1-c)}{\varepsilon_{*1}} + \frac{2 \cdot c \cdot \varepsilon_u}{\varepsilon_{*2}^2} \right) \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}} + \right. \\
& \left. \left. + \int_{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta}}^{\varepsilon_*} \left( \frac{(1-c)}{\varepsilon_{*1}} + \frac{2 \cdot c \cdot \varepsilon_u}{\varepsilon_{*2}^2} \right) \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}} \right]; \quad (2.33)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
g_1 = & (1-c) \cdot \psi_1 + c \cdot \psi_1^2 + \\
& + \frac{\psi_{\dot{\varepsilon}\delta}}{4} \cdot \frac{a \cdot \ln(\sqrt{2-2 \cdot k_{12}} + 2) - a \cdot \ln(-\sqrt{2-2 \cdot k_{12}} + 2) + 2 \cdot \psi_{\dot{\varepsilon}\delta} \cdot c \cdot \sqrt{2-2 \cdot k_{12}}}{(k_{12}-1) \cdot \sqrt{2-2 \cdot k_{12}}}; \quad (2.34)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
g_2 = & c \cdot \psi_2^2 + \psi_2 \cdot (2 \cdot c \cdot \psi_1 \cdot \alpha_{12} + 2 \cdot c \cdot \psi_{\dot{\varepsilon}\delta} + 1 - c) + \frac{\psi_{\dot{\varepsilon}\delta}}{4} \times \\
& \times \frac{b \cdot \ln(\sqrt{2-2 \cdot k_{12}} + 2) - b \cdot \ln(-\sqrt{2-2 \cdot k_{12}} + 2) - 2 \cdot \psi_{\dot{\varepsilon}\delta} \cdot c \cdot \sqrt{2-2 \cdot k_{12}}}{(k_{12}-1) \cdot \sqrt{2-2 \cdot k_{12}}}; \quad (2.35)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a = & -4 \cdot c \cdot \psi_1 \cdot \alpha_{12} - 3 \cdot \psi_{\dot{\varepsilon}\delta} \cdot c + 2 \cdot c + 4 \cdot c \cdot k_{12} \cdot \psi_1 \cdot \alpha_{12} - \\
& - 2 - 2 \cdot c \cdot k_{12} + 2 \cdot k_{12} + \psi_{\dot{\varepsilon}\delta} \cdot c \cdot k_{12}; \quad (2.36)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b = & -4 \cdot c \cdot \psi_1 \cdot \alpha_{12} - \psi_{\dot{\varepsilon}\delta} \cdot c + 2 \cdot c + 4 \cdot c \cdot k_{12} \cdot \psi_1 \cdot \alpha_{12} - \\
& - 2 - 2 \cdot c \cdot k_{12} + 2 \cdot k_{12} + 3 \cdot \psi_{\dot{\varepsilon}\delta} \cdot c \cdot k_{12}. \quad (2.37)
\end{aligned}$$

Тоді залишковий ресурс пластичності після першого етапу деформування розраховується наступним чином

$$\psi_{*2} + \psi_{\dot{\varepsilon}\delta} = \frac{-q + \sqrt{q^2 - 4 \cdot c \cdot w}}{2 \cdot c} + \psi_{\dot{\varepsilon}\delta}, \quad (2.38)$$

де

$$q = 2 \cdot c \cdot \psi_1 \cdot \alpha_{12} + 2 \cdot c \cdot \psi_{\varepsilon\delta} + 1 - c; \quad (2.39)$$

$$w = k_{12} \cdot g_1 - \sqrt{g_1^2 \cdot (k^2 - 1) + 1} + \frac{\psi_{\varepsilon\delta}}{4} \cdot \frac{b \cdot \ln(\sqrt{2 - 2 \cdot k_{12}} + 2) - b \cdot \ln(-\sqrt{2 - 2 \cdot k_{12}} + 2) - 2 \cdot \psi_{\varepsilon\delta} \cdot c \cdot \sqrt{2 - 2 \cdot k_{12}}}{(k_{12} - 1) \cdot \sqrt{2 - 2 \cdot k_{12}}} \quad (2.40)$$

Мінімальний використаний ресурс пластичності  $\psi_{1\bar{\alpha}\bar{\beta}}$ , при якому руйнування зразка відбувається до моменту, коли головні напрями тензора накопичення пошкоджень стануть співвісними головним напрямом тензора приростів деформацій, знайдемо розв'язавши рівняння

$$-g_{1\bar{\alpha}\bar{\beta}} \cdot k_{12} + \sqrt{g_{1\bar{\alpha}\bar{\beta}}^2 \cdot (k_{12}^2 - 1) + 1} = \frac{\psi_{\varepsilon\delta}(\psi_{1\bar{\alpha}\bar{\beta}})}{4} \times \frac{b \cdot \ln(\sqrt{2 - 2 \cdot k_{12}} + 2) - b \cdot \ln(-\sqrt{2 - 2 \cdot k_{12}} + 2) - 2 \cdot \psi_{\varepsilon\delta}(\psi_{1\bar{\alpha}\bar{\beta}}) \cdot c \cdot \sqrt{2 - 2 \cdot k_{12}}}{(k_{12} - 1) \cdot \sqrt{2 - 2 \cdot k_{12}}}, \quad (2.41)$$

де

$$g_{1\bar{\alpha}\bar{\beta}} = (1 - c) \cdot \psi_{1\bar{\alpha}\bar{\beta}} + c \cdot \psi_{1\bar{\alpha}\bar{\beta}}^2 + \frac{\psi_{\varepsilon\delta}(\psi_{1\bar{\alpha}\bar{\beta}})}{4} \times \frac{a \cdot \ln(\sqrt{2 - 2 \cdot k_{12}} + 2) - a \cdot \ln(-\sqrt{2 - 2 \cdot k_{12}} + 2) + 2 \cdot \psi_{\varepsilon\delta}(\psi_{1\bar{\alpha}\bar{\beta}}) \cdot c \cdot \sqrt{2 - 2 \cdot k_{12}}}{(k_{12} - 1) \cdot \sqrt{2 - 2 \cdot k_{12}}},$$

При  $\psi_1 > \psi_{1\bar{\alpha}\bar{\beta}}$  залишковий ресурс пластичності  $\psi_{*2}$  знайдемо розв'язавши рівняння (2.15) при

$$g_1 = (1-c) \cdot \psi_1 + c \cdot \psi_1^2 + \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_*} \frac{(1-\delta)}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \left( \frac{(1-c)}{\varepsilon_{*1}} + \frac{2 \cdot c \cdot \varepsilon_u}{\varepsilon_{*2}^2} \right) \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}; \quad (2.42)$$

$$g_2 = \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_*} \frac{\delta}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \left( \frac{(1-c)}{\varepsilon_{*1}} + \frac{2 \cdot c \cdot \varepsilon_u}{\varepsilon_{*2}^2} \right) \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}. \quad (2.43)$$

У роботі [103] відмічено кращу відповідність тензорних моделей накопичення пошкоджень експериментальним даним немонотонного деформування, якщо використовувати степеневу та експоненціальну апроксимації функції пошкоженості  $f$ . Використаємо степеневу апроксимацію функції пошкоженості (1.31). Для такої апроксимації підінтегральна функція може бути подана у вигляді

$$F = \frac{df(\psi)}{d\varepsilon_u} = f'(\psi) \cdot \frac{d\psi}{d\varepsilon_u} = \frac{n \cdot \psi^{n-1}}{\varepsilon_{*c}} = \frac{n \cdot \varepsilon^{n-1}}{\varepsilon_{*c}^n}. \quad (2.44)$$

Отже, матимемо степеневу тензорно-лінійну модель із врахування „пам'яті напрямів”

$$\begin{aligned} \psi_{ij}(\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}) = & \beta_{ij}^{(1)} \cdot \left[ \int_0^{\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)}} \frac{n \cdot \varepsilon^{n-1}}{\varepsilon_{*1}^n} \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}} + \right. \\ & \left. + \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\dot{\varepsilon}}} \frac{(1-\delta)}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \frac{n \cdot \varepsilon^{n-1}}{\varepsilon_{*2}^n} \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}} \right] + \\ & + \beta_{ij}^{(2)} \cdot \left[ \int_{\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\dot{\varepsilon}}} \frac{\delta}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \frac{n \cdot \varepsilon^{n-1}}{\varepsilon_{*2}^n} \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}} + \right. \\ & \left. + \int_{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\dot{\varepsilon}}}^{\varepsilon_*} \frac{n \cdot \varepsilon^{n-1}}{\varepsilon_{*2}^n} \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}} \right]. \end{aligned} \quad (2.45)$$

Зважаючи на складність аналітичних виразів, які отримуються з моделі (2.45) із врахуванням (2.15), на етапі повороту головних напрямів тензора накопичення пошкоджень складові скалярної моделі шукаємо як

$$\psi_2 + \psi_{\varepsilon\delta} = \left[ -g_1 k_{12} - g_2^* + \sqrt{g_1^2 \cdot (k_{12}^2 - 1) + 1} \right]^{\frac{1}{n}} - \psi_1 \alpha_{12}; \quad (2.46)$$

$$g_1 = \psi_1^n - (\psi_1 \alpha_{12})^n + \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\delta\delta}} \frac{(1-\delta)}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \frac{n \cdot \varepsilon^{n-1}}{\varepsilon_{*2}^n} \cdot d\varepsilon_{\varepsilon}; \quad (2.47)$$

$$g_2^* = -(\psi_1 \cdot \alpha_{12} + \psi_{\varepsilon\delta})^n + \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\delta\delta}} \frac{\delta}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \frac{n \cdot \varepsilon^{n-1}}{\varepsilon_{*2}^n} d\varepsilon_{\varepsilon}. \quad (2.48)$$

Мінімальний використаний ресурс пластичності  $\psi_{1\delta\delta}$ , при якому руйнування зразка відбувається до моменту, коли головні напрями тензорів накопичення пошкоджень та приростів деформацій стануть співвісними, знайдемо розв'язавши рівняння (2.18) відносно  $\psi_1$  при

$$g_2' = \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\delta\delta}} \frac{\delta}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \frac{n \cdot \varepsilon^{n-1}}{\varepsilon_{*2}^n} d\varepsilon_{\varepsilon}. \quad (2.49)$$

При  $\psi_1 > \psi_{1\delta\delta}$  залишковий ресурс пластичності  $\psi_{*2}$  знайдемо розв'язавши рівняння (2.15) при

$$g_1 = \psi_1^n - (\psi_1 \alpha_{12})^n + \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \varepsilon_{*2}} \frac{(1-\delta)}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \frac{n \cdot \varepsilon^{n-1}}{\varepsilon_{*2}^n} \cdot d\varepsilon_{\varepsilon}; \quad (2.50)$$

$$g_2 = \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \varepsilon_*} \frac{\delta}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \frac{n \cdot \varepsilon^{n-1}}{\varepsilon_{*2}^n} d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}. \quad (2.51)$$

При використанні експоненціальної функції (1.32) тензорно-лінійна модель із врахуванням „пам'яті напрямів” набуде вигляду

$$\begin{aligned} \psi_{ij}(\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}) = & \beta_{ij}^{(1)} \cdot \left[ \int_0^{\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)}} \frac{s \cdot e^{\frac{s\varepsilon}{\varepsilon_{*1}}}}{\varepsilon_{*1} \cdot (e^s - 1)} \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}} + \right. \\ & + \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta}} \frac{(1-\delta)}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \frac{s \cdot e^{\frac{s\varepsilon}{\varepsilon_{*2}}}}{\varepsilon_{*2} \cdot (e^s - 1)} \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}} \left. + \right. \\ & + \beta_{ij}^{(2)} \cdot \left[ \int_{\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta}} \frac{\delta}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \frac{s \cdot e^{\frac{s\varepsilon}{\varepsilon_{*2}}}}{\varepsilon_{*2} \cdot (e^s - 1)} \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}} + \right. \\ & \left. + \int_{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta}}^{\varepsilon_*} \frac{s \cdot e^{\frac{s\varepsilon}{\varepsilon_{*2}}}}{\varepsilon_{*2} \cdot (e^s - 1)} \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}} \right]. \quad (2.52) \end{aligned}$$

Для випадку двоетапного деформування із моделі (2.52) отримаємо

$$\psi_2 + \psi_{\dot{\varepsilon}\delta} = \frac{1}{s} \cdot \ln \left[ \frac{\left( -g_1 k_{12} - g_2^* + \sqrt{g_1^2 \cdot (k_{12}^2 - 1) + 1} \right) \cdot (e^s - 1)}{e^{s(\psi_1 \cdot \alpha_{12} + \psi_{\dot{\varepsilon}\delta})}} - 1 \right] + \psi_{\dot{\varepsilon}\delta}; \quad (2.53)$$

$$g_1 = \frac{e^{s \cdot \psi_1} - 1}{e^s - 1} + \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta}} \frac{(1-\delta)}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \frac{s \cdot e^{\frac{s\varepsilon}{\varepsilon_{*2}}}}{\varepsilon_{*2} \cdot (e^s - 1)} \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}; \quad (2.54)$$

$$g_2^* = \int_{\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta}} \frac{\delta}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \frac{s \cdot e^{\frac{s\varepsilon}{\varepsilon_{*2}}}}{\varepsilon_{*2} \cdot (e^s - 1)} \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}. \quad (2.55)$$

Мінімальний використаний ресурс пластичності  $\psi_{1\delta\delta}$ , при якому руйнування зразка відбувається до моменту, коли головні напрями тензора накопичення пошкоджень стануть співвісними головним напрямом тензора приростів деформацій, знайдемо розв'язавши рівняння (2.18) відносно  $\psi_1$  при

$$g_2' = \int_{\varepsilon_{\delta}^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\delta\delta}} \frac{\delta}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \frac{s \cdot e^{\frac{s\varepsilon}{\varepsilon_{*2}}}}{\varepsilon_{*2} \cdot (e^s - 1)} \cdot d\varepsilon_{\delta}. \quad (2.56)$$

При  $\psi_1 > \psi_{1\delta\delta}$  залишковий ресурс пластичності  $\psi_{*2}$  знайдемо розв'язавши рівняння (2.15) при

$$g_1 = \frac{e^{s \cdot \psi_1} - 1}{e^s - 1} + \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \varepsilon_*} \frac{(1-\delta)}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \frac{s \cdot e^{\frac{s\varepsilon}{\varepsilon_{*2}}}}{\varepsilon_{*2} \cdot (e^s - 1)} \cdot d\varepsilon_{\delta}; \quad (2.57)$$

$$g_2 = \int_{\varepsilon_{\delta}^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \varepsilon_*} \frac{\delta}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \frac{s \cdot e^{\frac{s\varepsilon}{\varepsilon_{*2}}}}{\varepsilon_{*2} \cdot (e^s - 1)} \cdot d\varepsilon_{\delta}. \quad (2.58)$$

Якщо у (2.38) прийняти  $c=0$  або у (2.46)  $n=1$ , то дістанемо співвідношення (2.26). Це ж саме співвідношення випливає із (2.53) при  $s \rightarrow 0$ . Принциповою відмінністю критеріальних співвідношень (2.38), (2.46) та (2.53), здобутих на базі використання нелінійного принципу накопичення пошкоджень, від співвідношення (2.26) полягає в тому, що вказані співвідношення враховують порядок прикладення навантаження. Це відображується наявністю у співвідношеннях (2.38), (2.46) та (2.53) параметра  $\alpha_{12}$ .



### 2.1.3. Узагальнення тензорної моделі накопичення пошкоджень із врахуванням „пам'яті напрямів” для випадку багатоетапного деформування

Під багатоетапним деформуванням розуміється процес, який можна розбити на окремі етапи, в межах яких деформування є стаціонарним. У цьому випадку компоненти напрямного тензора змінюються за законом [103]

$$\beta_{ij}(\varepsilon_u) = \sum_{q=1}^m \beta_{ij}^{(r)} \cdot \left[ h(\varepsilon_u - \varepsilon_u^{(r-1)}) - h(\varepsilon_u - \varepsilon_u^{(r)}) \right], \quad (2.59)$$

де  $\beta_{ij}^{(r)} = \text{const}$ ,  $r = \overline{1, m}$ .

Якщо руйнування досягається на кінець  $m$ -го етапу, то на основі моделі (2.2)

$$\sum_{q=1}^m g_q \sum_{r=1}^m g_r k_{qr} = 1. \quad (2.60)$$

де

$$g_1 = f(\varepsilon_u^{(1)}, \varepsilon_{*1}) - f(0, \varepsilon_{*1}) + \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\delta\delta}} \frac{(1 - \delta^{(1)})}{\sqrt{(1 - \delta^{(1)})^2 + 2 \cdot \delta^{(1)} \cdot (1 - \delta^{(1)}) \cdot k_{12} + \delta^{(1)2}}} \cdot F(\varepsilon_{\delta}; \eta^{(2)}; \mu_{\sigma}^{(2)}) \cdot d\varepsilon_{\delta}; \quad (2.61)$$

$$g_i = f(\varepsilon_i^{(s)}, \varepsilon_{*i}^{(s)}) - f(\varepsilon_i^{(s-1)} + \Delta\varepsilon_{\delta\delta}^{(s-1)}, \varepsilon_{*i}^{(s)}) + \int_{\varepsilon_i^{(s-1)}}^{\varepsilon_i^{(s-1)} + \Delta\varepsilon_{\delta\delta}^{(s-1)}} \frac{\delta^{(i-1)}}{\sqrt{(1 - \delta^{(i-1)})^2 + 2 \cdot \delta^{(i-1)} \cdot (1 - \delta^{(i-1)}) \cdot k_{(s-1, s)} + \delta^{(i-1)2}}} \cdot F(\varepsilon_{\delta}; \eta^{(s)}; \mu_{\sigma}^{(s)}) \cdot d\varepsilon_{\delta} + \int_{\varepsilon_i^{(s)}}^{\varepsilon_i^{(s)} + \Delta\varepsilon_{\delta\delta}^{(s)}} \frac{\delta^{(i)}}{\sqrt{(1 - \delta^{(i)})^2 + 2 \cdot \delta^{(i)} \cdot (1 - \delta^{(i)}) \cdot k_{(s, s+1)} + \delta^{(i)2}}} \cdot F(\varepsilon_{\delta}; \eta^{(s+1)}; \mu_{\sigma}^{(s+1)}) \cdot d\varepsilon_{\delta}; \quad (2.62)$$

$$\begin{aligned}
g_m &= f(\varepsilon_*, \varepsilon_{*\tilde{n}}^{(m)}) - f(\varepsilon_i^{(m-1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\dot{\delta}}^{(m-1)}, \varepsilon_{*\tilde{n}}^{(m)}) + \\
&+ \int_{\varepsilon_i^{(m-1)}}^{\varepsilon_i^{(m-1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\dot{\delta}}^{(m-1)}} \frac{\delta^{(m-1)}}{\sqrt{(1-\delta^{(m-1)})^2 + 2 \cdot \delta^{(m-1)} \cdot (1-\delta^{(m-1)}) \cdot k_{(m-1,m)} + \delta^{(m-1)2}}} \times \\
&\times F(\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}; \eta^{(m)}; \mu_{\sigma}^{(m)}) \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}},
\end{aligned} \tag{2.63}$$

де

$$\varepsilon_i^{(j)} = \sum_{j=1}^i \varepsilon_u^{(j)} + \sum_{j=1}^{i-1} \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\dot{\delta}}^{(j)}; \tag{2.64}$$

$$\psi_{\dot{\varepsilon}\dot{\delta}}^{(i)} = \frac{a}{e^{\frac{a}{\psi_1^{2a}}}} \Rightarrow \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\dot{\delta}}^{(i)} = \varepsilon_{*c}^{(i+1)} \cdot \frac{a}{e^{a \cdot \left(\frac{\varepsilon_c^{(i)}}{\varepsilon_u^{(i)}}\right)^{2a}}}; \tag{2.65}$$

$$\delta^{(i)} = \frac{\varepsilon_u - \varepsilon_u^{(i)}}{\Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\dot{\delta}}^{(i)}}. \tag{2.66}$$

Якщо  $i$ -тий етап розпочався до завершення повороту головних напрямів тензора накопичення пошкоджень, тоді косинус зламу траєкторії  $k_{(i-1,i)}$

$$k_{(i-1,i)} = \frac{\left(1 - \frac{\varepsilon_u^{(i-1)}}{\Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\dot{\delta}}^{(i-2)}}\right) \cdot \beta_{ij}^{(i-2)} + \frac{\varepsilon_u^{(i-1)}}{\Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\dot{\delta}}^{(i-2)}} \cdot \beta_{ij}^{(i-1)}}{\sqrt{\left(1 - \frac{\varepsilon_u^{(i-1)}}{\Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\dot{\delta}}^{(i-2)}}\right)^2 + 2 \cdot \left(1 - \frac{\varepsilon_u^{(i-1)}}{\Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\dot{\delta}}^{(i-2)}}\right) \cdot \frac{\varepsilon_u^{(i-1)}}{\Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\dot{\delta}}^{(i-2)}} \cdot k_{(i-2,i-1)} + \left(\frac{\varepsilon_u^{(i-1)}}{\Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\dot{\delta}}^{(i-2)}}\right)^2}} \cdot \beta_{ij}^{(i)}. \tag{2.67}$$

Якщо руйнування на останньому етапі відбувається до повороту головних напрямів тензора накопичення пошкоджень, тоді

$$g_m = \int_{\varepsilon_i^{(m-1)}}^{\varepsilon_*} \frac{\delta}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{(m-1,m)} + \delta^2}} \cdot F(\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}; \eta^{(m)}; \mu_{\sigma}^{(m)}) \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}. \tag{2.68}$$

#### 2.1.4. Перевірка адекватності тензорної моделі накопичення пошкоджень із врахуванням „пам'яті напрямів” експериментальним даним

Двоетапне деформування є найпростішим видом немонотонного деформування, для якого у літературі накопичилась певна кількість експериментальних даних. Здобуття певних закономірностей у випадку двоетапного деформування дає можливість робити деякі узагальнення щодо більш складних схем деформування. Порівняємо отриману модель накопичення пошкоджень (2.2) із тензорно-лінійною моделлю (1.21). Перевіримо адекватність даних моделей експериментальним даним двоетапного деформування. Для цього використаємо запропоновані у роботі Г. Д. Деля [44] експериментальні дані немонотонного двоетапного деформування зразків із сталей 9ХС, Р6М5 та 45. Параметри  $n$  і  $a$ , що входять у критеріальні співвідношення, що впливають із моделей (1.21) та (2.2) для випадку немонотонного двоетапного деформування із використанням степеневі функції пошкоженості (1.31), знаходили методом найменших квадратів. Для цього в математичному додатку MathCad була розроблена програма, що автоматично розраховує параметри моделей при введенні експериментальних даних і будує графіки залежності залишкового ресурсу пластичності від використаного на першому етапі деформування (додаток В). Результати розрахунку приведені на рис. 2.1 - 2.4.

Як видно з рисунків, врахування „пам'яті напрямів” сприяє кращій кількісній відповідності тензорної моделі експериментальним даним. Крім того, у випадку, коли косинус зламу траєкторії деформування менше за нуль, отримано певну якісну відмінність розробленої моделі на ділянці, коли матеріал майже вичерпав ресурс пластичності, тобто при  $\psi_1 \approx 1$ . Тоді спостерігається різке зменшення залишкового ресурсу пластичності і набагато краща якісна та кількісна відповідність експериментальним даним.

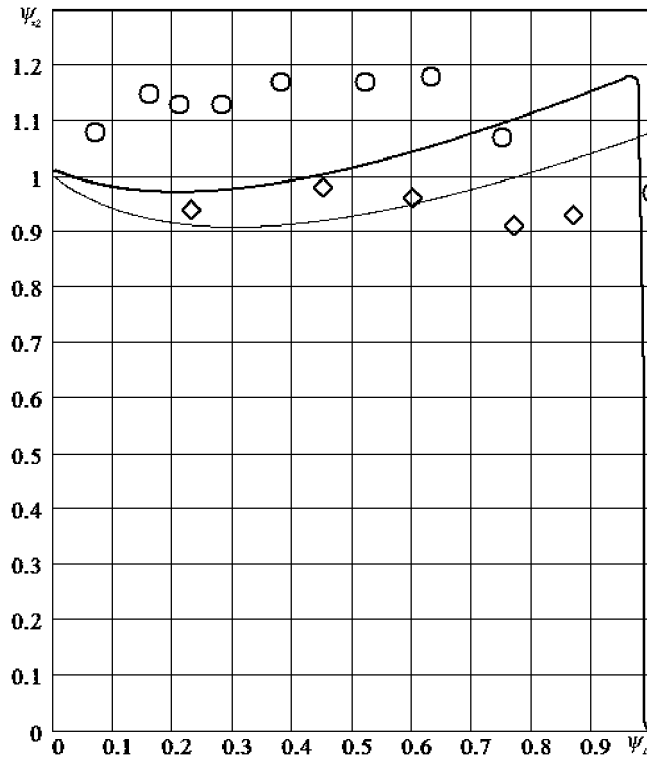


Рис. 2.1. Двоетапне деформування за схемою “знакозмінне кручення”:

- - розрахунок за співвідношенням (2.46);  
 - - - - - розрахунок за тензорно-лінійною моделлю без врахування  
 “пам’яті напрямів”; ○ - експеримент ст. 45, ◇ - експеримент 9XS.

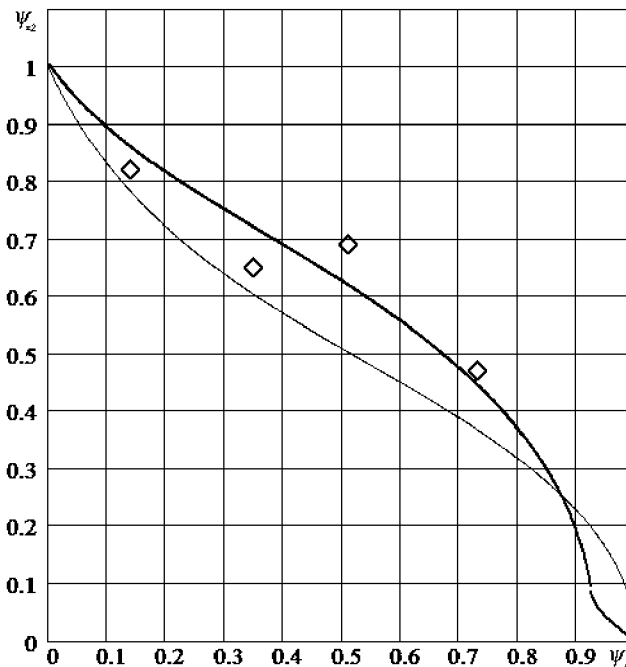


Рис. 2.2. Двоетапне деформування за схемою “кручення-розтяг”:

- - розрахунок за співвідношенням (2.46);  
 - - - - - розрахунок за тензорно-лінійною моделлю без врахування  
 “пам’яті напрямів”; ◇ експеримент Р6М5.

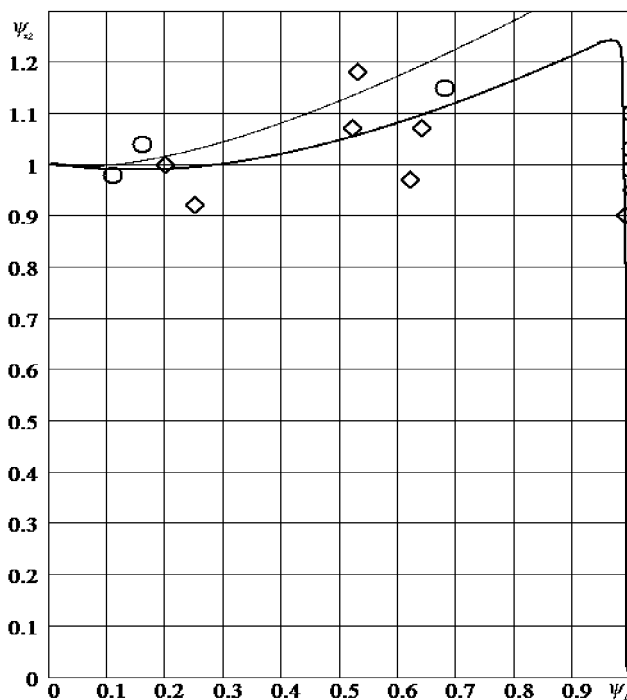


Рис. 2.3. Двоетапне деформування за схемою “розтяг-стиск”:

- - розрахунок за співвідношенням (2.46);  
 - - - - - - - розрахунок за тензорно-лінійною моделлю без врахування  
 “пам’яті напрямів”; ○ - експеримент Р6М5, ◇ - експеримент 9ХС.

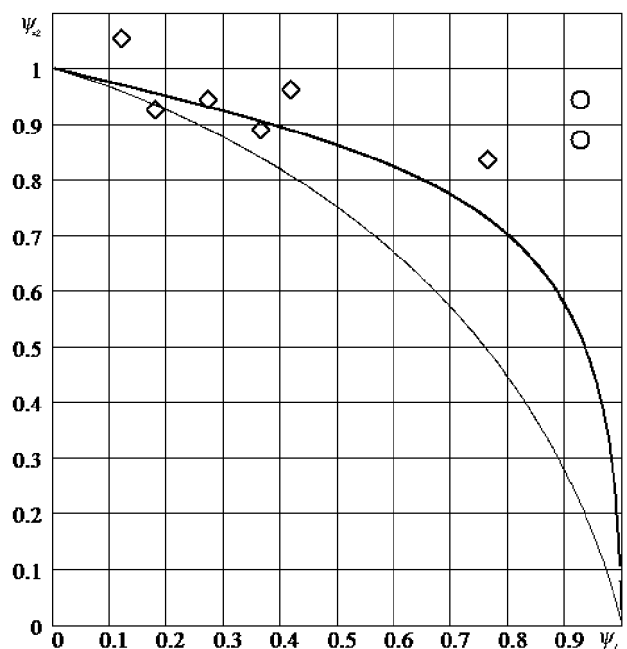


Рис. 2.4. Двоетапне деформування за схемою “розтяг осьовий –стиск  
ортогональний”:

- - розрахунок за співвідношенням (2.46);  
 - - - - - - - розрахунок за тензорно-лінійною моделлю без врахування  
 “пам’яті напрямів”; ○ - експеримент Р6М5, ◇ - експеримент 9ХС.

## 2.2. Розробка та дослідження методу визначення параметрів тензорних моделей накопичення пошкоджень

### 2.1.1. Розробка методу визначення параметрів тензорних моделей накопичення пошкоджень

Для врахування існування необоротних пошкоджень при гарячому деформуванні у роботі [103] тензор пошкоджень  $\psi_{ij}$  у подано вигляді

$$\begin{aligned} \psi_{ij}(t) = & \int_0^t [1 - \rho(I(\tau))] \cdot \varphi_1(t - \tau; \eta(\tau), D(\tau)) \cdot \beta_{ij}(\tau) \cdot f[I(\tau)] \cdot d\tau + \\ & + \int_0^{\varepsilon_u} \rho(I(\tau)) \cdot \varphi_2\left(\frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_{*c}(\varepsilon_u)}\right) \cdot \frac{1}{\varepsilon_{*c}} \cdot \beta_{ij}(\varepsilon_u) \cdot d\varepsilon_u, \end{aligned} \quad (2.69)$$

де через  $I$  позначена сукупність інваріантів  $\dot{\varepsilon}_u$ ,  $\eta$ ,  $D$ ;  $\rho$ ,  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $f$  – функції, які потрібно визначати ( $0 \leq \rho \leq 1$ ).

Далі будемо вважати  $\rho = \text{const}$ . Використовуючи степеневі подання функцій  $\varphi_1$  та  $\varphi_2$ , дістанемо ( $0 < n \leq 1$ ,  $p \geq 1$ )

$$\begin{aligned} \psi_{ij}(t) = & (1 - \rho) \cdot \int_0^t n \cdot \frac{(t - \tau)^{n-1}}{t_{*c}^n(\tau)} \cdot \beta_{ij}(\tau) \cdot d\tau + \\ & + \rho \cdot \int_0^{\varepsilon_u} p \cdot \left(\frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_{*c}(\varepsilon_u)}\right)^{p-1} \cdot \frac{1}{\varepsilon_{*c}} \cdot \beta_{ij}(\varepsilon_u) \cdot d\varepsilon_u. \end{aligned} \quad (2.70)$$

Стосовно до квазіпростого гарячого деформування ( $\beta_{ij} = \text{const}$ ) на основі моделі (2.70), з використанням міри пошкоджень (1.28), дістанемо

$$\psi_u(t) = [1 - \rho] \cdot \int_0^t n \cdot \frac{(t - \tau)^{n-1}}{t_{*c}^n(\tau)} \cdot d\tau + \rho \cdot \int_0^{\varepsilon_u} p \cdot \left( \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_{*c}(\varepsilon_u)} \right)^{p-1} \cdot \frac{1}{\varepsilon_{*c}} \cdot d\varepsilon_u. \quad (2.71)$$

При  $\rho=0$  моделі (2.69)-(2.71) стають тотожними моделям накопичення пошкоджень при гарячій деформації, а при  $\rho=1$  – моделям, що описують холодну деформацію. При  $n=p=1$  моделі В. Л. Колмогорова (1.8).

Стосовно до двоступеневого квазіпростого гарячого деформування із проміжною паузою із моделі (2.71) впливає критеріальне співвідношення

$$(1 - \rho) \cdot [(\psi + \Delta_i + \psi \cdot \alpha_{21})^n - (\Delta_i + \psi_{*2} \cdot \alpha_{21})^n + \psi_{*2}^n] + \rho \cdot \left[ \psi_1^p + \left( \frac{\psi_1}{\alpha_{21}} + \psi_{*2} \right)^p - \left( \frac{\psi_1}{\alpha_{21}} \right)^p \right] = 1, \quad (2.72)$$

де

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \frac{t_1}{t_{*1}} = \frac{\varepsilon_u^{(1)}}{\varepsilon_{*1}}; \quad \psi_{*2} = \frac{t_* - t_i}{t_{*2}} = \frac{\varepsilon_* - \varepsilon_u}{\varepsilon_{*2}}; \\ \alpha_{21} &= \frac{t_{*2}}{t_{*1}} = \frac{\varepsilon_{*2}}{\varepsilon_{*1}}; \quad \Delta_i = \frac{t_i}{t_{*1}}; \\ t_{*i} &= t_{*i}(\varepsilon_u^{(i)}, \eta^{(i)}), \quad i=1,2; \end{aligned} \quad (2.73)$$

$t_1, t_n$  – тривалість першої ступені і паузи відповідно.

Якщо швидкість деформації і показник  $\eta$  в процесі деформування незмінні, то  $\alpha_{21}=1$  і співвідношення (2.72) набуває вигляду

$$(1 - \rho) \cdot [(\psi_1 + \Delta_i + \psi_{*2})^n - (\Delta_i + \psi_{*2})^n + \psi_{*2}^n] + \rho \cdot (\psi_1 + \psi_{*2})^p = 1. \quad (2.74)$$

При необмеженому збільшенні тривалості паузи  $\Delta_i \rightarrow \infty$ , із (2.74) впливає

$$(1 - \rho) \cdot [1 - \psi_1 + \Delta\psi_i]^n + \rho \cdot [1 + \Delta\psi_i]^p = 1, \quad (2.75)$$

де  $\Delta\psi_i$  - відновлений у паузі ресурс пластичності

$$\Delta\psi_i = \psi_1 + \psi_{*2} - 1. \quad (2.76)$$

Вираз (2.75) являє собою неявну залежність  $\Delta\psi_i = \Delta\psi_i(\psi_1, \rho, n, p)$ . Очевидно,  $\Delta\psi_i(0, \rho, n, p) = \Delta\psi_i(\psi_1, 1, n, p) = 0$ ,  $\Delta\psi_i(\psi_1, 0, n, p) = \psi_1$ . Якщо  $\psi_1, \rho, n, 1/p \in (0, 1)$ , то, згідно (2.75),  $\Delta\psi_i < \psi_1$ , тобто приведена модель відображує неповне відновлення пластичності в нескінченній паузі.

Співвідношення (2.75) може бути розв'язане відносно будь-якого з аргументів, зокрема можна записати

$$\psi_1 = 1 + \Delta\psi_i - \left( \frac{1 - \rho \cdot (1 + \Delta\psi_i)^p}{1 - \rho} \right)^{\frac{1}{n}}, \quad (2.77)$$

або

$$\rho = \frac{1 - (1 + \Delta\psi_i - \psi_1)^n}{(1 + \Delta\psi_i)^p - (1 + \Delta\psi_i - \psi_1)^n}. \quad (2.78)$$

Результати аналізу залежності (2.72) свідчать про гнучкість, універсальність і відносну простоту даних співвідношень при описі широкого спектра властивостей пластичності матеріалів, що деформується в будь-якому температурному діапазоні: від холодної до гарячої деформації.

За аналогією з моделлю (2.69) можна записати і модель накопичення пошкоджень для опису процесів тривалої міцності.



Стосовно до двоступеневого квазіпростого гарячого деформування із моделі (2.70) впливає критеріальне співвідношення

$$(1-\rho) \cdot \left[ (\psi_1 + \psi_{*2} \cdot \alpha_{21})^n - (\psi_{*2} \cdot \alpha_{21})^n + \psi_{*2}^n \right] + \rho \cdot \left[ \psi_1^p + \left( \frac{\psi_1}{\alpha_{21}} + \psi_{*2} \right)^p - \left( \frac{\psi_1}{\alpha_{21}} \right)^p \right] = 1. \quad (2.79)$$

У роботі [149] подані результати експерименту, у якому сплав ЭИ437Б у стані поставки випробовували на тривалу міцність при температурі 750°C за умови двоступеневого навантаження. Результати експерименту та їх апроксимація за допомогою співвідношення (2.79) показані на рис. 2.5. Як видно з рисунку, дане співвідношення доволі точно описує експериментальні дані. Лише одна з шести точок не лежить на кривих, що можна пояснити специфікою даного виду експериментів, адже розкид даних при випробовуванні на тривалу міцність значний. Але, незважаючи на задовільну адекватність моделі (2.70) експериментальним даним, її застосування носить обмежений характер через те, що для визначення параметрів  $p$ ,  $n$ ,  $\rho$  потрібна значна кількість випробовувань при тому режимові навантаження, для якого визначаються параметри.

У роботі [64] на основі концепції про єдність процесів деформування та руйнування (накопичення пошкоджень) отримано рівняння для деформації повзучості  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon = \left\{ \frac{A \cdot (\alpha + 1)}{B \cdot (s + 1 - n)} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{t}{t_*} \right)^{1 - \frac{n}{s+1}} \right] \right\}^{\frac{1}{\alpha+1}}, \quad (2.80)$$

де  $t_*$  - час до руйнування, який пов'язаний із напруженням  $\sigma$  залежністю

$$t_* = \frac{1}{B \cdot (s+1)} \cdot \sigma^{-n}. \quad (2.81)$$

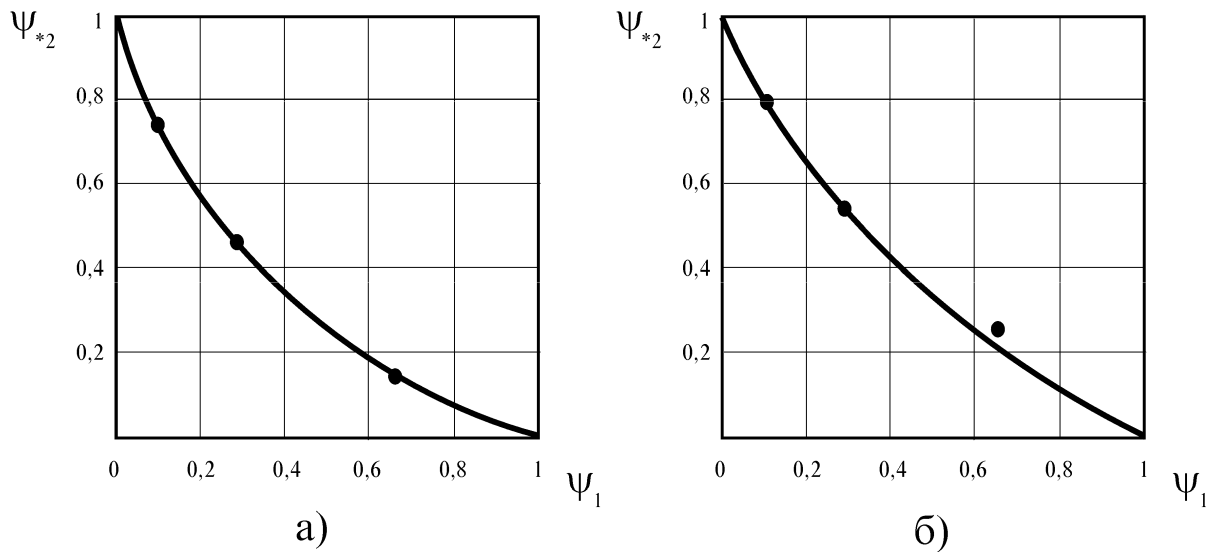


Рис. 2.5. Залежність між залишковим та використаним ресурсами тривалої міцності при двоступеневому навантаженні сплаву ЭИ437Б при 700<sup>0</sup>С:

а -  $\sigma_1=200$  МПа,  $\sigma_2=520$  МПа; б -  $\sigma_1=200$  МПа,  $\sigma_2=570$  МПа;

(• - експеримент; – - розрахунок за (4)).

Якщо рівняння (2.80) записати у вигляді залежності  $\psi_u = \psi_u(\psi)$ , де  $\psi_u = \varepsilon_u / \varepsilon_{*c}^{(0)}$ ,  $\psi = t / t_{*c}^{(0)}$ , то після деяких алгебраїчних перетворень воно набуде вигляду:

$$\psi_u = \left[ 1 - (1 - \psi)^{1 - \frac{n}{s+1}} \right]^{\frac{1}{\alpha+1}}, \quad (2.82)$$

Отриманий результат проілюстровано на рис. 2.6 - 2.7.

У роботі Г. Ф. Лепіна [90] рівняння повзучості приймає вигляд

$$t = \frac{\tilde{A}(n; \alpha k \sigma \varepsilon)}{m e^{\alpha \sigma_0} (\alpha k \sigma_0)^n}. \quad (2.83)$$

де  $\tilde{A}(n, x) = \int_0^x x^{n-1} e^{-x} dx$  - неповна  $\Gamma$ -функція;  $\alpha$  - характеристика флуктуаційної чутливості матеріалу;  $n$  - коефіцієнт зміцнення матеріалу;  $m$  - коефіцієнт пропорційності диференційного рівняння пластичної деформації;  $k$  - фактор пошкодженості матеріалу.

Так у явному вигляді залежність  $\psi_u = \psi_u(\psi)$  отримати неможливо, тому, врахувавши рівняння тривалої міцності [90]

$$t = \frac{\tilde{A}(n; \alpha \sigma_0)}{m(\alpha k)^n} \sigma_0^{-n} \varepsilon^{-\alpha \sigma_0}, \quad (2.84)$$

аналіз співвідношення (2.83) проводили за допомогою обчислювальної техніки із використанням математичного додатку MathCad. Результати аналізу представлені на рис. 2.8 - 2.9.

Ми дістали дуже важливий результат: виявляється, що залежність  $\psi_u = \psi_u(\psi)$  інваріантна до навантаження, при якому відбувається випробовування. Аналогічний результат отриманий при обробці апроксимацій кривих повзучості поданих у роботах [65,66,67,69], а також при обробці експериментальних даних [52,71]. Вигляд кривих повзучості для різних матеріалів та температур побудованих у абсолютних та відносних величинах показаний на рис. 2.6 - 2.10.

Стосовно до стаціонарного деформування із моделі (2.70), впливає співвідношення

$$\psi_u(t) = (1 - \rho) \cdot \psi^n + \rho \cdot \psi^p, \quad (2.85)$$

Диференціюючи рівняння (2.85), дістанемо

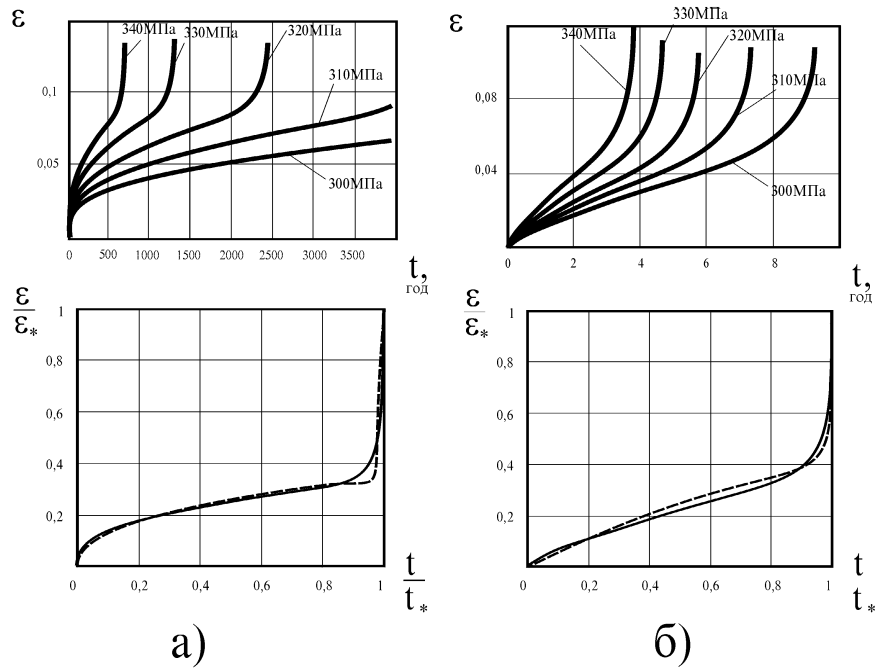


Рис. 2.6. Криві повзучості сплаву 03X20H45M4БРЦ у абсолютних та відносних координатах:  
а –  $T=550^\circ\text{C}$ ; б –  $T=700^\circ\text{C}$

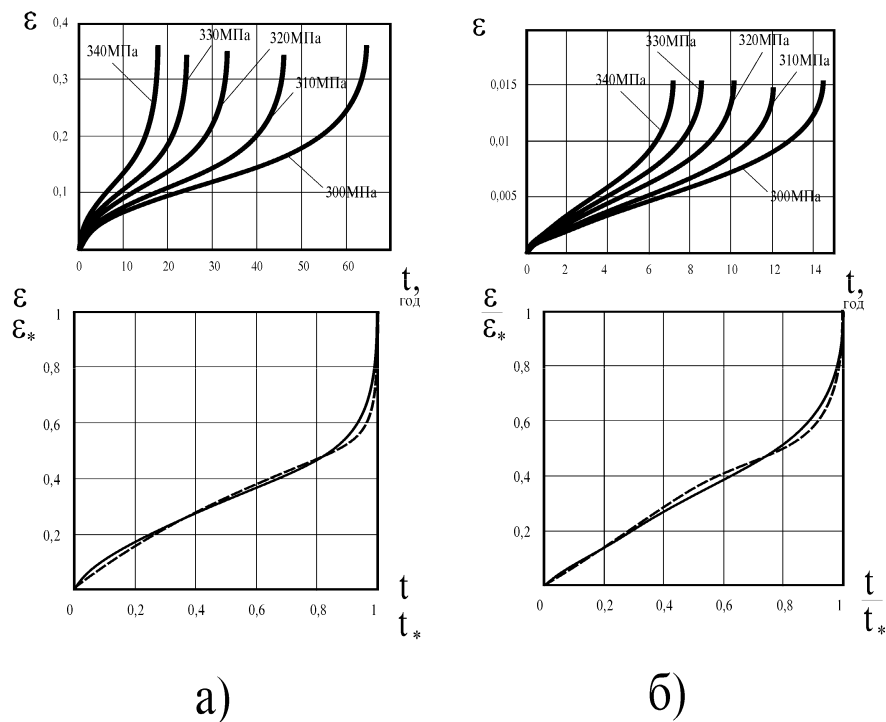


Рис. 2.7. Криві повзучості сплаву 03X20H45M4БЧу абсолютних та відносних координатах:  
а –  $T=650^\circ\text{C}$ ; б –  $T=700^\circ\text{C}$

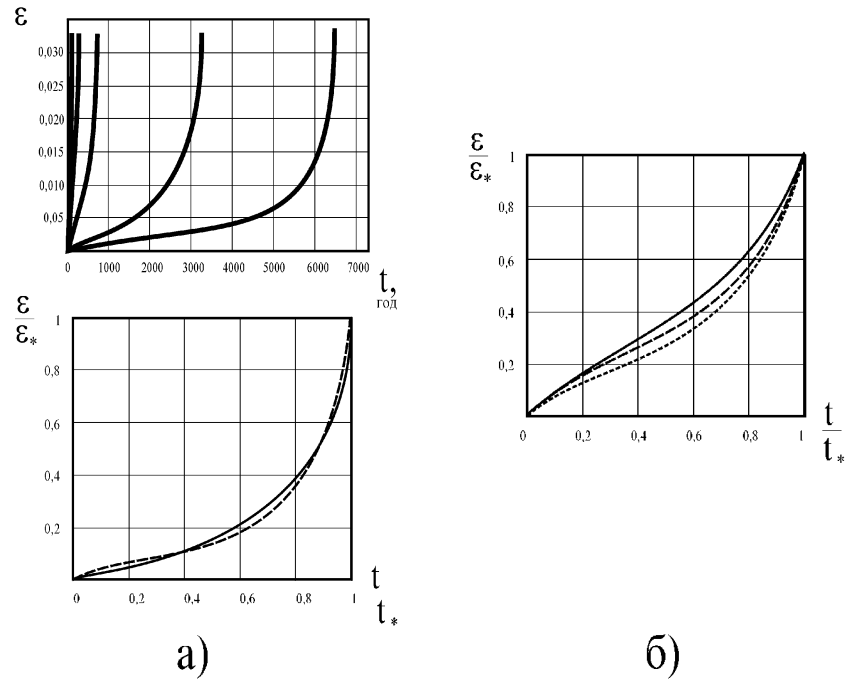


Рис. 2.8. Криві повзучості у абсолютних та відносних координатах:

а – сплав ЭИ826 при  $800^{\circ}\text{C}$ ; б – молибден при  $1000^{\circ}\text{C}$ .

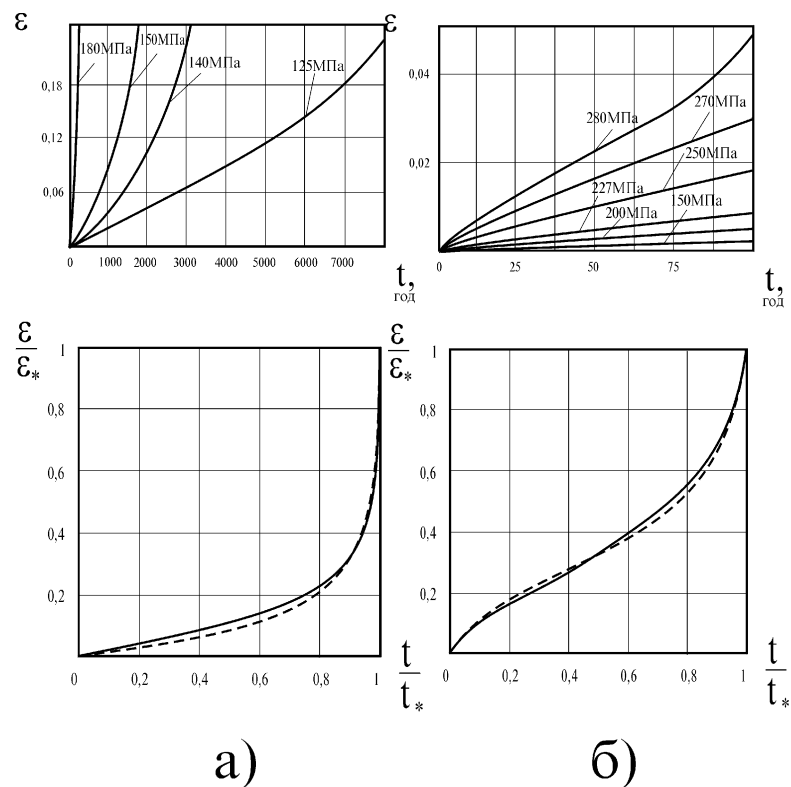


Рис. 2.9. Криві повзучості у абсолютних та відносних координатах:

а – сплав 12X1M1Ф при  $540^{\circ}\text{C}$ ; б – 30ХМА при  $500^{\circ}\text{C}$ .

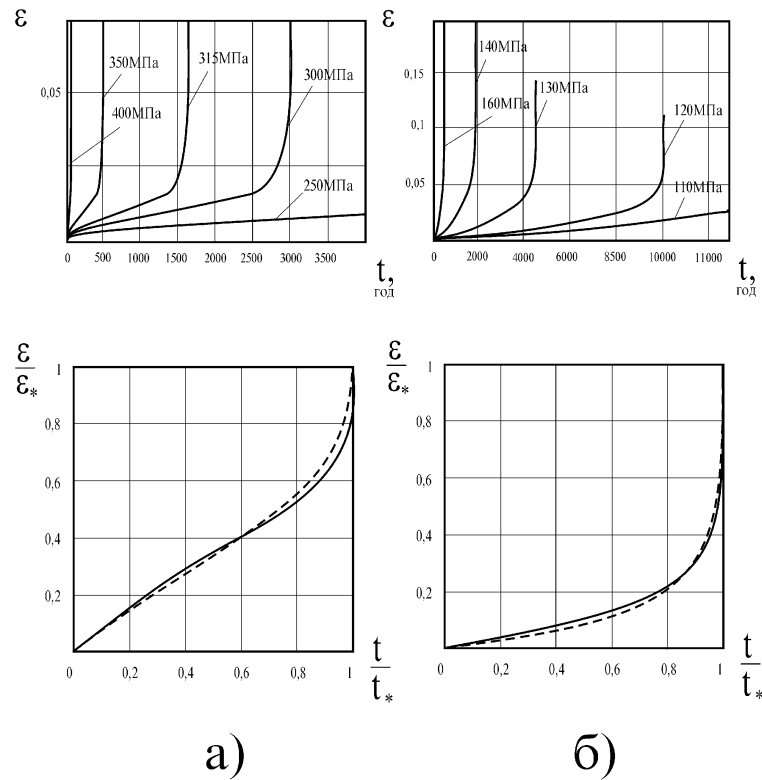


Рис. 2.10. Криві повзучості у абсолютних та відносних координатах:  
а – сплав ЭП44 при 565<sup>0</sup>С; б – ЭП44 при 595<sup>0</sup>С.

$$\frac{d\psi_u}{d\psi} = (1 - \rho) \cdot n \cdot \psi^{n-1} + \rho \cdot p \cdot \psi^{p-1}, \quad (2.86)$$

$$\frac{d^2\psi_u}{d\psi^2} = (1 - \rho) \cdot n \cdot (n - 1) \cdot \psi^{n-2} + \rho \cdot p \cdot (p - 1) \cdot \psi^{p-2}. \quad (2.87)$$

Із аналізу двох останніх співвідношень видно, що  $\frac{d\psi_u}{d\psi} \geq 0$ , а похідна другого порядку може приймати як додатні так і від'ємні значення. Звідки випливає, що напрям опуклості кривої накопичення пошкоджень в координатах  $\psi$ - $\psi_u$  може змінюватись. Так, наприклад, для значень  $\rho=0.7$ ,  $n=0.1$ ,  $p=1/n=10$  крива накопичення пошкоджень має три характерних ділянки, що подібні до кривої повзучості.

Цілком природно припустити, що процес накопичення пошкоджень відображає закономірності деформації повзучості. Враховуючи також те, що

характер кривих повзучості та накопичення пошкоджень схожий (спостерігаються характерні три ділянки як на кривих тривалої міцності, так і на кривих повзучості), ми пропонуємо знаходити параметри моделі (2.70) з кривих повзучості, які побудовані у відносних координатах. Шуканими будуть параметри  $p$ ,  $n$ ,  $\rho$  апроксимації виразом (2.85) кривих повзучості побудованих у відносних координатах. На рис. 2.6 - 2.10 розрахунок за співвідношенням (2.85) показаний пунктиром.

Числові значення параметрів  $p$ ,  $n$ ,  $\rho$  співвідношення (2.85) визначали підбором із умови наближеного мінімуму суми квадратів відхилень розрахункових та експериментальних значень  $\psi_u$ . Для вирішення цієї задачі у випадку, коли є рівняння кривої повзучості, використовували розроблену у математичному додатку MathCad програму, яка автоматично будує криві повзучості у відносних координатах та підбирає параметри апроксимації (додаток Г).

У випадку аналізу експериментальних даних, коли ми отримували залежність  $\psi_u = \psi_u(\psi)$  у вигляді таблиці стала у пригоді надбудівля офісного додатку Excel Поиск Решения. Використання Excel зумовлено тим, що при обробці табличних даних він найбільш зручний. Подальший вивід результатів та обробка різних апроксимацій кривих повзучості здійснювались також за допомогою додатку MathCad.

### **2.2.1. Перевірка адекватності запропонованого методу визначення параметрів моделей накопичення пошкоджень наявним експериментальним даним немонотонного деформування**

Для перевірки запропонованого підходу визначення параметрів  $p$ ,  $n$ ,  $\rho$  моделі (2.70) були використані експериментальні дані двоступеневого навантаження сталі ЭИ826 при температурі  $800^{\circ}\text{C}$ , які наведені у роботі [118]. На першій ступені всі зразки витримували під напруженням 200 МПа на протязі 2800 год. На другій ступені напруження варіювали від 350 до 180 МПа

для різних зразків. В результаті апроксимації кривих повзучості сталі ЭИ826 отримано наступні значення параметрів:  $n = 1$ ,  $p = 20.94278$ ,  $\rho = 0.613368$ . Результати експерименту та розрахунок за співвідношенням (2.79) показані на рис. 2.11.

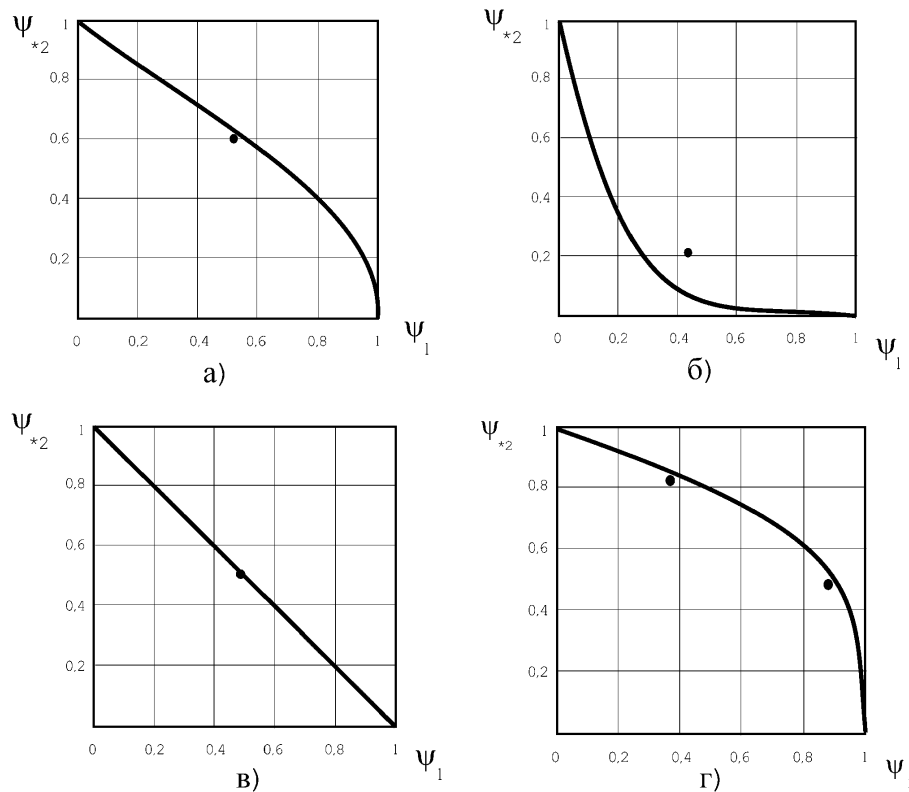


Рис. 2.11. Залежність між залишковим та використаним ресурсами тривалої міцності при двоступеневому навантаженні:

- а – сплав ЭИ826 при  $800^{\circ}\text{C}$  ( $\alpha_{21} = 1.3$ ); б - сплав ЭИ826 при  $800^{\circ}\text{C}$  ( $\alpha_{21} = 0.3$ );  
 в – сплав ЭИ826 при  $800^{\circ}\text{C}$  ( $\alpha_{21} = 1$ ); г – сплав 03X20H45M4БЧ при  $700^{\circ}\text{C}$  ( $\alpha_{21} = 2.6$ );  
 (• - експеримент; - - розрахунок за співвідношенням (4)).

Як видно з рис. 2.11 при значній різниці між  $t_{*1}$  та  $t_{*2}$  (б) отримано великі відхилення експериментальних та розрахункових даних. Це змушує нас у подальшій роботі сконцентрувати увагу на визначенні меж застосування гіпотези. Для цього слід провести додаткове порівняння експериментальних та розрахункових даних для значної кількості матеріалів та режимів навантаження для того, щоб визначити умови, при яких запропонована гіпотеза працює, а при яких – ні.



### *2.3. Висновки по розділу*

1. Розроблено тензорну модель накопичення пошкоджень у матеріалах із врахуванням „пам'яті напрямів”, яка відрізняється від наявної тензорно-лінійної моделі тим, що при її побудові відкидається постулат про співвісність головних напрямів тензорів накопичення пошкоджень і приростів деформацій. При дискретній зміні напрямку деформування головні напрями тензора накопичення пошкоджень у перший момент зміни визначаються деформуванням на попередньому етапі, і лише після досягнення певного ступеня накопиченої деформації стають співвісними головним напрямам тензора приростів деформацій. Тобто між етапами деформування вводиться буферна зона, під час якої відбувається поворот головних напрямів тензора накопичення пошкоджень від головних напрямів тензора приростів деформацій на попередньому етапі до головних напрямів тензора приростів деформацій на поточному етапі.

2. Проведено аналітичне дослідження тензорної моделі накопичення пошкоджень із врахуванням „пам'яті напрямів”. На її основі отримано критеріальні співвідношення для випадків найпростіших видів навантаження: двоетапного, багатоетапного, циклічного. При цьому використано лінійну, квадратичну, степеневу та експоненціальні функції пошкоженості.

3. Проведено перевірку адекватності розробленої тензорної моделі накопичення пошкоджень із врахуванням „пам'яті напрямів” експериментальним даним двоетапного деформування. Перевірка показала кращу кількісну відповідність запропонованої моделі у порівнянні із тензорно-лінійною моделлю накопичення пошкоджень без врахування „пам'яті напрямів”. Також спостерігається значна якісна відмінність у випадку, коли косинус зламу траєкторії деформування менше за нуль і матеріал майже вичерпав ресурс пластичності на першому етапі деформування, тобто при

$\psi_1 \approx 1$ , тоді відбувається різке зменшення залишкового ресурсу пластичності, що пояснює значний розкид експериментальних даних при  $\psi_1 \approx 1$ .

4. Розроблено метод визначення параметрів моделей накопичення пошкоджень, який має наступні переваги: параметри визначаються за умови стаціонарних навантажень, а так як у літературі накопичена значна кількість даних по стаціонарному навантаженні, то у більшості випадків експерименти для визначення параметрів моделей руйнування проводити не потрібно або їх кількість незначна; в попередніх методиках при визначенні параметрів зважали лише на граничну точку, а при даному підході враховується уся крива повзучості, тобто більш повно враховуються особливості конкретного матеріалу.

5. Проведено перевірку адекватності методу визначення параметрів моделей руйнування на базі існуючих літературних даних по двоетапному деформуванню. Відмічено задовільну як якісну, так і кількісну відповідність. Але є необхідність у подальшому дослідженні на більшій кількості експериментальних даних, для визначення меж застосування запропонованої методики.

### РОЗДІЛ 3. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ХОЛОДНОГО ТОРЦЕВОГО РОЗКОЧУВАННЯ ТА РОТАЦІЙНОЇ ВИТЯЖКИ

#### *3.1. Розробка математичної моделі формоутворення при холодному торцевому розкочуванні циліндричним валком*

Як відзначалось у п.1.2.2, широке застосування холодного торцевого розкочування стримується недостатнім вивченням впливу технологічних параметрів на протікання процесу обкочування. Зокрема напрям течії металу під час холодного торцевого розкочування визначали здебільшого експериментальним шляхом для кожного розроблювального процесу. При цьому управління напрямом течії здійснювалось лише в одиничних випадках [1,7]. Розкочування заготовок циліндричним валком має менші технологічні можливості, ніж конічним. Проте дані процеси значно легше здійснити на існуючих установках для радіального розкочування, накочування різьби тощо. Крім того вони виявляють кращу стабільність при формуванні деталей певної форми [96]. Математично опишемо процес формоутворення під час холодного торцевого розкочування циліндричним валком, що дозволить цілеспрямовано змінювати параметри процесу, а, отже, розширить межі його застосування.

Як відзначалось у роботі [55], напрям течії приконтактних шарів металу визначається силою тертя ковзання, що виникає у плямі контакту інструменту та заготовки. Радіальна складова сили тертя ковзання у свою чергу викликана різною направленістю векторів швидкості заготовки та інструменту. Отже, задача визначення напрямку і інтенсивності течії металу зводиться до пошуку кута  $\psi$  між векторами швидкості заготовки та інструменту у плямі контакту. Для встановлення залежності кута  $\psi$  від зміщення інструменту по відношенню до осей заготовки  $\delta$  (рис. 3.1), подачі  $h$  та радіуса валка інструменту  $R_a$  скористаємось апаратом аналітичної геометрії.

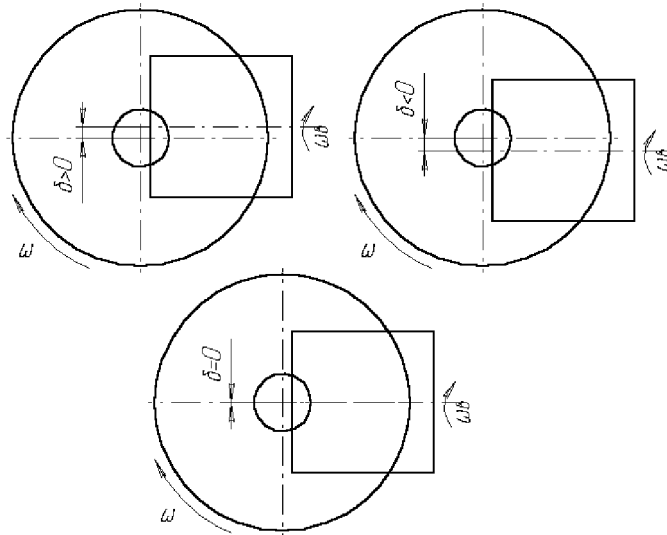


Рис. 3.1. Визначення зміщення  $\delta$  валка по відношенню до осей заготовки

Прийmemo декартову систему координат, площина  $xOy$  якої збігається із площиною здеформованої заготовки (рис. 3.2), а початок координат лежить на осі обертання заготовки. У прийнятій системі координат поверхня інструменту (циліндричного валка) при нехтуванні пружними деформаціями запишеться у вигляді:

$$F(x, y, z) = (y - \delta)^2 + (z - R_a)^2 - R_a^2 = 0. \quad (3.1)$$

Якщо знехтувати пружними деформаціями валка, то пляма контакту заготовки із валком повністю визначається геометрією валка. Тоді координати точки контакту  $M_0(x_0, y_0, z_0)$ , що лежить на відстані  $R$  від осі обертання заготовки та на відстані  $h$  від поверхні здеформованої заготовки подамо у вигляді

$$\begin{aligned} x_0 &= R; \\ y_0 &= \sqrt{R_a^2 - (h - R_a)^2} + \delta; \\ z_0 &= h. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Визначимо взаємне розташування векторів швидкостей заготовки та інструменту т.  $M_0(x_0, y_0, z_0)$ .

Будь-яка точка заготовки здійснює обертальний рух навколо осі  $Oz$ . Вектор швидкості при цьому лежить на прямій  $a$ , що перпендикулярна до радіуса обертання. Якщо розглянути т.  $M_0$  заготовки, то її вектор швидкості перпендикулярний до прямої  $O'M_0$ . Тоді рівняння прямої  $a$  у площині  $z = z_0$  матиме вигляд:

$$y = -\frac{x_0}{y_0} \cdot (x - x_0) + y_0. \quad (3.3)$$

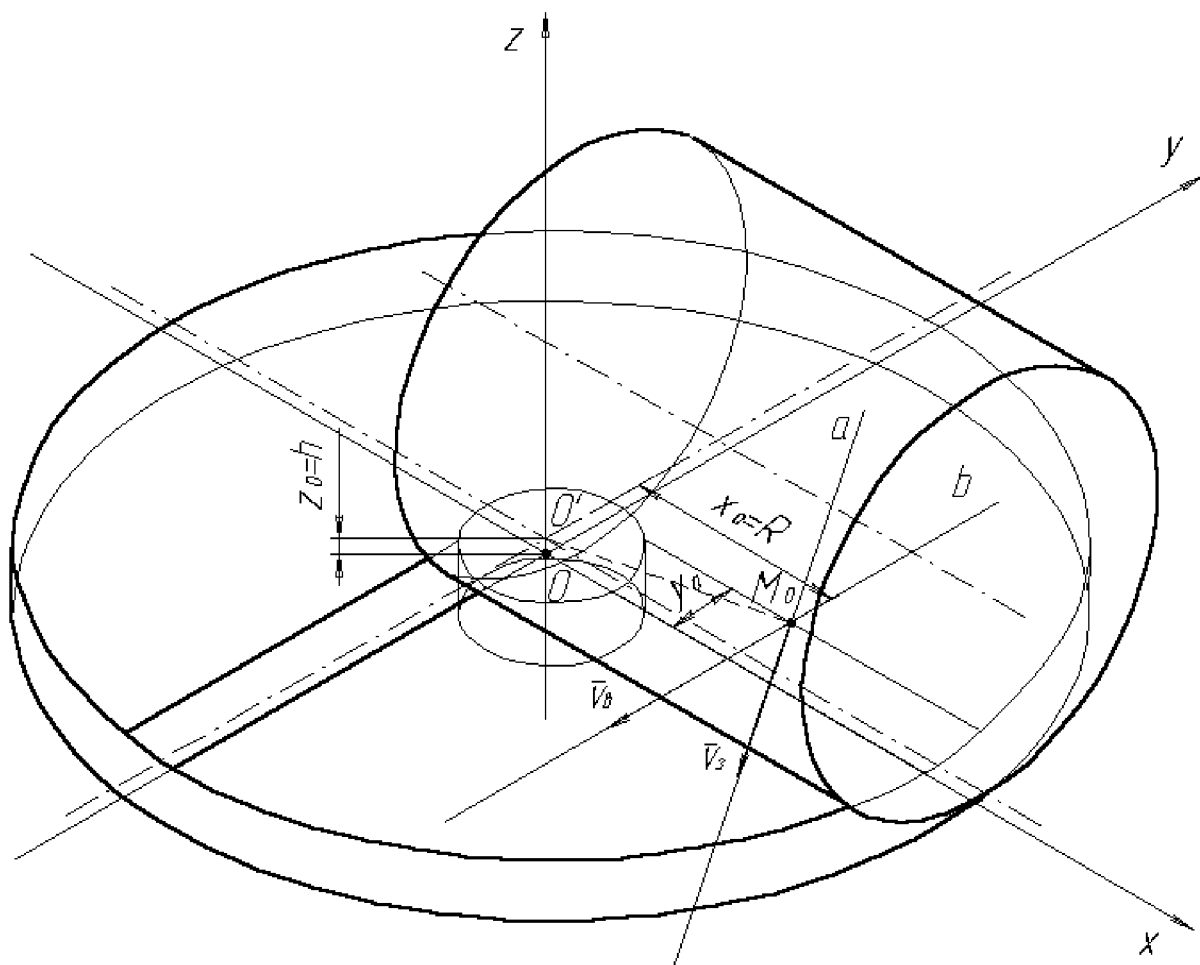


Рис. 3.2. Розрахункова схема

Інструмент здійснює обертальний рух навколо своєї осі. Пряма  $b$ , на якій лежить вектор швидкості т.  $M_0$  інструменту, є перетином площини, що дотична до поверхні інструменту у т.  $M_0$ , із площиною, що перпендикулярна до осі обертання і проходить через т.  $M_0$ . Знайдемо рівняння цих площин.

Нормальний вектор площини, що дотична до поверхні циліндра у т.  $M_0(x_0, y_0, z_0)$

$$\vec{n}_1 \left( \frac{\partial F}{\partial x}, \frac{\partial F}{\partial y}, \frac{\partial F}{\partial z} \right), \quad (3.4)$$

де  $\frac{\partial F}{\partial x}, \frac{\partial F}{\partial y}, \frac{\partial F}{\partial z}$  - частинні похідні від (3.1) по  $x, y, z$  відповідно.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 0; \frac{\partial F}{\partial y} = 2 \cdot (y - \delta); \frac{\partial F}{\partial z} = 2 \cdot (z - R_a).$$

Нормальний вектор площини, у якій лежить переріз, що перпендикулярний до осі обертання циліндра, має координати

$$\vec{n}_2(1; 0; 0). \quad (3.5)$$

Враховуючи, що пряма  $b$  утворюється перетином площин (3.4) та (3.5), тоді напрямний вектор прямої

$$\vec{s}(l; m; n) = \vec{n}_1 \times \vec{n}_2;$$

$$\vec{s} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial F}{\partial x} & \frac{\partial F}{\partial y} & \frac{\partial F}{\partial z} \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \vec{i} \cdot \begin{vmatrix} \frac{\partial F}{\partial y} & \frac{\partial F}{\partial z} \\ 0 & 0 \end{vmatrix} - \vec{j} \cdot \begin{vmatrix} \frac{\partial F}{\partial x} & \frac{\partial F}{\partial z} \\ 1 & 0 \end{vmatrix} + \vec{k} \cdot \begin{vmatrix} \frac{\partial F}{\partial x} & \frac{\partial F}{\partial y} \\ 1 & 0 \end{vmatrix};$$

$$\begin{cases} l = 0; \\ m = \frac{\partial F}{\partial z}; \\ n = -\frac{\partial F}{\partial y}. \end{cases} \quad (3.6)$$

Знайдемо проекцію прямої  $b$  на площину  $z = z_0$ . Проекцією прямої  $b$  на площину  $z = z_0$  є перетин площини  $\Omega$ , яка перпендикулярна до площини  $z = z_0$  і містить пряму  $b$ , із площиною  $z = z_0$ .

Нормальний вектор площини  $z = z_0$   $\vec{n}_3(0;0;1)$  лежить у площині  $\Omega$ . Напрямний вектор прямої  $b$   $\vec{s}(l;m;n)$  також лежить у площині  $\Omega$ . Площина  $\Omega$  проходить через точку  $M_0(x_0, y_0, z_0)$ . Так як вектори  $\vec{n}_3$ ,  $\vec{s}$ ,  $\vec{M_0M}$  компланарні, тоді рівняння площини  $\Omega$  запишемо

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ l & m & n \\ x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \end{vmatrix} = 0; \quad (3.7)$$

$$l \cdot (y - y_0) - m \cdot (x - x_0) = 0. \quad (3.8)$$

Отже, проекція вектора швидкості точки циліндра на площину  $z = z_0$  визначається за формулою

$$y = \frac{m}{l} \cdot (x - x_0) + y_0. \quad (3.9)$$

Кут між векторами швидкості інструменту та заготовки у плямі контакту

$$\psi = \operatorname{arctg} \left( \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right), \quad (3.10)$$

де  $k_1 = -\frac{x_0}{y_0}$ ,  $k_2 = \frac{m}{l}$  – кутові коефіцієнти проєкцій прямих, на яких лежать вектори швидкостей інструменту та заготовки, на площину  $z = z_0$ . Так як  $k_2 \rightarrow \infty$  (тобто проєкція прямої, на якій лежить вектор швидкості точки  $M_0$  інструменту, на площину  $z = z_0$  паралельна осі  $Oy$  прийнятої системи координат) маємо

$$\begin{aligned} \psi &= \lim_{k_2 \rightarrow \infty} \operatorname{arctg} \left( \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right) = \operatorname{arctg} \left( \frac{1}{k_1} \right); \\ \psi &= \operatorname{arctg} \left( -\frac{\sqrt{R_a^2 - (h - R_a)^2} + \delta}{R} \right). \end{aligned} \quad (3.11)$$

Результати розрахунків за формулами (3.2), (3.3) та (3.9) показано на рис. 3.3.

Залежність кута  $\psi$  між проєкціями прямих, на яких лежать вектори швидкостей інструменту та заготовки, на площину  $z = z_0$ , від параметрів процесу розкочування розрахована за формулою (3.11) показано на рис. 3.4.

Аналіз отриманої залежності показує, що напрямок течії металу однозначно визначається зміщенням валка по відношенню до осей заготовки  $\delta$ : при додатному зміщенні валка матеріал тече до центру заготовки, а при від'ємному – від центру (рис. 3.4а,б,в,г). Це підтверджується існуючими експериментальними даними. Зміни інтенсивності течії металу під час торцевого розкочування циліндричним валком можна досягти варіюванням величин подачі та радіуса валка.



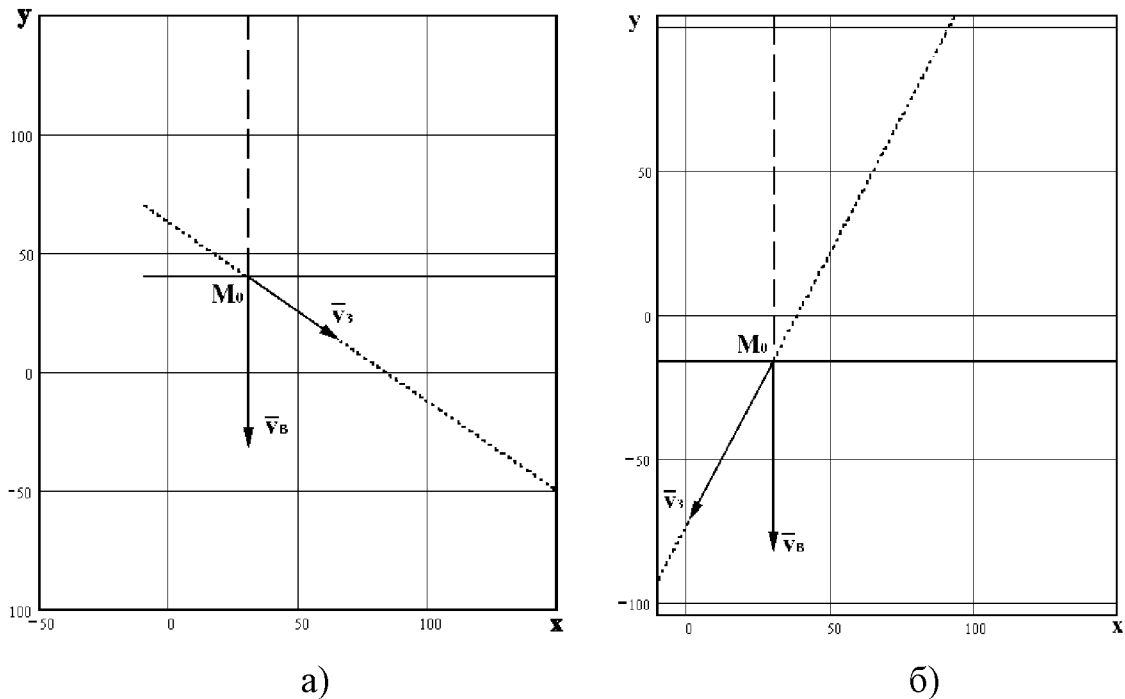


Рис. 3.3. Проекції прямих, на яких лежать вектори швидкостей інструменту (штрихова лінія) та заготовки (пунктирна лінія), на площину  $z = z_0$  при додатному (а) та від'ємному (б) зміщенні  $\delta$  (суцільна лінія – передній фронт контакту)

Залежність (3.11) дозволяє цілеспрямовано управляти напрямом течії металу. Зокрема на рис. 3.4в показано розподілення кута  $\psi$  по дузі контакту, з якого видно, що при від'ємному зміщенні  $\delta$  можна досягти такого стану, при якому частки металу рухаються у радіальному напрямку, як від центру, так і до центру заготовки в залежності від висоти  $z$  контакту валка із заготовкою. Це дало змогу одночасно із висадкою розвинутих фланців здійснювати формування циліндричних тонкостінних виступів необхідної висоти і товщини у складнопрофільних заготовках (рис. 3.5).

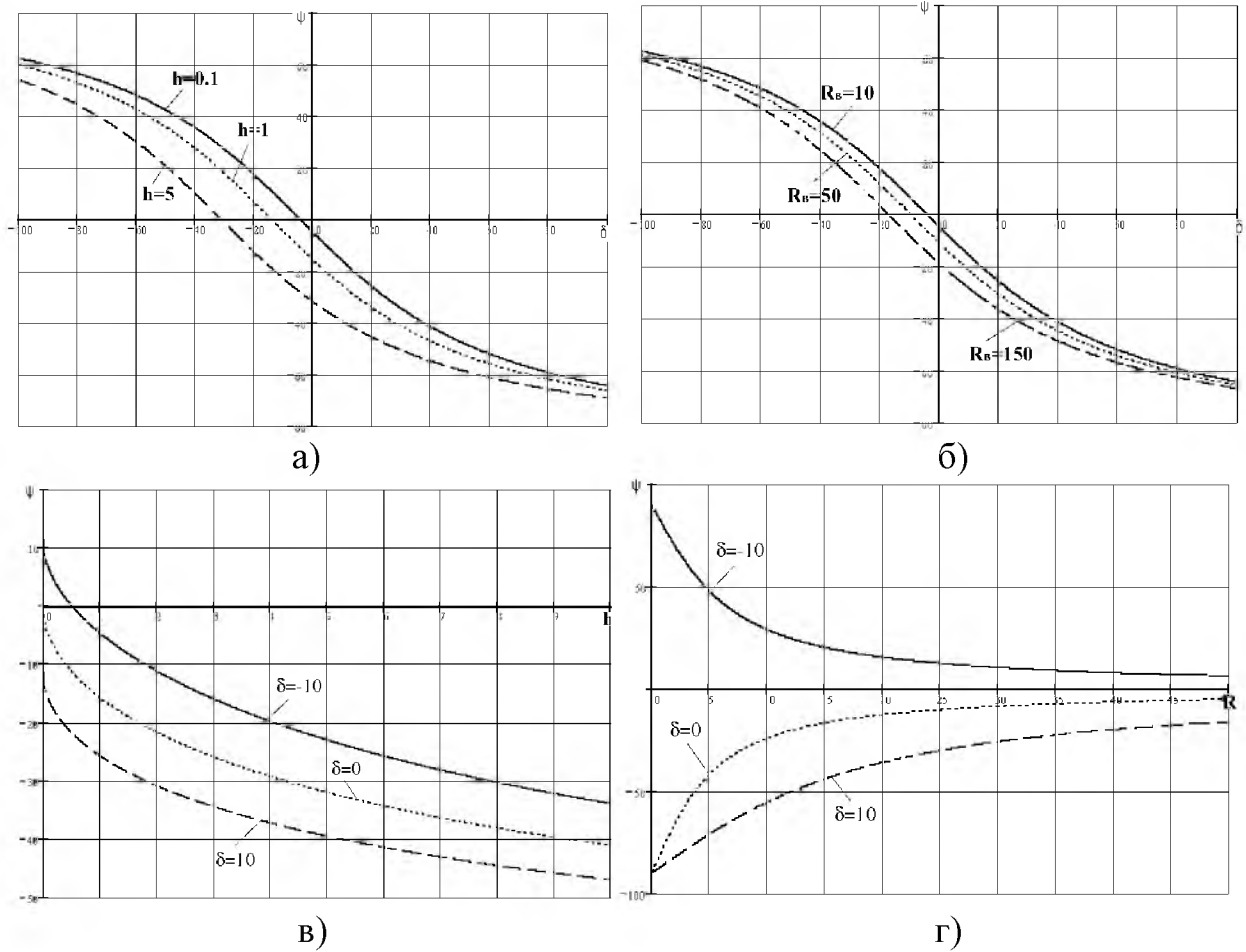


Рис. 3.4. Залежність кута  $\psi$  від технологічних параметрів процесу холодного торцевого розкочування циліндричним валком розрахована за формулою (3.11)



Рис. 3.5. Деталі, що виготовлені холодним торцевим розкочуванням циліндричним валком

### *3.2. Розробка математичної моделі формоутворення при холодному торцевому розкочуванні конічним валком*

Аналогічно, як і при розкочуванні циліндричним валком, при холодному торцевому розкочуванні конічним валком основна проблема при розробці і реалізації процесу полягає в управлінні напрямом течії металу, що у результаті визначає можливість отримання заготовки необхідної форми без руйнування і втрати стійкості. В результаті проведених експериментальних досліджень було встановлено, що інтенсивність напрямку течії металу залежить переважно від взаємного розташування валка і заготовки. Цілеспрямоване зміщення валка по відношенню до заготовки дозволило реалізувати нові способи розкочування і формувати високоякісні складнопрофільні заготовки [1,7]. Разом з тим природа процесу, як і його кількісні закономірності, залишилися до кінця не визначеними.

Як було відзначено вище, в процесі холодного торцевого розкочування течію металу у радіальному напрямі обумовлює дія радіальної складової сили тертя ковзання, що викликана різною направленістю векторів швидкості заготовки та інструменту у зоні контакту.

Досі для забезпечення необхідного напрямку течії матеріалу заготовки користувались рекомендаціями, що ґрунтовані на експериментальних даних. У відповідності із експериментами матеріал тече до центру заготовки при від'ємному зміщенні  $\delta$  (рис. 3.6), а при додатному зміщенні  $\delta$  спостерігається інтенсивна течія від центру заготовки. Визначення закономірностей залежності течії матеріалу заготовки від ряду технологічних параметрів процесу розкочування, основними з яких, крім зміщення інструменту по відношенню до осей заготовки  $\delta$ , є кут конуса інструменту  $\alpha$ , подача інструменту  $h$  і радіус заготовки  $R$ , у літературі нами знайдено не було. А оскільки виявлення впливу параметрів процесу на кінематику розкочування є особливо актуальним для

подальшого розвитку теорії і практики обробки металів тиском, то саме дослідженню цієї проблеми і присвячений даний підрозділ.

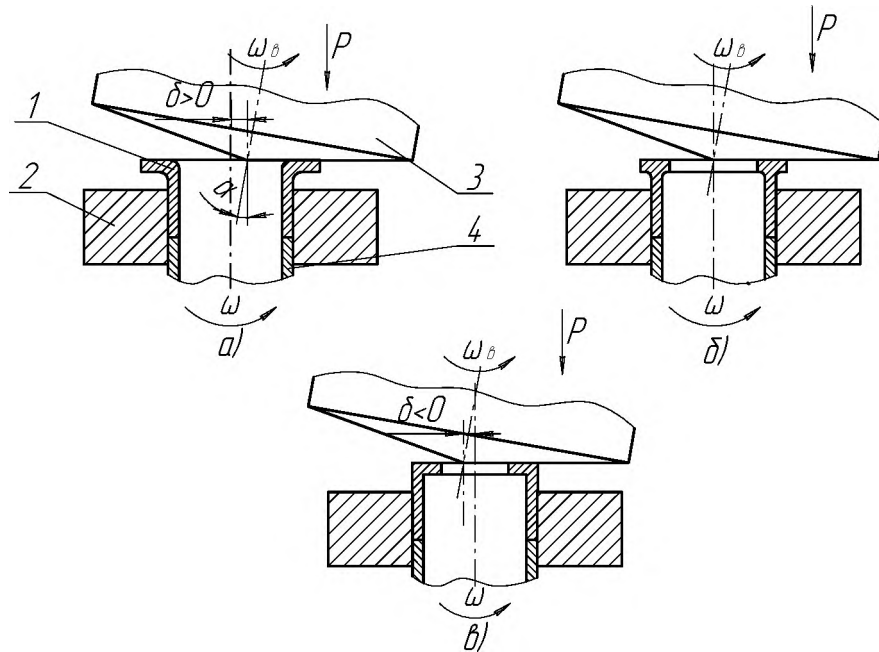


Рис. 3.6. До визначення ексцентриситету  $\delta$  при холодному торцевому розкочуванні конічним валком

Для визначення напрямку швидкостей заготовки та інструменту застосували апарат аналогічний тому, що використовувався для побудови математичної моделі формоутворення при холодному торцевому розкочуванні циліндричним валком. Виберемо декартову систему координат, початок координат якої співпадає із центром здеформованої заготовки, а осі  $\hat{I} \delta$  та  $Oy$  направлені вздовж осей заготовки (рис. 3.7).

Канонічне рівняння конуса у правій системі координат  $O'x'y'z'$ , має вигляд

$$\frac{x'^2 + y'^2}{a^2} - \frac{z'^2}{c^2} = 0. \quad (3.12)$$

Як видно з розрахункової схеми (рис. 3.7)

$$\frac{c^2}{a^2} = \operatorname{tg}^2 \alpha. \quad (3.13)$$

Розташуємо, не порушуючи узагальнень, твірну конуса вздовж осі  $Ox$  на відстані  $\delta$  від початку координат. Тоді скориставшись відомими перетвореннями координат отримаємо

$$F(x, y, z) = ((x - \delta) \cdot \cos \alpha - z \cdot \sin \alpha)^2 + y^2 - \frac{((x - \delta) \cdot \sin \alpha + z \cdot \cos \alpha)^2}{\operatorname{tg}^2 \alpha}. \quad (3.14)$$

Вираз (3.14) є рівнянням робочої поверхні інструменту у прямокутній системі координат  $Oxyz$  (рис. 3.8). У даному випадку нехтували пружною деформацією конуса під дією технологічного зусилля.

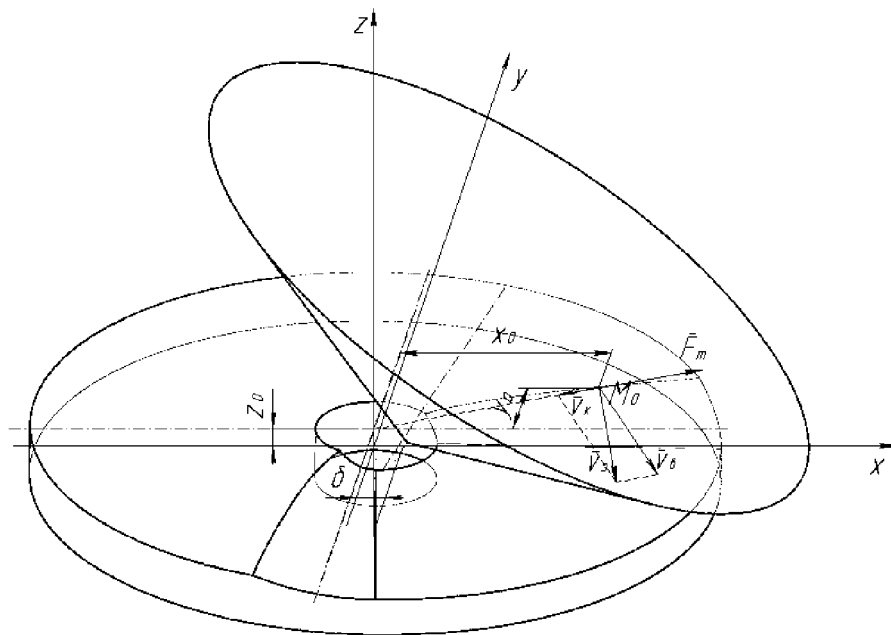


Рис. 3.7. Розрахункова схема

Знайдемо передній фронт контакту конічного валка та заготовки. Він визначається як лінією перетину поверхні конуса із поверхнею

нездеформованої заготовки. При подачі  $h$  переднім фронтом є парабола, що описується рівнянням

$$y = \sqrt{\frac{((x - \delta) \cdot \sin \alpha + h \cdot \cos \alpha)^2}{\operatorname{tg}^2 \alpha} - ((x - \delta) \cdot \cos \alpha - h \cdot \sin \alpha)^2}. \quad (3.15)$$

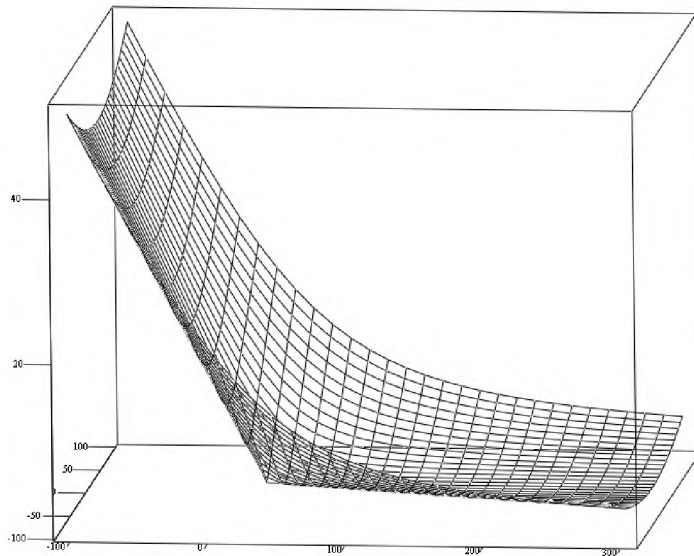


Рис. 3.8. Поверхня інструменту (розрахунок за (3.14))

Тоді координати точки контакту  $M_0(x_0, y_0, z_0)$ , що лежить на плямі контакту на відстані  $R$  від осі обертання заготовки та на відстанні  $h$  від поверхні zdeформованої заготовки подамо у вигляді

$$\begin{aligned} x_0 &= R; \\ y_0 &= \sqrt{\frac{((x - \delta) \cdot \sin \alpha + h \cdot \cos \alpha)^2}{\operatorname{tg}^2 \alpha} - ((x - \delta) \cdot \cos \alpha - h \cdot \sin \alpha)^2}; \\ z_0 &= h. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Визначимо напрям вектора швидкості точки  $M_0$ , що належить заготовці. Заготовка здійснює обертальний рух навколо осі  $OZ$ , тому вектор швидкості

напрямлений перпендикулярно до радіуса обертання (див. рис. 3.7). Рівняння проекції прямої, на якій лежить вектор швидкості точки  $M_0$ , на площину  $z = z_0$  запишемо у вигляді

$$y = -\frac{x_0}{y_0} \cdot (x - x_0) + y_0. \quad (3.17)$$

Так як інструмент здійснює обертальний рух навколо своєї осі, вектор швидкості точки  $M_0$  інструменту лежить на прямій перетину площини, що дотична до поверхні конуса у т.  $M_0$  із площиною, що перпендикулярна осі конуса і проходить через т.  $M_0$ . Знайдемо рівняння цих площин.

Рівняння площини, що дотична до поверхні конуса у т.  $M_0(x_0, y_0, z_0)$  запишемо у вигляді

$$\frac{\partial F}{\partial x} \cdot (x - x_0) + \frac{\partial F}{\partial y} \cdot (y - y_0) + \frac{\partial F}{\partial z} \cdot (z - z_0) = 0, \quad (3.18)$$

де  $\frac{\partial F}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial F}{\partial y}$ ,  $\frac{\partial F}{\partial z}$  - частинні похідні від (3.14) по  $x, y, z$  відповідно.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 2 \cdot \cos \alpha \cdot ((x - \delta) \cdot \cos \alpha - z \cdot \sin \alpha) - \frac{2 \cdot \sin \alpha \cdot ((x - \delta) \cdot \sin \alpha + z \cdot \cos \alpha)}{\operatorname{tg}^2 \alpha};$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = 2 \cdot y;$$

$$\frac{\partial F}{\partial z} = -2 \cdot \sin \alpha \cdot ((x - \delta) \cdot \cos \alpha - z \cdot \sin \alpha) - \frac{2 \cdot \cos \alpha \cdot ((x - \delta) \cdot \sin \alpha + z \cdot \cos \alpha)}{\operatorname{tg}^2 \alpha}.$$

Нормальний вектор дотичної площини

$$\vec{n}_1 \left( \frac{\partial F}{\partial x}; \frac{\partial F}{\partial y}; \frac{\partial F}{\partial z} \right).$$

Нормальний вектор площини у якій лежить переріз, що перпендикулярний до осі обертання конуса, має координати

$$\vec{n}_2 (\sin \alpha; 0; \cos \alpha).$$

Враховуючи, що площина проходить через точку  $M_0(x_0, y_0, z_0)$ , її рівняння запишемо у вигляді

$$z = z_0 - \operatorname{tg} \alpha \cdot (x - x_0). \quad (3.19)$$

Тоді рівняння прямої, на якій лежить вектор швидкості точки  $M_0$  інструменту

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial x} \cdot (x - x_0) + \frac{\partial F}{\partial y} \cdot (y - y_0) + \frac{\partial F}{\partial z} \cdot (z - z_0) = 0; \\ z = z_0 - \operatorname{tg} \alpha \cdot (x - x_0). \end{cases} \quad (3.20)$$

Враховуючи, що пряма (3.20) утворюється перетином площин (3.18) та (3.19), тоді напрямний вектор прямої

$$\vec{s}(l; m; n) = \vec{n}_1 \times \vec{n}_2;$$

$$\vec{s} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial F}{\partial x} & \frac{\partial F}{\partial y} & \frac{\partial F}{\partial z} \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{vmatrix} = \vec{i} \cdot \begin{vmatrix} \frac{\partial F}{\partial y} & \frac{\partial F}{\partial z} \\ 0 & \cos \alpha \end{vmatrix} - \vec{j} \cdot \begin{vmatrix} \frac{\partial F}{\partial x} & \frac{\partial F}{\partial z} \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{vmatrix} + \vec{k} \cdot \begin{vmatrix} \frac{\partial F}{\partial x} & \frac{\partial F}{\partial y} \\ \sin \alpha & 0 \end{vmatrix};$$



$$\begin{cases} l = \frac{\partial F}{\partial y} \cdot \cos \alpha; \\ m = \frac{\partial F}{\partial z} \cdot \sin \alpha - \frac{\partial F}{\partial x} \cdot \cos \alpha; \\ n = -\frac{\partial F}{\partial y} \cdot \sin \alpha. \end{cases} \quad (3.21)$$

Знайдемо проекцію прямої (3.20) на площину  $z = z_0$ . Проекцією прямої (3.20) на площину  $z = z_0$  є перетин площини  $\Omega$ , яка перпендикулярна до площини  $z = z_0$  і містить пряму (3.20), із площиною  $z = z_0$ .

Нормальний вектор площини  $z = z_0$   $\vec{n}_3(0;0;1)$  лежить у площині  $\Omega$ . Напрямний вектор прямої (3.20)  $\vec{s}(l;m;n)$  також лежить у площині  $\Omega$ . Площина  $\Omega$  проходить через точку  $M_0(x_0, y_0, z_0)$ . Так як вектори  $\vec{n}_3$ ,  $\vec{s}$ ,  $\vec{M_0M}$  компланарні, тоді рівняння площини  $\Omega$  запишемо

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ l & m & n \\ x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \end{vmatrix} = 0; \quad (3.22)$$

$$l \cdot (y - y_0) - m \cdot (x - x_0) = 0. \quad (3.23)$$

Отже, проекція вектора швидкості точки конуса на площину  $z = z_0$  визначається за формулою

$$y = \frac{m}{l} \cdot (x - x_0) + y_0. \quad (3.24)$$

Кут між векторами швидкості інструменту та заготовки у плямі контакту

$$\psi = \operatorname{arctg} \left( \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right), \quad (3.25)$$

де  $k_1 = -\frac{x_0}{y_0}$ ,  $k_2 = \frac{m}{l}$  – кутові коефіцієнти проєкцій прямих, на яких лежать вектори швидкостей інструменту та заготовки, на площину  $z = z_0$ .

Результати розрахунків за формулами (3.15), (3.17) та (3.24) показано на рис. 3.9.

Згідно розрахунків при додатному зміщенні валка матеріал тече від центру заготовки, а при від'ємному – до центру. Отримані аналітичні залежності дозволяють цілеспрямовано управляти інтенсивністю течії металу у заданому напрямі при розкочуванні трубчастих заготовок за схемами осаджування, висадки, калібрування, відбуртовки тощо.

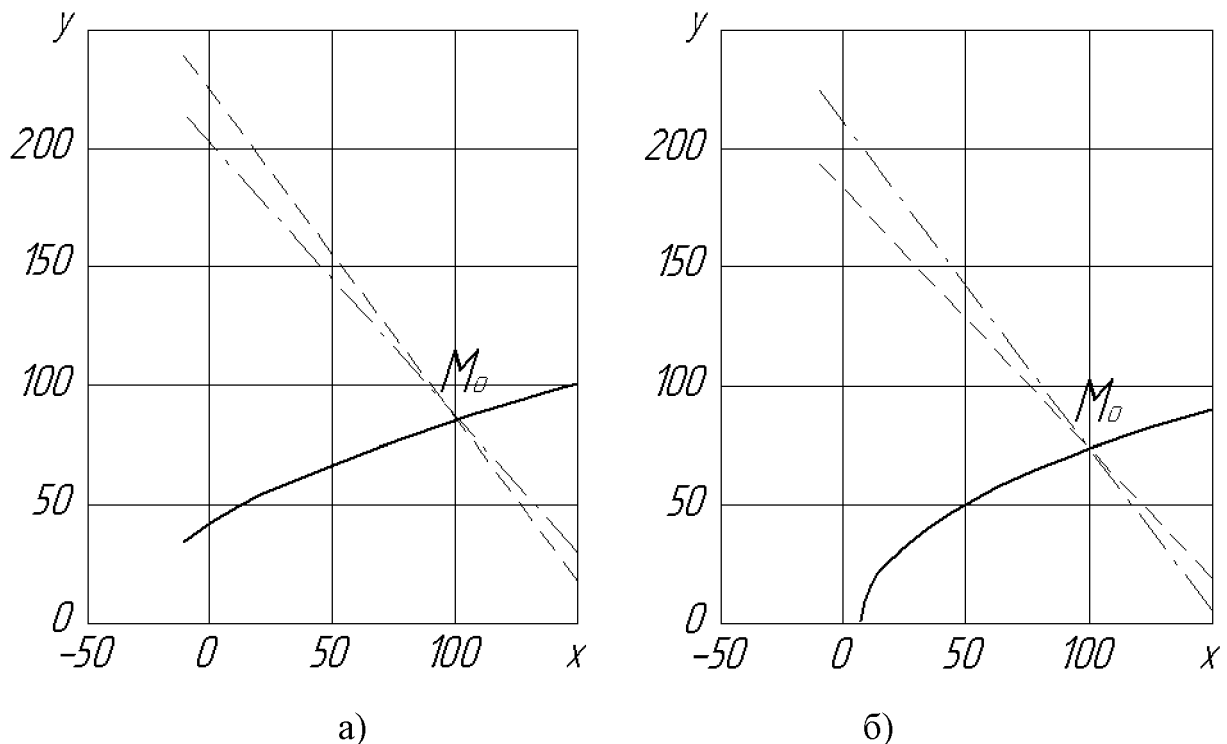


Рис. 3.9. Проекції прямих, на яких лежать вектори швидкостей інструменту (штрихова лінія) та заготовки (штрих-пунктирна лінія), на площину  $z = z_0$  при додатному (а) та від'ємному (б) зміщенні  $\delta$  (суцільна лінія – передній фронт контакту заготовки та інструменту)

Залежність кута  $\psi$  між проекціями прямих, на яких лежать вектори швидкостей інструменту та заготовки, на площину  $z = z_0$ , від напрямку та величини зміщення інструменту відносно осей заготовки  $\delta$  розрахована за формулою (3.25) при різних кутах конуса інструменту, зображена на рис. 3.10. Аналіз отриманих залежностей показує, що вони не є симетричними відносно нульового зміщення: матеріал більш інтенсивно тече від центру заготовки. Встановлена залежність дозволяє посилювати вплив зміщення валка на напрям течії металу шляхом зміни кута конусності валка для зазначених вище схем розкочування.

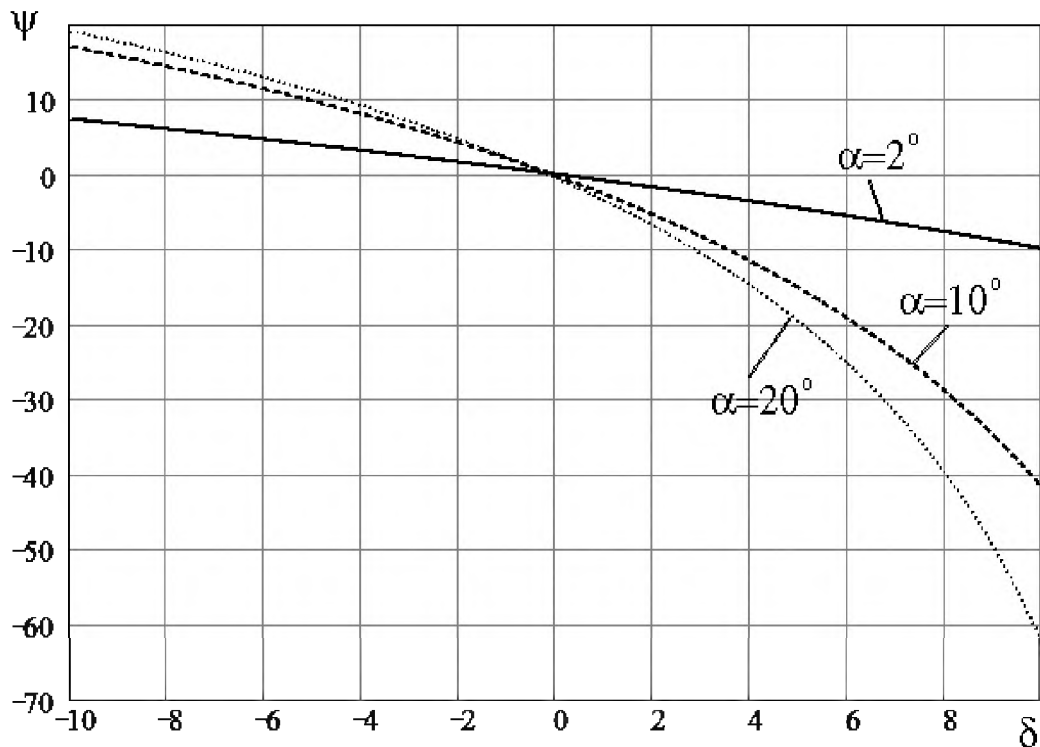


Рис. 3.10. Залежність кута  $\psi$  від напрямку та величини зміщення  $\delta$  розрахована за формулою (3.25) при різних кутах конуса

Найбільше розповсюдження отримали технологічні процеси з кутом  $\alpha = 10^\circ$ . Це обумовлено, головним чином, тим фактом, що при зменшенні кута нахилу збільшується площа плями контакту і, відповідно, сила деформування. При його збільшенні зростають радіальні навантаження на

інструментальний блок, що вимагає значного посилення жорсткості обладнання. Таким чином можливості управління процесом деформування шляхом зміни кута нахилу валка досить обмежені. Але все ж таки залежність кута  $\psi$  від кута інструменту  $\alpha$  є особливо визначальною в процесах осаджування та переформування квадратних заготовок в круг в калібрах. В даному випадку управляти течією металу шляхом зміщення валка неможливо, оскільки вершина валка співпадає, як правило з центром заготовки. А отже основним параметром управління залишається кут валка  $\alpha$ . Крім того отримані залежності показують інтенсивність течії металу на різних відстанях від центру заготовки (рис. 3.11), що дозволяє обгрунтовано проектувати технологічні процеси розкочування плоских заготовок переформуванням з утворенням порожнин в центральній частині деталі.

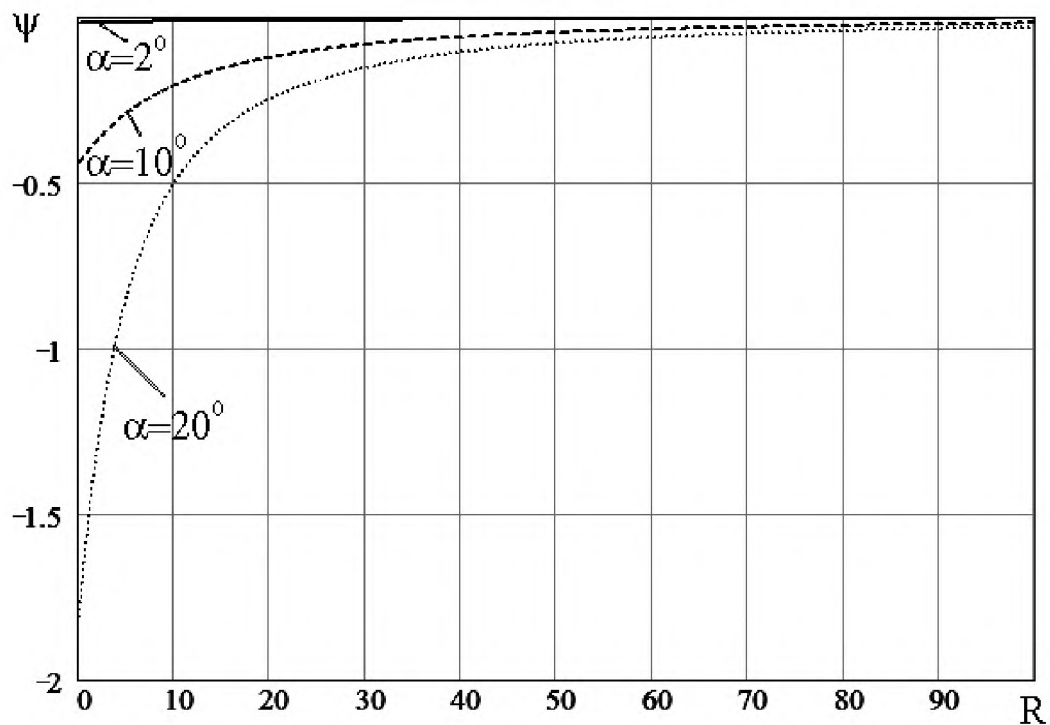


Рис. 3.11. Залежність кута  $\psi$  від відстані від центру розрахована за формулою (3.25) при різних кутах конуса

### *3.3. Визначення площі контакту інструменту із заготовкою при холодному торцевому розкочуванні конічним валком із врахуванням утворення пластичної хвилі*

Визначення геометрії контакту валка із заготовкою має дуже важливе значення при розрахунку енергосилових параметрів обладнання, так як зусилля деформування визначається за формулою

$$P = p_{cp} F_{\dot{\epsilon}}, \quad (3.26)$$

де  $p_{cp}$  - середній тиск на контакті валка із заготовкою;  $F_{\dot{\epsilon}}$  - площа контакту.

Тому у літературі накопичено досить багато рекомендацій по оцінці площі контакту валка із заготовкою [127]. Здебільшого ця оцінка виражається у вигляді коефіцієнта  $\lambda$  - коефіцієнта, що характеризує зменшення площі контакту під час штампування обкочуванням у порівнянні із традиційними методами штампування.

$$\lambda = \frac{F_{\dot{\epsilon}}}{F_{\varphi}}. \quad (3.27)$$

При осаджуванні площа контакту визначається за формулою

$$F_{\varphi} = \pi \cdot R^2. \quad (3.28)$$

Тому згідно (3.27) та (3.28) маємо

$$\lambda = \frac{F_{\dot{\epsilon}}}{\pi \cdot R^2}. \quad (3.29)$$

Контур контактної зони обмежується переднім та заднім фронтами.

Проекцією переднього фронту на площину  $Oxy$  є парабола, що описується рівнянням (3.15).

Задній фронт контуру - це є лінія початку виходу металу заготовки з контакту із інструментом. Якщо знехтувати пружними деформаціями заготовки та інструменту, то проекцією заднього фронту на площину  $Oxy$  є пряма

$$y = 0. \quad (3.30)$$

Визначимо площу контакту валка із заготовкою. Для суцільної заготовки маємо

$$F_{\hat{e}} = \int_{x_A}^{x_C} \sqrt{\frac{((x - \delta) \cdot \sin \alpha + h \cdot \cos \alpha)^2}{\operatorname{tg}^2 \alpha} - ((x - \delta) \cdot \cos \alpha - h \cdot \sin \alpha)^2} dx + \int_{x_C}^{x_E} \sqrt{R^2 - x^2} dx. \quad (3.31)$$

Для кільцевої заготовки

$$F_{\hat{e}} = \int_{x_B}^{x_C} \sqrt{\frac{((x - \delta) \cdot \sin \alpha + h \cdot \cos \alpha)^2}{\operatorname{tg}^2 \alpha} - ((x - \delta) \cdot \cos \alpha - h \cdot \sin \alpha)^2} dx + \int_{x_C}^{x_E} \sqrt{R^2 - x^2} dx - \int_{x_B}^{x_D} \sqrt{r^2 - x^2} dx, \quad (3.32)$$

де (див. рис. 3.16)

$$x_A = \delta - \frac{h}{\operatorname{tg} 2\alpha}; \quad (3.33)$$

$$x_B = -\frac{h}{\operatorname{tg}\alpha} + \sqrt{r^2 + h^2 + \frac{2\delta h}{\operatorname{tg}\alpha}}; \quad (3.34)$$

$$x_C = -\frac{h}{\operatorname{tg}\alpha} + \sqrt{R^2 + h^2 + \frac{2\delta h}{\operatorname{tg}\alpha}}; \quad (3.35)$$

$$x_D = r; \quad (3.36)$$

$$x_E = R. \quad (3.37)$$

Якщо розрахувати коефіцієнт зменшення площі контакту  $\lambda$  під час холодного торцевого розкочування суцільних заготовок із нульовим зміщенням, тобто підставити вираз (3.31) при  $\delta = 0$  у (3.29), то отримане співвідношення добре апроксимується степеневою функцією (рис. 3.12)

$$\lambda = 0,486 \cdot Q^{0.531}, \quad (3.38)$$

де

$$Q = \frac{h}{2 \cdot R \cdot \operatorname{tg}\alpha} - \text{відносна подача інструменту}. \quad (3.39)$$

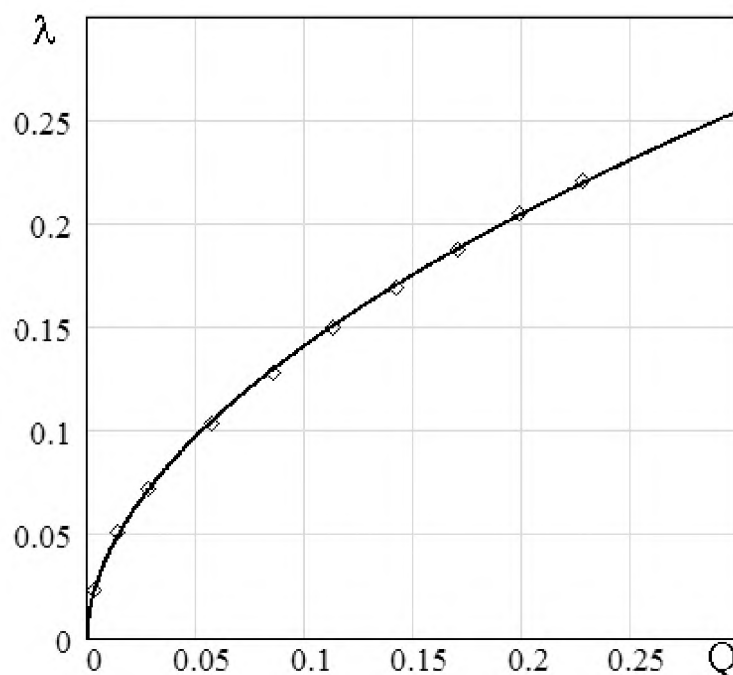


Рис. 3.12. Розрахунок коефіцієнта зменшення площі контакту за (3.31) (точки) та його апроксимація виразом (3.38) (суцільна лінія)

При штампуванні кільцевих заготовок коефіцієнт зменшення площі контакту  $\lambda$  розраховується за формулою

$$\lambda = \frac{\lambda_1 \cdot R^2 - \lambda_2 \cdot r^2}{R^2 - r^2}, \quad (3.40)$$

де  $\lambda_1$  та  $\lambda_2$  розраховуються за формулою (3.38) при  $Q = Q(R)$  та  $Q = Q(r)$  відповідно.

У даному випадку передній фронт визначається без врахування утворення пластичної хвилі. Невідповідність формул (3.31) та (3.32) експериментальним даним особливо значна при закритому торцевому розкочуванні, коли матриця вже заповнилась, а формоутворення продовжується, тобто на етапі калібрування. Тоді увесь метал, що витискується з-під валка йде на утворення пластичної хвилі (рис. 3.13а).

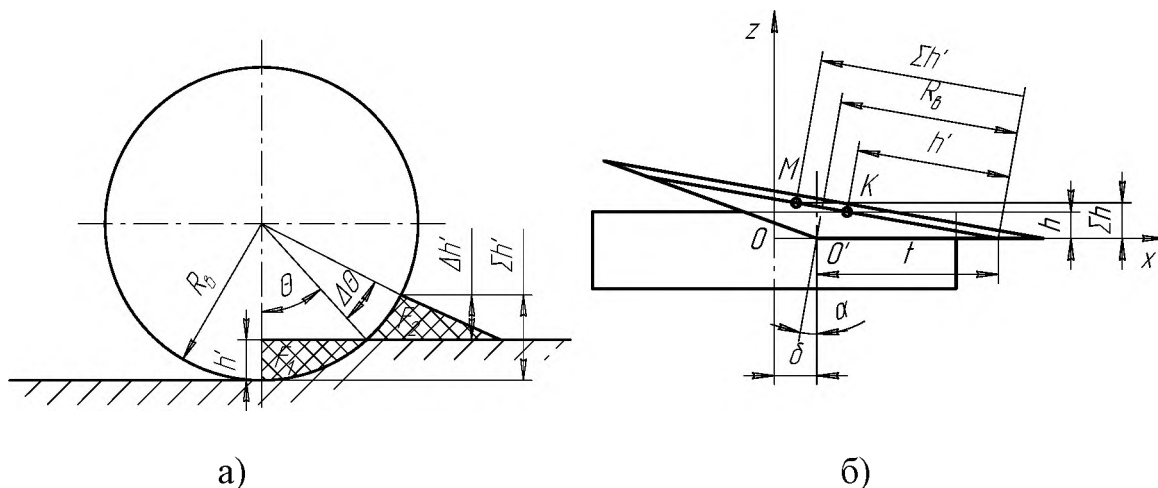


Рис. 3.13. До визначення площі контакту валка із заготовкою із врахуванням пластичної хвилі

Плоский переріз хвилі представимо у вигляді трикутника із площею  $F_2$ . Так як увесь метал йде на утворення пластичної хвилі, тому  $F_1 = F_2$ . У роботі [31], приведено вираз для визначення  $\Delta\theta$



$$\Delta\theta = 2 \arcsin \sqrt{\frac{2\theta - \sin 2\theta}{8 \left\{ \sin 2\theta + \frac{\sin^3 \theta}{2} \cdot \left[ \sec^2 \gamma - (1 + \sqrt{2} \cdot \cos^2 \gamma) \right] \right\}}}, \quad (3.41)$$

де  $\gamma = \arccos(2 \cdot \mu)$ ;  $\mu$  - коефіцієнт тертя.

Визначимо загальну висоту контакту заготовки із валком (див. рис. 3.13а):

$$\Sigma h' = 2 \cdot R_a \cdot \sin^2 \left( \frac{\theta + \Delta\theta}{2} \right). \quad (3.42)$$

У цій кут  $\theta$  формулі визначається наступним чином

$$\theta = 2 \cdot \arcsin \sqrt{\frac{h'}{2R_a}}. \quad (3.43)$$

Так вісь обертання знаходиться під кутом  $\alpha$  до осі заготовки, то

$$\begin{aligned} h' &= \frac{h}{\sin \alpha}; \\ R_a &= t \cdot \cos \alpha. \end{aligned} \quad (3.44)$$

Тоді параметричне рівняння поверхні, яка описує максимальну висоту пластичної хвилі запишемо у вигляді

$$\begin{cases} z = \Sigma h'(t) \cdot \sin \alpha; \\ x = t + \delta - \Sigma h'(t) \cdot \cos \alpha. \end{cases} \quad (3.45)$$

Рівняння контуру переднього фронту контакту заготовки із інструментом подамо, як перетин поверхні (3.45) із поверхнею інструменту (3.14), попередньо виразивши рівняння поверхні (3.45) у вигляді  $z = q(x)$

$$\begin{cases} ((x - \delta) \cdot \cos \alpha - z \cdot \sin \alpha)^2 + y^2 - \frac{((x - \delta) \cdot \sin \alpha + z \cdot \cos \alpha)^2}{\operatorname{tg}^2 \alpha} = 0; \\ z = q(x). \end{cases} \quad (3.46)$$

Аналітичний вираз  $q(x)$  отримати не вдалось, тому  $q(x)$  знаходили чисельним розв'язуванням другого рівняння системи (3.45) відносно  $t$  і підстановкою у перше рівняння. Загальний вигляд кривої, яка описується рівнянням (3.45), у порівнянні із поверхнею заготовки без утворення хвилі показано на рис. 3.14. На рис. 3.15 показано взаємне положення поверхонь інструменту, нездеформованої заготовки ( $z = h$ ) та найвищого положення гребінця хвилі ( $z = q(x)$ ).

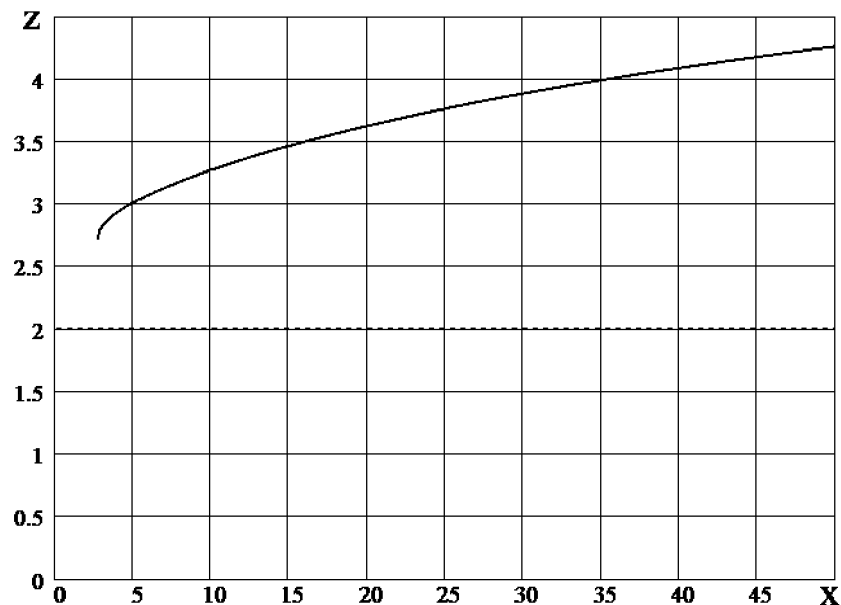


Рис. 3.14. Криві, що описують найвище положення гребінця пластичної хвилі (суцільна лінія) та положення нездеформованої частини заготовки без утворення хвилі (штрихова лінія)

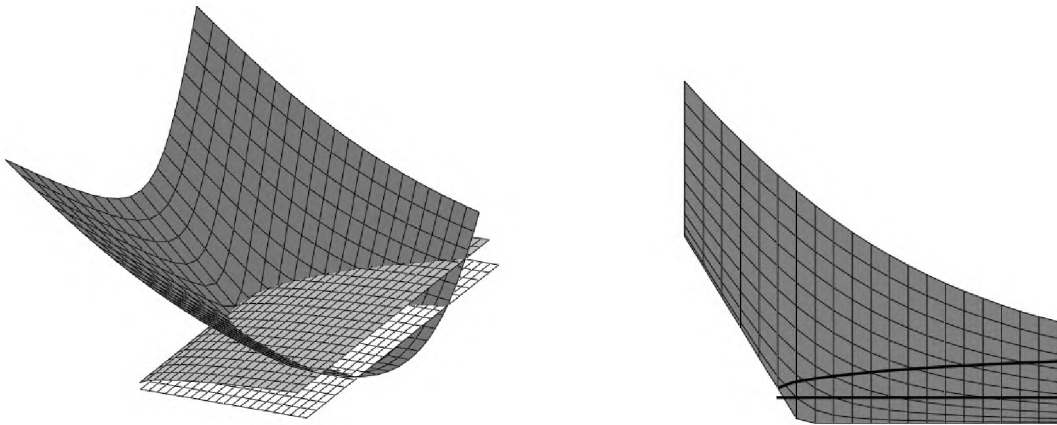


Рис. 3.15. Взаємне розташування поверхонь інструменту, нездеформованої заготовки та найвищого положення гребінця хвилі

Проекція на площину  $Oxy$  контуру переднього фронту запишеться у вигляді

$$y = \sqrt{\frac{\left( (x - \delta) \cdot \sin \alpha + q(x) \cdot \cos \alpha \right)^2}{\operatorname{tg}^2 \alpha} - \left( (x - \delta) \cdot \cos \alpha - q(x) \cdot \sin \alpha \right)^2}. \quad (3.47)$$

Тоді площа контакту для суцільних заготовок розраховується за формулою (див. рис. 3.16):

$$F_{\hat{e}} = \int_{x_A}^{x_C} \sqrt{\frac{\left( (x - \delta) \cdot \sin \alpha + q(x) \cdot \cos \alpha \right)^2}{\operatorname{tg}^2 \alpha} - \left( (x - \delta) \cdot \cos \alpha - q(x) \cdot \sin \alpha \right)^2} dx + \int_{x_C}^{x_E} \sqrt{R^2 - x^2} dx, \quad (3.48)$$

де  $x_A, x_C, x_E$  знаходимо розв'язавши рівняння

$$\frac{\left((x_A - \delta) \cdot \sin \alpha + q(x_A) \cdot \cos \alpha\right)^2}{\operatorname{tg}^2 \alpha} - \left((x_A - \delta) \cdot \cos \alpha - q(x_A) \cdot \sin \alpha\right)^2 = 0;$$

$$\frac{\left((x_C - \delta) \cdot \sin \alpha + q(x_C) \cdot \cos \alpha\right)^2}{\operatorname{tg}^2 \alpha} - \left((x_C - \delta) \cdot \cos \alpha - q(x_C) \cdot \sin \alpha\right)^2 = R^2 - x_C^2; \quad (3.49)$$

$$x_E = R.$$

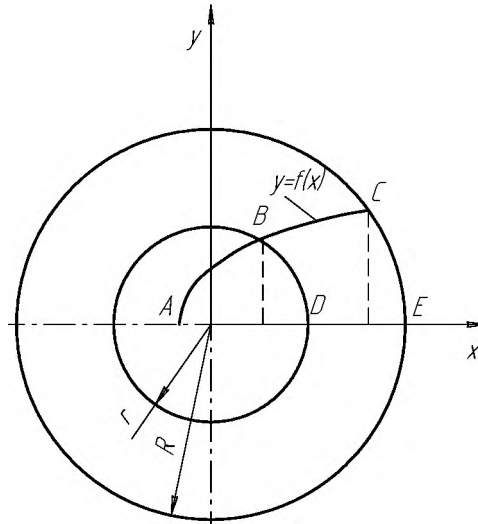


Рис. 3.16. До визначення площі контакту інструменту із заготовкою із врахуванням утворення пластичної хвилі

Площу контакту для кільцевих заготовок знайдемо із виразу

$$F_{\hat{e}} = \int_{x_B}^{x_C} \sqrt{\frac{\left((x - \delta) \cdot \sin \alpha + q(x) \cdot \cos \alpha\right)^2}{\operatorname{tg}^2 \alpha} - \left((x - \delta) \cdot \cos \alpha - q(x) \cdot \sin \alpha\right)^2} dx + \quad (3.50)$$

$$+ \int_{x_C}^{x_E} \sqrt{R^2 - x^2} dx - \int_{x_B}^{x_D} \sqrt{r^2 - x^2} dx,$$

де  $x_C$  та  $x_E$  знаходимо із (3.49), а  $x_B$  та  $x_D$  розв'язавши рівняння

$$\frac{\left((x_B - \delta) \cdot \sin \alpha + q(x_B) \cdot \cos \alpha\right)^2}{\operatorname{tg}^2 \alpha} - \left((x_B - \delta) \cdot \cos \alpha - q(x_B) \cdot \sin \alpha\right)^2 = r^2 - x_B^2; \quad (3.51)$$

$$x_D = r.$$

Для розрахунку площі контакту інструменту із заготовкою за формулами (3.31), (3.32), (3.48) та (3.50) складено програму у математичному додатку MathCad 2001 (додаток Д).

Загальний вигляд проекції переднього фронту на горизонтальну площину при врахуванні та без врахування утворення пластичної хвилі показано на рис. 3.17. Це є граничні значення проекцій переднього фронту. Упродовж майже усього процесу деформування дана крива займає проміжне положення. Але для розрахунку необхідного для деформування осьового зусилля, тобто фактично для розрахунку силових параметрів обладнання, необхідно використовувати формули (3.48) та (3.51), особливо коли проектується процес закритого холодного торцевого розкочування, де потрібно досягти повного заповнення матриці металом.

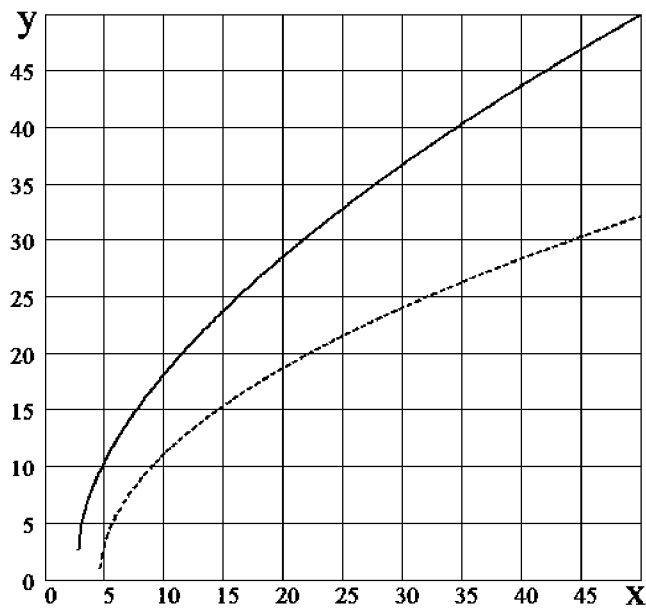


Рис. 3.17. Проекції переднього фронту на горизонтальну площину при врахуванні (суцільна лінія) та без врахування (штрихова лінія) утворення пластичної хвилі

Якщо розрахувати коефіцієнт зменшення площі контакту  $\lambda$  під час холодного торцевого розкочування суцільних заготовок із нульовим

зміщенням, тобто підставити вираз (3.48) при  $\delta = 0$  у (3.29), то отримане співвідношення добре апроксимується степеневою функцією (рис. 3.18)

$$\lambda = (2,215 \cdot \mu^2 + 0,831 \cdot \mu + 0,486) \cdot Q^{0,452 \cdot \mu^2 - 0,699 \cdot \mu + 0,531}. \quad (3.52)$$

При ротаційному штампуванні кільцевих заготовок коефіцієнт зменшення площі контакту  $\lambda$  із врахуванням утворення пластичної хвилі розраховується за формулою

$$\lambda = \frac{\lambda_2 \cdot R^2 - \lambda_1 \cdot r^2}{R^2 - r^2}, \quad (3.53)$$

де  $\lambda_1$  та  $\lambda_2$  розраховуються за формулою (3.52) при  $Q = Q(R)$  та  $Q = Q(r)$  відповідно.

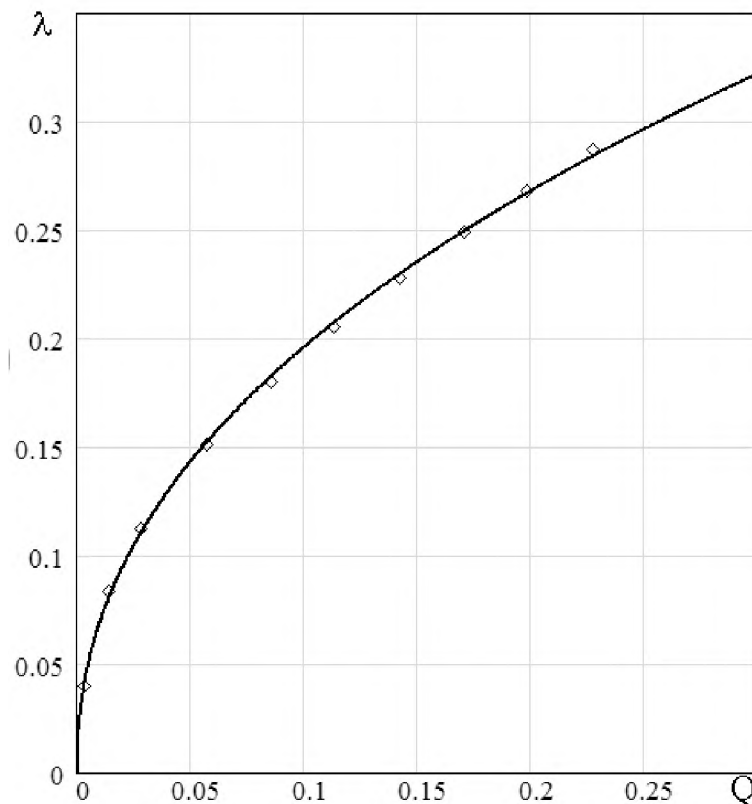


Рис. 3.18. Розрахунок коефіцієнта зменшення площі контакту за (3.48) (точки) та його апроксимація виразом (3.52) (суцільна лінія) при  $\mu = 0.1$

### 3.4. Згинання смуги змінного перерізу

#### 3.4.1. Напружено-деформований стан заготовки під час згинання широкої смуги із врахування зміцнення

Основними вихідними рівняннями, що використовуються для пошуку поля напружень, є рівняння рівноваги. У загальному випадку рівняння рівноваги утворюють систему трьох диференціальних рівнянь із шістьма невідомими. Ці рівняння можуть бути складені для прямокутної, циліндричної та сферичної системи координат. Вибір системи координат визначається характером деформування заготовки та можливістю отримати максимально прості аналітичні залежності.

Для спрощення розв'язків, що пов'язані із аналізом процесу деформування, бажано, без особливого впливу на точність розв'язків, спростити вихідні рівняння рівноваги та зменшити кількість невідомих, що входять у ці рівняння.

Можливість використання спрощених рівнянь рівноваги повинна бути обґрунтована при розгляді кожної конкретної операції листового штампування. Однак для окремих груп операцій листового штампування можна використовувати однакові наближені рівняння рівноваги. Ця можливість обумовлюється схожістю розмірних характеристик осередку деформації та характеру прикладення зовнішніх сил.

Загальне рівняння рівноваги елемента заготовки постійної товщини, що виділений у просторовій ділянці осередку деформації, при вісесиметричному деформуванні заготовки із врахуванням сил тертя на контактні поверхні [53,125]

$$\rho \frac{d\sigma_\rho}{d\rho} + \sigma_\rho - \sigma_\theta - \frac{\mu\rho}{\sin\alpha} \left( \frac{\sigma_\rho}{R_\rho} + \frac{\sigma_\theta}{R_\theta} \right) = 0, \quad (3.54)$$

де  $\sigma_\rho$  - меридіональне напруження;  $\sigma_\theta$  - широтне напруження;  $\mu$  - коефіцієнт тертя;  $\rho$  - відстань від осі симетрії;  $R_\rho, R_\theta$  - радіуси кривизни у меридіональному та широтному перерізах.

В ідеальних умовах, коли тертя відсутнє, рівняння (3.54) приймає вигляд

$$\rho \frac{d\sigma_\rho}{d\rho} + \sigma_\rho - \sigma_\theta = 0. \quad (3.55)$$

Якщо вісесиметрична оболонка має змінну товщину вздовж твірної, то можна знайти загальне рівняння рівноваги і для цього випадку [125]

$$\rho \frac{d\sigma_\rho}{d\rho} + \sigma_\rho \left( 1 + \frac{\rho ds}{s d\rho} \right) - \sigma_\theta - \frac{\mu\rho}{\sin\alpha} \left( \frac{\sigma_\rho}{R_\rho} + \frac{\sigma_\theta}{R_\theta} \right) = 0. \quad (3.56)$$

У всіх рівняннях рівноваги для плоского напруженого стану при листовому штампуванні є два невідомих напруження  $\sigma_\rho$  та  $\sigma_\theta$ . Для їх знаходження необхідно мати друге рівняння, яке доповнюється умовою пластичності.

Умови пластичності встановлюють співвідношення між напруженнями, при яких метал переходить з пружного стану в пластичний, тому ці умови також називають граничним станом тіла. Найбільше поширення у листовому штампуванні отримали теорії максимальних дотичних напружень та енергетична.

Згідно першої теорії пластичний стан тіла настає та підтримується тоді, коли одне з головних напружень  $\tau_{\max}$  досягає певної величини, що дорівнює половині напруження текучості  $\sigma_s$  металу

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_s}{2} \rightarrow \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_s. \quad (3.57)$$



де  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  - головні нормальні напруження.

Ця умова пластичності використовується лише для плоского напруженого стану, так як у ньому не враховується вплив середнього по величині напруження.

Друга теорія (енергетична) – умова сталості питомої енергії зміни форми. Згідно цієї теорії вважається, що для переходу металу у пластичний стан необхідно накопичити у одиниці об'єму речовини деяку постійну кількість потенційної енергії незалежно від схеми напруженого стану. Ця умова у загальному випадку записується у вигляді

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \sigma_s, \quad (3.58)$$

При сумісному розв'язанні рівнянь рівноваги та рівнянь пластичності (3.58) в окремих випадках виникають значні математичні труднощі через нелінійний зв'язок головних нормальних напружень із напруженням текучості. Для спрощення розв'язання можна використовувати рівняння пластичності по енергетичній теорії у вигляді

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \beta \sigma_s, \quad (3.59)$$

де  $\sigma_1$  та  $\sigma_3$  - граничні головні напруження;  $\beta$  - коефіцієнт, що враховує вплив середнього головного напруження.

При неоднорідному полі напружень в осередку деформації коефіцієнт  $\beta$  є функцією координат. Однак, припускаючи при розв'язанні задач невелику похибку, можна прийняти величину  $\beta$  постійною та середньою для усього осередку деформації.

Для операцій листового штампування характерно, що поле напружень та деформацій неоднорідно. Різні точки осередку деформації отримують різні деформації, а в умовах холодної деформації – і різне зміцнення. У цьому випадку напруження текучості є функцією координат і при сумісному розв'язанні рівнянь рівноваги та рівняння пластичності у останньому напруження текучості слід вважати змінним і таким, що залежить від координат даного елемента осередку деформації.

Для отримання розв'язків, що дають аналітичний вираз поля напружень із врахуванням зміцнення, необхідно у першу чергу мати аналітичний вираз кривої зміцнення (залежності напруження текучості від деформації). Використання кривої зміцнення в координатах  $\sigma_s - \varepsilon_i$  при аналізі операцій обробки металів тиском призводить до великих математичних труднощів, навіть якщо залежність напруження текучості від інтенсивності деформацій задана простою аналітичною функцією. Ці труднощі обумовлені складним функціональним зв'язком деформацій між собою.

Лише при плоскій деформації (одна з головних деформацій дорівнює нулю, а дві інші рівні між собою і протилежні по знаку) чи при лінійній схемі напруженого стану (дві головні деформації рівні між собою, а в сумі дорівнюють третій деформації із оберненим знаком) співвідношення між деформаціями достатньо прості, що дещо спрощує використання кривої зміцнення в координатах  $\sigma_s - \varepsilon_i$ .

Більш прості, хоча і менш точні, розв'язки можуть бути отримані при використанні кривих зміцнення в координатах напруження текучості – максимальна по модулю деформація. У цьому випадку для пошуку напруження текучості у будь-якій точці осередку деформації необхідно знати лише одну максимальну деформацію, величина якої, як функція координат елементів заготовки, може бути порівняно просто розрахована.

Криві зміцнення, як характеристику даного металу у його певному стані, здебільшого отримують на основі спеціально проведених випробовувань, у

яких схема напруженого стану повинна бути близькою до лінійної чи плоскої, а поле напружень – однорідним.

Використання експериментальних кривих зміцнення при аналізі процесу деформування обов'язково призводить до необхідності чисельного інтегрування.

Прагнення отримати розв'язок у вигляді формул вимагає апроксимації експериментальних кривих деякими функціональними залежностями. Криві зміцнення можна апроксимувати різними функціями, однак бажано, щоб вони були по можливості простими.

Як показано багатьма дослідниками [53,125], достатньо високу точність апроксимації дійсної кривої зміцнення дає степенева залежність вигляду

$$\sigma_s = A \cdot \varepsilon_i^n, \quad (3.60)$$

де  $A$  та  $n$  - коефіцієнти, що шукаються по експериментальній кривій зміцнення;  $\varepsilon$  - поточне значення максимальної по модулю деформації.

Недоліком степеневої функції (3.60) є те що вона не показує наявності границі текучості, а дає плавне зменшення напруження текучості до нуля при прагненні деформації до нуля. Тому більш вірогідне використання для кривих зміцнення виразу типу

$$\sigma_s = \sigma_\delta + A\varepsilon_i^n, \quad (3.61)$$

де  $\sigma_\delta$  - границя текучості.

Отже, при прямуванні деформації до нуля напруження текучості стає рівним межі текучості.

У ряді випадків степенева апроксимація кривої зміцнення призводить до складних диференціальних рівнянь, інтегрування яких має великі труднощі.

Для спрощення рішення можна скористатися ще більш простою, хоча і менш точною, лінійною апроксимацією кривої зміцнення

$$\sigma_s = \sigma_m + \dot{I} \cdot \varepsilon_i. \quad (3.62)$$

Дослідимо напружено-деформований стан при згинанні смуги поперечною силою  $P$  із врахуванням зміцнення. При згинанні поперечною силою  $P$  на заготовку діють не лише момент  $M$ , але й перерізуючі сили  $Q$ , що викликають появу дотичних напружень у радіальних напрямках. Але впливом дотичних напружень на процес деформування у силу їх малості можна знехтувати [53,125]. Замінімо дію поперечної сили моментом  $M$ .

Напружений стан елемента зони у зоні згинання об'ємний, деформований – плоский ( $\varepsilon_z = 0$ ) (рис. 3.19) [125]. Рівняння рівноваги, якщо знехтувати тертям запишемо у вигляді

$$\rho \frac{d\sigma_\rho}{d\rho} + \sigma_\rho - \sigma_\theta = 0.$$

Маємо рівняння із двома невідомими. Доповнимо дане рівняння енергетичною умовою пластичності (3.58).

При плоскій деформації

$$\sigma_z = \frac{\sigma_\rho + \sigma_\theta}{2}. \quad (3.63)$$

Тоді із врахуванням (3.63) умова пластичності (3.58) запишеться у вигляді

$$\sigma_\rho - \sigma_\theta = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_s. \quad (3.64)$$

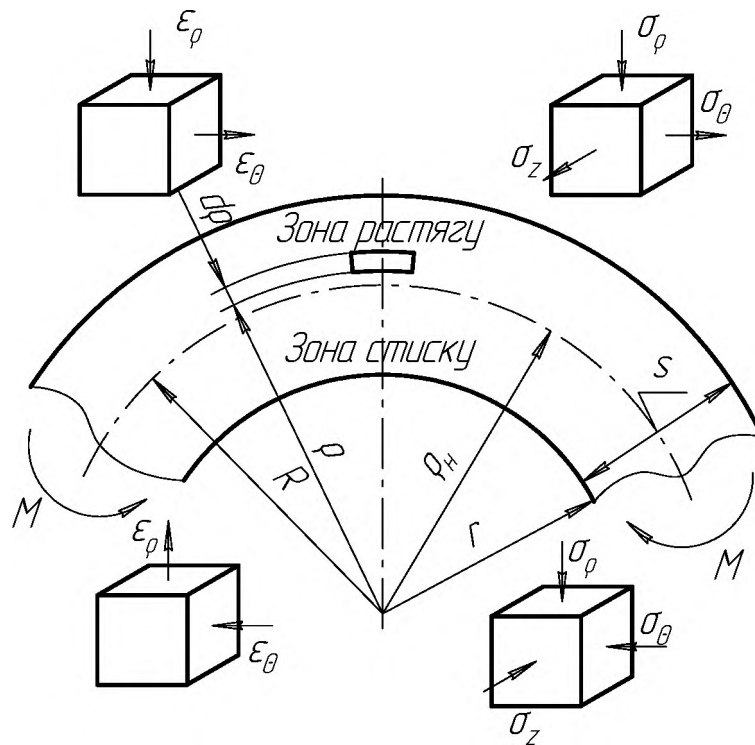


Рис. 3.19. Схема напружено-деформованого стану металу при згинанні широкої смуги

Криву зміцнення подано у вигляді степеневої апроксимації (3.61).

Для випадку плоского деформованого стану

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\theta} &= -\varepsilon_{\rho}; \\ \varepsilon_z &= 0.\end{aligned}\tag{3.65}$$

Тоді

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_{\theta} - \varepsilon_{\rho})^2 + (\varepsilon_{\rho} - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_{\theta})^2} = \frac{2}{\sqrt{3}} \varepsilon_{\theta}.\tag{3.66}$$

Як видно з рис. 3.19

$$\varepsilon_{\theta} = \frac{l - l_i}{l_i} = \frac{\rho}{\rho_i} - 1. \quad (3.67)$$

Враховуючи, що

$$\ln(x) = \ln(1 + (x - 1)) \approx x - 1$$

запишемо

$$\varepsilon_{\theta} \approx \ln\left(\frac{\rho}{\rho_i}\right). \quad (3.68)$$

Для зони розтягу (зовнішні волокна) для визначення розподілення напружень отримаємо наступні рівняння:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \cdot \frac{\sigma_{\rho}}{d\rho} + \sigma_{\rho} - \sigma_{\theta} = 0; \\ \sigma_{\rho}(R) = 0; \\ \sigma_{\theta} - \sigma_{\rho} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_s; \\ \sigma_z = \frac{\sigma_{\rho} + \sigma_{\theta}}{2}; \\ \sigma_s = \sigma_{\delta} + A\varepsilon_i^n; \\ \varepsilon_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \ln \frac{\rho}{\rho_i}. \end{array} \right. \quad (3.69)$$

Для зони стискання (внутрішні волокна)

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \cdot \frac{\sigma_\rho}{d\rho} + \sigma_\rho - \sigma_\theta = 0; \\ \sigma_\rho(r) = 0; \\ \sigma_\rho - \sigma_\theta = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_s; \\ \sigma_z = \frac{\sigma_\rho + \sigma_\theta}{2}; \\ \sigma_s = \sigma_\delta + A\varepsilon_i^n; \\ \varepsilon_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \ln \frac{\rho_i}{\rho}. \end{array} \right. \quad (3.70)$$

Розв'язавши систему рівнянь (3.70) та (3.69), знайдемо розподілення напружень по товщині заготовки із врахуванням зміцнення:

для зони розтягу

$$\sigma_\rho = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \left[ \sigma_\delta \cdot \ln \left( \frac{\rho}{R} \right) + \frac{2^n}{\sqrt{3}^n} \cdot \frac{A}{n+1} \left[ \left( \ln \frac{\rho}{\rho_i} \right)^{n+1} - \left( \ln \frac{R}{\rho_i} \right)^{n+1} \right] \right]; \quad (3.71)$$

$$\sigma_\theta = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \left[ \sigma_\delta + A \cdot \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \ln \frac{\rho}{\rho_i} \right)^n + \sigma_\delta \cdot \ln \frac{\rho}{R} + \frac{2^n}{\sqrt{3}^n} \cdot \frac{A}{n+1} \cdot \left[ \left( \ln \frac{\rho}{\rho_i} \right)^{n+1} - \left( \ln \frac{R}{\rho_i} \right)^{n+1} \right] \right]; \quad (3.72)$$

$$\sigma_z = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot \left[ \sigma_\delta + A \cdot \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \ln \frac{\rho}{\rho_i} \right)^n \right] + \sigma_\delta \cdot \ln \frac{\rho}{R} + \frac{2^n}{\sqrt{3}^n} \cdot \frac{A}{n+1} \cdot \left[ \left( \ln \frac{\rho}{\rho_i} \right)^{n+1} - \left( \ln \frac{R}{\rho_i} \right)^{n+1} \right] \right]; \quad (3.73)$$

для зони стиску

$$\sigma_\rho = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \left[ \sigma_\delta \cdot \ln \left( \frac{r}{\rho} \right) + \frac{2^n}{\sqrt{3}^n} \cdot \frac{A}{n+1} \left[ \left( \ln \frac{\rho_i}{\rho} \right)^{n+1} - \left( \ln \frac{\rho_i}{r} \right)^{n+1} \right] \right]; \quad (3.74)$$

$$\sigma_\theta = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \left[ -\sigma_\delta - A \cdot \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \ln \frac{\rho_i}{\rho} \right)^n + \sigma_\delta \cdot \ln \frac{r}{\rho} + \frac{2^n}{\sqrt{3}^n} \cdot \frac{A}{n+1} \cdot \left[ \left( \ln \frac{\rho_i}{\rho} \right)^{n+1} - \left( \ln \frac{\rho_i}{r} \right)^{n+1} \right] \right]; \quad (3.75)$$

$$\sigma_z = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \left[ -\frac{1}{2} \cdot \left[ \sigma_\delta + A \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \ln \frac{\rho_i}{\rho} \right)^n \right] + \sigma_\delta \cdot \ln \frac{r}{\rho} + \frac{2^n}{\sqrt{3^n}} \cdot \frac{A}{n+1} \cdot \left[ \left( \ln \frac{\rho_i}{\rho} \right)^{n+1} - \left( \ln \frac{\rho_i}{r} \right)^{n+1} \right] \right]. \quad (3.76)$$

З формул (3.71) та (3.74) видно, що напруження  $\sigma_\rho$  зростають по абсолютній величині по мірі прямування від поверхні заготовки у її товщину.

На нейтральній поверхні при  $\rho = \rho_i$  напруження  $\sigma_\rho$ , що визначаються для зон стиску та розтягу, рівні між собою. Якщо прирівняти ці напруження між собою отримаємо

$$\sigma_\delta \cdot \ln \left( \frac{\rho_i^2}{R \cdot r} \right) + \frac{2^n}{\sqrt{3^n}} \cdot \frac{A}{n+1} \left[ \left( \ln \frac{\rho_i}{r} \right)^{n+1} - \left( \ln \frac{R}{\rho_i} \right)^{n+1} \right] = 0. \quad (3.77)$$

З цього виразу можна отримати формулу для визначення радіуса нейтральної поверхні

$$\rho_i = \sqrt{R \cdot r}. \quad (3.78)$$

яка перетворює і перший і другий доданки виразу (3.77) у нулі.

Вираз (3.78) є аналогічним виразу, що отриманий Е. А. Поповим [125] для визначення радіуса нейтральної поверхні без врахування зміцнення та И. П. Ренне [129] для визначення радіуса нейтральної поверхні, коли враховувалось зміцнення лінійною залежністю напруження текучості від відносної деформації. Отже, можна зробити висновок, що радіус нейтральної поверхні не залежить від зміцнення.

Якщо  $r/s \ll 1$ , то можна прийняти

$$\rho_i = \sqrt{r \cdot R} = \sqrt{r \cdot (r + s)} = \sqrt{r^2 + rs} \approx \sqrt{r^2 + rs + \frac{s^2}{4}} = r + \frac{s}{2} = \frac{r + R}{2}, \quad (3.79)$$



тобто радіус нейтральної поверхні дорівнюватиме радіусу серединної поверхні.

Розподілення напружень по товщині заготовки розраховано за формулами (3.71) та (3.74) показано на рис. 3.20.

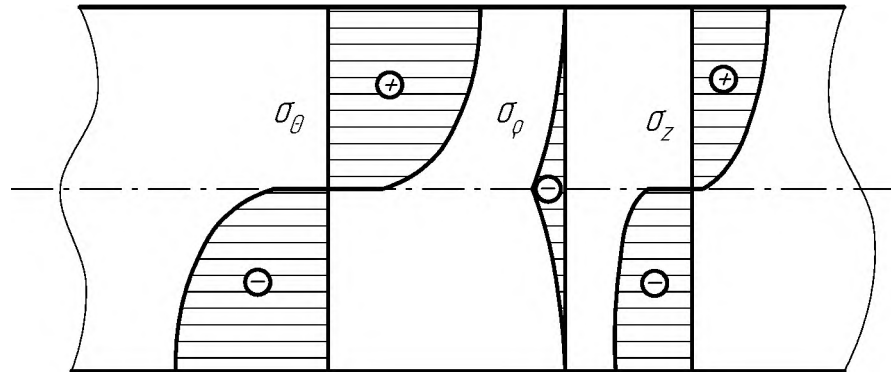


Рис. 3.20. Епюри напружень при згинанні із врахуванням зміцнення

### 3.4.2. Згинання смуги матрицею і пуансоном, які мають радіуси заокруглень, що співрозмірні із відстанню між ними

Смуга 1 (рис. 3.21) товщиною  $s$  притиснена прижимом 2 до матриці 3. На вільний кінець смуги із зусиллям  $P$  діє пуансон 4. Виберемо декартову систему координат. Нехай поверхня матриці у вибраній системі координат описується рівнянням

$$m = m(x), \quad (3.80)$$

а поверхня пуансона

$$p = p(x). \quad (3.81)$$

Смуга має змінні товщину та ширину. Залежність товщини  $s$  та ширини  $b$  заготовки від координати  $x$  запишемо у вигляді

$$s = s(x); \quad (3.82)$$

$$b = b(x). \quad (3.83)$$

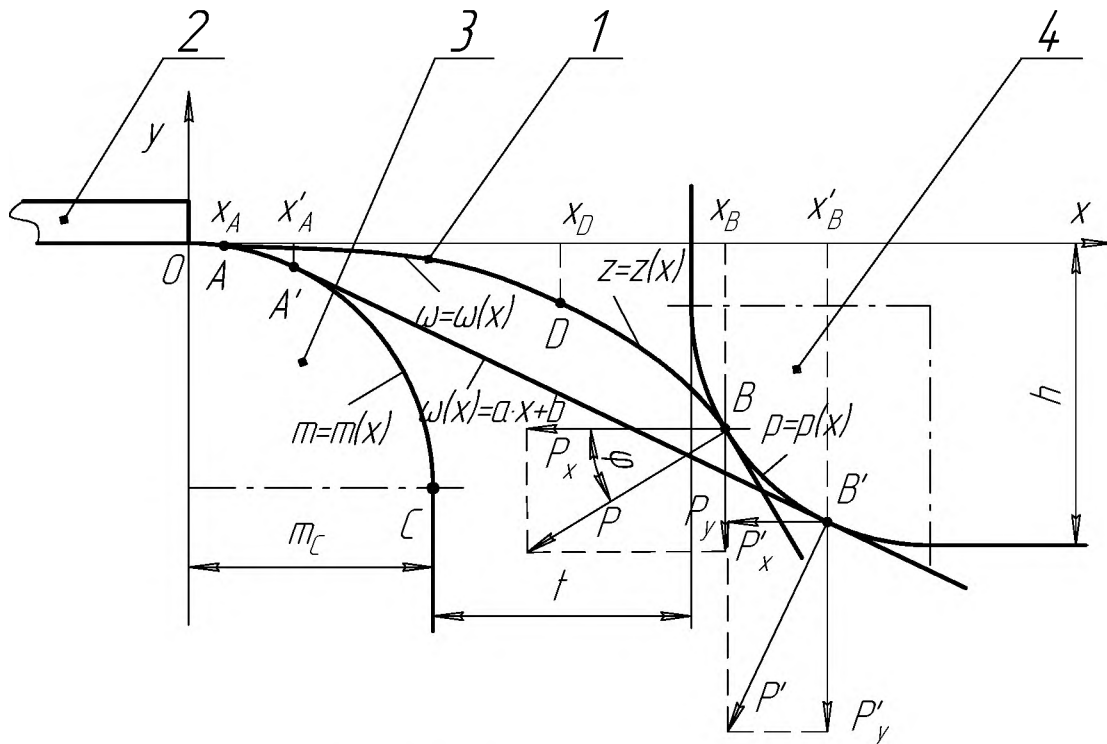


Рис. 3.21. Розрахункова схема

Знаючи розподілення напружень по товщині заготовки, можна визначити величину згинального моменту, що необхідний для здійснення згинання на необхідний радіус.

Згідно (3.57)

$$\sigma_{\theta} - \sigma_{\rho} = \sigma_s, \quad (3.84)$$

З попереднього розділу можна зробити висновок, що радіальні напруження при  $r \gg s$  за абсолютним значенням значно менші за тангенціальні. Якщо знехтувати впливом радіальних напружень можна розглядати напружений стан у товщині заготовки як лінійний і умову початку ділянки текучості записати у вигляді

$$\sigma_{\theta} = \sigma_{\delta}. \quad (3.85)$$

Частину смуги, що згинається, можна розділити на дві ділянки. На першій ділянці напружено-деформований стан смуги пружно-пластичний, на другій – пружний. Точка  $D$  є границею між цими двома ділянками.

Розподілення тангенційних напружень без врахування зміцнення по товщині заготовки на ділянці  $AD$ , де смуга має пластичні деформації, представлено на рис. 3.22.

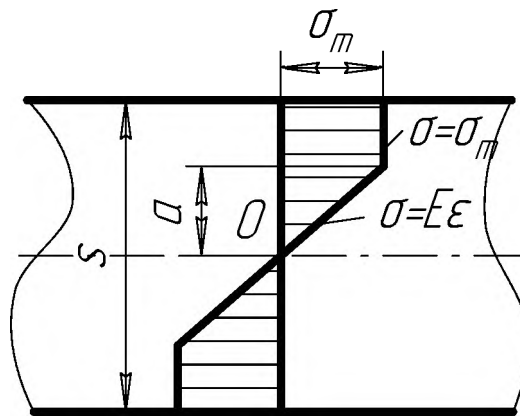


Рис. 3.22. Розподілення тангенційних напружень на ділянці пружно-пластичних деформацій

Знайдемо момент, що створюється тангенціальними напруженнями відносно точки  $O$ :

$$\frac{M}{b(x)} = 2 \cdot \int_0^{s(x)/2} \sigma \delta \cdot d\delta = 2 \cdot \left[ \int_0^a \epsilon E \delta \cdot d\delta + \int_a^{s(x)/2} \sigma_{\delta} \delta \cdot d\delta \right]. \quad (3.86)$$

Легко показати, що

$$\epsilon = \frac{\delta}{\rho_{\text{п}\delta}}; \quad (3.87)$$

$$a = \frac{\sigma_{\dot{\delta}} \cdot \rho_{\ddot{\delta}}}{E}. \quad (3.88)$$

Тоді

$$M = b(x) \cdot \left[ \frac{\sigma_{\dot{\delta}} \cdot s(x)^2}{4} - \frac{\sigma_{\dot{\delta}}^3 \cdot \rho_{\ddot{\delta}}^2}{3 \cdot E^2} \right]. \quad (3.89)$$

Аналогічну формулу отримано Е. А. Поповим [125] дещо іншим шляхом.

У точці  $A$

$$\rho_{\ddot{\delta}} = R_M(x_A) = \frac{\left[ 1 + \left( \frac{dm(x_A)}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2 m(x_A)}{dx^2}}, \quad (3.90)$$

тоді з формули (3.89) момент, який необхідний для згинання смуги по радіусу матриці обчислюється за формулою

$$M_A = b(x_A) \cdot \left[ \frac{\sigma_{\dot{\delta}} \cdot s(x_A)^2}{4} - \frac{\sigma_{\dot{\delta}}^3 \cdot R_M(x_A)^2}{3 \cdot E^2} \right]. \quad (3.91)$$

Загальний момент створюється двома складовими повного зусилля  $P$ .

Осьова складова створює момент

$$M_1 = P_y \cdot (x_B - x_A). \quad (3.92)$$

Поперечна складова зусилля  $P$  створює момент

$$M_2 = P_x \cdot (m(x_A) - p(x_B)) \quad (3.93)$$

Враховуючи, що

$$P_x = \frac{P_y}{\operatorname{tg}\varphi} = -P_y \cdot \frac{dp(x_B)}{dx}, \quad (3.94)$$

осьове зусилля, яке забезпечує момент, що достатній для виникнення пластичних деформацій та згинання смуги на радіус  $R_M(x_A)$ , обчислюється за формулою

$$P_y = \frac{M_A}{x_B - x_A - \frac{dp(x_B)}{dx} (m(x_A) - p(x_B))}. \quad (3.95)$$

Для того, щоб визначити координати точок  $A$  та  $B$ , необхідно знати рівняння вигнутої осі смуги  $\omega = \omega(x)$ . З формули (3.89)

$$\rho_{\text{н}} = \frac{\sqrt{3} \cdot E}{2 \cdot b(x) \cdot \sigma_0^2} \cdot \sqrt{b(x) \cdot \sigma_0 \cdot (s(x)^2 \cdot \sigma_0 \cdot b(x) - 4 \cdot M(x))}. \quad (3.96)$$

Із вищої математики відомо, що

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\frac{d^2\omega}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{d\omega}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}. \quad (3.97)$$

Тоді диференціальне рівняння зігнутої осі смуги при пружно-пластичних деформаціях запишемо у вигляді

$$\frac{\frac{d^2\omega}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{d\omega}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = - \frac{2 \cdot b(x) \cdot \sigma_\delta^2}{\sqrt{3} \cdot E \cdot \sqrt{b(x) \cdot \sigma_\delta \cdot [s(x)^2 \cdot \sigma_\delta \cdot b(x) - 4 \cdot M_{i\bar{e}}(x)]}}, \quad (3.98)$$

де  $M_{i\bar{e}}(x)$  - згинальний момент, який діє у перерізі із координатою  $x$ , що належить ділянці пружно-пластичних деформацій, і обчислюється за формулою

$$M_{i\bar{e}}(x) = P_y \cdot \left( x_B - x - \frac{dp(x_B)}{dx} (\omega(x) - p(x_B)) \right). \quad (3.99)$$

Підставивши (3.95) та (3.91) у (3.99) матимемо остаточний вираз для визначення згинального моменту  $M_{i\bar{e}}(x)$

$$M_{i\bar{e}}(x) = \frac{M_A}{x_B - x_A - \frac{dp(x_B)}{dx} (m(x_A) - p(x_B))} \cdot \left( x_B - x - \frac{dp(x_B)}{dx} (\omega(x) - p(x_B)) \right). \quad (3.100)$$

Отже, для визначення рівняння зігнутої осі смуги і визначення точок  $x_A$  та  $x_B$  (тобто плеча прикладення сили), матимемо нелінійне диференціальне рівняння другого порядку. Початкові умови для розв'язання задачі Коші представимо у вигляді

$$\begin{cases} \omega(x_A) = m(x_A); \\ \frac{d\omega}{dx}(x_A) = \frac{dm}{dx}(x_A). \end{cases} \quad (3.101)$$

При введенні початкових умов вважали, що відстань між пуансоном і матрицею  $t$  набагато більша за товщину  $s$ .

Після точки  $D$  до точки  $B$  смуга буде мати лише пружні деформації. Знайдемо координати точки  $D$ , де проходить границя між частиною смуги, що має пружно-пластичні деформації, та частиною смуги, де деформації лише пружні. Тіло переходить з пружно-пластичного у пружний стан, коли у формулі

$$(3.88) \quad a = \frac{s}{2}. \text{ Тоді}$$

$$\rho_{\tilde{\nu}\delta} = \frac{s \cdot E}{2 \cdot \sigma_{\delta}}. \quad (3.102)$$

Але згідно із (3.96) у точці  $D$  дорівнюватиме

$$\rho_{\tilde{\nu}\delta} = \frac{\sqrt{3} \cdot E}{2 \cdot b(x_D) \cdot \sigma_{\delta}^2} \cdot \sqrt{b(x_D) \cdot \sigma_{\delta} \cdot (s(x_D))^2 \cdot \sigma_{\delta} \cdot b(x_D) - 4 \cdot M_{i\bar{e}}(x_D)}. \quad (3.103)$$

Отже маємо одне рівняння із одним невідомим  $x_D$

$$\frac{s(x_D)}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot b(x_D) \cdot \sigma_{\delta}} \cdot \sqrt{b(x_D) \cdot \sigma_{\delta} \cdot (s(x_D))^2 \cdot \sigma_{\delta} \cdot b(x_D) - 4 \cdot M_{i\bar{e}}(x_D)}, \quad (3.104)$$

розв'язавши яке знаходимо координату точки  $D$ , в якій відбувається зміна напружено-деформованого стану смуги із пружно-пластичного у пружний.

Розподілення напружень у товщині смуги на ділянці  $DB$  зображено на рис. 3.23. Тоді диференційне рівняння осі смуги набуде вигляду [137]

$$\frac{\frac{d^2 z}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = -\frac{12 \cdot M_{\tau\delta}(x)}{E \cdot s(x)^3 \cdot b(x)}. \quad (3.105)$$

де  $M_{\tau\delta}(x)$  - згинальний момент, який діє у перерізі із координатою  $x$ , що належить ділянці пружних деформацій, і обчислюється за формулою

$$M_{\tau\delta}(x) = \frac{M_A}{x_B - x_A - \frac{dp(x_B)}{dx}(m(x_A) - p(x_B))} \cdot \left( x_B - x - \frac{dp(x_B)}{dx}(z(x) - p(x_B)) \right). \quad (3.106)$$

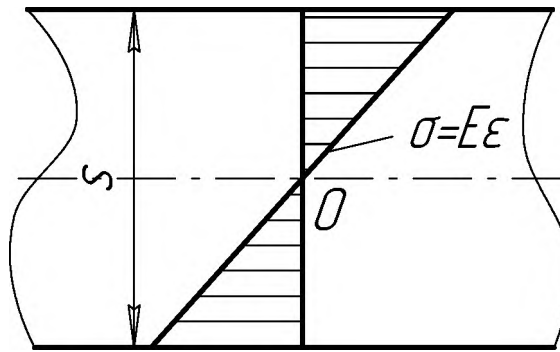


Рис. 3.23. Розподілення тангенційних напружень на ділянці пружних деформацій

Так як положення точки  $D$  визначається як рівнянням (3.98), так і рівнянням (3.105), то початкові умови запишемо у вигляді

$$\begin{cases} z(x_D) = \omega(x_D); \\ \frac{dz(x_D)}{dx} = \frac{d\omega(x_D)}{dx}. \end{cases} \quad (3.107)$$

Додатковими умовами для визначення невідомих параметрів  $x_A$  та  $x_B$  у рівняннях (3.98) та (3.105) слугуватимуть вирази



$$\begin{cases} z(x_B) = p(x_B); \\ \frac{dz}{dx}(x_B) = \frac{dp}{dx}(x_B). \end{cases} \quad (3.108)$$

Отже, маємо у загальному вигляді задачу на власні значення – систему двох диференціальних рівнянь другого порядку, у яких права частина залежить від параметрів  $x_A$  та  $x_B$ , значення яких невідомі і повинні бути визначені із самої задачі

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 \omega}{dx^2} = - \frac{2 \cdot b(x) \cdot \sigma_\delta^2}{\sqrt{3} \cdot E \cdot \sqrt{b(x) \cdot \sigma_\delta \cdot [s(x)^2 \cdot \sigma_\delta \cdot b(x) - 4 \cdot M_{i\ddot{e}}(x)]}}; \\ \omega(x_A) = m(x_A); \\ \frac{d\omega}{dx}(x_A) = \frac{dm}{dx}(x_A); \\ \frac{d^2 z}{dx^2} = - \frac{12 \cdot M_{i\delta}(x)}{E \cdot s(x)^3 \cdot b(x)}; \\ z(x_D) = \omega(x_D); \\ \frac{dz(x_D)}{dx} = \frac{d\omega(x_D)}{dx}; \\ z(x_B) = p(x_B); \\ \frac{dz}{dx}(x_B) = \frac{dp}{dx}(x_B). \end{array} \right. \quad (3.109)$$

Один з методів, за допомогою якого можна розв'язати дану задачу, є метод стрільби. Даний метод рекомендується застосовувати до задачі на власні розв'язки, яка містить один параметр. Ми ж маємо справу із двома параметрами. Тому для того, щоб можна було застосовувати метод стрільби,

необхідно провести оцінку інтервалів зміни параметрів. Параметр  $x_A$  належить інтервалу  $(0; x'_A)$ , а параметр  $x_B$  -  $(m_C + t; x'_B)$ . Точки  $x'_A$  та  $x'_B$  знайдемо, апроксимувавши рівняння осі смуги прямою лінією, тобто представити  $\omega(x) = a \cdot x + b$ . Тоді задача (3.109) запишеться у вигляді

$$\begin{cases} \omega(x) = a \cdot x + b; \\ \omega(x'_A) = m(x'_A); \\ \frac{d\omega}{dx}(x'_A) = \frac{dm}{dx}(x'_A); \\ \omega(x'_B) = p(x'_B); \\ \frac{d\omega}{dx}(x'_B) = \frac{dp}{dx}(x'_B). \end{cases} \quad (3.110)$$

Маємо систему 4-х нелінійних рівнянь із 4-ма невідомими, яку розв'язуємо відомими методами, наприклад методом Ньютона. Розв'язавши цю систему ми знайдемо точки  $x'_A$  та  $x'_B$ , які є правими границями інтервалів зміни параметрів  $x_A$  та  $x_B$ .

Алгоритм застосування методу стрільби для розв'язання задачі (3.109) наступний. Спочатку ми знаходимо інтервали зміни параметрів  $x_A$  та  $x_B$ , розв'язавши систему (3.110). Потім отримані інтервали ділимо на  $N$  проміжків. Знаходимо крок зміни параметрів

$$\begin{aligned} h_A &= \frac{x'_A - 0}{N}; \\ h_B &= \frac{x'_B - m_C - t}{N}. \end{aligned} \quad (3.111)$$

У циклі змінюємо параметр  $x_A$  від 0 до  $x'_A$  із кроком  $h_A$ . У вкладеному циклі змінюємо параметр  $x_B$  від  $m_C + t$  до  $x'_B$  із кроком  $h_B$ . На кожній ітерації

знаходимо рівняння осі смуги на ділянці  $AD$ , розв'язавши задачу Коші відомими методами, наприклад методом Рунге-Кутта,

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 \omega}{dx^2} = - \frac{2 \cdot b(x) \cdot \sigma_\delta^2}{\sqrt{3} \cdot E \cdot \sqrt{b(x) \cdot \sigma_\delta \cdot [s(x)^2 \cdot \sigma_\delta \cdot b(x) - 4 \cdot M_{r\delta}(x)]}}; \\ \left[ 1 + \left( \frac{d\omega}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} \\ \omega(x_A) = m(x_A); \\ \frac{d\omega}{dx}(x_A) = \frac{dm}{dx}(x_A). \end{array} \right. \quad (3.112)$$

Далі знаходимо координати точки  $D$  розв'язавши рівняння (3.104) відносно  $x_D$ . Потім знаходимо рівняння осі смуги на ділянці  $DB$ , розв'язавши наступну задачу Коші

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 z}{dx^2} = - \frac{12 \cdot M_{r\delta}(x)}{E \cdot s(x)^3 \cdot b(x)}; \\ \left[ 1 + \left( \frac{dz}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} \\ z(x_D) = \omega(x_D); \\ \frac{dz(x_D)}{dx} = \frac{d\omega(x_D)}{dx}. \end{array} \right. \quad (3.113)$$

Отримаємо  $N \times N$  розв'язків задачі Коші (3.113). Із цих розв'язків обираємо той, який найкраще відповідає додатковим умовам (3.108).

Нехай смуга має постійні товщину та ширину, тобто  $b(x) = const$  та  $s(x) = const$ ; радіуси заокруглень матриці та пуансона постійні і дорівнюють

$R_M$  та  $R_n$  відповідно. Отже, матимемо наступні рівняння у вибраній системі декартовій координат

$$\begin{aligned}
 b(x) &= b; \\
 s(x) &= s; \\
 m(x) &= \sqrt{R_M^2 - x^2} - R_M; \\
 p(x) &= -\sqrt{R_n^2 - (x - t - R_M - R_n)^2} - h + R_n.
 \end{aligned}
 \tag{3.114}$$

Тоді задача (3.109) набуде дещо спрощеного вигляду

$$\left\{ \begin{aligned}
 &\frac{d^2 \omega}{dx^2} = -\frac{2 \cdot b \cdot \sigma_\delta^2}{\sqrt{3} \cdot E \cdot \sqrt{b \cdot \sigma_\delta} \cdot [s^2 \cdot \sigma_\delta \cdot b - 4 \cdot M_{r\delta}(x)]}; \\
 &\left[ 1 + \left( \frac{d\omega}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} \\
 &\omega(x_A) = \sqrt{R_M^2 - x_A^2} - R_M; \\
 &\frac{d\omega}{dx}(x_A) = -\frac{x_A}{\sqrt{R_M^2 - x_A^2}}; \\
 &\frac{d^2 z}{dx^2} = -\frac{12 \cdot M_{r\delta}(x)}{E \cdot s^3 \cdot b}; \\
 &\left[ 1 + \left( \frac{dz}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} \\
 &z(x_D) = \omega(x_D); \\
 &\frac{dz(x_D)}{dx} = \frac{d\omega(x_D)}{dx}; \\
 &z(x_B) = -\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2} - h + R_n; \\
 &\frac{dz}{dx}(x_B) = \frac{x_B - t - R_M - R_n}{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}}.
 \end{aligned} \right.
 \tag{3.115}$$

Запропонований алгоритм розв'язання задачі (3.115) був реалізований у математичному додатку Maple 9 (додаток Е). Результати розрахунку приведено на рис. 3.24.

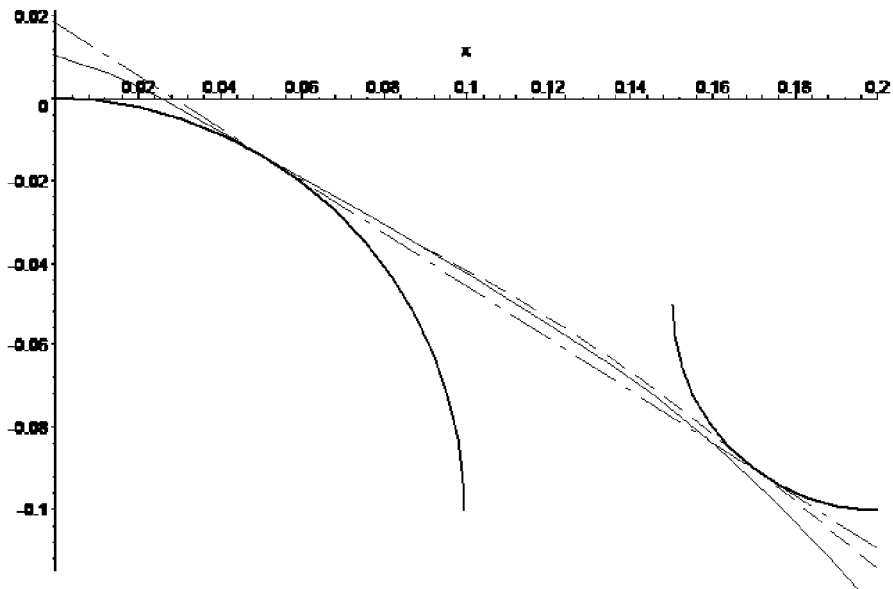


Рис. 3.24. Розрахунок положення нейтральної поверхні під час згинання: суцільна лінія – положення при пружно-пластичних деформаціях; штрихова лінія – положення при пружних деформаціях; штрих-пунктирна лінія – апроксимація нейтральної поверхні прямою

### 3.4.3. Визначення вигнутої осі смуги на початку процесу згинання

На початку процесу згинання точка дотику смуги до матриці знаходиться у місці виходу смуги з-під прижиму (рис. 3.31). Радіус заокруглення вигнутої осі смуги у цій точці більший за радіус матриці. Отже, фактично нам відома координата точки дотику смуги із матрицею  $x_A$  та напрям дотичної до вигнутої осі у цій точці. Але з'являється невідомий параметр  $R_A$ , який визначає радіус заокруглення вигнутої осі смуги у точці із координатою  $x_A$ . Тоді вираз для визначення моменту  $M_A$ , який необхідний для згинання смуги у точці із координатою  $x_A$  на радіус  $R_A$  запишеться у вигляді

$$M_A = b(x_A) \cdot \left[ \frac{\sigma_{\dot{o}} \cdot s(x_A)^2}{4} - \frac{\sigma_{\dot{o}}^3 \cdot R_A^2}{3 \cdot E^2} \right]. \quad (3.116)$$

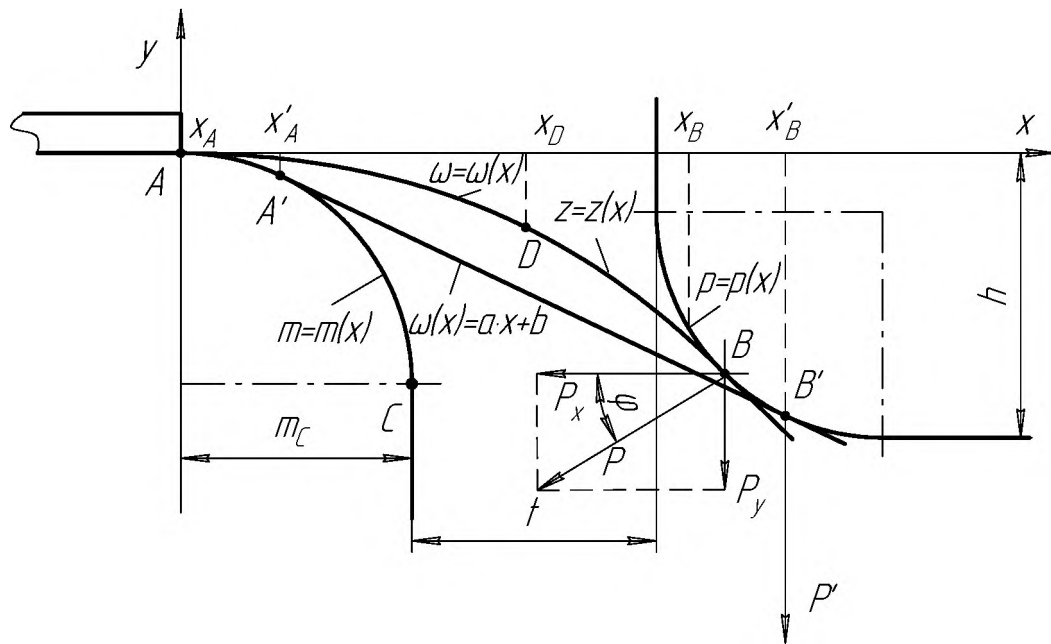


Рис. 3.25. Початок процесу згинання смуги

А формули для визначення моментів при пружно-пластичних деформаціях

$$M_{i\epsilon}(x) = \frac{b(x_A) \cdot \left[ \frac{\sigma_{\dot{o}} \cdot s(x_A)^2}{4} - \frac{\sigma_{\dot{o}}^3 \cdot R_A^2}{3 \cdot E^2} \right]}{x_B + \frac{dp(x_B)}{dx} \cdot p(x_B)} \cdot \left( x_B - x - \frac{dp(x_B)}{dx} (\omega(x) - p(x_B)) \right); \quad (3.117)$$

$$M_{i\sigma}(x) = \frac{b(x_A) \cdot \left[ \frac{\sigma_{\dot{o}} \cdot s(x_A)^2}{4} - \frac{\sigma_{\dot{o}}^3 \cdot R_A^2}{3 \cdot E^2} \right]}{x_B + \frac{dp(x_B)}{dx} \cdot p(x_B)} \cdot \left( x_B - x - \frac{dp(x_B)}{dx} (z(x) - p(x_B)) \right). \quad (3.118)$$

Отже, задача для визначення вигнутої осі смуги на початку процесу згинання запишеться у вигляді

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \frac{d^2 \omega}{dx^2} = - \frac{2 \cdot b(x) \cdot \sigma_\delta^2}{\sqrt{3} \cdot E \cdot \sqrt{b(x) \cdot \sigma_\delta \cdot [s(x)^2 \cdot \sigma_\delta \cdot b(x) - 4 \cdot M_{i\bar{e}}(x)]}}; \\
 \left[ 1 + \left( \frac{d\omega}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} \\
 \omega(0) = 0; \\
 \frac{d\omega}{dx}(0) = 0; \\
 \frac{d^2 z}{dx^2} = - \frac{12 \cdot M_{i\delta}(x)}{E \cdot s(x)^3 \cdot b(x)}; \\
 \left[ 1 + \left( \frac{dz}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} \\
 z(x_D) = \omega(x_D); \\
 \frac{dz(x_D)}{dx} = \frac{d\omega(x_D)}{dx}; \\
 z(x_B) = p(x_B); \\
 \frac{dz}{dx}(x_B) = \frac{dp}{dx}(x_B).
 \end{array} \right. \quad (3.119)$$

Дві додаткові умови необхідні для визначення параметрів  $x_B$  та  $R_A$ . Межі варіювання параметра  $x_B \in (m_C + t; x'_B)$ , де  $x'_B$  знаходиться розв'язанням задачі (3.110). Межі варіювання параметра  $R_A \in [R_M(0); +\infty)$ . Алгоритм розв'язання задачі (3.119) аналогічний, як і при розв'язанні задачі (3.109), із тією відмінністю, що у першому циклі варіюється замість параметра  $x_A$  параметр  $R_A$ .

#### 3.4.4. Визначення вигнутої осі смуги у кінці процесу згинання

У кінці процесу згинання, коли вільний кінець смуги закінчується, пуансон діє на смугу не по дотичній, а точкою контакту пуансона із смугою є кінець смуги (рис. 3.26). Тоді у задачі (3.109) замість умови, яка визначає контакт пуансона із смугою по дотичній, вводиться умова, яка накладає

обмеження на довжину вільного кінця смуги  $l$ . Отже, задача для визначення вигнутої осі смуги запишеться у вигляді

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 \omega}{dx^2} = - \frac{2 \cdot b(x) \cdot \sigma_{\delta}^2}{\sqrt{3} \cdot E \cdot \sqrt{b(x) \cdot \sigma_{\delta} \cdot [s(x)^2 \cdot \sigma_{\delta} \cdot b(x) - 4 \cdot M_{i\delta}(x)]}}; \\ \left[ 1 + \left( \frac{d\omega}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} \\ \omega(x_A) = m(x_A); \\ \frac{d\omega}{dx}(x_A) = \frac{dm}{dx}(x_A); \\ \frac{d^2 z}{dx^2} = - \frac{12 \cdot M_{i\delta}(x)}{E \cdot s(x)^3 \cdot b(x)}; \\ \left[ 1 + \left( \frac{dz}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} \\ z(x_D) = \omega(x_D); \\ \frac{dz(x_D)}{dx} = \frac{d\omega(x_D)}{dx}; \\ z(x_B) = p(x_B); \end{array} \right. \quad (3.120)$$

$$l = \int_0^{x_A} \sqrt{\left( \frac{dm}{dx} \right)^2 + 1} dx + \int_{x_A}^{x_D} \sqrt{\left( \frac{d\omega}{dx} \right)^2 + 1} dx + \int_{x_D}^{x_B} \sqrt{\left( \frac{dz}{dx} \right)^2 + 1} dx.$$

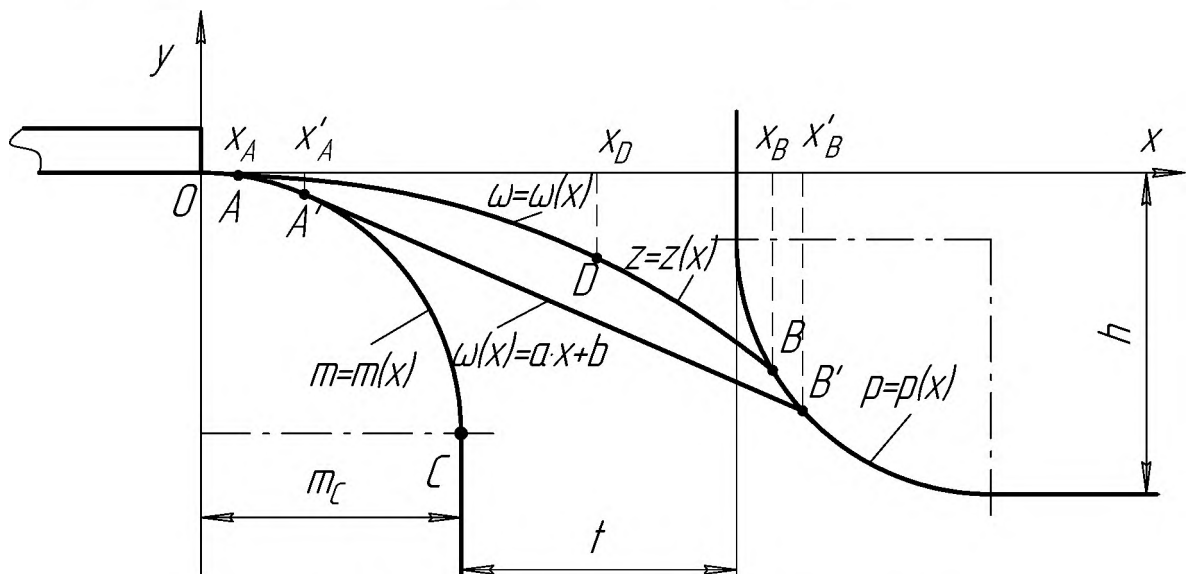


Рис. 3.26. Завершення процесу згинання смуги



Алгоритм розв'язання задачі (3.120) аналогічний алгоритму розв'язання задачі (3.109), лише межі зміни параметрів  $x_A$  та  $x_B$  шукаються розв'язання наступної системи рівнянь

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega(x) = a \cdot x + b; \\ \omega(x'_A) = m(x'_A); \\ \frac{d\omega}{dx}(x'_A) = \frac{dm}{dx}(x'_A); \\ \omega(x'_B) = p(x'_B); \\ l = \int_0^{x'_A} \sqrt{\left(\frac{dm}{dx}\right)^2 + 1} dx + \sqrt{(x'_B - x'_A)^2 + (m(x'_A) - p(x'_B))^2}. \end{array} \right. \quad (3.121)$$

### 3.4.5. Врахування товщини заготовки при згинанні смуги матрицею і пуансоном, які мають радіуси заокруглень, що співрозмірні із відстанню між ними

При давильних роботах товщина заготовки співрозмірна із відстанню між пуансоном та матрицею, тому нехтування товщиною заготовки може призвести до значної похибки при розрахунку плеча сили, а, отже, і до похибки при визначенні зусилля.

Насамперед врахування товщини заготовки відіб'ється на визначенні моменту згинання у перерізі із  $x = x_A$  (рис. 3.27), так як зміниться радіус кривизни серединної поверхні

$$M_A = b(x_A + \Delta x_A) \cdot \left[ \frac{\sigma_\delta \cdot s(x_A + \Delta x_A)^2}{4} - \frac{\sigma_\delta^3 \cdot (R_M(x_A) + s(x_A + \Delta x_A)/2)^2}{3 \cdot E^2} \right]. \quad (3.122)$$

Як наслідок зміниться момент у будь-якій точці частини смуги, що згинається

$$M_{\tau\delta}(x) = \frac{b(x_A + \Delta x_A) \cdot \left[ \frac{\sigma_\delta \cdot s(x_A + \Delta x_A)^2}{4} - \frac{\sigma_\delta^3 \cdot (R_M(x_A) + s(x_A + \Delta x_A)/2)^2}{3 \cdot E^2} \right]}{x_B - \Delta x_B - x_A - \Delta x_A - \frac{dp(x_B)}{dx} (m(x_A) + \Delta y_A - p(x_B) + \Delta y_B)} \times$$

$$\times \left( x_B - \Delta x_B - x - \frac{dp(x_B)}{dx} (\omega(x) - p(x_B) + \Delta y_B) \right); \quad (3.123)$$

$$M_{\tau\delta}(x) = \frac{b(x_A + \Delta x_A) \cdot \left[ \frac{\sigma_\delta \cdot s(x_A + \Delta x_A)^2}{4} - \frac{\sigma_\delta^3 \cdot (R_M(x_A) + s(x_A + \Delta x_A)/2)^2}{3 \cdot E^2} \right]}{x_B - \Delta x_B - x_A - \Delta x_A - \frac{dp(x_B)}{dx} (m(x_A) + \Delta y_A - p(x_B) + \Delta y_B)} \times$$

$$\times \left( x_B - \Delta x_B - x - \frac{dp(x_B)}{dx} (z(x) - p(x_B) + \Delta y_B) \right). \quad (3.124)$$

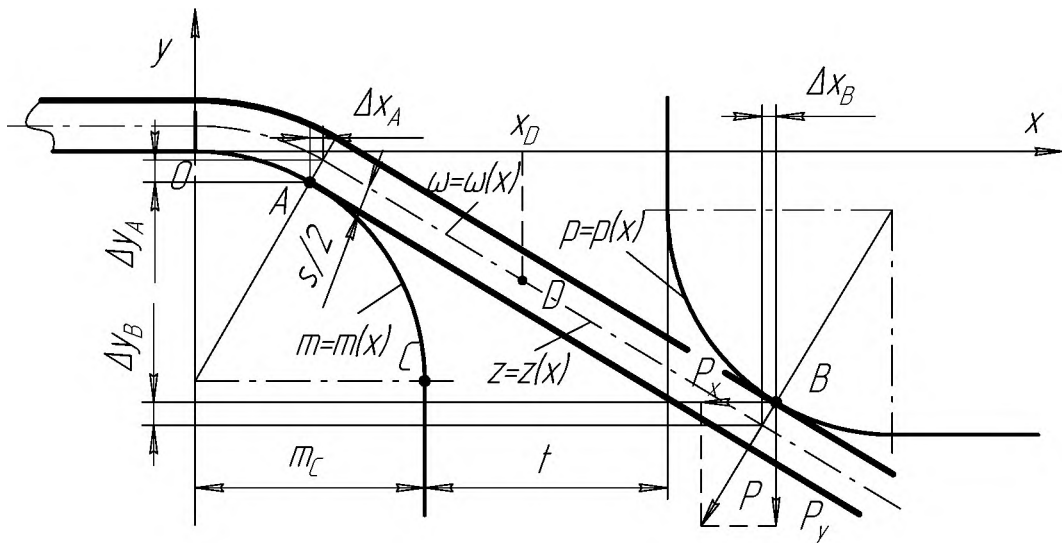


Рис. 3.27. Розрахункова схема

Також зміняться початкові (3.101) та додаткові (3.108) умови. Отже початковими умовами для розв'язання задачі Коші слугуватимуть

$$\begin{cases} \omega(x_A + \Delta x_A) = m(x_A) + \Delta y_A; \\ \frac{d\omega}{dx}(x_A + \Delta x_A) = \frac{dm}{dx}(x_A). \end{cases} \quad (3.125)$$

Для визначення невідомих параметрів  $x_A$  та  $x_B$  слугуватимуть наступні додаткові умови

$$\begin{cases} z(x_B - \Delta x_B) = p(x_B) - \Delta y_B; \\ \frac{dz}{dx}(x_B - \Delta x_B) = \frac{dp}{dx}(x_B). \end{cases} \quad (3.126)$$

Отже, як і у випадку, коли товщина заготовки не враховувалась, маємо задачу на власні розв'язки

$$\begin{cases} \frac{d^2 \omega}{dx^2} = - \frac{2 \cdot b(x) \cdot \sigma_\delta^2}{\sqrt{3} \cdot E \cdot \sqrt{b(x) \cdot \sigma_\delta \cdot [s(x)^2 \cdot \sigma_\delta \cdot b(x) - 4 \cdot M_{i\bar{e}}(x)]}}; \\ \omega(x_A + \Delta x_A) = m(x_A) + \Delta y_A; \\ \frac{d\omega}{dx}(x_A + \Delta x_A) = \frac{dm}{dx}(x_A); \\ \frac{d^2 z}{dx^2} = - \frac{12 \cdot M_{i\delta}(x)}{E \cdot s(x)^3 \cdot b(x)}; \\ z(x_D) = \omega(x_D); \\ \frac{dz(x_D)}{dx} = \frac{d\omega(x_D)}{dx}; \\ z(x_B - \Delta x_B) = p(x_B) - \Delta y_B; \\ \frac{dz}{dx}(x_B - \Delta x_B) = \frac{dp}{dx}(x_B). \end{cases} \quad (3.127)$$

Отже, крім невідомих, що фігурують у (3.109), з'явилися також  $\Delta x_A$ ,  $\Delta x_B$ ,  $\Delta y_A$ ,  $\Delta y_B$ . Знайдемо вирази для їх визначення. Як видно з рис. 3.28

$$\Delta x_A = \frac{s(x_A + \Delta x_A) \cdot \cos \varphi_A}{2};$$

$$\Delta y_A = \frac{s(x_A + \Delta x_A) \cdot \sin \varphi_A}{2}.$$
(3.128)

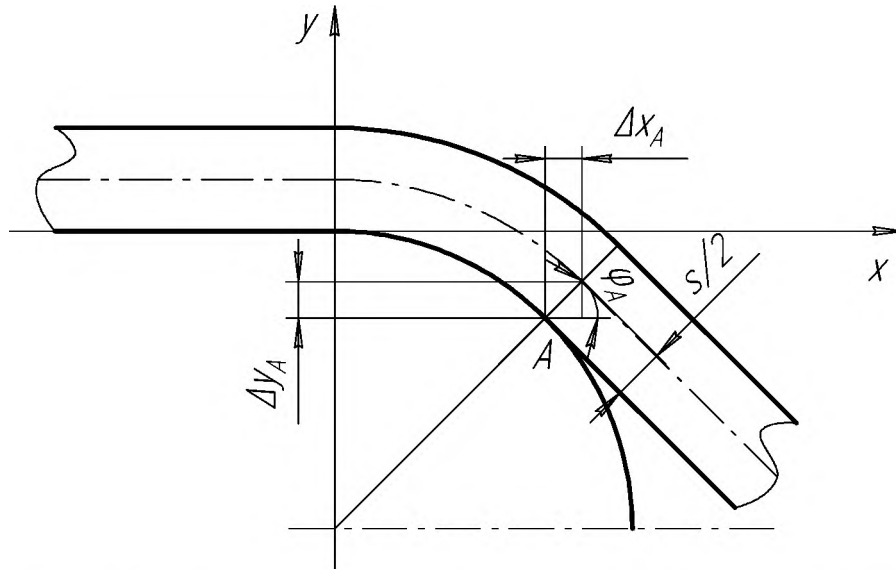


Рис. 3.28. До визначення  $\Delta x_A$  та  $\Delta y_A$  у формулі (3.127)

Тангенс кута  $\varphi_A$  визначимо, як кутовий коефіцієнт нормалі до  $m(x)$  у точці  $A$

$$\operatorname{tg} \varphi_A = -\frac{1}{\frac{dm(x_A)}{dx}}.$$
(3.129)

Отже,

$$\Delta x_A = \frac{s(x_A + \Delta x_A)}{2} \cdot \cos \left( \operatorname{arctg} - \frac{1}{\frac{dm(x_A)}{dx}} \right);$$

$$\Delta y_A = \frac{s(x_A + \Delta x_A)}{2} \cdot \sin \left( \operatorname{arctg} - \frac{1}{\frac{dm(x_A)}{dx}} \right).$$
(3.130)

Аналогічно знаходимо  $\Delta x_B$  та  $\Delta y_B$  (рис. 3.29)

$$\Delta x_B = \frac{s(x_B - \Delta x_B)}{2} \cdot \cos \left( \operatorname{arctg} - \frac{1}{\frac{dp(x_B)}{dx}} \right);$$

$$\Delta y_B = \frac{s(x_B - \Delta x_B)}{2} \cdot \sin \left( \operatorname{arctg} - \frac{1}{\frac{dp(x_B)}{dx}} \right).$$
(3.131)

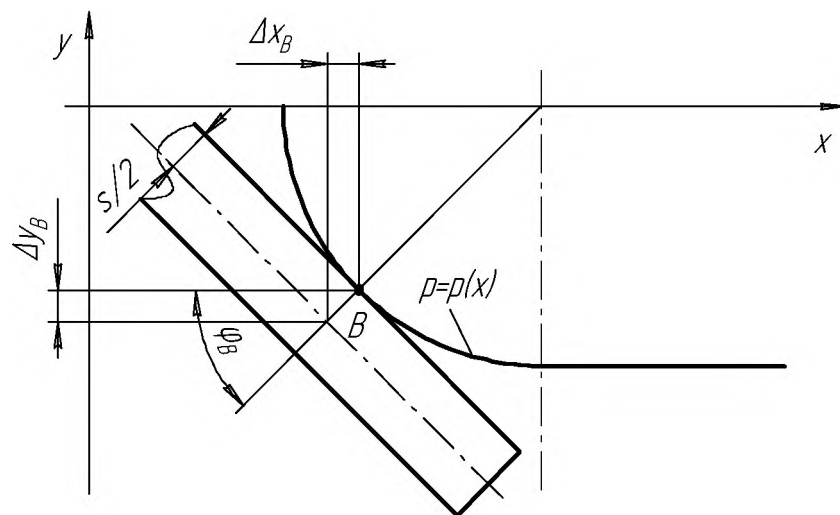


Рис. 3.29. До визначення  $\Delta x_B$  та  $\Delta y_B$  у формулі (3.127)

Як і у випадку розв'язання задачі (3.109) задача на власні рішення (3.127) розв'язується методом стрільби. Спочатку визначаються інтервали зміни

параметрів  $x_A$  та  $x_B$ . Для цього дійсну серединну поверхню смуги апроксимуємо прямою лінією і знаходимо точки дотику до матриці та пуансона  $x'_A$  та  $x'_B$  (маємо систему чотирьох рівнянь із чотирма невідомими)

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega(x) = a \cdot x + b; \\ \omega(x'_A + \Delta x'_A) = m(x'_A) + \Delta y'_A; \\ \frac{d\omega}{dx}(x'_A + \Delta x'_A) = \frac{dm}{dx}(x'_A); \\ \omega(x'_B - \Delta x'_B) = p(x'_B) - \Delta y'_B; \\ \frac{d\omega}{dx}(x'_B - \Delta x'_B) = \frac{dp}{dx}(x'_B). \end{array} \right. \quad (3.132)$$

Параметр  $x_A$  належить інтервалу  $(0; x'_A)$ , а параметр  $x_B$  -  $(m_C + t; x'_B)$ . Далі алгоритм розв'язання (3.127) аналогічний до розв'язання (3.109). Тобто знаходимо  $N \times N$  розв'язків задачі Коші

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\frac{d^2 z}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = -\frac{12 \cdot M_{i\theta}(x)}{E \cdot s(x)^3 \cdot b(x)}; \\ z(x_D) = \omega(x_D); \\ \frac{dz(x_D)}{dx} = \frac{d\omega(x_D)}{dx}. \end{array} \right. \quad (3.133)$$

і обираємо той, який найкраще відповідає додатковим умовам (3.126).

Якщо розглянути частинний випадок задачі (3.127), коли смуга має постійні товщину та ширину, тобто  $b(x) = const$  та  $s(x) = const$ ; радіуси заокруглень матриці та пуансона постійні і дорівнюють  $R_M$  та  $R_n$  відповідно і мають місце рівняння (3.114), тоді задача (3.127) набуде вигляду

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \frac{d^2 \omega}{dx^2} = \frac{2 \cdot b \cdot \sigma_\delta^2}{\sqrt{3} \cdot E \cdot \sqrt{b \cdot \sigma_\delta \cdot [s^2 \cdot \sigma_\delta \cdot b - 4 \cdot M_{i\bar{e}}(x)]}}; \\
 \left[ 1 + \left( \frac{d\omega}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} \\
 \omega(x_A + \Delta x_A) = \sqrt{R_M^2 - x_A^2} - R_M + \Delta y_A; \\
 \frac{d\omega}{dx}(x_A + \Delta x_A) = -\frac{x_A}{\sqrt{R_M^2 - x_A^2}}; \\
 \frac{d^2 z}{dx^2} = -\frac{12 \cdot M_{i\delta}(x)}{E \cdot s^3 \cdot b}; \\
 \left[ 1 + \left( \frac{dz}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} \\
 z(x_D) = \omega(x_D); \\
 \frac{dz(x_D)}{dx} = \frac{d\omega(x_D)}{dx}; \\
 z(x_B - \Delta x_B) = -\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2} - h + R_n - \Delta y_B; \\
 \frac{dz}{dx}(x_B - \Delta x_B) = \frac{x_B - t - R_M - R_n}{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}}.
 \end{array} \right. \quad (3.134)$$

Алгоритм розв'язання даної задачі, як і у випадку розв'язання задачі (3.115) був реалізований у математичному додатку Maple 9 (додаток Ж). Результати розрахунку приведено на рис. 3.30.

Аналогічними виведеннями, як у підрозділах 4.3.3 та 4.3.4 визначається задача для визначення вигнутої осі смуги на початку та у кінці процесу згинання із врахуванням товщини смуги.

Отже, на початку процесу згинання задача зводиться до таких рівнянь

$$\left\{ \begin{array}{l}
\frac{d^2 \omega}{dx^2} = - \frac{2 \cdot b(x) \cdot \sigma_\delta^2}{\sqrt{3} \cdot E \cdot \sqrt{b(x) \cdot \sigma_\delta \cdot [s(x)^2 \cdot \sigma_\delta \cdot b(x) - 4 \cdot M_{i\delta}(x)]}}; \\
\left[ 1 + \left( \frac{d\omega}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} \\
\omega(\Delta x_A) = \Delta y_A; \\
\frac{d\omega}{dx}(\Delta x_A) = 0; \\
\frac{d^2 z}{dx^2} = - \frac{12 \cdot M_{i\delta}(x)}{E \cdot s(x)^3 \cdot b(x)}; \\
\left[ 1 + \left( \frac{dz}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} \\
z(x_D) = \omega(x_D); \\
\frac{dz(x_D)}{dx} = \frac{d\omega(x_D)}{dx}; \\
z(x_B - \Delta x_B) = p(x_B) - \Delta y_B; \\
\frac{dz}{dx}(x_B - \Delta x_B) = \frac{dp}{dx}(x_B).
\end{array} \right. , \quad (3.135)$$

де моменти  $M_{i\delta}$  та  $M_{i\epsilon}$  визначаються за формулами

$$M_{i\epsilon}(x) = \frac{b(\Delta x_A) \cdot \left[ \frac{\sigma_\delta \cdot s(\Delta x_A)^2}{4} - \frac{\sigma_\delta^3 \cdot R_A^2}{3 \cdot E^2} \right]}{x_B - \Delta x_B - \Delta x_A - \frac{dp(x_B)}{dx} (\Delta y_A - p(x_B) + \Delta y_B)} \times \\
\times \left( x_B - \Delta x_B - x - \frac{dp(x_B)}{dx} (\omega(x) - p(x_B) + \Delta y_B) \right); \quad (3.136)$$

$$M_{i\delta}(x) = \frac{b(\Delta x_A) \cdot \left[ \frac{\sigma_\delta \cdot s(\Delta x_A)^2}{4} - \frac{\sigma_\delta^3 \cdot R_A^2}{3 \cdot E^2} \right]}{x_B - \Delta x_B - \Delta x_A - \frac{dp(x_B)}{dx} (\Delta y_A - p(x_B) + \Delta y_B)} \times \\
\times \left( x_B - \Delta x_B - x - \frac{dp(x_B)}{dx} (z(x) - p(x_B) + \Delta y_B) \right), \quad (3.137)$$



а межі варіювання параметра  $x_B$  визначається розв'язком системи рівнянь (3.132). Параметр  $R_A$  належить інтервалу  $(R_M(x_A) + s(x_A + \Delta x_A)/2; +\infty)$ .

У кінці процесу згинання, коли пуансон діє на кінець смуги, знаходження вигнутої осі смуги зводиться до задачі

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 \omega}{dx^2} = - \frac{2 \cdot b(x) \cdot \sigma_{\delta}^2}{\sqrt{3} \cdot E \cdot \sqrt{b(x) \cdot \sigma_{\delta} \cdot [s(x)^2 \cdot \sigma_{\delta} \cdot b(x) - 4 \cdot M_{i\bar{e}}(x)]}}; \\ \left[ 1 + \left( \frac{d\omega}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} \\ \omega(x_A + \Delta x_A) = m(x_A) + \Delta y_A; \\ \frac{d\omega}{dx}(x_A + \Delta x_A) = \frac{dm}{dx}(x_A); \\ \frac{d^2 z}{dx^2} = - \frac{12 \cdot M_{i\delta}(x)}{E \cdot s(x)^3 \cdot b(x)}; \\ \left[ 1 + \left( \frac{dz}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} \\ z(x_D) = \omega(x_D); \\ \frac{dz(x_D)}{dx} = \frac{d\omega(x_D)}{dx}; \\ z(x_B - \Delta x_B) = p(x_B) - \Delta y_B; \\ l = \int_0^{x_A + \Delta x_A} \sqrt{\left( \frac{dm}{dx} + \frac{s(x)}{2} \cdot \sin \left( \arctg - \frac{1}{\frac{dm(x)}{dx}} \right) \right)^2} + 1 dx + \int_{x_A + \Delta x_A}^{x_D} \sqrt{\left( \frac{d\omega}{dx} \right)^2 + 1} dx + (3.138) \\ + \int_{x_D}^{x_B + \Delta x_B} \sqrt{\left( \frac{dz}{dx} \right)^2 + 1} dx. \end{array} \right.$$

У цьому випадку моменти  $M_{i\bar{e}}$  та  $M_{i\delta}$  визначаються за формулами (3.123) та (3.124) відповідно, а межі варіювання невідомих параметрів  $x_A$  та  $x_B$  визначаються з розв'язку системи рівнянь

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega(x) = a \cdot x + b; \\ \omega(x'_A + \Delta x'_A) = m(x'_A) + \Delta y'_A; \\ \frac{d\omega}{dx}(x'_A + \Delta x'_A) = \frac{dm}{dx}(x'_A); \\ \omega(x'_B - \Delta x'_B) = p(x'_B) - \Delta y'_B; \end{array} \right. \quad (3.139)$$

$$l = \int_0^{x'_A + \Delta x'_A} \sqrt{\left( \frac{dm}{dx} + \frac{s(x)}{2} \cdot \sin \left( \arctg - \frac{1}{\frac{dm(x)}{dx}} \right) \right)^2 + 1} dx +$$

$$+ \sqrt{(x'_B - \Delta x'_B - x'_A - \Delta x'_A)^2 + (m(x'_A) + \Delta y'_A - p(x'_A) + \Delta y'_B)^2}.$$

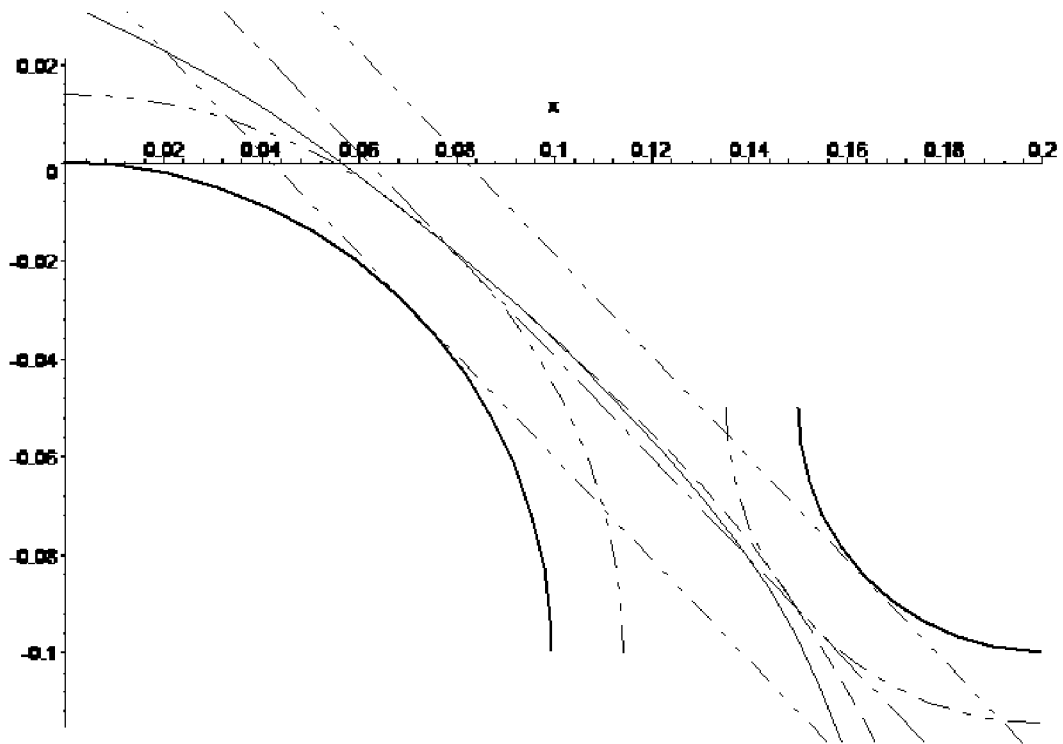


Рис. 3.30. Розрахунок положення нейтральної поверхні під час згинання із врахуванням товщини заготовки: суцільна лінія – положення при пружно-пластичних деформаціях; штрихова лінія – положення при пружних деформаціях; штрих-пунктирна лінія – апроксимація нейтральної поверхні прямою

### 3.6.6. Визначення осьового та поперечного зусилля при згинанні смуги

Після того, як визначено рівняння зігнутої осі смуги та точки дотику смуги до матриці та пуансона, для визначення осьової складової повного зусилля, яке діє на смугу під час згинання, користуємось такими співвідношеннями:

- на початку процесу згинання, коли радіус кривизни вигнутої осі смуги у точці контакту більше за радіус матриці

$$P_y = \frac{b(\Delta x_A) \cdot \left[ \frac{\sigma_{\dot{\sigma}} \cdot s(\Delta x_A)^2}{4} - \frac{\sigma_{\dot{\sigma}}^3 \cdot R_A^2}{3 \cdot E^2} \right]}{x_B - \Delta x_B - \Delta x_A - \frac{dp(x_B)}{dx} (\Delta y_A - p(x_B) + \Delta y_B)}; \quad (3.140)$$

- коли радіус кривизни вигнутої осі смуги у точці контакту рівний радіусу матриці

$$P_y = \frac{b(x_A + \Delta x_A) \cdot \left[ \frac{\sigma_{\dot{\sigma}} \cdot s(x_A + \Delta x_A)^2}{4} - \frac{\sigma_{\dot{\sigma}}^3 \cdot (R_M(x_A) + s(x_A + \Delta x_A)/2)^2}{3 \cdot E^2} \right]}{x_B - \Delta x_B - x_A - \Delta x_A - \frac{dp(x_B)}{dx} (m(x_A) + \Delta y_A - p(x_B) + \Delta y_B)}; \quad (3.141)$$

Поперечна складова зусилля  $P_x$  визначається за формулою (3.94).

Порівняємо розрахункові значення осьової та поперечної складової зусилля згинання смуги постійної ширини та товщини при визначенні рівняння вигнутої осі смуги та при його апроксимації прямою лінією (див. (3.132) та (3.139)). Для цього в математичному додатку Maple 9 була створена програма (додаток 3), яка видає графічну залежність складових повного зусилля в залежності від подачі пуансона при апроксимації вигнутої осі пуансона прямою лінією. Для порівняння розраховувалось декілька точок, що визначають складові повного зусилля при розрахунку вигнутої осі смуги за

співвідношеннями (3.98) та (3.105). Результати розрахунку приведено на рис. 3.31.

Аналіз рис. 3.31 свідчить про те, що значна розбіжність між розрахунковими значеннями при знаходженні дійсного рівняння вигнутої осі смуги та при його апроксимації прямою лінією спостерігається на початку процесу згинання. Це пов'язано із тим, що при апроксимації вигнутої осі смуги прямою лінією вже при незначних подачах радіус згинання повністю визначається радіусом заокруглення матриці. Але при подальшому протіканні процесу згинання розбіжність між відповідними розрахунковими значеннями складових повного зусилля зменшується і залежить від пружних властивостей матеріалу, товщини смуги та зазору між матрицею та пуансоном.

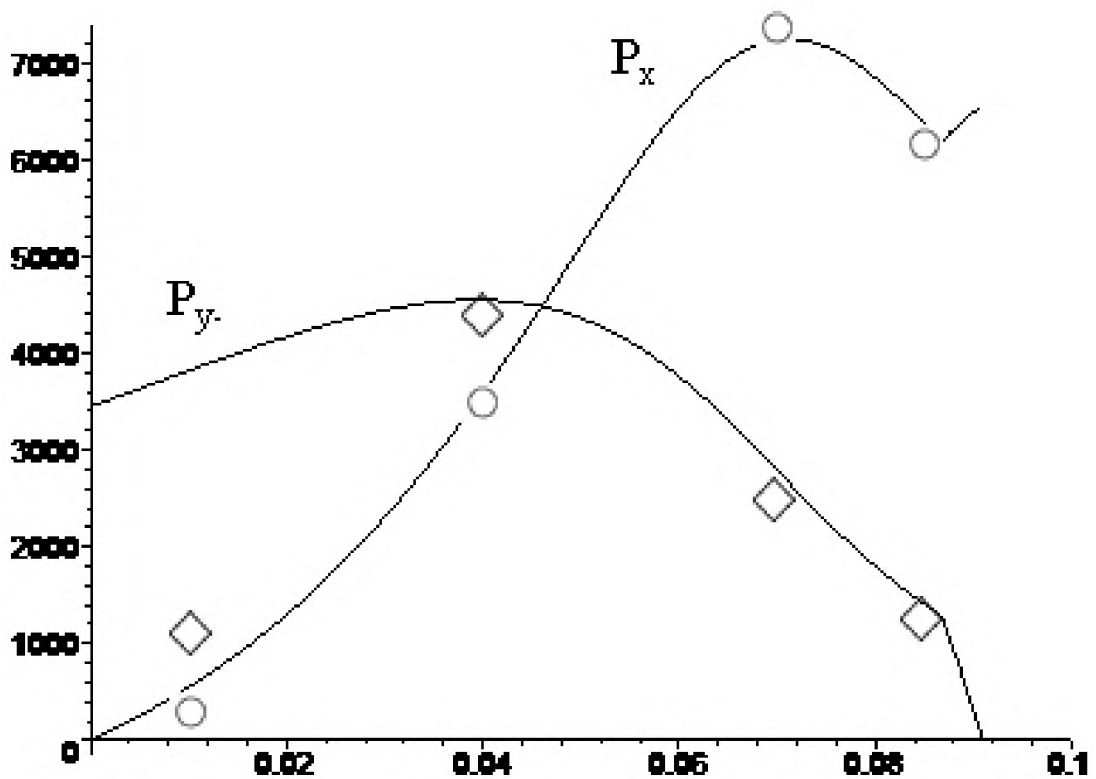


Рис. 3.31. Розподілення повного навантаження під час згинання смуги:  
суцільні лінії – апроксимація вигнутої осі смуги прямою лінією;  
точки – при знаходженні дійсного положення вигнутої осі смуги.

Максимальні осьові та поперечні складові зусилля, які необхідні для проектування оснастки та визначення енергосилових параметрів пресового обладнання із похибкою не більше 1% - для сталей та 3% - для міді можна визначати, застосовуючи апроксимацію вигнутої осі смуги прямою лінією.

### *3.5. Висновки по розділу*

1. Вперше отримано математичну модель формоутворення при холодному торцевому розкочуванні циліндричним валком, яка показує величину та напрямок кута між векторами швидкостей точок заготовки та інструменту у плямі контакту в залежності від технологічних параметрів процесу, що дозволяє прогнозувати напрямок та інтенсивність течії металу заготовки під час формоутворення.

2. Вперше отримано математичну модель формоутворення при холодному торцевому розкочуванні конічним валком, яка дозволяє цілеспрямовано змінювати технологічні параметри процесу для забезпечення необхідної інтенсивності та напрямку течії металу. З моделі випливає, що основним параметром, що впливає на напрямок течії металу заготовки під час формоутворення є ексцентриситет встановлення валка по відношенню до осі обертання заготовки  $\delta$ . Посилити вплив ексцентриситету можна зміною коефіцієнта тертя між заготовкою та інструментом  $\mu$ , подачі  $h$  та кута конуса  $\alpha$  інструменту.

3. Отримано аналітичні залежності для визначення площі контакту конічного валка із заготовкою, які, на відміну від існуючих, враховують утворення під час формоутворення пластичної хвилі перед валком. Це дозволяє більш обґрунтовано визначати енергосилові параметри обладнання для технологічного процесу холодного торцевого розкочування конічним валком по закритій схемі деформування на етапі калібрування.

4. Визначено напружено-деформований стан в осередку згинання під час ротаційної витяжки із врахуванням зміцнення та знайдено положення нейтральної поверхні, при цьому зміцнення подається у вигляді степеневі функції від інтенсивності деформацій.

5. Розроблено математичну модель згинання смуги змінної ширини та товщини матрицею та пуансоном, які мають радіуси заокруглень, що співрозмірні із відстанню між ними, без врахування та із врахуванням товщини, яка дозволяє визначати точки дотику смуги до матриці та пуансона, координату перерізу, при якому відбувається перехід смуги із пружно-пластичного напружено-деформованого стану у пружний, рівняння вигнутої осі ділянки смуги, що знаходиться у пружно-пластичному напружено-деформованому стані, та рівняння вигнутої осі ділянки смуги, що не має пластичних деформацій. Розглянуто окремі випадки на початку та у кінці процесу згинання.

7. Розроблено алгоритм розв'язання математичної моделі згинання смуги змінної товщини та ширини матрицею та пуансоном, які мають радіуси заокруглень, що співрозмірні із відстанню між ними; на основі алгоритму складено програми у середовищі Maple. Оцінено похибку, яка виникає при визначенні зусилля деформування при апроксимації вигнутої осі смуги прямою лінією. При відстані між матрицею та пуансоном, яка співрозмірна із товщиною смуги, похибка для міді складає не більше 3%, для сталей – не більше 1%.

6. Розроблено методику оцінки осьового та поперечного зусилля деформування під час згинання смуги матрицею і пуансоном, які мають радіуси заокруглень, що співрозмірні із відстанню між ними.

## **РОЗДІЛ 4. УДОСКОНАЛЕННЯ ПРОЦЕСІВ ХОЛОДНОГО ТОРЦЕВОГО РОЗКОЧУВАННЯ ТА РОТАЦІЙНОЇ ВИТЯЖКИ**

### *4.1. Керівні технічні матеріали для процесу холодного торцевого розкочування*

#### **4.1.1. Обладнання для холодного торцевого розкочування**

Для реалізації холодного торцевого розкочування на практиці застосовуються наступні типи обладнання:

- а) модернізовані різьбонакочувальні верстати;
- б) розкочувальні верстати на базі гідравлічних пресів;
- в) розкочувальні пристрої до потужних токарних верстатів;
- г) спеціалізовані прецизійні напівавтомати.

4.1.1.1. Модернізовані різьбонакочувальні верстати. На базі різьбонакочувальних верстатів ГД-8 і UPW-25x100 створено три типи розкочувальних верстатів: МРБ-35; UPW-25М; МРК-30. Модернізація полягає у заміні нерухомої головки різьбонакочувального верстата на торцеву головку, що містить шпindel, на планшайбі якого встановлюється матричний блок (таблиця 4.1).

В розкочувальних верстатах МРБ-35 і UPW-25М використовуються привід обертання шпинделя рухомої головки. Шпindel торцевої головки обертається за рахунок сил тертя, що виникають на контакті заготовки з валком і матрицею. Розкочувальним інструментом є циліндричний валок, що встановлюється на шпинделі рухомої головки.

Верстат МРК-30 оснащено вузлом з кінчним розкочувальним валком. Вузол кріпиться до опорних поверхонь рухомої головки і включає корпус зі шпинделем, що може вільно обертатись і сприймати значне осьове і радіальне

навантаження. Кут нахилу осі шпинделя, в якому закріплюється конічний валок, складає  $10^{\circ}$ .

Таблиця 4.1

Технічні характеристики розкочувального обладнання  
на базі різьбонакочувальних верстатів

Параметри	Розмірність	Модель		
		UPW-25M	МРБ-35	МРК-30
Зусилля розкочування	кН	250	350	350
Швидкість обертання шпинделя	об/хв	50...100	40...90	60
Кут між віссю валка та віссю деталі	град	90	90	10
Продуктивність	шт/г	30...100	30...100	30...100
Габаритні розміри				
довжина	мм	2300	2300	2300
ширина	мм	1240	1360	1300
висота	мм	1240	1400	1400
Маса	кг	3600	4200	4200
Потужність приводу обертання	кВт	5.0	7.5	7.5

4.1.1.2. Розкочувальні верстати на базі гідравлічних пресів. В умовах дрібносерійного виробництва розкочувальний верстат можна створити на базі гідравлічного пресу, який має достатню для встановлення пристрою робочу зону. Модернізація преса полягає в тому, що до верхньої плити прикріплюють розкочувальну головку з валком. В отворі нижньої плити преса розміщується змонтований в окремому корпусі шпиндель приводу обертання матричного блоку. Розкочувальні головки виконуються в двох варіантах: з непривідним циліндричним або непривідним конічним валком. Застосування тієї чи іншої головки зумовлено конфігурацією деталі і схемою розкочування. Непривідний розкочувальний валок обертається за рахунок контакту з заготовкою, яка обертається завдяки приводу матричного блоку. Кут між віссю шпинделя



торцевої головки і віссю розкочувального валка становить: для конічного валка –  $10^0$ , для циліндричного валка –  $90^0$ .

Матричний блок закріплюється на планшайбі шпинделя торцевої головки. Привід обертання здійснюється від електродвигуна через редуктор. Дані верстати забезпечують великі зусилля розкочування. Зокрема верстат ДБ-2436 зусиллям 800 кН дозволяє розкочувати габаритні деталі діаметром до 250-300 мм.

4.1.1.3. Розкочувальні пристрої до потужних токарних верстатів. Для реалізації процесів ротаційної витяжки нами розроблено розкочувальний пристрій до лоботокарного верстата ЛТ2. Даний пристрій розрахований на силу розкочування до 10 кН, оснащений підпружиненим конічним валком, що може встановлюватись під різними кутами до осі шпинделя верстата. Розроблене обладнання призначено для формування ротаційною витяжкою крупногабаритних листових виробів діаметром до 2000 мм.

4.1.1.4. Спеціалізовані прецизійні розкочувальні напівавтомати. Азовським заводом ковальсько-пресових автоматів освоєно випуск напівавтоматів КО9013, СО424, САО428 зусиллям відповідно 125, 250 та 630 кН [20]. Дані верстати включають такі вузли: станина, корпус, редуктор, шпиндель, головка розкочувальна, гідроциліндр, суппорт, виштовхувач, електрообладнання. У якості розкочувального інструменту застосовується конічний валок. Технічні характеристики розкочувальних верстатів представлені в таблиці 4.2.

#### **4.1.2. Технологічні можливості процесу холодного торцевого розкочування**

4.1.2.1. Процес холодного торцевого розкочування дозволяє отримати холодним деформуванням вісесиметричні, суцільні і порожнинні складнопрофільні вироби з тонкостінними елементами значних розмірів. Формозміна заготовок може реалізуватись за наступними схемами:

осаджування, висадка зовнішніх і внутрішніх буртів на трубчастих заготовках; пряме і зворотне видавлювання; роздавання, відбуртовка, ротаційна витяжка, чеканка тощо.

Таблиця 4.2

Технологічні характеристики напівавтомати для холодного торцевого розкочування

Параметри	Розмірність	Модель		
		КО9013	СО424	САО424
Зусилля деформації	кН	125	250	630
Швидкість обертання матриці	об/хв	125	200	200
Потужність привода обертання	кВт	6	18,5	30
Продуктивність	шт/г	240	150	100
Діаметр вихідної заготовки	мм	60	125	250
Ширина бурта готової деталі	мм	15	25	40
Висота бурта готової деталі	мм	10	15	25
Габаритні розміри верстата				
довжина	мм	2000	3500	4600
ширина	мм	2000	1240	2000
висота	мм	1200	1240	1500
Маса верстата	кг	3000	3600	15000

При торцевому розкочуванні у якості основного деформуючого інструменту використовують валки циліндричної чи конічної форми. Циліндричний деформуючий валок (рис. 4.1) формує внутрішні та профільні зовнішні бурти по схемі висадки [23]. Діаметр циліндричного валка не залежить від розмірів деталі, а визначається конструктивними особливостями обладнання.

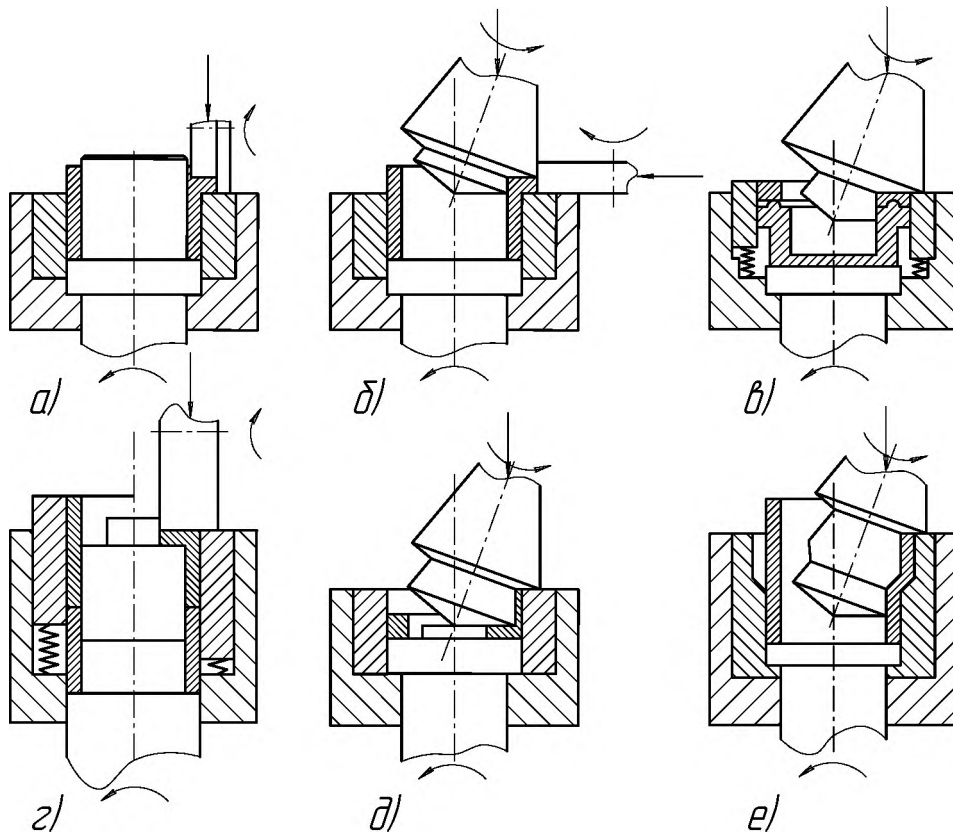


Рис. 4.1. Схеми холодного торцевого розкочування

а, б – висадка зовнішнього бурта; в – чеканка; г – висадка зовнішнього бурта; д – обернене видавлювання; е - роздача

Значно більші технологічні можливості забезпечує деформуючий інструмент у вигляді конічного валка, що розташований під кутом до осі обертання деталі (див. рис.4.1). Конічний валок дає можливість формування деталі по схемах висадки, прямого та оберненого видавлювання, роздачі, осаджування, чеканки [23]. При деформації конічним валком у ряді випадків можна відмовитись від використання оправки, що спрощує конструкцію оснастки. Недоліками конічного інструменту є складність форми валка та залежність розміру інструменту від розміру деталі.

У якості заготовок для розкочування можна використовувати відрізки труб та прутків, штамповані заготовки та кільця, отримані гнуттям смуг чи прутків із наступним зварюванням. Матеріалом заготовок можуть слугувати сталі: конструкційні – Ст. 3, сталь 20, сталь 40; леговані конструкційні –

сталь 20Х, сталь 18ХГТ; шарикопідшипникові – сталь ШХ15; інструментальні – сталь 9ХС, сталь 4Х13 та інші сталі, а також кольорові метали та сплави.

Величина одиничного обжиму визначається необхідним ступенем деформації, силовими параметрами обладнання, розмірами заготовки і механічними характеристиками її матеріалу і може змінюватись від 1-3 мм на початковій стадії деформування до 0.05-0.1 мм на стадії калібрування. Остаточне деформування деталі відбувається, у більшості випадків, за 10-30 обертів або на протязі 0.1-0.25 хв. Форма і розміри виробу задаються схемою розкочування і конструкцією обладнання.

Основним параметром, за яким оцінюється придатність металів для обробки методом торцевого розкочування, є достатня пластичність. В ряді схем прямого і зворотного видавлювання та комбінованих схем обмежувачим фактором є величина опору металу пластичному деформуванню, яка лімітується міцністю обладнання.

4.1.2.2. Точність розмірів виробів залежить від точності розмірів інструменту та схеми деформування. В основному при розкочуванні забезпечується точність обробки по 8-11 квалітету.

Шорсткість поверхні виробу залежить від шорсткості інструменту та якості мастила. При застосуванні інструменту із необхідною якістю робочих поверхонь, шорсткість поверхні виробу відповідає параметру  $R_a = 5 - 0.63$  мкм.

4.1.2.3. Основними факторами, що обмежують технологічні можливості процесів холодного торцевого розкочування є руйнування матеріалу, викривлення і складкоутворення заготовок.

Пластичність заготовок в реальному технологічному процесі залежить від схеми формозміни, пластичності матеріалу, параметрів процесу і заготовки. Найбільш небезпечними через руйнування схемами є висадка зовнішнього бурта, роздача та відбуртовка трубчастих заготовок.

При висадці зовнішніх буртів гранична до руйнування деформація зменшується із збільшенням відношення висоти виставленої під розкочування

частини заготовки до товщини стінки  $h_0/s_0$ . До погіршення умов деформівності приводить зміщення вершини конічного валка від осі заготовки у напрямку плями контакту ( $\delta > 0$ , див. рис. 3.6) внаслідок появи в приконтактних шарах заготовки напружень розтягу від дії сили тертя (див. рис. 3.9б).

Граничний діаметр зовнішнього бурта розкочувальної заготовки може бути визначеним із співвідношення [94]

$$d_p = d_0 \cdot \exp\left\{0.865\varepsilon_{*c}(\eta = 0)\exp(-\eta_e \ln \lambda)w - 0.14\left[\varepsilon_{*c}(\eta = 0) \cdot \exp(-\eta_e \ln \lambda)w\right]^2\right\} \quad (4.1)$$

де  $\eta_e$  - значення показника  $\eta$  в точці перетину шляху деформування часток матеріалу небезпечної зони заготовки із діаграмою пластичності;  $w$  - коефіцієнт впливу історії деформування на пластичність. при висадці розкочуванням зовнішніх буртів  $w = 1, 2 \dots 1, 35$  [115].

Матеріали із пологою діаграмою пластичності ( $\varepsilon_p(\eta = -1)/\varepsilon_p(\eta = 0) < 1,5$ ) можуть руйнуватись не на вільній поверхні бурта, а в зоні із максимальними деформаціями на відстані  $s_0$  від внутрішньої поверхні вихідної заготовки. У цьому випадку допустимий ступінь деформації необхідно перевіряти також за граничним ступенем осаджування бурта [94]

$$\frac{h_0}{h_p} = \exp\left[\varepsilon_{*c}(\eta = 0) \cdot \exp(1.5 \ln \lambda)\right]. \quad (4.2)$$

При розкочуванні трубчастих заготовок за схемою висадки зовнішніх буртів, у випадку  $h_0/s_0 > 2 \dots 2,5$ , відбувається викривлення стінки і утворення складки, що є технологічним обмеженням процесу через втрату стійкості заготовки. Для уникнення складкоутворення при розкочуванні заготовок із відносною товщиною стінки  $s_0/d_0 < 0,1 \dots 0,12$  і відносною вихідною висотою  $h_0/s_0 > 3$  формування зовнішніх буртів можна здійснювати за схемою

відбуртовки. Виключення складкоутворення досягається шляхом зміщення вершини валка від осі заготовки у напрямі плями контакту на величину [99]

$$\delta = \frac{s_0}{(1,5...2) \cdot \mu} \quad (4.3)$$

де  $\mu$  - коефіцієнт тертя на поверхні валок-заготовка.

Розкочування заготовок за схемою відбуртовки супроводжується появою значних напруг розтягу (див. рис. 3.9), тому такому виду розкочування можна піддавати матеріали із високою пластичністю, яка характеризується величиною відносного звуження шийки при розтягу зразка  $\psi_0 = 60...65\%$ .

4.1.2.4. В результаті розкочування матеріал заготовки зміцнюється. Величина зміцнення залежить від ступеня деформації і показника зміцнення металу. При розкочуванні маловуглецевих сталей границя текучості зростає в 1,5...2 рази, міді – у 3...4 рази, високолегованих сталей і сплавів може спостерігатись 4 – 5 кратне збільшення границі текучості.

В процесі холодного торцевого розкочування вихідне рівновісне зерно розкочується відповідно принципу Тейлора-Поляні в „млинець”. В результаті розмір зерна у напрямі подачі валка зменшується, а в двох інших збільшується. Таке формування структури сприяє підвищенню вакуумної щільності і корозійної стійкості заготовки, а також характеристик міцності.

При виготовленні розкочуванням відповідальних виробів, що підлягають високим знакозмінним навантаженням при експлуатації, використаний ресурс пластичності не повинен перевищувати значень

$$\psi = \varepsilon_u / \varepsilon_{*c} \leq 0,6...0,7.$$

### 4.1.3. Технічні вимоги

4.1.3.1. Правила розробки креслень заготовки. Форма і розміри заготовки після розкочування встановлюється виходячи із вимог креслення деталі. На всі

розміри призначається припуски під подальшу обробку різанням величиною 1...2 мм. Допускається призначення чистових розмірів без подальшої обробки різанням на невідповідальних поверхнях деталей та на поверхнях, що сформовані калібруванням в закритій порожнині при забезпеченні заданих вимог до точності і шорсткості.

Базовими поверхнями заготовки є зовнішній і внутрішній діаметри та торцева поверхня, яку не розкочує валок. В якості заготовки під розкочування використовують відрізки труб, прутків, листів і кільця, що отримані гнуттям смуг або прутків із наступним зварюванням. Заготовки вільно, із зазором до 0,2 мм на сторону, встановлюються у матрицю. При незначній довжині базової частини (<15% від довжини заготовки), необхідно забезпечити її щільну посадку у матрицю з метою недопущення вивороту заготовки на перших етапах деформування.

Об'єм матеріалу заготовки під розкочування повинен дорівнювати об'єму готової деталі плюс об'єм матеріалу облою і припусків на обробку різанням. При наявності вільної поверхні бурта, яка не калібрується боковим роликком, необхідно враховувати об'єм металу, що буде видалений механічною обробкою через невідповідність контурів бурта заготовки і деталі. Відхилення висоти бурта від заданої не перевищує  $\pm 0.05$  мм, що обумовлено жорсткістю обладнання.

При висадці буртів відношення висоти частини заготовки  $h_0$ , що підлягає деформуванню, до товщини стінки  $s_0$  з метою запобігання втраті стійкості не повинна перевищувати 2...2,5 рази. При наявності труб з товщиною стінки дещо більшою від необхідної, обточування до необхідного розміру здійснюють тільки на ділянці базової частини. Це дозволяє зменшити відношення  $h_0 / s_0$  (виходячи із умови постійності об'єму матеріалу), що забезпечує покращення умов деформування без втрати заготовкою стійкості.

4.1.3.2. Інструмент для торцевого розкочування. В якості матеріалу інструменту можуть застосовуватись штампіві та інструментальні сталі, що

забезпечують твердість при загартуванні  $HRC\ 58...62$ . При розкочуванні із високими характеристиками міцності здебільшого використовують штампові сталі X12M та X12Ф1А. При розкочуванні кольорових металів за відкритими схемами із відносно невисокими контактними напругами можна використовувати інструментальні вуглецеві сталі типу У8А з більш низькими показниками твердості ( $HRC\ 52...56$ ).

У випадку деформування металів, що мають схильність до налипання, необхідно уникати спорідненості матеріалу валка і заготовки, а також передбачати нанесення хімічного покриття на робочі поверхні інструменту.

Шорсткість робочих поверхонь інструменту рекомендується забезпечувати в межах  $R_a \leq 0.63$  мкм.

Форма і розміри валків повинні забезпечувати їх міцність, довговічність і необхідну жорсткість. В місцях переходу поверхонь необхідно передбачати скруглення радіусами  $R \geq 1$  мм.

4.1.3.3. Вимоги до контрольованих параметрів. Заготовки після розкочування можуть мати гвинтовий слід на зовнішній або внутрішній поверхнях, що утворюється пружиненням валка при його відведенні. Його величина не повинна перевищувати 1/3 припуску на фінішну механічну обробку.

Лущення поверхні заготовки в зоні контакту із валком недопустимо для деталей, у яких ця поверхня працюватиме в умовах високих контактних напруг. Для усунення цього явища необхідно запобігати тривалій обробці заготовки в умовах пружно-пластичного навантаження (із подачею менше ніж 0,05 мм/об). Для деталей, де зазначена поверхня не підлягатиме значним знакозмінним навантаженням, допустиме лущення не повинно перевищувати по глибині 1/3 припуску під наступну механічну обробку.

Не допустима наявність тріщин по ширині розкочувального бурта. На вільній периферійній поверхні бурта допускається наявність тріщин глибиною не більше 1/3 припуску під наступну механічну обробку.



Перевірку заготовок, що отримані холодним торцевим розкочуванням, здійснюють шляхом зовнішнього огляду, звіренням з кресленнями, вимірюванням вимірювальними пристроями, а при необхідності дослідженням спеціальними діагностичними методами.

#### *4.2. Розробка та дослідження процесу ротаційної витяжки циліндричних та конусних оболонок*

Щодо схем деформування, конструкції установок і інструменту для ротаційної витяжки, то у літературі накопичена значна кількість різних рекомендацій [38,39,36,78,108,109,110,130,144]. При цьому основними недоліками існуючих конструкцій насамперед є некероване гофроутворення, збільшення кількості переходів чи введення додаткових елементів для калібрування заготовки, необхідність значної зміни конструкції оснастки при формуванні внутрішніх та зовнішніх буртів. Розробка нових схем деформування та конструкцій установок є досить актуальною, оскільки дозволяє розширити технологічні можливості процесу ротаційної витяжки і підвищити його ефективність.

##### **4.2.1. Рекомендації щодо вибору схеми та інструменту для ротаційної ВИТЯЖКИ**

Для здійснення ротаційної витяжки нами запропоновано використовувати схему торцевого розкочування з видозміненою конструкцією пристрою і давильного інструменту. Підставою для такої видозміни є те, що для процесу ротаційної витяжки листових матеріалів характерні значно нижчі сили деформування і контактних напруг, ніж для традиційних схем торцевого розкочування. В зв'язку із цим, операції видавлювання можна реалізувати на

відносно малопотужному обладнанні, розміри якого визначаються, головним чином, розмірами заготовки.

Незначні навантаження на інструмент дозволяють в значному діапазоні варіювати кут нахилу конічного валка. Це відкриває широкі технологічні можливості по регулюванню вектором сили тертя на контактні валок-заготовка, а, отже, і цілеспрямованого впливу на усунення гофроутворення і інших небажаних ефектів. Такі можливості дозволяють забезпечувати ротаційну витяжку на установках відносно простої конструкції, без застосування різноманітних поворотних пристроїв для інструменту в процесі розкочування і інших конструктивних ускладнень.

Зміни у конструкції давильного інструменту також пов'язані із необхідністю врахування форми бокової поверхні виробу, що необхідно отримати. Так ділянка валка  $ED$  радіусом  $R$  (рис. 4.2а) служить для калібрування заготовки в зоні згинання, тому  $R = R_{ii} + s$ , де  $R_{ii}$  - радіус оправки в зоні згинання,  $s$  - товщина матеріалу заготовки. Ділянка  $CB$  валка є основною формуючою ділянкою під час процесу витяжки. Радіус  $r$  слід приймати розміром  $(3...5)s$ . Більші значення призводять до зростання поперечної сили, менші – до більш жорстких умов деформування і збільшення шорсткості оброблювальної поверхні. Рекомендована шорсткість поверхні валка на ділянці  $CB$   $R_a \leq 0.16 \lambda \hat{\epsilon}$ .

За допомогою розробленого інструменту (рис. 4.2а) виконується ряд операцій за один перехід, а саме: потовщення стінки заготовки, формування бічної поверхні, підтримка фланця під час формування бічної поверхні, калібрування заготовки із можливістю стоншення стінки. Причому саме закладені в конструкції переваги торцевого розкочування дозволяють калібрувати заготовку на заключних стадіях, формуючи при цьому складнопрофільні елементи, канавки тощо.

Етапи процесу ротаційної витяжки методом холодного торцевого розкочування показано на рис. 4.2б,в,г,д. Під час першого етапу деформування (рис. 4.2б) валок контактує із заготовкою по твірній конуса АВ. Внаслідок того, що центр валка має значне від'ємне зміщення по відношенню до центра заготовки, то згідно закономірностей, що отримані у п. 3.2, метал буде текти до центру заготовки, що викличе певне потовщення заготовки в осередку деформації.

При подальшій осьовій подачі інструменту контакт валка із заготовкою переміщується на торову частину валка ВС (рис. 4.2в), яка передбачена конструкцією валка. Тому процес утворення бічної поверхні відбувається як і при звичайних процесах ротаційної витяжки, коли формоутворення проводиться тороподібними валками. Єдиною відмінною від цих процесів є те, що фланець підтримується поверхнею конуса.

Після виходу заготовки із контакту з торовою частиною формування продовжується конічною поверхнею CD (рис. 4.2г), аж до контакту із торовою частиною валка DE, яка копіює заокруглення оправки та заготовки. В подальшому розпочинається процес калібрування бічної поверхні заготовки за допомогою торцевої подачі інструменту (рис. 4.2д). Калібрування можна проводити із певним стоншенням бічної стінки заготовки.

Враховуючи легкість настроювання пристрою окремі операції можна проводити тільки ділянкою валка *CB*, шляхом встановлення його під меншим кутом нахилу, що наближує процес до традиційних на певному відрізку деформування. Шляхом зміни кута нахилу осі валка можна досягти найкращих умов деформування для певної конструкції деталі.

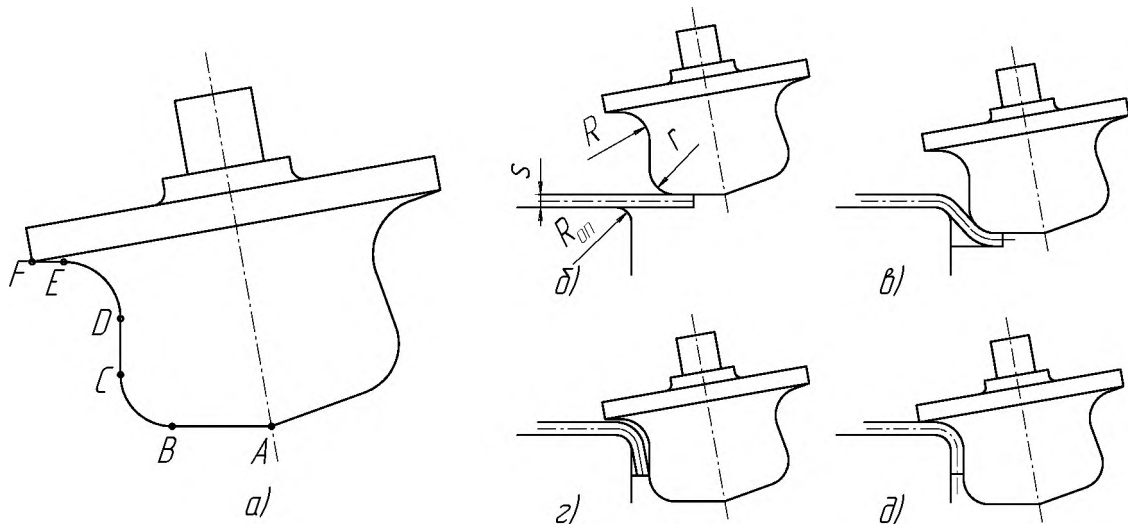


Рис. 4.2. Етапи формування буртів

Щодо шорсткості поверхні валка, то вона не повинна перевищувати параметра  $R_a = 0.32 \mu\text{m}$ . Враховуючи незначні навантаження на валок, до його матеріалу і міцності не ставиться підвищених вимог. Проте поверхневому шару матеріалу робочої частини валка необхідно надавати твердість не нижче  $HRC 52...56$ .

#### 4.2.2. Визначення енергосилових параметрів обладнання

Оцінка енергосилових параметрів обладнання у сучасній обробці металів тиском відійшла дещо на другий план у порівнянні із оцінкою деформівності матеріалу. Але зважаючи на специфіку процесів, що розроблюються, а саме на обставину, що розроблюються вони на обладнання, яке фактично не призначено саме до таких операцій (токарні, різьбонакочувальні, свердлильні верстати та ін.), енергосиловий розрахунок необхідний насамперед для забезпечення безвідмовної роботи даного обладнання.

Аналіз літературних джерел, який проведений у п. 1.1.3, показав, що в існуючих методиках розрахунку зусилля, що необхідне для процесу ротаційної витяжки, радіусами заокруглень оправки та валка нехтували. Для визначення зусиль у процесі ротаційної витяжки використовували рішення

невісесиметричної задачі для прогину круглої пластини, що затиснена по внутрішньому контуру під дією зосередженої сили [72,73]. При цьому зусилля за даною методикою оцінювалось на початку процесу, коли прогини співрозмірні із товщиною заготовки. На цій стадії процесу, при значних радіусах заокруглень оправки та валка (порівняно із товщиною заготовки) для формозміни заготовки зусилля прикладається значно менше, ніж при наступному протіканні процесу, внаслідок значного плеча дії сили. Очевидно, що при подальшому протіканні процесу ротаційної витяжки плече сили буде змінюватись.

Загальна картина процесу ротаційної витяжки показана на рис. 4.3. Як видно з рисунку згинання починається на контурі  $AOB$ . Радіус згинання у точці  $O$  визначається радіусом оправки та згинальним моментом, що створюється зусиллям  $P$ . Радіуси згинання на ділянках  $OA$  та  $OB$  залежать від діаметру заготовки, ширини фланця, радіусу оправки, положення точки  $P$  - точки прикладення зусилля та радіуса валка, який контактує із заготовкою. Врахування впливу усіх перерахованих чинників викликає певні труднощі [72, 73, 142]. Тому будемо вважати, що радіус згинання на контурі  $AOB$  однозначно визначається радіусом оправки та згинальним моментом, який створюється зусиллям  $P$ , і є постійним по всій довжині контуру згинання.

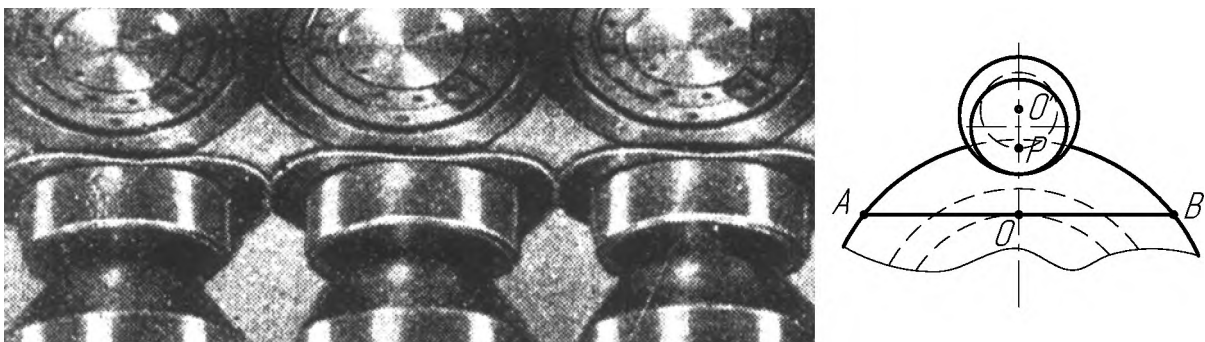


Рис. 4.3. Кінограма процесу ротаційної витяжки та положення контуру  $AOB$ , по якому відбувається згинання

Згинання заготовки по радіусу заокруглення оправки можна змоделювати у вигляді згинання смуги постійної товщини  $s = const$  та змінної ширини

$b = b(x)$  пуансоном і матрицею, радіуси заокруглень яких постійні і дорівнюють відповідно  $R_M$  та  $R_n$  (рис. 4.4).

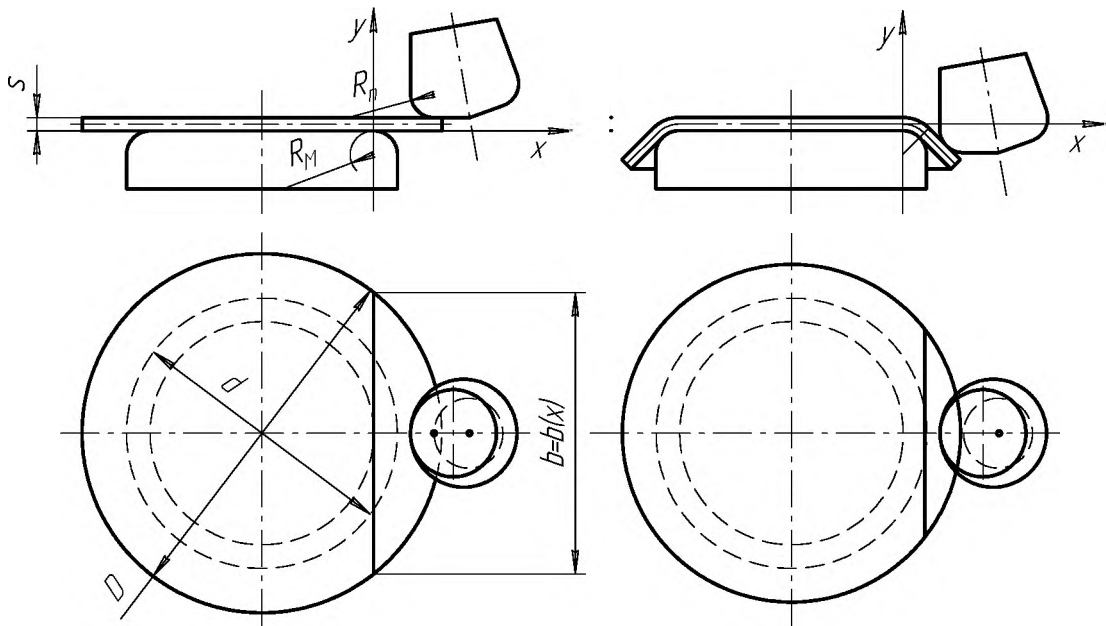


Рис. 4.4. Розрахункова схема

Виберемо декартову систему координат, як показано на рис. 4.4. Для визначення ширини перерізу заготовки з координатою  $x$  в залежності від відстані перерізу до центру заготовки використаємо формулу

$$b(x) = 2 \cdot \sqrt{\frac{D^2}{4} - l(x)^2}, \quad (4.4)$$

де  $l(x)$  - відстань від центру заготовки до перерізу із координатою  $x$ . З рис. 4.5 видно, що

$$\begin{aligned}
 l(x) &= l_1 + l_2 + l_3 + l_4; \\
 l(x) &= \frac{d}{2} - R_M + \left( R_M + \frac{s}{2} \right) \cdot \arcsin \left( \frac{x_A}{R_M + s/2} \right) + \int_{x_A}^{x_D} \sqrt{\left( \frac{d\omega}{dx} \right)^2 + 1} dx + \\
 &+ \int_{x_D}^x \sqrt{\left( \frac{dz}{dx} \right)^2 + 1} dx.
 \end{aligned} \quad (4.5)$$

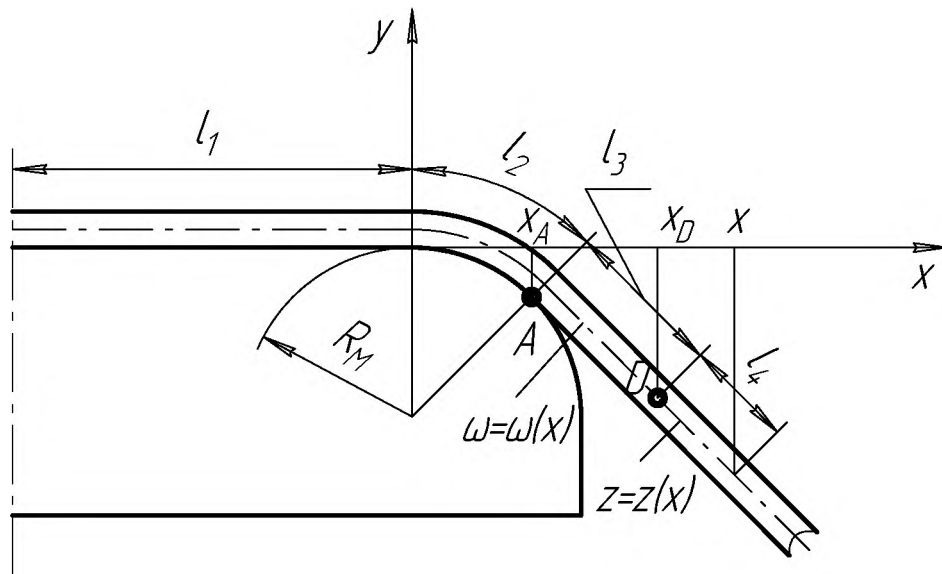


Рис. 4.5. До визначення відстані від центру заготовки до перерізу із координатою  $x$

Тоді

$$b(x) = 2 \cdot \sqrt{\frac{D^2}{4} - \left( \frac{d}{2} - R_M + \left( R_M + \frac{s}{2} \right) \cdot \arcsin \left( \frac{x_A}{R_M + s/2} \right) + \dots \right.} \quad (4.6)$$

$$\left. \sqrt{\dots + \int_{x_A}^{x_D} \sqrt{\left( \frac{d\omega}{dx} \right)^2 + 1} dx + \int_{x_D}^x \sqrt{\left( \frac{dz}{dx} \right)^2 + 1} dx} \right)^2.$$

Розв'язавши задачу (3.127) із врахуванням (4.6), знайдемо точки дотику заготовки до оправки та валка  $x_A$  та  $x_B$  відповідно. Тоді зусилля, які діють на валок визначимо наступним чином

$$P_y = \frac{b(x_A) \cdot \left[ \frac{\sigma_{\delta} \cdot s^2}{4} - \frac{\sigma_{\delta}^3 \cdot (R_M + s/2)^2}{3 \cdot E^2} \right]}{l_p}; \quad (4.7)$$

$$P_x = P_y \cdot \frac{t + R_M + R_n - x_B}{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}}, \quad (4.8)$$

де

$$\begin{aligned} l_p = x_B - x_A - \frac{s}{2} \cdot \left[ \cos \left( \arctg \frac{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}}{t + R_M + R_n - x_B} \right) + \right. \\ \left. + \cos \left( \arctg \frac{\sqrt{R_M^2 - x_A^2}}{x_A} \right) \right] - \frac{x_B - t - R_M - R_n}{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}} \cdot \left\{ \sqrt{R_M^2 - x_A^2} - R_M + \right. \\ \left. + \sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2} + h - R_n + \frac{s}{2} \cdot \left[ \sin \left( \arctg \frac{\sqrt{R_M^2 - x_A^2}}{x_A} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \sin \left( \arctg \frac{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}}{t + R_M + R_n - x_B} \right) \right] \right\}. \quad (4.9) \end{aligned}$$

Для визначення складової повного зусилля  $P_z$  скористаємось емпіричною формулою, що запропонована у роботі [78]

$$P_z = (0.2 \dots 0.3) \cdot P_y. \quad (4.10)$$

Більше значення  $P_z$  приймається для більш пластичних металів.

Крутний момент, який необхідний для забезпечення обертового руху оправки, визначається по формулі

$$M_{\partial} = P_z \cdot \left( x_B + \frac{d}{2} - R_M \right). \quad (4.11)$$



Потужність приводу, яка задовольняє крутний момент (4.11) визначається за формулою

$$N_{\text{эд}} = M_{\text{эд}} \cdot \omega = \frac{P_z \cdot \left( x_B + \frac{d}{2} - R_n \right) \cdot \pi \cdot n}{30}, \quad (4.12)$$

де  $n$  - швидкість обертання оправки, об/хв.

Враховуючи те, що швидкість осьової подачі визначається згідно

$$v_i = \frac{h \cdot n}{60}, \quad (4.13)$$

де  $h$  - осьова подача валка за один оберт, потужність пресу, який забезпечує зусилля  $P_y$ , розраховується за формулою

$$N_{oc} = \frac{P_y \cdot h \cdot n}{60}. \quad (4.14)$$

Для розрахунку енергосилових параметрів обладнання при визначенні вигнутої осі та її апроксимацією прямою лінією були складені програми у математичному додатку Maple (додатки И та К).

### 4.2.3. Розрахунок геометричних параметрів заготовки

Для виготовлення порожнинних циліндричних чи конусних деталей у якості заготовки використовують круглі пластини діаметром  $D$ , який визначається за формулою (рис. 4.6)

$$D = d + 2R_{ii} \cdot \left( \frac{\alpha \cdot \sin \alpha - 2 - \cos^2 \alpha + 2 \cdot \cos \alpha}{\sin \alpha} \right) +$$

$$+ s \cdot \left( \frac{3 \cdot \cos \alpha + \alpha \sin \alpha - 4}{\sin \alpha} \right) + 2H \cdot \left( \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} \right). \quad (4.15)$$

При  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ , тобто при виготовленні циліндричних порожнинних деталей, з формули (4.15) отримаємо

$$D = d + R_{ii} (\pi - 4) + s \left( \frac{\pi}{2} - 4 \right) + 2H \approx d - 0.858R_{ii} - 2.429s + 2H. \quad (4.16)$$

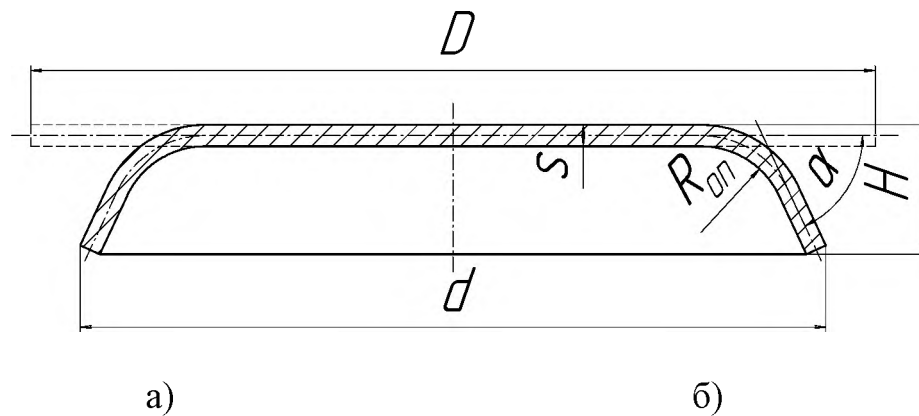


Рис. 4.6. Заготовка (штрихова лінія) та типова кінцева деталь (суцільна лінія), яка виготовлена ротаційною витяжкою

При формуванні внутрішніх буртів (рис. 4.7) діаметр отвору  $D_{i\partial a}$ , який необхідно для забезпечення необхідних геометричних параметрів деталі визначається за формулою

$$D_{i\partial a} = d - 2R_{ii} \cdot \left( \frac{\alpha \cdot \sin \alpha - 2 - \cos^2 \alpha + 2 \cdot \cos \alpha}{\sin \alpha} \right) -$$

$$- s \cdot \left( \frac{3 \cdot \cos \alpha + \alpha \sin \alpha - 4}{\sin \alpha} \right) - 2H \cdot \left( \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} \right). \quad (4.17)$$

При  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  з (4.17) отримаємо

$$D = d - R_{\text{гр}} (\pi - 4) - s \left( \frac{\pi}{2} - 4 \right) - 2H \approx d + 0.858R_{\text{гр}} + 2.429s - 2H. \quad (4.18)$$

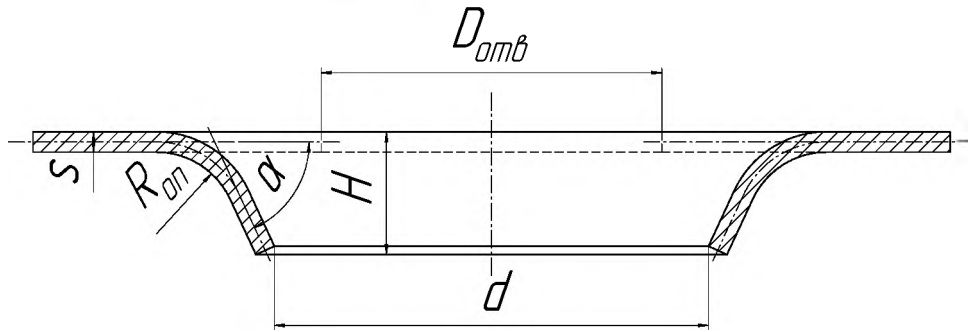


Рис. 4.7. Заготовка (штрихова лінія) та деталь (суцільна лінія) при формуванні внутрішніх буртів

#### 4.2.4. Побудова діаграм пластичності досліджувальних матеріалів

Діаграми пластичності листових будують за результатами випробувань зразків, виготовлених із досліджуваного листа, на розтяг, розтяг із концентраторами та стиск [40, 117].

Оскільки вихідною заготовкою є листовий матеріал із невеликою товщиною стінки (до 6 мм), то зразки на розтяг виготовлялися у відповідності до вимог ГОСТ 11701-84 для 5-ти кратних зразків 2-го типу (рис. 4.8). Ширина робочої частини складала 10 мм, товщина зразків - 3 мм. Для надійного кріплення в захватах випробувальної машини зразки шліфувалися. Випробування проводилися на розривній машині Р-5.

Гранична ступінь деформації (пластичність) при розтягу визначалася за формулою:

$$\varepsilon_{*c} (\eta = 1) = \ln \frac{L_{\xi}}{L_0}, \quad (4.19)$$

де  $L_{\xi}$ ,  $L_0$  - початкова і кінцева довжина робочої частини зразка.

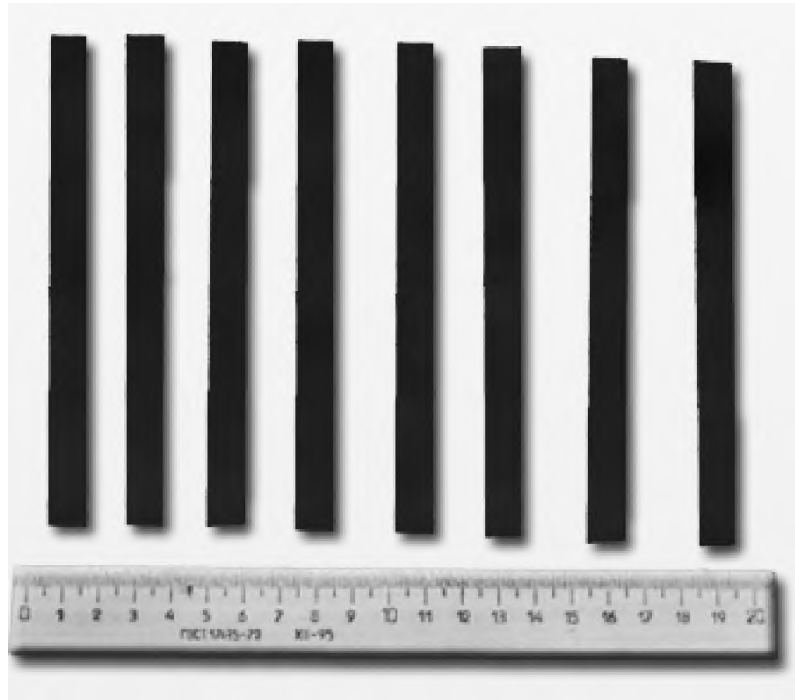


Рис. 4.8. Зразки для випробовування листових матеріалів на розтяг

Випробування матеріалу в умовах, близьких до зсуву, проводилося за методикою, запропонованою в [117]. Зразки, призначені для випробування на розтяг, мають прорізи, розташовані під кутом до осі зразка за схемою, показаною на рис. 4.9. При розтягу таких зразків, матеріал у зоні між отворами (перемичка) деформується в умовах, близьких до простого зсуву. Дане припущення перевіряли експериментально у роботі [40].

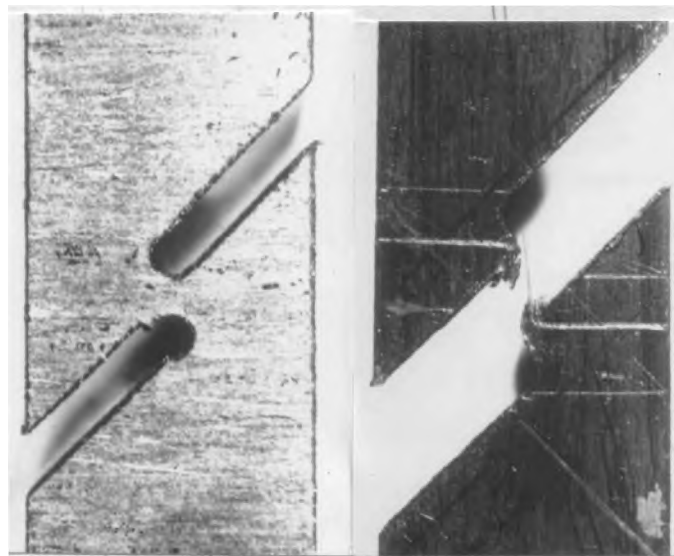


Рис. 4.9. Зразки до і після випробовування листових матеріалів на зсув

У роботі [117] граничну деформацію при такому випробуванні запропоновано розраховувати за формулою, отриманою при аналізі пластичності семи різних матеріалів

$$\varepsilon_{*c}(\eta = 0) = 0.18 \left( 1.8 \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{3}} + 1 \right), \quad (4.20)$$

де  $\alpha$  - кут відхилення горизонтальної риски, що нанесена на зразок в області перемички до випробування. Його вимірювали на інструментальному мікроскопі із точністю  $\pm 1'$ .

Випробування зразків для побудови діаграми пластичності в м'якій області змінювання схеми напруженого стану ( $\eta < 0$ ) має певні труднощі у зв'язку з малою товщиною стінки досліджуваного матеріалу (3 мм). Тому були вирізані зразки з прутка того ж матеріалу, що і матеріал листа. Для підвищення точності вимірювали твердість за Вікерсом (HV) (рис. 4.10) матеріалу листа і різних поставок матеріалу прутка. Оскільки при стиску матеріали витримують великі ступені деформацій, то точність такого визначення пластичності цілком достатня для нашого випадку.



Рис. 4.10. Твердомір Вікерса

Таким чином, із прутків досліджуваних матеріалів виготовляли стандартні циліндричні зразки на стиск діаметром 10 мм і висотою 15 мм у кількості 5 шт. із кожного матеріалу (рис. 4.11). Зразки осаджували до різних ступенів деформації аж до руйнації на гідравлічному пресі ПММ-125. Стиск зразків проводився з використанням свинцевої фольги. Після кожного ступеню навантаження свинцеві прокладки замінялися. Тертя на торцях зразка було несуттєвим, що підтверджує відсутність бочкоутворення на бічній поверхні. Граничну деформацію при осаджуванні визначали за формулою:

$$\varepsilon_{*c}(\eta = -1) = \ln \frac{H_0}{H_\varepsilon}, \quad (4.21)$$

де  $H_0$  - висота вихідного зразка;  $H_\varepsilon$  - висота зразка після деформування, у момент появи на бічній поверхні видимої неозброєним оком тріщини.



Рис. 4.11. Зразки для випробовування на стиск

В області змінювання показника напруженого стану  $-2 \leq \eta \leq 0$  діаграму пластичності апроксимували виразом [45]

$$\varepsilon_{*c}(\eta) = \frac{\varepsilon_{*c}(\eta=0) \cdot \varepsilon_{*c}(\eta=-1) \cdot \exp(-\eta)}{\varepsilon_{*c}(\eta=-1) + \eta \cdot [\varepsilon_{*c}(\eta=-1) - 2,72 \cdot \varepsilon_{*c}(\eta=0)]}. \quad (4.22)$$

В „жорсткій” області зміни показника напруженого стану, тобто для додатніх  $\eta$  у інтервалі  $0 \leq \eta \leq 2$ , діаграму пластичності апроксимували виразом [114]

$$\varepsilon_{*c}(\eta) = \varepsilon_{*c}(\eta=0) \cdot \left[ \frac{\varepsilon_{*c}(\eta=1)}{\varepsilon_{*c}(\eta=0)} \right]^\eta. \quad (4.23)$$

На рис. 4.12 та 4.13 зображені діаграми пластичності досліджуваних матеріалів, а в таблиці 4.3 наведені їх характеристики пластичності.

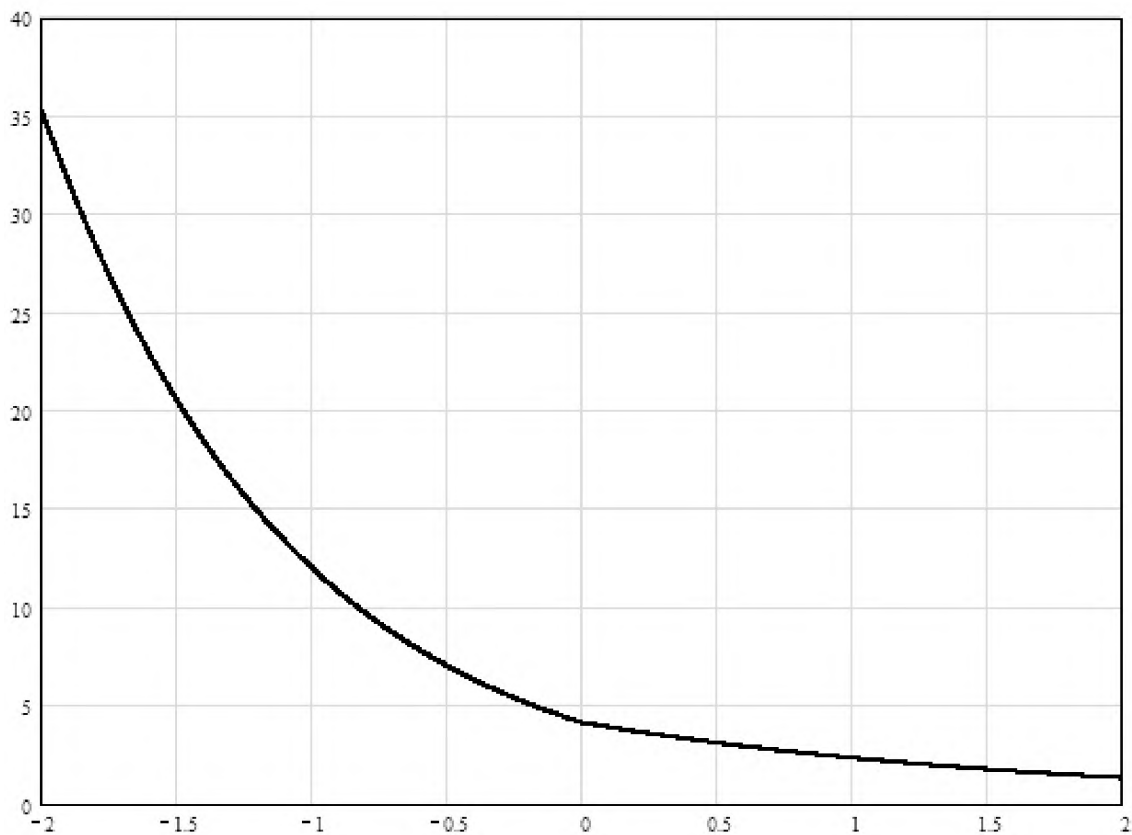


Рис. 4.12. Діаграма пластичності міді М01

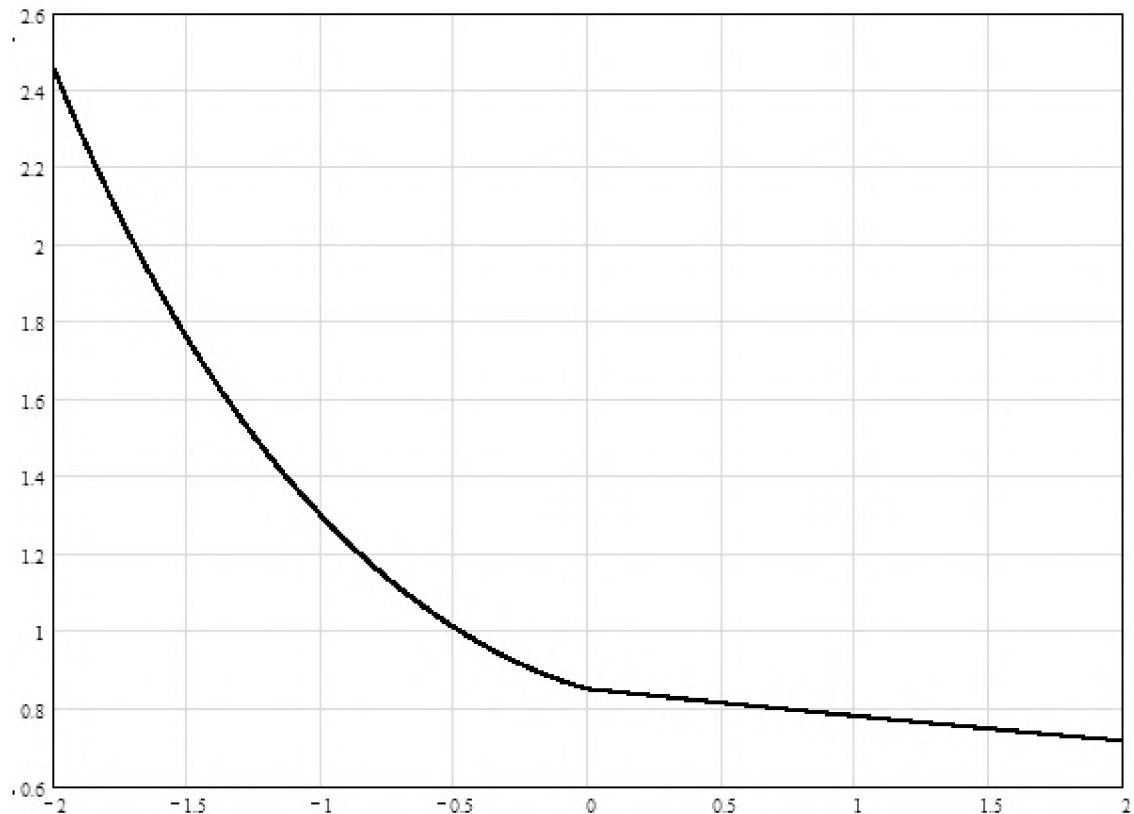


Рис. 4.13. Діаграма пластичності алюмінієвого сплаву АМг2

Таблиця 4.3

## Характеристики пластичності

Матеріал	Гранична пластичність матеріалів при стиску, крученні і розтягу			Коефіцієнти чутливості матеріалу до зміни показника напруженого стану	
	$\varepsilon_{*c}(\eta = -1)$	$\varepsilon_{*c}(\eta = 0)$	$\varepsilon_{*c}(\eta = 1)$	$\lambda_1 = \ln \frac{\varepsilon_{*c}(\eta = 0)}{\varepsilon_{*c}(\eta = 1)}$	$\lambda_2 = \ln \frac{\varepsilon_{*c}(\eta = -1)}{\varepsilon_{*c}(\eta = 0)}$
Мідь М01	12,0	4,1	2,3	1,78	2,93
АМг2	1,3	0,85	0,78	1,09	1,53

#### 4.2.5. Визначення технологічних можливостей процесу формування зовнішніх бургів

Процес ротаційної витяжки обмежується наступними технологічними параметрами:

- мінімальний радіус заокруглення оправки: обмежується руйнуванням зовнішніх шарів осередку згинання;



- максимальний розмір фланця: обмежується інтенсивним гофроутворенням та руйнуванням периферійних ділянок.

Найбільш небезпечною зоною, щодо руйнування зовнішніх шарів є зона початку згинання  $A$  (рис. 4.14), тому що на ділянці  $AB$  внаслідок формування фланця додатково накладаються поперечні напруження стиску, що пом'якшують напружено-деформований стан на ділянці порівняно із зоною  $A$ .

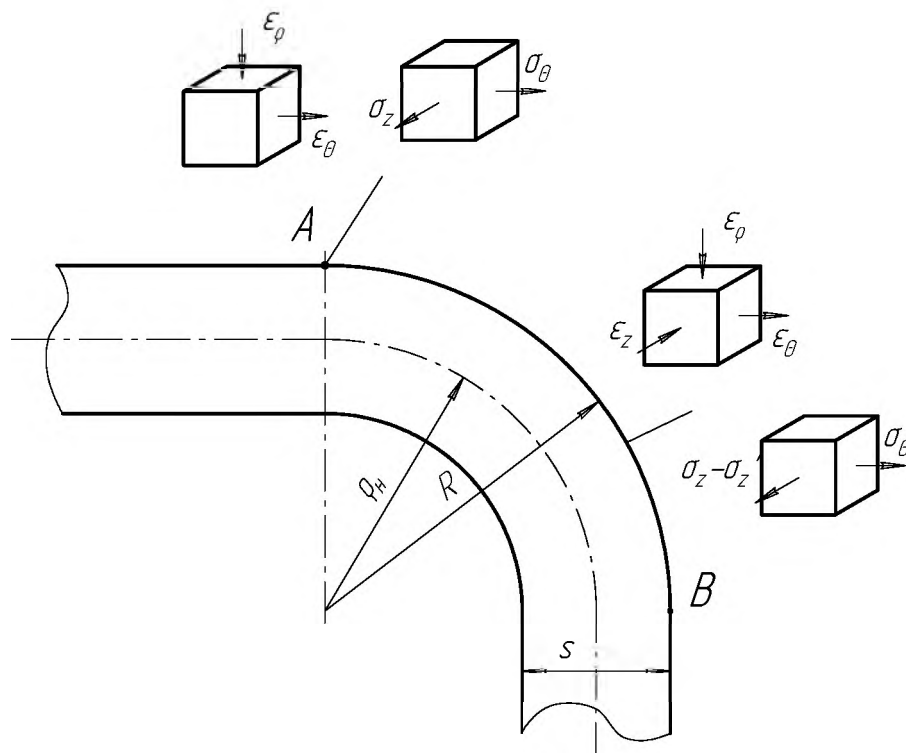


Рис. 4.14. Напружено-деформований стан в осередку згинання під час ротаційної витяжки

Згідно з (3.71), (3.72) та (3.73) у зоні  $A$  напруження мають наступні значення

$$\sigma_\rho = 0; \quad (4.24)$$

$$\sigma_\theta = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \left[ \sigma_\sigma + A \cdot \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \ln \frac{\rho}{\rho_i} \right)^n \right]; \quad (4.25)$$

$$\sigma_z = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \left[ \sigma_\delta + A \cdot \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \ln \frac{\rho}{\rho_i} \right)^n \right]. \quad (4.26)$$

Тоді показник  $\eta$ , що характеризує жорсткість напруженого стану дорівнює

$$\eta = \frac{\sigma_\rho + \sigma_\theta + \sigma_z}{\sigma_i} = \sqrt{3} \approx 1,732. \quad (4.27)$$

тобто він не залежить від радіусу згинання і є сталим на протязі усього процесу згинання.

Колова деформація на зовнішніх волокнах при згинанні нейтральної поверхні на радіус  $\rho_i$  визначається наступним чином

$$\varepsilon_\theta = \frac{R - \rho_i}{\rho_i} = \frac{s}{2 \cdot \rho_i} = \frac{s}{2 \cdot r + s} = \frac{s}{2 \cdot R_{i\gamma} + s}. \quad (4.28)$$

Згідно (3.66) інтенсивність накопиченої деформації на зовнішніх волокнах в залежності від радіусу оправки визначається за формулою

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{3} \cdot s}{2 \cdot R_{i\gamma} + s} \leq \varepsilon_{*c} (\eta = 1,732), \quad (4.29)$$

де  $\varepsilon_{*c} (\eta = 1,732)$  - інтенсивність накопиченої деформації, яку може сприймати матеріал без руйнування при напружено-деформованому стані, який характеризується показником  $\eta = 1,732$ . Значення інтенсивності беремо із діаграми пластичності, що побудована у координатах  $\eta - \varepsilon_{*c}$ . Тоді мінімальний радіус оправки визначається за формулою

$$R_{ii \min} = \frac{s}{2} \cdot \left( \frac{\sqrt{3}}{\varepsilon_{*c}(\eta = 1,732)} - 1 \right). \quad (4.30)$$

У роботі Баркая В. Ф. [15] досліджено напружено-деформований стан у фланці під час ротаційної витяжки. Згідно цієї роботи у фланці реалізується лінійний напружений та об'ємний деформований стани

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta} &= \sigma_{\rho} = 0; \\ \sigma_z &= -\sigma_s; \\ \varepsilon_z &= -\frac{2B}{D}; \\ \varepsilon_{\theta} = \varepsilon_{\rho} &= -\frac{\varepsilon_z}{2} = \frac{B}{D}, \end{aligned} \quad (4.31)$$

де  $B \approx \frac{D-d}{2}$  - ширина фланця.

Тоді показник жорсткості напружено-деформованого стану  $\eta$  дорівнює

$$\eta = \frac{\sigma_{\theta} + \sigma_{\rho} + \sigma_z}{\sigma_i} = -1, \quad (4.32)$$

а накопичена на периферії фланця інтенсивність деформацій

$$\varepsilon_i = \frac{3}{2} \cdot |\varepsilon_z| = \frac{3B}{D} \leq \varepsilon_{*c}(\eta = -1). \quad (4.33)$$

З формули (4.33) отримаємо вираз для визначення максимальної ширини фланця за умови збереження суцільності периферійних ділянок

$$B_{\max} = \frac{D \cdot \varepsilon_{*c} (\eta = -1)}{3}. \quad (4.34)$$

Максимальна ширина фланця за умови протікання стійкого процесу без гофроутворення визначається за методикою, що запропонована у роботі [16]

$$B_{\max} = \left( \frac{1}{\cos \sqrt{-c_1 + \sqrt{c_1^2 + c_2}}} - 1 \right) \cdot \frac{D}{2}, \quad (4.35)$$

$$\text{де } c_1 = \frac{19}{30} \cdot c_2; \quad c_2 = \frac{1}{\frac{631}{3150} + \frac{4 \cdot \sigma_s \cdot D^2 \cdot (1 - \nu)^2}{20 \cdot E \cdot s^2}}.$$

За максимальне значення фланця беруть менше з обраних значень за формулами (4.34) та (4.35).

#### **4.2.6. Розробка спеціалізованої оснастки для ротаційної витяжки та впровадження у виробництво**

4.2.6.1. Для реалізації процесу ротаційної витяжки був спроектований і виготовлений розкочувальний пристрій до лоботокарного верстата ЛТ2, складальне креслення та загальний вигляд якого представлено на рис. 4.15 та 4.16.

Давильний інструмент представляє собою конічний ролик, бокова поверхня якого проектується в залежності від бокової поверхні бурта деталі. Давильний ролик 1 встановлюється в гніздо осі 2, при цьому державка 5 розміщується під необхідним кутом до осі оправки на супорті 4, який разом з державкою 5 і давильним роликом 1 підводиться до ділянки заготовки, яка відбуртовується. Підпружинення давильного ролика 1 пружними елементами 6 дозволяє запобігати перевантаженням пристрою при радіальному битті поверхні оправки, а також формувати бурти при від'ємному куті нахилу бокової поверхні оправки, що передбачається для компенсації пружинення заготовки.

На заключному етапі калібрування переважними є поперечні сили. Упорний підшипник, в якому розміщена вісь пристрою, може сприймати значно більші сили, ніж необхідні саме для ротаційної витяжки. Це дозволяє калібрувати ділянкою валка *DEF* (див. рис. 4.2а) профіль виробу із складним рельєфом.

Наявність унікальних можливостей по управлінню формоутворенням заготовок дозволило застосувати розкочувальний пристрій для формування таких виробів, як тарілки, комірці, ковпаки ректифікаційних і бражних колон для спиртового виробництва. Вказані вироби вирізняються габаритністю і досягають в діаметрі 1,5 м.

Грунтуючись на встановлених закономірностях течії металу на контакті валок-заготовка (3.25), нами розроблено стабільний високопродуктивний процес ротаційної витяжки зовнішніх і внутрішніх елементів зазначених вище виробів.

Відносно невелика товщина заготовки і зусилля деформування дозволяють варіювати кутом нахилу валка у значно ширших межах, ніж в традиційних процесах холодного торцевого розкочування. Вихідними під витяжку були круглі мідні листові заготовки товщиною 3 мм. В результаті обкочування на жорсткій оправці конічним валком за схемою ротаційної витяжки сформовано елементи, що розміщені по відношенню до площини вихідної заготовки під кутами  $90^\circ$  і  $75^\circ$  з висотою 68 і 80 мм. Отримані вироби відрізняються високою точністю і якістю поверхні (рис. 4.17).

Точність допусків у отриманих деталях залежить головним чином, від точності оправки. Наявність пружин в пристрої дозволяє усунути ефект пружинення на кінцеві розміри. Відхилення по товщині стінки витягнутої ділянки не перевищує 0,03 мм, що забезпечується підпружиненням валка. Шорсткість обробленої поверхні заготовки не перевищувала  $R_a = 0,16$  і  $\epsilon_i$ . За всіма іншими видами допусків – радіального та торцевого биття,

циліндричності тощо, отримані вироби цілком задовольняли технічним вимогам.

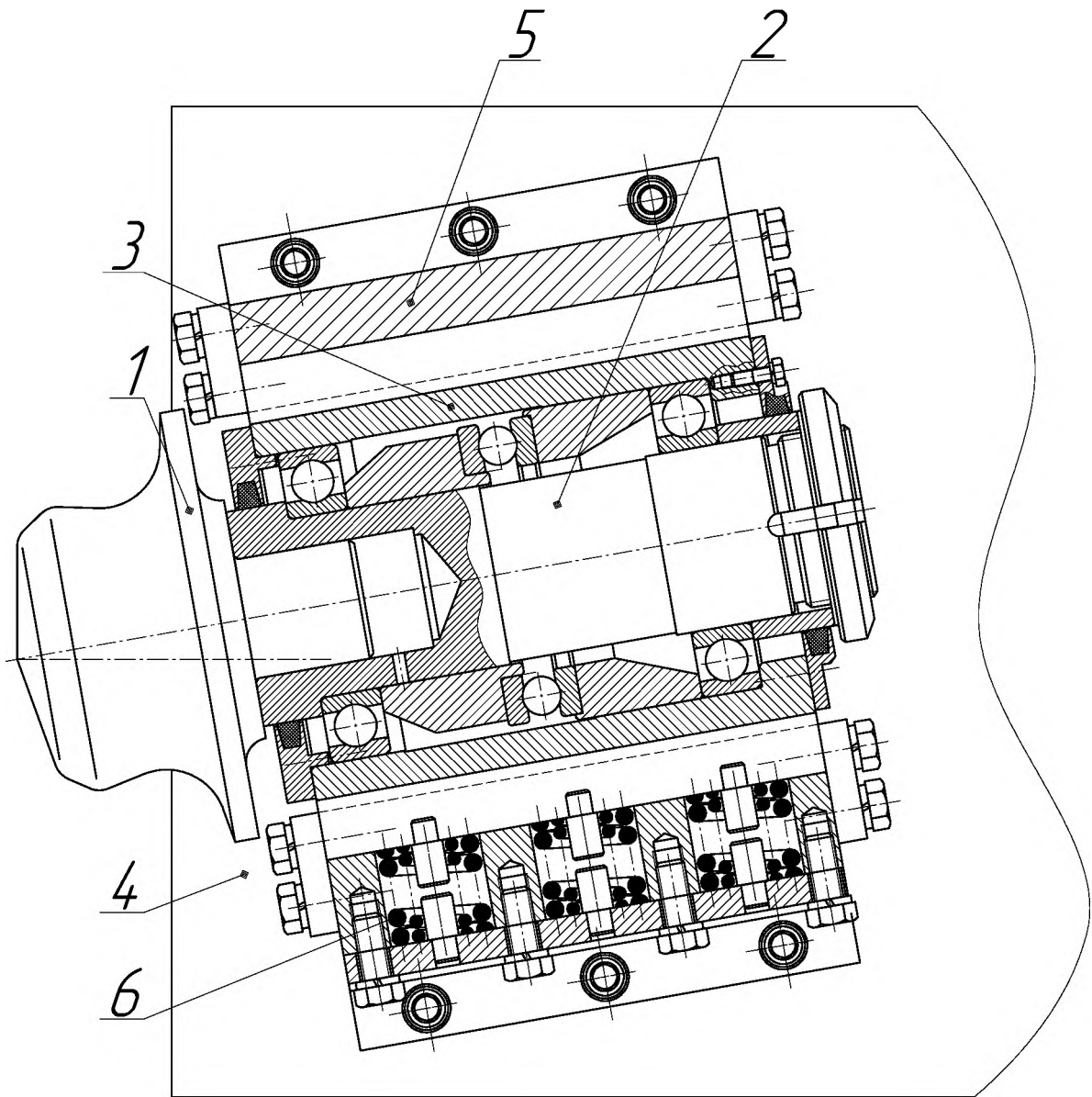
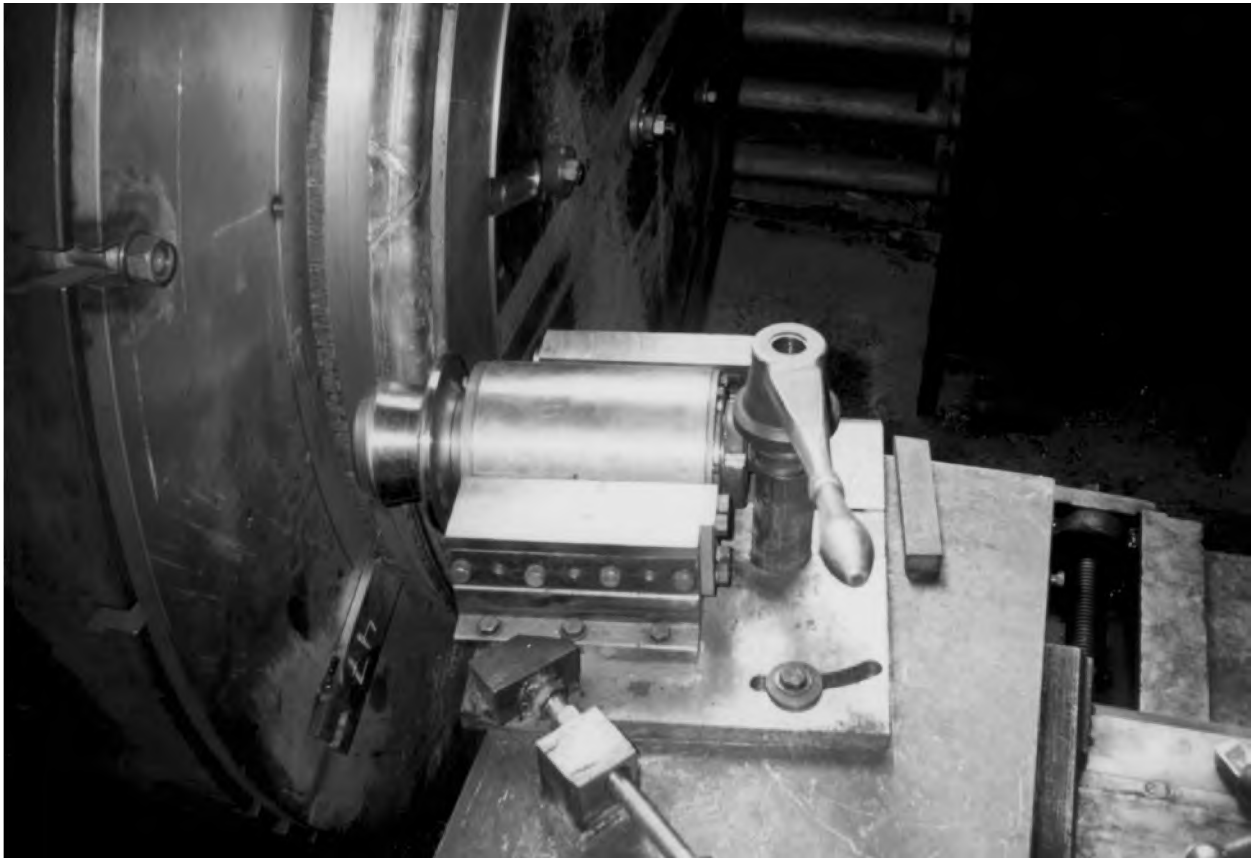


Рис. 4.15. Складальне креслення розкочувального пристрою до лоботокарного верстата ЛТ2

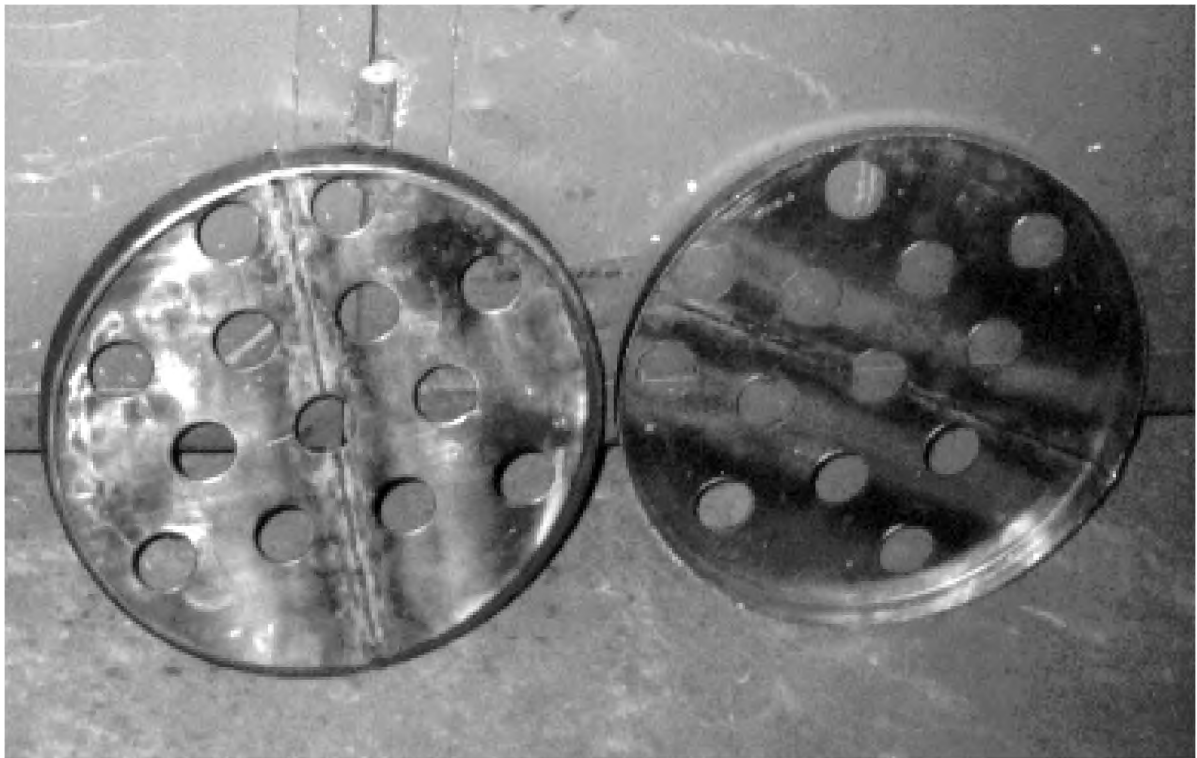


а)



б)

Рис. 4.16. Розкочувальний пристрій



а)



б)

Рис. 4.17. Вироби, отримані ротаційною витяжкою конічним валком



4.2.6.2. Розрахункове визначення зусилля деформування із врахуванням збільшення зазору між оправкою та валком внаслідок дії пружних елементів. Розкладемо зусилля  $\bar{P}$ , яке діє із боку заготовки на валок на дві складові: одна складова  $P'_y$  паралельна осі обертання валка, інша  $P'_x$  - перпендикулярна цій осі (рис. 4.18). Раніше при визначенні зусилля деформування (див. фор. (4.7) та (4.8)) зусилля  $\bar{P}$  розкладали на дві взаємоперпендикулярні складові, одна з яких  $P_y$  - паралельна осі обертання заготовки, інша  $P_x$  - перпендикулярна цій осі. Кут між осями обертання валка та заготовки – кут  $\alpha$ . Тоді складові повного зусилля  $P'_x$  та  $P'_y$  через  $P_x$  та  $P_y$  запишуться у вигляді

$$P'_x = P_x \cdot \cos \alpha + P_y \cdot \sin \alpha; \quad (4.36)$$

$$P'_y = P_y \cdot \cos \alpha - P_x \cdot \sin \alpha. \quad (4.37)$$

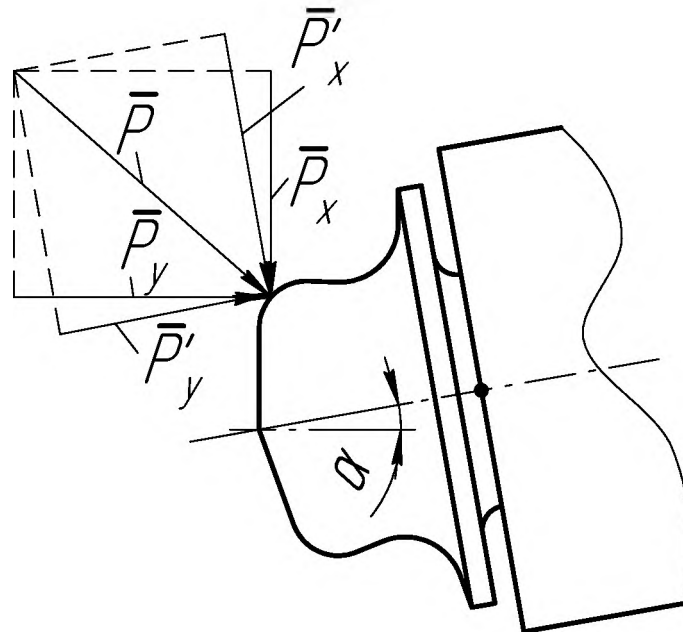


Рис. 4.18. Розклад повного зусилля, що діє на валок вздовж осі обертання валка та вздовж осі обертання заготовки

Розглянемо сили, що діють на розкочувальну головку у перерізі, що проходить через вісь обертання валка перпендикулярно супорту верстата (рис. 4.19). З рівнянь рівноваги знайдемо реакції поверхонь  $N_{z1}$  та  $N_{z2}$

$$N_{z1} = \frac{a+2b+c+d}{a+2b+c} \cdot P_z; \quad (4.38)$$

$$N_{z2} = \frac{d}{a+2b+c} \cdot P_z. \quad (4.39)$$

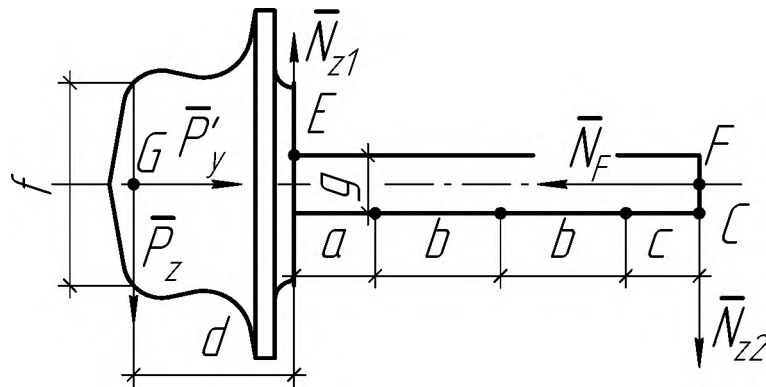


Рис. 4.19. Сили, що діють на розкочувальну головку у перерізі, що перпендикулярний супорту верстата

У перерізі, що паралельний супорту верстата, в залежності від співвідношення  $P'_x$  та  $P'_y$  можливо два варіанти дії сил на корпус розкочувальної головки (рис. 4.20а,б). Для обох випадків складено рівняння рівноваги і визначено складові зусилля. Для варіанту навантаження, що зображений на рис. 4.20а, отримаємо такі співвідношення

$$P'_x = 3T + \mu(N_A + N_B + N_{z1} + N_{z2}); \quad (4.40)$$

$$N_B = \frac{P'_y \cdot \left(\frac{e-f}{2}\right) + (P'_x - \mu P'_z) \cdot (d+a+2b+c) - 3T(c+b)}{e}; \quad (4.41)$$

$$N_A = P'_y - \frac{P'_y \left( \frac{e-f}{2} \right) + (P'_x - \mu P'_z) \cdot (d + a + 2b + c) - 3T(c+b)}{e}. \quad (4.42)$$

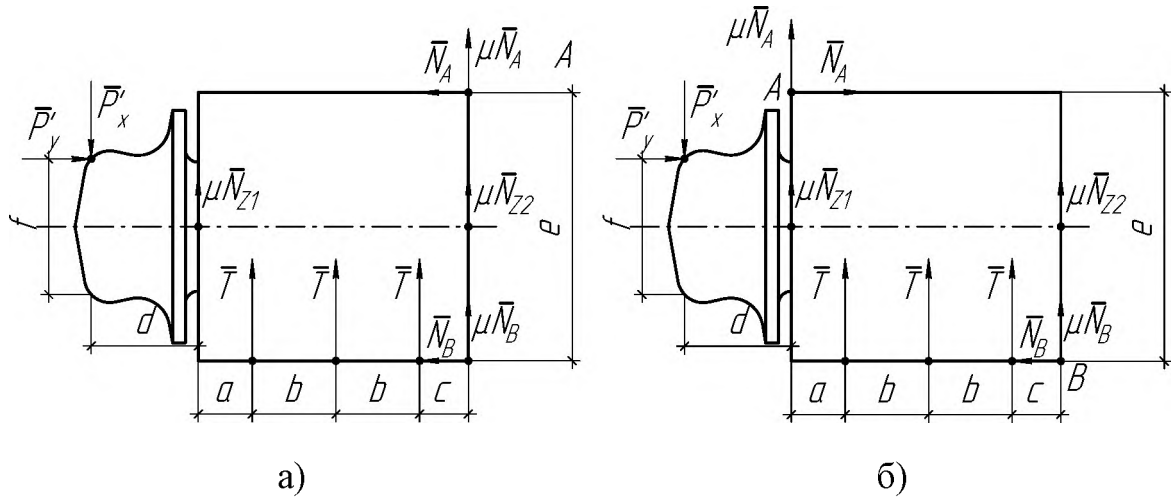


Рис. 4.20. Сили, що діють на розкочувальну головку у перерізі, що паралельний супорту верстата

Для другого варіанту навантаження (див. рис. 4.20б) з рівнянь рівноваги отримаємо

$$P'_x = 3T + \mu(N_A + N_B + N_{z1} + N_{z2}); \quad (4.43)$$

$$N_B = \frac{P'_y \left( \frac{e-f}{2} \right) + P'_x d + 3T(a+b) + \mu d P'_z}{e - \mu(a+2b+c)}; \quad (4.44)$$

$$N_A = \frac{P'_y \left( \frac{e-f}{2} \right) + P'_x d + 3T(a+b) + \mu d P'_z}{e - \mu(a+2b+c)} - P'_y. \quad (4.45)$$

І при першій і при другій схемі навантаження при забезпеченні коефіцієнта тертя  $\mu = 0,03-0,05$  введенням між поверхнями тертя графітного змащування при визначенні поперечного зусилля  $P'_x$  можна знехтувати другим

доданком. Тоді, розписавши силу, із якою пружина діє на розкочувальну головку, отримаємо

$$P'_x = 3C \cdot (l_i + \Delta l), \quad (4.46)$$

де  $\tilde{N}$  - жорсткість пружини;  $l_i$  - попередній стиск пружини при збиранні вузла;  $\Delta l$  - деформація пружини внаслідок дії поперечної сили.

Для розрахунку точок дотику заготовки до оправки задача (3.132) дещо змінилась. Тепер параметр  $t$ , що характеризує відстань між оправкою та валком є не постійною величиною, а шукається виходячи із рівняння (4.46).

Причому тут можливі три варіанти:

- сила  $P'_x$  менша за силу попереднього натягу пружин. Тоді деформація пружин  $\Delta l$  дорівнює нулю і задача (3.132) набуває вигляду

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{x_B - t - R_M - R_n}{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}} = -\frac{x_A}{\sqrt{R_M^2 - x_A^2}}; \\ \frac{x_B - t - R_M - R_n}{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}} \cdot \left[ x_B - \frac{s}{2} \cdot \cos \left( \arctg \frac{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}}{t + R_M + R - x_B} \right) \right] + \\ + \left[ \sqrt{R_M^2 - x_A^2} - R_M + \frac{s}{2} \cdot \sin \left( \arctg \frac{\sqrt{R_M^2 - x_A^2}}{x_A} \right) - \frac{x_B - t - R_M - R_n}{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}} \times \right. \\ \left. \times \left( x_A + \frac{s}{2} \cdot \cos \left( \arctg \frac{\sqrt{R_M^2 - x_A^2}}{x_A} \right) \right) \right] = -\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2} - h + R_n - \\ - \frac{s}{2} \cdot \sin \left( \arctg \frac{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}}{t + R_M + R - x_B} \right); \\ t = t_0. \end{array} \right. \quad (4.47)$$

- сила  $P'_x$  більша за силу попереднього натягу пружин, але менша за  $3C \cdot (l_i + l_{\delta})$ , де  $l_x$  - максимальний хід пружини. Тоді деформація пружин  $\Delta l$  визначається із рівняння (4.46) і задача (3.132) набуває вигляду

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{x_B - t - R_M - R_n}{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}} = -\frac{x_A}{\sqrt{R_M^2 - x_A^2}}; \\ & \frac{x_B - t - R_M - R_n}{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}} \cdot \left[ x_B - \frac{s}{2} \cdot \cos \left( \arctg \frac{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}}{t + R_M + R - x_B} \right) \right] + \\ & + \left[ \sqrt{R_M^2 - x_A^2} - R_M + \frac{s}{2} \cdot \sin \left( \arctg \frac{\sqrt{R_M^2 - x_A^2}}{x_A} \right) - \frac{x_B - t - R_M - R_n}{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}} \times \right. \\ & \times \left. \left( x_A + \frac{s}{2} \cdot \cos \left( \arctg \frac{\sqrt{R_M^2 - x_A^2}}{x_A} \right) \right) \right] = -\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2} - h + R_n - \\ & - \frac{s}{2} \cdot \sin \left( \arctg \frac{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}}{t + R_M + R - x_B} \right); \\ & t = t_0 + \left\{ 2 \cdot \sqrt{\frac{D^2}{4} - \left[ \frac{d}{2} - R_M - s + \left( R_M + \frac{s}{2} \right) \cdot \arcsin \frac{x_A}{R_M} \right]^2} \times \right. \\ & \times \left( \frac{\sigma_{\delta} \cdot s^2}{4} - \frac{\sigma_{\delta}^3 \cdot R_M^2}{3 \cdot E^2} \right) \Bigg/ \left\{ x_B - x_A - \frac{s}{2} \cdot \left[ \cos \left( \arctg \frac{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}}{t + R_M + R_n - x_B} \right) + \right. \right. \\ & + \cos \left( \arctg \frac{\sqrt{R_M^2 - x_A^2}}{x_A} \right) \right] - \frac{x_B - t - R_M - R_n}{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}} \cdot \left[ \sqrt{R_M^2 - x_A^2} - R_M + \right. \\ & + \sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2} + h - R_n + \frac{s}{2} \cdot \left[ \sin \left( \arctg \frac{\sqrt{R_M^2 - x_A^2}}{x_A} \right) + \right. \\ & \left. \left. \left. + \sin \left( \arctg \frac{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}}{t + R_M + R_n - x_B} \right) \right] \right] \right\} \times \\ & \times \left[ \frac{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}}{t + R_M + R - x_B} \cdot \cos \alpha + \sin \alpha \right] \Bigg/ C - l_i \Bigg\} \times \cos \alpha; \end{aligned} \right. \quad (4.48)$$

- сила  $P'_x$  більша за силу  $3C \cdot (l_i + l_\delta)$ . Тоді деформація пружин  $\Delta l$  дорівнює  $l_x$  і задача (3.132) набуває вигляду

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{x_B - t - R_M - R_n}{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}} = -\frac{x_A}{\sqrt{R_M^2 - x_A^2}}; \\ & \frac{x_B - t - R_M - R_n}{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}} \cdot \left[ x_B - \frac{s}{2} \cdot \cos \left( \arctg \frac{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}}{t + R_M + R - x_B} \right) \right] + \\ & + \left[ \sqrt{R_M^2 - x_A^2} - R_M + \frac{s}{2} \cdot \sin \left( \arctg \frac{\sqrt{R_M^2 - x_A^2}}{x_A} \right) - \frac{x_B - t - R_M - R_n}{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}} \times \right. \\ & \left. \times \left( x_A + \frac{s}{2} \cdot \cos \left( \arctg \frac{\sqrt{R_M^2 - x_A^2}}{x_A} \right) \right) \right] = -\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2} - h + R_n - \\ & - \frac{s}{2} \cdot \sin \left( \arctg \frac{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}}{t + R_M + R - x_B} \right); \\ & t = t_0 + l_\delta. \end{aligned} \right. \quad (4.49)$$

Для реалізації усіх трьох варіантів була створена програма у додатку Maple 9 (Додаток Л). Результати розрахунку за даною програмою приведені на рис. 4.21. При певній подачі  $h_1$  пружини починають стискатись, що призведе до збільшення зазору між валком та оправкою. Внаслідок цього осьова складова зусилля деформування різко зменшується, а зростання поперечної складової йде більш повільно.

4.2.6.3. Експериментальна перевірка визначення зусилля деформування із врахуванням збільшення зазору між оправкою та валком. Деформацію пружини  $\Delta l$  визначали за допомогою індикатора годинникового типу. Точність вимірювання деформації визначається точністю інструменту і складає 0.005мм,

що при жорсткості пружини  $C = 225630 \text{ Н/м}$  викликає похибку вимірювання зусилля, із яким усі три пружини діють на розкочувальну головку  $3,39 \text{ Н}$ . Попередній натяг пружини виміряли штангенциркулем похибка вимірювання якої складає  $0.05 \text{ мм}$ , що викликає похибку зусилля  $33,9 \text{ Н}$ . Розміри пружин вимірювали штангенциркулем, що також вносить похибку у  $33,9 \text{ Н}$ . Жорсткість пружин виміряли із точністю  $50 \text{ Н}$  на пресі із застосуванням обойм. Індикатор встановлювали вздовж осі середньої пружини, що усувало похибку, яка виникає внаслідок перекошу розкочувальної головки. Отже, загальна похибка вимірювання зусилля, із яким пружини діють на розкочувальну головку склала  $121,19 \text{ Н}$ .

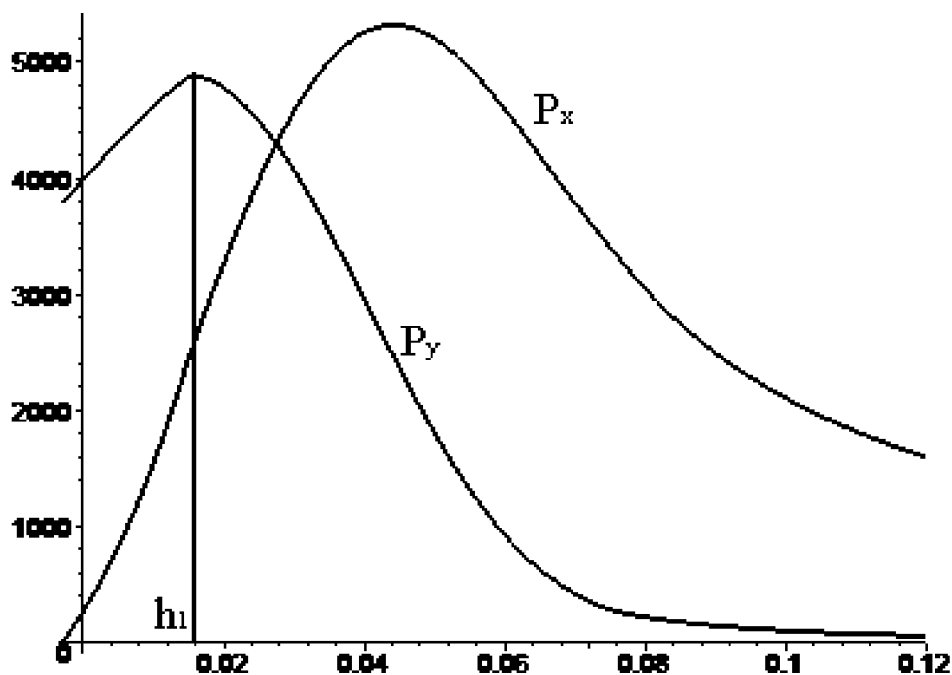


Рис. 4.21. Розрахунок осьової та поперечної складових повного зусилля із врахуванням зміни зазору між валком та пуансоном внаслідок дії пружин

Під час експерименту фіксували найбільше значення поперечного зусилля та подачу при цьому і порівнювали його із розрахунковим. Експеримент проводили при виготовленні циліндричних виробів із круглої заготовки товщиною  $3 \text{ мм}$ , матеріал заготовки мідь М01. При цьому валок

залишався незмінним, а варіювався діаметр циліндричної заготовки та радіус заокруглення оправки. Таким чином виготовлялись циліндричні деталі діаметром 200, 300, 600 мм. Експериментальні дані зазору між валком та оправкою та поперечного зусилля, що діє на розкочувальний валок внесено до таблиці 4.4. Для порівняння у таблицю 4.4 внесені дані розрахунку поперечного зусилля за співвідношенням (4.36) та похибка між експериментальними та розрахунковими даними.

Максимальна похибка між експериментальним та розрахунковим за співвідношеннями (4.36) значеннями поперечного зусилля склала 17% при діаметрі деталі 600 мм. Причому спостерігається тенденція до збільшення похибки при збільшенні геометричних розмірів заготовки.

Таблиця 4.4

#### Значення зазору та поперечної складової зусилля деформування

Діаметр деталі, мм	Величина зміни зазору, мм	Попередній натяг пружин, мм	Експериментальне значення поперечної складової зусилля, Н	Розрахунок за (4.36) значення поперечної складової зусилля, Н	Похибка, %
200	1.68	3	3168	3544	11.9
300	2.15	3	3486	3972	13.9
600	2.21	5	4880	5710	17

### *4.3. Розробка та дослідження процесу переформування квадратних заготовок у круглі*

#### **4.3.1. Вибір технологічної схеми процесу переформування**

Аналіз зроблений у п. 1.2.3 дозволяє зробити висновок, що процес переформування квадратних заготовок у круглі методом холодного торцевого розкочування обмежується інтенсивною відцентровою течією металу у центрі заготовки, що призводить до втрати суцільності заготовки (рис. 4.22).



Встановлений нами у п. 3.2 вплив різних технологічних параметрів на закономірності течії металу під час холодного торцевого розкочування конічним валком дозволяє цілеспрямовано управляти цим процесом, а також встановлювати необхідні технологічні обмеження. Разом із тим при застосуванні жорсткої матриці такі впливи, у свою чергу, також обмежені, зважаючи на неможливість варіювання зміщенням валка відносно центру заготовки. Тому при переформуванні квадрата у круг у закритій жорсткій матриці для зменшення інтенсивності відцентрової течії металу у центрі заготовки, нами пропонується зменшувати кут нахилу валка конуса  $\alpha$  давильного інструменту у порівнянні із традиційними методами холодного торцевого розкочування.

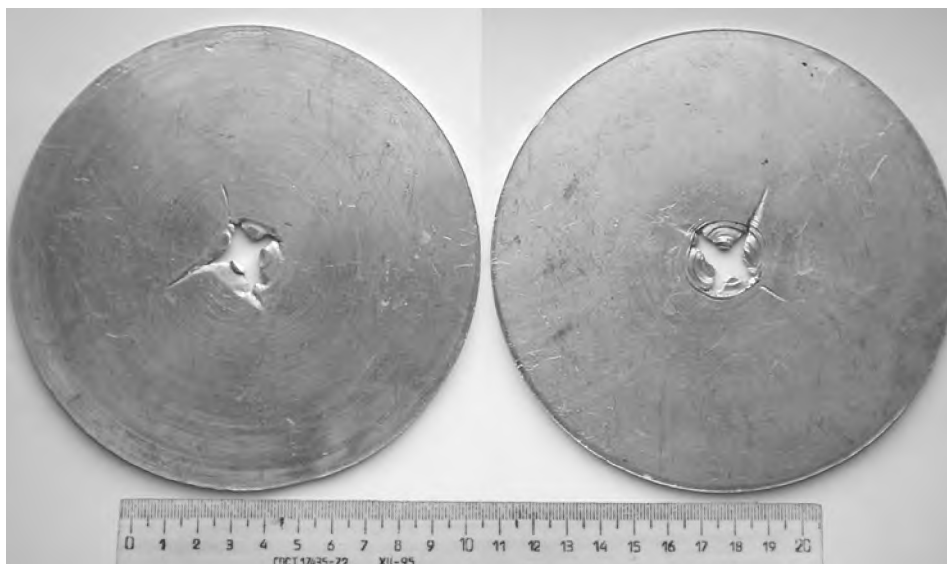


Рис. 4.22. Втрата суцільності деталі при переформуванні квадратних заготовок у круглі методом холодного торцевого розкочування

Як показує аналіз рис. 3.11 зменшення кута нахилу конуса  $\alpha$  від  $10^0$  до  $2^0$  зменшує кут між векторами швидкості інструменту та заготовки більше як у 25 разів. Незначна неузгодженість між векторами нівелюється відцентровою течією металу внаслідок осаджування.

Використання холодного торцевого розкочування конічним валком із кутом конуса  $\alpha = 2^0$  дозволило реалізувати стійкий процес переформування

квадратних заготовок у круглі без втрат суцільності у центрі заготовки (рис. 4.23).

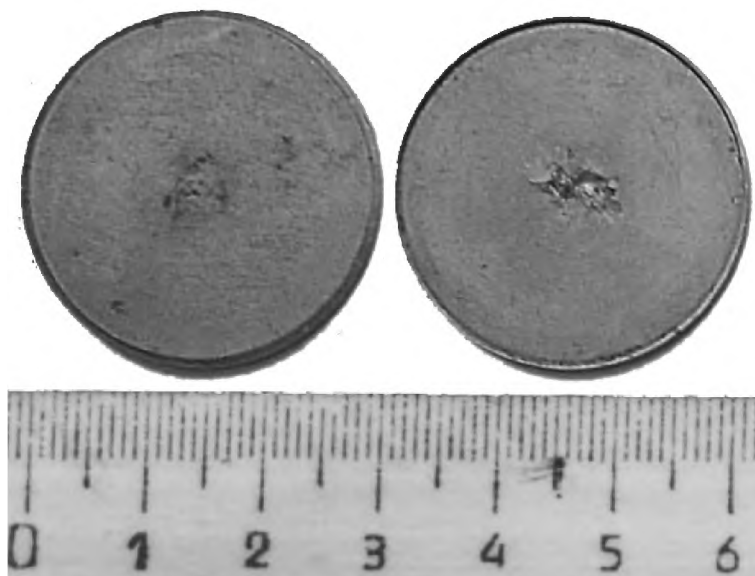


Рис. 4.23. Деталі отримані переформуванням квадратних заготовок у круглі методом холодного торцевого розкочування при  $\alpha = 2^\circ$

У якості заготовки використовуються квадрати, довжина сторони яких визначається за формулою (рис. 4.24)

$$a = \frac{D}{\sqrt{2}} \approx 0,707D. \quad (4.50)$$

Товщина заготовки визначається за умови збереження об'єму

$$s_{\text{за}} = \frac{\pi s}{2} \approx 1.571s. \quad (4.51)$$

Разом із тим схема розкочування при малих кутах  $\alpha$  виявила свої недоліки. З однієї сторони, зменшення кута  $\alpha$  суттєво збільшує площу контакту валка із заготовкою і вимагає підвищених вимог до потужності обладнання і міцності інструменту. З іншої сторони, кут конуса чинить

відносно менший вплив на відцентрову течію металу, порівняно зі зміщенням валка  $\delta$  і не виключає повністю центрального потоншення заготовок.

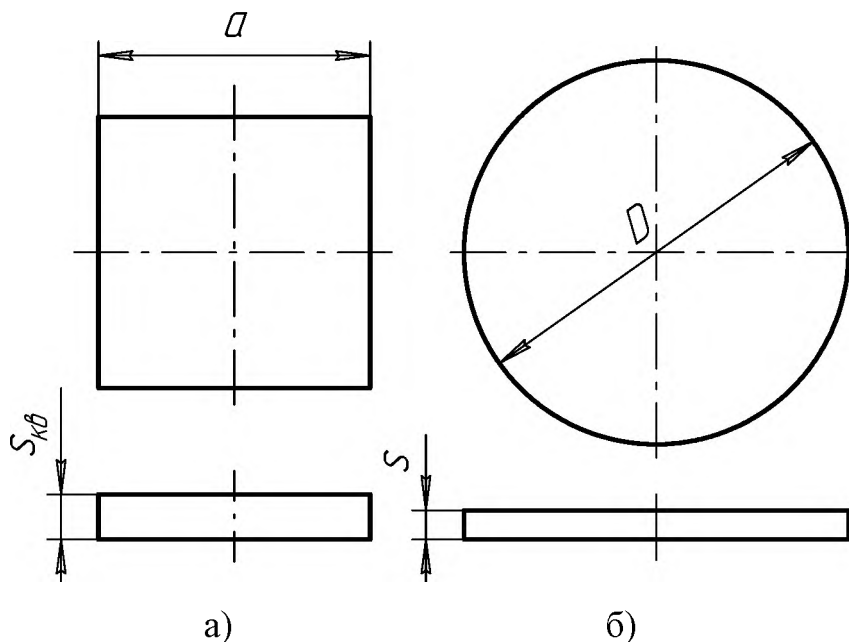


Рис. 4.24. Заготовка (а) та деталь (б), що отримується процесом переформування квадратних заготовок у круглі

У зв'язку із цим розроблена схема і інструмент для переформування заготовок розкочуванням, яка дозволяє реалізовувати процес при від'ємних значеннях зміщення вершини валка  $\delta$  (рис. 4.25).

Застосування даної схеми переформування доцільно для відносно високих заготовок із відношенням  $s/D > 0.05$  і висотою  $s \geq 3...4$  і і .

Для реалізації даної схеми нами було обрано найбільш жорсткий варіант розкочування круга у круг. У даному випадку відбувається вільне розтікання металу аж до заключних стадій, на яких бокова поверхня заготовки контактуватиме з матрицею. При розкочуванні квадрата його кути уже з перших стадій контактують із матрицею і створюють гідростатичний підпір.

На рис. 4.26 представлена кругла заготовка із сплаву АМг2 до і після розкочування. Технологічне гніздо у центрі вихідної заготовки передбачалося для фіксації заготовки по центру матриці. Таке гніздо в свою чергу робить

схему деформування ще більш жорсткою, оскільки є концентратором напруг і сприяє пошкодженню матеріалу в центрі заготовки. Як свідчать результати проведеного експерименту (рис. 4.26б), застосування інструментального оснащення із підпружиненою матрицею і цілеспрямовано зміщеним валком дозволяють розширити можливості процесу переформування заготовок з уникненням стоншення їх центральної частини.

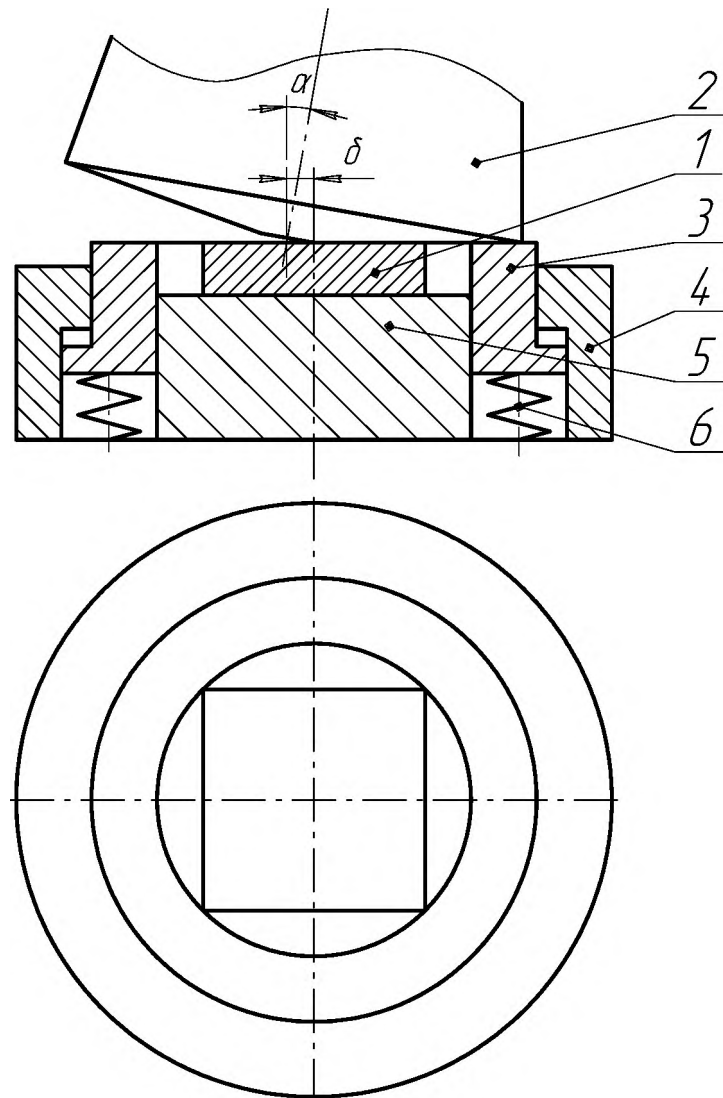
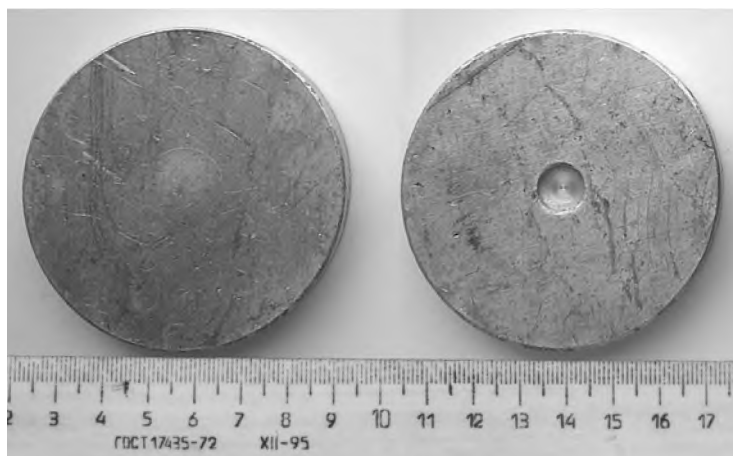


Рис. 4.25. Переформування квадратних заготовок у круглі холодним торцевим розкочуванням із від'ємним ексцентриситетом валка

1 – заготовка, 2 – валок, 3 – матриця, 4 – обойма, 5 – упор-виштовхувач,  
6 – пружні елементи



а)



б)

Рис. 4.26. Заготовка до (а) і після (б) процесу переформування із від'ємним зміщенням валка

Значна кількість деталей може бути виготовлена із круглої заготовки із центральним отвором. У цьому випадку течія металу у центрі заготовки на периферію при її розкочуванні без зміщення валка із кутом конуса  $\alpha = 10^\circ$  може бути використана для цілеспрямованого утворення стоншення центральної частини заготовки. Розроблено технологічний процес виготовлення фланця розкочуванням із квадратної заготовки, який включає в себе наступні етапи:

- переформування квадрата у круг та пряме видавлювання (рис. 4.27а) здійснюється конічним валком із кутом конуса  $\alpha = 10^\circ$  без зміщення і з використанням оправки, яка формує центральний отвір;
- видалення залишків металу із отвору;
- осаджування та обернене видавлювання, що здійснюється циліндричним валком (рис. 4.27б). Так як необхідно при цьому досягти течії металу у напрямі центра заготовки, то згідно з (3.11) осі обертання циліндричного валка надаємо від'ємного зміщення (див. рис. 3.1).

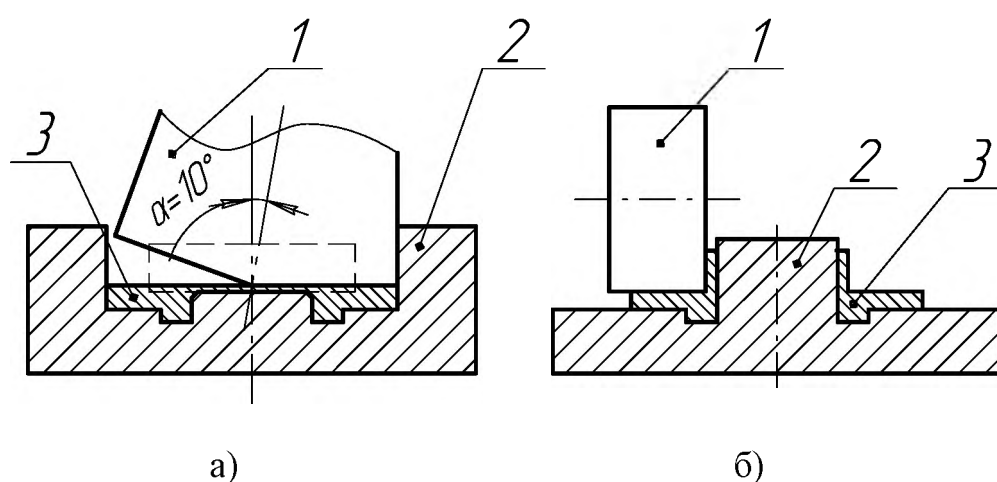


Рис. 4.27. Схема виготовлення фланця розкочуванням

#### 4.3.2. Дослідження напружено-деформованого стану заготовки під час процесу переформування

Переформуванню квадратів у круг у жорсткій матриці підлягали заготовки із міді М01 і алюмінієвого сплаву АМг2. Дослідження напружено-деформованого стану (НДС) на поверхні заготовок проводили методом сіток, а розподіл деформацій по перерізу – вимірюванням твердості. На рис. 4.28 представлені заготовки, які отримано переформуванням квадрата в круг методом холодного торцевого розкочування на проміжній і заключній стадіях. Апроксимацію і диференціювання експериментальних даних виконували з використанням пакету прикладних програм на базі згладжування кубічними сплайн-функціями, що розроблений в колективі під керівництвом В. А. Огороднікова [124]. У результаті були отримані поля компонент тензора

деформацій, інтенсивності деформацій і напруг на поверхні заготовок, доведених до різних стадій переформування.

На рис. 4.29 представлено розподіл інтенсивності деформацій  $\varepsilon_i$  та показника напруженого стану  $\eta$  на заключному етапі переформування квадратної пластини з міді M01 в круг діаметром  $D=31$  мм при куті валка  $\alpha=2^\circ$ .

Як видно з рис. 4.29, деформований стан заготовки має ознаки симетрії. Компоненти деформацій  $\varepsilon_x$  і  $\varepsilon_y$  близькі за величиною і характером розподілу в плані заготовки і є деформаціями розтягу. На ділянках заготовки поблизу кутів вихідного квадрату деформації  $\varepsilon_x$  і  $\varepsilon_y$  переходять у незначні за величиною деформації стиску. Деформації у напрямі товщини  $\varepsilon_z$  на більшій частині заготовки є деформаціями стиску. Вони максимальні і за абсолютною величиною близькі до значень інтенсивності деформацій  $\varepsilon_i$ .

Мінімальна ступінь деформації має місце у центральній частині заготовки. На площі, яка описана навколо центру радіусом, що складає 0.5 від радіуса сформованої заготовки, ступінь деформації не перевищує значень  $\varepsilon_i/\varepsilon_{max}=0.3-0.4$ . Найбільша ступінь деформацій  $\varepsilon_{max}=1.4-1.5$  спостерігається на контурах заготовки, у зонах, що відповідають серединам сторін вихідних квадратів. Підвищені деформації мають місце також в кутах вихідного квадрата.

Таким чином даний процес за характером НДС близький до процесу осаджуванням з перетіканням часток матеріалу в плані заготовки. Напружений стан в плані заготовки змінюється від значень  $\eta \approx -0.2$  поблизу центру заготовки до  $\eta \approx -1 \div -2$  поблизу контуру і  $\eta \approx -1 \div -0.5$  на боковій поверхні посередині сторони квадрата.

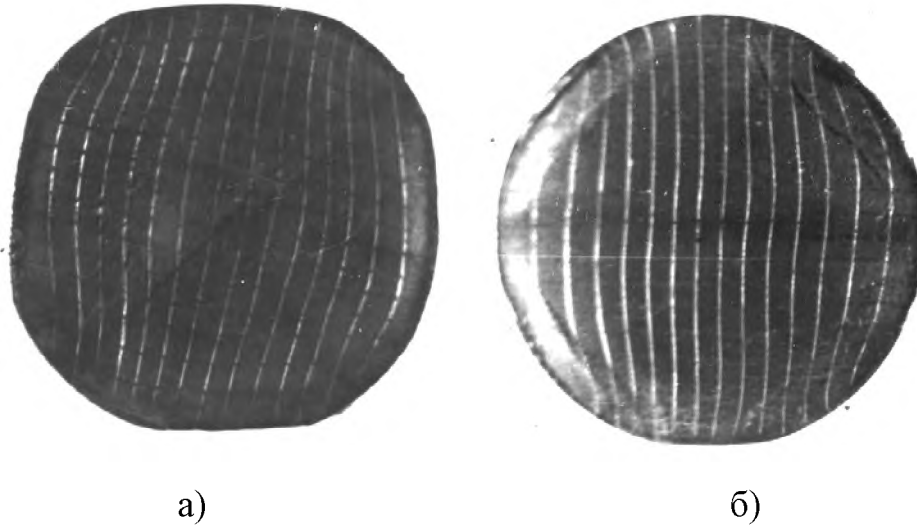


Рис. 4.28. Вид переформованих заготовок на стадіях:

а) проміжній; б) заключній

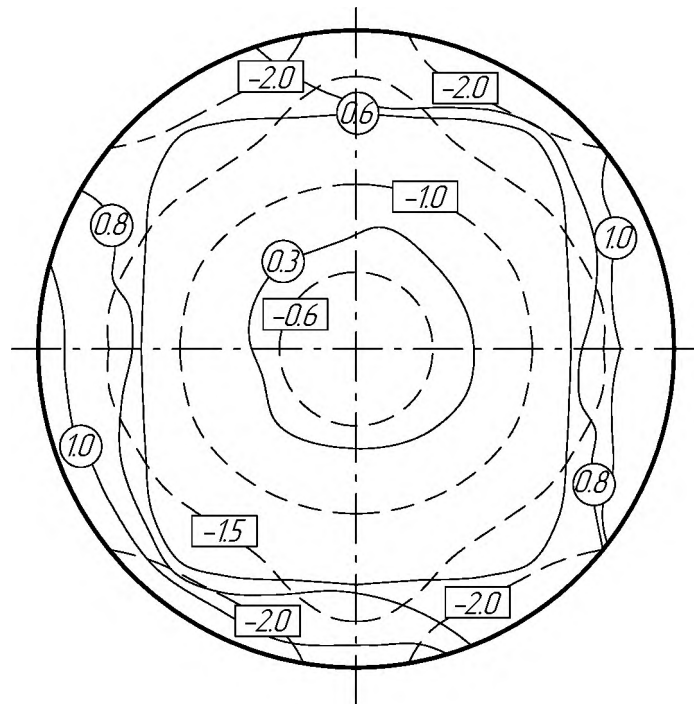


Рис. 4.29. Розподіл інтенсивності деформацій  $\bigcirc$  і показника напруженого стану  $\square$  по поверхні заготовки на заключній стадії переформування квадрата в круг

#### 4.2.3. Оцінка енергосилових параметрів обладнання.

Для визначення середнього питомого зусилля штампування обкочуванням можна використати співвідношення [28]



$$P_{\text{нб}} = \sigma_{\delta} \left[ 1 + \alpha \nu \left( \frac{2R}{s} + 1 \right) + \frac{1}{4} \left( 1 + \frac{\varepsilon_{\delta}}{1 - \varepsilon_{\delta}} \right) \right], \quad (4.52)$$

де  $\varepsilon_{\delta} = \frac{h_s}{s}$  - степінь деформації заготовки за оберт інструменту;

$\nu = 0,5 \cdot \left( 1 + \frac{\pi}{2} + \beta \right) \cdot \text{tg } \beta$  - фактор тертя;  $\beta$  - кут нахилу гребінців шорсткості поверхні інструменту.

З співвідношення (4.52) видно, що величина середнього тиску пропорційна радіусу заготовки  $R$  та осьовій подачі інструменту  $h_i$ . Зменшення висоти заготовки  $s$  призводить до збільшення тиску.

Умовно процес переформування можна розділити на 3 стадії: 1) стадія вільного осаджування квадратної заготовки (заготовка не дотикається до стінок матриці, а також початок дотику, при якому основна частина заготовки може ще вільно уширюватись); 2) стадія переформування; 3) стадія калібрування. Основна деформація заготовки, що складає 80-90% від загальної, проходить на перших двох стадіях. Сумарна тривалість цих двох стадій складає 4...5 обертів інструменту, а тривалість стадії калібрування – 5...6 обертів.

Загальний час переформування на існуючому обладнанні із частотою обертання  $\omega = 100 \dots 200$  об/хв, складає 4...6 с. Збільшення тривалості призводить до зниження продуктивності операції, надмірному поверхневому наклепу матеріалу заготовки, а у деяких випадках можливо і до малоциклового руйнування від втоми. У свою чергу зменшення тривалості операції викликає необхідність збільшення технологічного зусилля, що негативно впливає на стійкість інструменту.

Для визначення величини відносної площі контакту на етапах вільного уширення та переформування використовують апроксимуючий вираз (3.38). Тоді площа плями контакту розраховується за формулою

$$F_{\delta} = 1,527 \cdot R_s^2 \cdot Q^{0,531}, \quad (4.53)$$

де  $R_i$  – радіус заготовки на етапі деформування, що розглядається.

Для знаходження величини відносної площі плями контакту  $\lambda$  на етапі калібрування, можна використати апроксимуючий вираз (3.52) звідки площа плями контакту

$$F_{\varepsilon} = (6.959 \cdot \mu^2 + 2.611 \cdot \mu + 1.527) \cdot R^2 \cdot Q^{0,452 \cdot \mu^2 - 0,699 \cdot \mu + 0,531} \quad (4.54)$$

У той же час, знаючи площу плями контакту та контактні напруження, можна визначити повне зусилля штампування обкочуванням за формулою (3.26).

### *4.3. Розробка методики визначення граничних розмірів заготовок для комбінованого процесу переформування квадрата у круг із наступним формуванням ротаційною витяжкою*

Оцінимо технологічні можливості комбінації процесів переформування квадрата у круг в жорсткій матриці з наступним формуванням виробів ротаційною витяжкою. Найбільш небезпечною зоною для руйнування при формуванні зовнішніх бортів давильною обробкою є зовнішні шари осередку згинання (зона А на рис. 4.30) та периферія заготовки, де маємо найбільший ступінь деформації при переформуванні та відбуртовці (зона В на рис. 4.30).

І на периферії і в осередку згинання маємо немонотонне пластичне деформування. Для оцінки залишкового ресурсу пластичності використаємо тензорну модель накопичення пошкоджень із врахуванням „пам'яті напрямів” (2.10). Розіб'ємо процес формування циліндричних заготовок на два етапи: перший етап – етап переформування квадратної заготовки у круглу методом

холодного торцевого розкочування, другий – процес відбуртовки зовнішнього контуру штампуванням обкочуванням. У межах кожного етапу вважаємо напрямний тензор приростів деформації  $\beta_{ij} = const$ . Залишковий ресурс пластичності розраховуємо за критеріальним співвідношенням, що впливає з тензорно-лінійної моделі накопичення пошкоджень (2.10) при використанні степеневі функції пошкоженості (2.46).

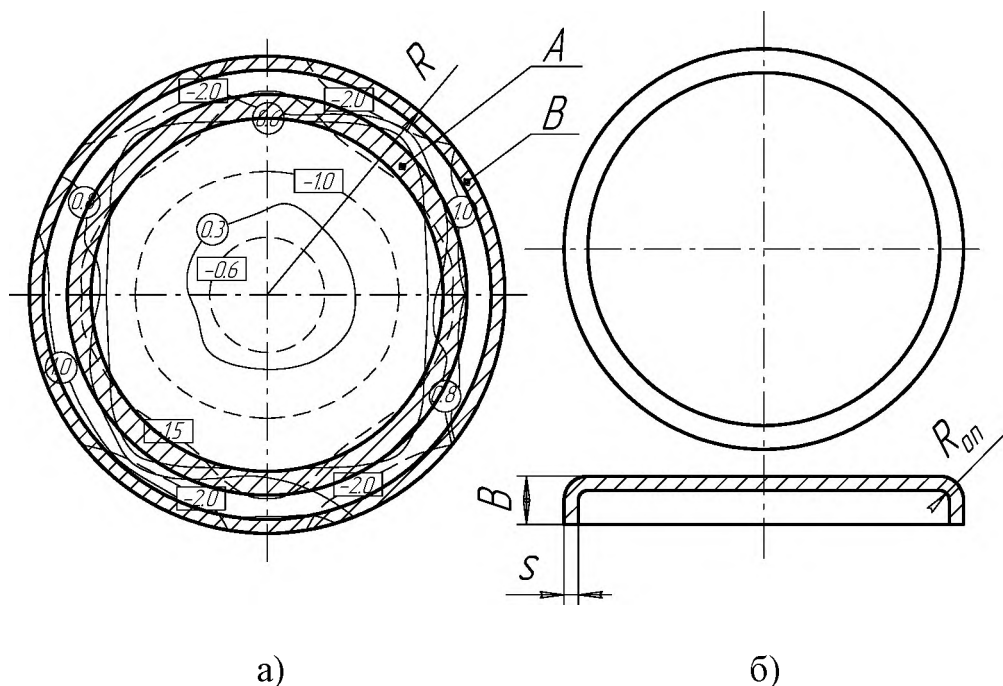


Рис. 4.30. Розподіл інтенсивності деформацій  $\bigcirc$  і показника напруженого стану  $\square$  по поверхні заготовки на заключній стадії переформування квадрата в круг та небезпечні зони при відбуртовці штампуванням обкочуванням (а) та вигляд готового виробу (б)

Для визначення мінімального радіуса заокруглення оправки  $R_{i\bar{i} \min}$ , при якому не відбувається руйнування заготовки при формуванні буртів штампуванням обкочуванням у зоні А, та максимального розміру фланця  $B_{\max}$  при умові збереження суцільності заготовки у зоні В за та напружено-деформованим станом визначаємо косинус зламу траєкторії деформування  $k_{12}$ . Для зони А  $k_{12} = 1$ , а для зони В  $k_{12} = 0$ . За формулою (2.46), скориставшись діаграмою пластичності матеріалу заготовки (див. рис. 4.12, 4.13 та табл. 4.2),

визначаємо залишкові ресурси пластичності у зонах А та В -  $\psi_{2A}$  та  $\psi_{2B}$  відповідно. Тоді

$$R_{\text{тт min}} = \frac{s}{2} \cdot \left( \frac{\sqrt{3}}{\varepsilon_{*c}(\eta = 1,732) \cdot \psi_{2A}} - 1 \right); \quad (4.55)$$

$$B_{\text{max}} = \frac{D \cdot \varepsilon_{*c}(\eta = -1) \cdot \psi_{2B}}{3}. \quad (4.56)$$

Також критичну ширину фланця необхідно перевірити за критерієм гофроутворення (4.35). Порівнявши дані розрахунків за формулами (4.56) та (4.35) приймаємо за максимальну ширину фланця меншу величину.

Для розрахунку граничних розмірів деталей, що отримуються комбінованим процесом, який включає у себе переформування квадратних заготовок у круглі методом холодного торцевого розкочування у жорсткій матриці із кутом конуса розкочувального валка  $\alpha = 2^0$  та формування бурта ротаційною витяжкою, була створена програма у математичному додатку MathCad (Додаток М). Як приклад розглянуто процес формування деталі діаметром 31 мм.

#### 4.4. Висновки по розділу

1. На основі узагальнення літературних даних та власного досвіду розроблено керівні технічні матеріали по впровадженню холодного торцевого розкочування, що включають у себе рекомендації щодо вибору та модернізації обладнання, оцінку технологічних можливостей процесу, а також технічні вимоги до правил оформлення креслень, до розкочувального інструменту та до заготовок, які підлягають холодному торцевому розкочуванню.

2. Запропоновано інструмент для формування внутрішніх та зовнішніх буртів, який дозволяє за один прохід виконувати операції відбуртовки та калібрування.

3. Розроблено розкочувальний пристрій на лоботокарний верстат ЛТ2 для виготовлення тарілок, комірців, ковпаків ректифікаційних і бражних колон для спиртового виробництва. Вказані вироби вирізняються габаритністю і досягають в діаметрі 1,5 м. Розроблений пристрій був впроваджений у виробництво, що засвідчується відповідними актами про впровадження (Додаток А).

4. Запропоновано методику оцінки енергосилових параметрів обладнання для розробленого процесу ротаційної витяжки із врахуванням радіусів заокруглення оправки та розкочувального валка та врахуванням зміни відстані між оправкою та валком внаслідок дії на розкочувальну головку пружин.

5. Проведено експериментальну перевірку методики визначення зусилля деформування при формуванні буртів ротаційною витяжкою. Розрахункові результати дають дещо завищені значення зусилля деформування (максимальна похибка 17%). Відмічено тенденцію росту різниці між розрахунковими та експериментальними даними при збільшенні геометричних розмірів бурта у порівнянні із розмірами розкочувального валка.

6. Запропоновано методику визначення геометричних розмірів заготовок для формування внутрішніх та зовнішніх буртів.

7. Проведено експериментальні дослідження по визначенню граничної до руйнування деформації матеріалів при розтягу, стиску та зсуві. На базі експериментальних досліджень побудовано діаграми пластичності міді М01 та алюмінієвого сплаву АМг2.

8. На базі критеріїв руйнування та гофроутворення визначено граничні геометричні параметри виробів, що виготовляються ротаційною витяжкою.

9. На основі моделі формоутворення при холодному торцевому розкочуванні конічним валком розроблено та апробовано технологічний процес формоутворення суцільних круглих заготовок переформуванням їх із квадратних методом холодного торцевого розкочування. Стоншення заготовки у центрі позбувались шляхом зменшення кута конуса розкочувального валка  $\alpha$  до  $2^\circ$ , а також шляхом зміщення розкочувального валка у напрямі, що протилежний плямі контакту.

10. На основі моделей формоутворення при холодному торцевому розкочуванні циліндричним та конічним валками розроблено комбінований технологічний процес виготовлення фланців із квадратних заготовок, який включає в себе процес переформування квадратних заготовок та пряме видавлювання конічним валком із кутом конуса  $\alpha = 10^\circ$  і процес осаджування та оберненого видавлювання циліндричним валком.

11. Досліджено методом ділильних сіток напружено-деформований стан на проміжній та заключній стадіях процесу переформування квадратних заготовок у круглі методом холодного торцевого розкочування конічним валком у жорсткій матриці із кутом конуса  $\alpha = 2^\circ$ .

12. Розроблено методику визначення зусилля деформування при переформуванні квадратних заготовок у круглі методом холодного торцевого розкочування по закритій схемі на етапі калібрування на основі співвідношення для визначення площі плями контакту валка із заготовкою із врахуванням утворення пластичної хвилі.

13. Визначено граничні можливості комбінованого технологічного процесу, який включає у себе переформування квадратних заготовок у круглі методом холодного торцевого розкочування конічним валком у жорсткій матриці із кутом конуса інструменту  $\alpha = 2^\circ$  із наступним формуванням зовнішніх бортів ротаційною витяжкою.

## ВИСНОВКИ

У дисертації наведено теоретичне узагальнення і нове розв'язання наукової задачі удосконалення розрахункового апарату по визначенню механіки формоутворення (кінематики течії металу, накопичення пошкоджень та напружено-деформованого стану виробів) при процесах холодного торцевого розкочування та ротаційної витяжки, що дозволяє прогнозувати якість деталей у вигляді оцінки використаного ресурсу пластичності, технологічної спадщини, можливості гофроутворення, а також визначати енергосилові характеристики, основні закономірності й особливості процесів холодного торцевого розкочування та ротаційної витяжки.

Виконання дослідження дозволило розв'язати поставлені задачі, основні висновки і результати якого такі:

1. Проаналізовано особливості процесів холодного торцевого розкочування та ротаційної витяжки. Основні переваги цих методів обробки металів тиском у порівнянні із традиційними:

- значно менша вартість устаткування завдяки меншим масам і розмірам (металоємність машин у 10...15 раз нижча);
- простота і мала металоємність оснащення, оснащення простіше у виготовленні і може бути використане для одержання виробів різної товщини, різних діаметрів, а також близьких по розмірах нестандартних виробів;
- локалізація осередку знижує необхідне зусилля деформування та дозволяє реалізувати процес на обладнанні відносно невеликої потужності (розрахункове зниження зусилля складає 14,3...21,4 рази у порівнянні із традиційними методами штампування) при виготовленні великогабаритних деталей;
- наявність позаконтактних зон наближає схему навантаження в локалізованому пластичному осередку до всебічного стиску, що створює

умови для підвищення допустимого ступеня деформації і розширення технологічних можливостей процесу;

- зменшення об'єму та висоти гальмуючих зон пластичної течії, і, як наслідок, можливість отримання деталей із тонким полотном;
- зниження максимальних контактних напружень у порівнянні із традиційними процесами формоутворення, що є результатом особливих контактних умов.
- універсальність обладнання: на тому самому устаткуванні можна виготовляти вироби різних типів при значній зміні їхніх діаметрів і товщин;
- безшумність;
- покращення фізико-механічних властивостей матеріалу.

2. Розроблено тензорну модель накопичення пошкоджень із врахуванням „пам'яті напрямів”, яка відрізняється від існуючої тензорно-лінійної моделі тим, що при її побудові відкидається постулат про співвісність головних напрямів тензорів накопичення пошкоджень і приростів деформацій. При дискретній зміні напрямку деформування головні напрями тензора накопичення пошкоджень у перший момент зміни визначаються деформуванням на попередньому етапі, і лише після досягнення певного ступеня накопиченої деформації стають співвісними головним напрямам тензора приростів деформацій. Тобто, між етапами деформування вводиться буферна зона, під час якої відбувається поворот головних напрямів тензора накопичення пошкоджень від головних напрямів тензора приростів деформацій на попередньому етапі до головних напрямів тензора приростів деформацій на поточному етапі.

3. На базі розробленої тензорно-лінійної моделі накопичення пошкоджень із врахуванням „пам'яті напрямів” із використанням лінійної, квадратичної, степеневої та експоненціальної апроксимацій функцій пошкоженості знайдено критеріальні співвідношення для випадків найпростіших видів деформування: двоетапного, багатоетапного, циклічного.



Проведено перевірку адекватності розробленої тензорно-лінійної моделі накопичення пошкоджень із врахуванням „пам'яті напрямів” експериментальним даним двоетапного деформування. Перевірка показала кращу кількісну відповідність запропонованої моделі у порівнянні із тензорно-лінійною моделлю накопичення пошкоджень без врахування „пам'яті напрямів”. Також спостерігається значна якісна відмінність у випадку, коли косинус зламу траєкторії деформування менше за нуль і матеріал майже вичерпав ресурс пластичності на першому етапі деформування, тобто при  $\psi_1 \approx 1$ , тоді відбувається різке зменшення залишкового ресурсу пластичності, що пояснює значний розкид експериментальних даних при  $\psi_1 \approx 1$ .

4. Для спрощення використання тензорних моделей накопичення пошкоджень для прогнозування залишкового ресурсу пластичності розроблено метод визначення параметрів моделей, який має наступні переваги: параметри визначаються за умови стаціонарних навантажень, а так як у літературі накопичена значна кількість даних по стаціонарному навантаженні, то у більшості випадків експерименти для визначення параметрів моделей руйнування проводити не потрібно або їх кількість незначна; в попередніх методиках при визначенні параметрів зважали лише на граничну точку, а при даному підході враховується уся крива повзучості, тобто більш повно враховуються особливості конкретного матеріалу.

5. Вперше отримано математичну модель формоутворення при холодному торцевому розкочуванні циліндричним валком, яка визначає між вектори швидкостей точок заготовки та інструменту у плямі контакту в залежності від технологічних параметрів процесу, що дозволяє на стадії проектування підбирати параметри процесу в залежності від форми та розмірів заготовки та деталі, яку необхідно отримати. Теоретично показано, що основним технологічним параметром, який визначає напрям течії металу під час холодного торцевого розкочування циліндричним валком, є зміщення валка по відношенню до осі обертання заготовки  $\delta$ . Параметрами, які здатні

вплинути на інтенсивність течії металу є коефіцієнт тертя між заготовкою та інструментом  $\mu$ , радіус  $R_a$  та подача  $h$  інструменту.

6. Вперше отримано математичну модель формоутворення при холодному торцевому розкочуванні конічним валком, яка дозволяє цілеспрямовано змінювати технологічні параметри процесу для забезпечення необхідної інтенсивності та напрямку течії металу. З моделі випливає, що основним параметром, що впливає на напрямок течії металу заготовки під час формоутворення є ексцентриситет встановлення валка по відношенню до осі обертання заготовки  $\delta$ . Посилити вплив ексцентриситету можна зміною коефіцієнта тертя між заготовкою та інструментом  $\mu$ , подачі  $h$  та кута конуса  $\alpha$  інструменту.

7. Отримано аналітичні залежності для визначення площі контакту конічного валка із заготовкою, які, на відміну від існуючих, враховують виникнення під час формоутворення пластичної хвилі перед валком. Це дозволяє більш обґрунтовано визначати енергосилові параметри обладнання для технологічного процесу холодного торцевого розкочування конічним валком по закритій схемі деформування на етапі калібрування.

8. Визначено напружено-деформований стан в осередку згинання під час ротаційної витяжки із врахуванням зміцнення.

9. Розроблено математичну модель згинання смуги змінної ширини та товщини матрицею та пуансоном, які мають радіуси заокруглень, що співрозмірні із відстанню між ними, без врахування та із врахуванням товщини, яка дозволяє визначати точки дотику смуги до матриці та пуансона, координату перерізу, при якому відбувається перехід смуги із пружно-пластичного напружено-деформованого стану у пружний, рівняння вигнутої осі ділянки смуги, що знаходиться у пружно-пластичному напружено-деформованому стані, та рівняння вигнутої осі ділянки смуги, що не має пластичних деформацій. Розглянуто окремі випадки на початку та у кінці процесу згинання. Розроблено алгоритм розв'язання задачі згинання смуги змінної товщини та

ширини матрицею та пуансоном, які мають радіуси заокруглень, що співрозмірні із відстанню між ними; на основі алгоритму складено програми у середовищі Maple. Оцінено похибку, яка виникає при визначенні зусилля деформування при апроксимації вигнутої осі смуги прямою лінією. При відстані між матрицею та пуансоном, яка співрозмірна із товщиною смуги, похибка для міді складає не більше 3%, для сталей – не більше 1%.

10. На основі узагальнення літературних даних та власного досвіду розроблено керівні технічні матеріали по впровадженню холодного торцевого розкочування, що включають у себе рекомендації щодо вибору та модернізації обладнання, оцінку технологічних можливостей процесу, а також технічні вимоги до правил оформлення креслень, до розкочувального інструменту та до заготовок, які підлягають холодному торцевому розкочуванню.

11. Розроблено технологічний процес формування внутрішніх та зовнішніх буртів на круглих заготовках. Розробка включає в себе: інструмент, який дозволяє за один прохід виконувати операції відбуртовки та калібрування; розкочувальний пристрій на лоботокарний верстат ЛТ2, в якому конструктивно передбачене підпружинення розкочувальної головки для зберігання верстата від перевантаження внаслідок радіального биття, що виникає при виготовленні та встановленні оправки; методику оцінки енергосилових параметрів обладнання із врахуванням радіусів заокруглення оправки та розкочувального валка та врахуванням зміни відстані між оправкою та валком внаслідок дії на розкочувальну головку пружин; методику визначення геометричних розмірів заготовок для формування внутрішніх та зовнішніх буртів; співвідношення на базі критеріїв руйнування та гофроутворення для визначення граничних геометричних розмірів виробів.

12. Проведено експериментальні дослідження по визначенню граничної деформації руйнування матеріалів при розтягу, стиску та зсуві. На базі експериментальних досліджень побудовано діаграми пластичності міді М01 та алюмінієвого сплаву АМг2.

13. Користуючись моделлю формоутворення при холодному торцевому розкочуванні конічним валком, розроблено технологічні процеси, які дозволяють отримувати суцільні заготовки, без стоншення у центральній частині, переформуванням квадратних заготовок у круглі методом холодного торцевого розкочування. Для виготовлення круглих заготовок діаметром до 50 мм з матеріалів, які мають границю текучості до 200 МПа, рекомендується схема холодного торцевого розкочування конічним валком, без зміщення валка по відношенню до плями контакту і з кутом конуса інструменту  $\alpha = 2^{\circ}$ . Для виготовлення круглих заготовок, які потребують більшого зусилля деформування, рекомендується застосовувати схему холодного торцевого розкочування конічним валком із від'ємним зміщенням валка по відношенню до плями контакту і з кутом конуса інструменту  $\alpha = 10^{\circ}$ . Дані технологічні процеси були виконані на розкочувальному верстаті СО424.

Базуючись на моделях формоутворення при холодному торцевому розкочуванні циліндричним та конічним валками розроблено комбінований технологічний процес виготовлення фланців із квадратних заготовок, який включає в себе процес переформування квадратних заготовок та пряме видавлювання конічним валком із кутом конуса  $\alpha = 10^{\circ}$  і процес осаджування та оберненого видавлювання циліндричним валком.

14. Досліджено методом ділільних сіток напружено-деформований стан на проміжній та заключній стадіях процесу переформування квадратних заготовок у круглі методом холодного торцевого розкочування конічним валком у жорсткій матриці із кутом конуса  $\alpha = 2^{\circ}$ .

15. На основі тензорно-лінійної моделі накопичення пошкоджень із врахуванням „пам'яті напрямів” визначено граничні можливості комбінованого технологічного процесу, який включає у себе переформування квадратних заготовок у круглі методом холодного торцевого розкочування конічним валком у жорсткій матриці із кутом конуса інструменту  $\alpha = 2^{\circ}$  із наступним формуванням зовнішніх буртів ротаційною витяжкою.

16. Для зручного практичного використання результатів дослідження складено алгоритми та відповідні Maple та MathCad програми, які дозволяють прогнозувати як параметри якості виробів, так і визначати енергосилові параметри процесів.

17. Результати роботи пройшли промислову апробацію. Процес формування бортів на круглих заготовках ротаційною витяжкою був впроваджений у промислове виробництво для виготовлення тарілок, комірців, ковпаків ректифікаційних і бражних колон для спиртового виробництва. Процеси переформування квадратних заготовок у круглі методом холодного торцевого розкочування також були виконані на існуючому обладнанні.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Anon. The Slick Will Mill // The Iron Age. – Aug.1918. – vol. 102, No. 9. – pp. 491-498.
2. B&S Massey (TD) (1928) UK Patent Spec. No. 319065
3. Mikhalevich V.M., Kraevsky V.A., Kozlov K.E. The comparative analysis of scalar and tensor models of damage accumulation on two-stage cold deformation example // Buletinul Institutului Politehnic din Iasi. – Iasi. – 2002. - Tomul XLXII(LI), fasc. 3-4. – p. 21-28.
4. P. M. Standring. Rotary Forging – A New Approach // Advanced Technology of Plasticity. - 1984. – vol. 11 – pp. 942-947.
5. Slick (1920) US Patent Spec. No. 1,359,625.
6. А. С. 1183245 СССР, МКЧ В 21 D 37/12; В 21 Н 1/06. Способ изготовления плоских круглых изделий.
7. А. С. 1493359 СССР, МКЧ В 21 D 53/00. Способ получения колец из трубной заготовки.
8. А. С. 562348. Способ получения листовых заготовок. Богуславский Б. З., Сизов Е. С., 1977, Б.И. №23.
9. А. С. 863090. Способ изготовления плоских заготовок. Корякин Н. С. и др., 1981, Оpubл. в Б.И. №34.
10. А. С. 893328. Способ получения сплошных круглых заготовок. Кислый П. Е., Чижик-Полейко В. Б. 1981, Оpubл. в Б.И. №48.
11. Аверкиев Ю. А., Аверкиев А. Ю. Технология холодной штамповки. – М.: Машиностроение, 1989. – 304 с.
12. Агеев Н. П. и др. Новые технологические схемы объёмной штамповки на сферодвижном пресователе. – В.: Внедрение прогрессивных технологических процессов в холодноштамповочном производстве. Материалы семинара, 12-13 окт. 1982 г., ЛДНТП. – С. 48-50.

13. Агеев Н. П., Пехота А. Д. Контактные давления при штамповке обкаткой на сферодвижном пресователе // Кузнечно-штамповочное производство. – 1981. - №3. – С. 4-6.
14. Акастелова Н. А., Вдовин С. И., Убизький Н. Н. Расчет утонения листового материала при гибке // Кузнечно-штамповочное производство. – 1987. - №10. – С. 24-25.
15. Баркая В. Ф. Формоизменение листового металла. – М.: Metallurgy, 1976. – 264 с.
16. Баркая В. Ф., Рузанов Ф. И. Определение критической ширины фланца при ротационной обкатке цилиндрических оболочек. // Кузнечно-штамповочное производство. – 1973. - №10. – С. 15-17.
17. Бебрис А. А. Устойчивость заготовки в формообразующих операциях листовой штамповки. – Рига: Зинатне, 1978.
18. Береснев Б. И., Езерский К. И., Трушин Е. В., Каменецкий Б. И. Высокие давления в современных технологиях обработки материалов. – М.: Наука, 1988. – 248 с.
19. Богатов А. А., Мижирицкий О. И., Смирнов С. В. Ресурс пластичности металлов при обработке давлением. – М.: Metallurgy, 1984. – 144 с.
20. Богоявленский К. Н., Селин М. Т., Лапин В. В. Оборудование и технология раскатки прецизионных заготовок. – НИИМаш, 1981. – 82 с.
21. Богоявленский К. Н., Виноградов Л. В. Изготовление высоких стальных зубчатых профилей холодным ротационным выдавливанием. // Кузнечно-штамповочное производство. – 1988. - №12. – С. 5-7.
22. Богоявленский К. Н., Виноградов Л. В. Раскатка колец с торцовым зубчатым профилем // Кузнечно-штамповочное производство. – 1987. - №9. – С. 19.
23. Богоявленский К. Н., Елкин Н. М. Холодная раскатка заготовок сложного профиля // Кузнечно-штамповочное производство. - 1986. - №7. - С. 22-25.

24. Богоявленский К. Н., Елкин Н. М., Каспаров И. А., Кожевина И. В. оптимизация режимов обработки при раскатке профильных колец // Кузнечно-штамповочное производство. – 1987. - №10. –С. 10.
25. Богоявленский К. Н., Елкин Н. М., Линд В. Д., Курчанов В. И., Кункин С. Н. Переформовка квадратных листовых заготовок в круглые штамповкой обкатыванием // Кузнечно-штамповочное производство. – 1989. - №1. – С. 13-14.
26. Богоявленский К. Н., Кирсанов Б. А., Мочалов С. М., Елкин Н. М. Экспериментальные исследования контактных напряжений в матрице при торцевой раскатке // Кузнечно-штамповочное производство. – 1983. - №4. – С. 25-26.
27. Богоявленский К. Н., Лапин В. В. Развитие процессов раскатки и сферодвижной штамповки // Кузнечно-штамповочное производство. – 1981. - №8. – С. 24-27.
28. Богоявленский К. Н., Лапин В. В. Холодная раскатка кольцевых деталей // Кузнечно-штамповочное производство. – 1973. - №2. – С. 18-22.
29. Богоявленский К. Н., Старцев С. Н., Кирсанов Б. А., Мочалов С. М. Исследование контактных напряжений при холодной раскатке заготовок сложного профиля // Известия высших учебных заведений. Черная металлургия. – 1985. - № 10. – С. 45-48.
30. Виноградов Л. В., Елкин Н. М., Соколов А. В. Ротационное выдавливание полых деталей из прутковых заготовок // В сб. Малоотходные технологические процессы холодной объемной штамповки. – Москва, 1984. - С. 35-39.
31. Виноградов Л. В., Матвийчук В. А., Мочалов С. М. Технологические возможности ротационного деформирования // Кузнечно-штамповочное производство. – 1989. - № 4. - С. 14-16.



32. Гайдамак О. Л. Совершенствование и разработка процессов выдавливания полостей в заготовках из инструментальных сталей. Диссертация на соискание степени кандидата наук.
33. Головин В. А. и др. Технология и оборудование холодной штамповки. М.: Машиностроение, 1987. – 352 с.
34. Головин В. А., Митькин А. Н., Резников А. Г. Технология холодной штамповки выдавливанием. – М.: Машгиз, 1970. – 152 с.
35. Головлев В. Д. Расчеты процессов листовой штамповки. – М.: Машиностроение, 1974.
36. Гредитор М.А. Механизация токарно-давильных работ. – М.: Metallurgy, 1964.
37. Гредитор А. М. Современные давильные станки ФРГ и ГДР. – М.: Машиностроение, 1967.
38. Гредитор М. А. Давильные работы и ротационное выдавливание. – М.: Машиностроение, 1971. – 239 с.
39. Гредитор М. А. Изготовление днищ химических аппаратов методами ротационного выдавливания. – М.: Машиностроение, 1967. – 40 с.
40. Грушко О. В. Механіка формозмінювання крутозігнутих колін новим методом холодного пластичного деформування як основа оцінки якості деталей: Дис... канд. техн. наук: 05.03.05. – Вінниця, 2000.
41. Губкин С. И. Теория обработки металлов давлением. – М.: Metallurgizdat, 1947.
42. Девятов В. В. Малоотходная технология обработки материалов давлением. – М.: Машиностроение, 1986. – 288 с.
43. Дель Г. Д. Определение напряжений в пластической области по распределению твердости. – М.: Машиностроение, 1971. – 200 с.
44. Дель Г. Д. Пластичность при немонотонном деформировании. Воронеж, - 1982. – 10 с. – Деп. в ВИНТИ 13.04.82, №1813-82.

45. Дель Г. Д. Технологическая механика. – М.: Машиностроение, 1978. – 174 с.
46. Дель Г. Д., Огородников В. А., Нахайчук В. Г. Критерий деформируемости металлов при обработке давлением // Изв. вузов. Машиностроение. – 1975. - №9. – С. 135-137
47. Ершов В. И. Об одном способе интенсификации при отбортовке листового материала // Кузнечно-штамповочное производство. – 1989. - №4. – С. 25-26.
48. Ершов В. И., Глазков В. И., Каширин М. Ф. Совершенствование формоизменяющих операций листовой штамповки. – М.: Машиностроение, 1990. – 312 с.
49. Ефимов И. А., Лапин В. В. К расчету двухроlikовой торцовой холодной раскатки // Кузнечно-штамповочное производство. – 1983. - №4. – С. 19-20.
50. Жарков В. А. Методика разработки технологических процессов вытяжки с учетом анизотропии листовых материалов // Кузнечно-штамповочное производство. – 1991. - №9. – С. 12-15.
51. Закуренов Е. А., Кобылин Р. А., Казеннюва Л. Е. Технология производства антенных зеркал для систем спутниковой связи ротационной вытяжкой // Кузнечно-штамповочное производство. – 1992. - №5. – С. 16-18.
52. Зеленюк Е.Е. Ползучесть и длительная прочность молибдена с боросилицидным покрытием в вакууме при температурах 1000-1400<sup>0</sup>С // Проблемы прочности. – 1973. - №2. – С. 53-56.
53. Зубцов М. Е. Листовая штамповка. – Л.: Машиностроение, Ленингр. отделение, 1980. – 432 с.
54. Изготовление деталей пластическим деформированием / Под ред. К. Н. Богоявленского, П. В. Камнева. – Л.: Машиностроение, Ленингр. отделение, 1975. – 424 с.

55. Изготовление заготовок и деталей пластическим деформированием / Под ред. Богоявленского К. Н., Риса В. В., Шелестева А. М. – Л.: Политехника, 1991. – 351 с.
56. Ильюшин А. А. Механика сплошной среды. – М.: Изд-во МГУ, 1990. – 310 с.
57. Ильюшин А. А. Пластичность. – М.: Изд-во АН СССР, 1963. – 272 с.
58. Ильюшин А. А., Победря Б. Е. Основы математической теории термовязкоупругости. – М.: Наука, 1970. – 280 с.
59. Казакевич И. И. Анализ процесса холодной поперечной прокатки (ротационного выдавливания) // Кузнечно-штамповочное производство. – 1973. - №7. – С. 14-17.
60. Казаченок В. И., Наговицын В. В., Зимин Ю. А. Технология торцовой раскатки-штамповки с обкатыванием плоских деталей с тонким полотном // Кузнечно-штамповочное производство. – 1987. - №3. – С. 6-9.
61. Капорович В. Г. Состояние и перспективы развития локальных методов обработки металлов давлением // Кузнечно-штамповочное производство. - №7. – 1985. – С. 5-6.
62. Капорович В. Г. Обкатка в производстве металлоизделий. – М.: Машиностроение, 1973. – 168 с.
63. Кийко И. А. Теория разрушения в процессах пластического течения // В сб.: Обработка металлов давлением. – Свердловск, 1982. - С. 27-40.
64. Киселевский В. Н. Вариант кинетического уравнения ползучести // Проблемы прочности. – 1982. - №1. – С. 93-96.
65. Киселевский В. Н., Косов Б. Д. Экспериментальная проверка уравнения состояния для процесса ползучести упрочняющегося материала // Проблемы прочности. – 1976. - №9. – С. 15-20.
66. Киселевский В. Н., Косов Б. Д. Уравнение состояния для процесса ползучести упрочняющегося материала // Проблемы прочности. – 1975. - №4. – С. 8-16.

67. Киселевский В. Н. Температурно-временное кинетическое уравнение ползучести жаропрочных сплавов с учетом эффекта старения // Проблемы прочности. – 1984. - №5. – С. 7-10.
68. Кобояши Х. Теория силовой выдавки конуса // Труды ASME. Конструирование и технология машиностроения. Серия В. – 1961. – Т. 83, №3.
69. Ковалев А. В. Экспериментальная проверка кинетического уравнения ползучести // Проблемы прочности. – 1984. - №3. – С. 22-25.
70. Ковалев В. Д., Мурдасов Б. А. Расширение области применения обкатывания // Кузнечно-штамповочное производство. – 1987. - №4. – С. 11-12.
71. Ковпак В. И. Исследование закономерностей накопления деформации ползучести сплавов на никелевой основе в широком интервале температур и напряжений // Проблемы прочности. – 1975. - №8. – С. 41-44.
72. Козлов Ю. И. Изготовление днищ на обкатных машинах. – М.: Машиностроение, 1982.
73. Козлов Ю. И., Лин С. Т., Воробьев Е. И. О расчете усилий при изготовлении днищ обкаткой роликом. // Кузнечно-штамповочное производство. – 1967. - №9. – С. 20-22.
74. Колесов Ю. Б. Повышение устойчивости заготовки против гофро- и конусообразования на основе синтеза энергетического метода и теоретического эксперимента // Кузнечно-штамповочное производство. – 1992. - №8. – С. 9-10.
75. Колесов Ю. Б. Повышение устойчивости заготовки против гофрообразования на основе синтеза энергетического метода и теоретического эксперимента // Кузнечно-штамповочное производство. – 1991. - №4. – С. 7-8.

76. Колмогоров В. Л. Напряжения, деформации, разрушение. – М.: Металлургия, 1970. – 229 с.
77. Колпакчиоглу С. Максимальное утонение стенок при раскатке труб // Труды ASME. Конструирование и технология машиностроения. Серия В. – 1963. – Т. 85, №2.
78. Кононенко В. Г., Могильный Н. И. Автоматизированная токарно-давальная обработка. – М.: НИИИНФОРМТЯЖМАШ, №12-68-15, 1969. – 54 с.
79. Королев В. Н., Галахов А. Н. Изготовление тонкостенных деталей методом ротационной вытяжки // Кузнечно-штамповочное производство. – 1988. - №8. – С. 20-21.
80. Корякин Н. А. Штамповка обкатыванием. Состояние и перспективы развития // Кузнечно-штамповочное производство. – 1990. - №12. – С. 5-7.
81. Краєвський В. О. Математична модель формоутворення при холодному торцевому розкочуванні циліндричним валком // Вісник ВПІ. – 2004. – №1.
82. Краєвський В. О., Матвійчук В. А., Михалевич В. М. Вплив технологічних параметрів на кінематику холодного торцевого розкочування // В зб.: Удосконалення процесів і обладнання обробки тиском у металургії і машинобудуванні. – Краматорськ – Хмельницький. – 2003.
83. Кривда Л. Т. Научные основы штамповки обкатыванием, ресурсозберегающие технологии и специализированное оборудование: Дис... док. техн. наук: 05.03.05. – К., 1998. – 331 с.
84. Кудряцев Л. В., Королева Н. С. Опыт изготовления деталей методами холодного выдавливания и сферодвижной штамповки. – Л.: ЛДНТП, 1981. – 46 с.

85. Кутяйкин В. Г. и др. Технологические расчеты и формообразующий инструмент сферодвижной штамповки // Кузнечно-штамповочное производство. – 1989. - №10. – С. 2-5.
86. Лапин В. В., Фомичев А. Ф., Ермилов В. А., Якименко Б. М. Малоотходная технология изготовления полых деталей торцевой раскаткой // Кузнечно-штамповочное производство. – 1985. - №9. – С. 18-20.
87. Лебедев А. А., Гигиняк Ф. Ф., Сторчак М. Ф. Влияние перерывов в циклическом нагружении на долговечность стали 15Х2НМФА при сложном напряженном состоянии // Проблемы прочности. – 1987. - №5. – С. 16-17.
88. Лебедев А. А., Михалевич В. М. До теорії тривалої міцності // Доповіді НАН України. –1998. – №5. – С.57-62.
89. Лебедев А. А., Михалевич В. М. Модели разрушения материалов при неупругом деформировании // Материалы XXII межд. семинара “Актуальные проблемы прочности”, Новгород. – 1998. - 8 с.
90. Лепин Г. Ф. Ползучесть металлов и критерии жаропрочности. – М.: “Металлургия”, 1976. – 344 с.
91. Маленичев А. С., Рене И. П., Смирнов В. В. Выбор оптимальных параметров и режимов ротационной вытяжки роликовыми раскатными устройствами // Кузнечно-штамповочное производство. – 1985. - №4. – С. 36-38.
92. Малинин Н. Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. – М.: Машиностроение, 1975. – 400 с.
93. Малов А. Н. Технология холодной штамповки. – М.: Машиностроение, 1969. – 568 с.
94. Матвийчук В.А., Васянович И.А. Оценка влияния технологических параметров процесса холодной торцевой раскатки на деформируемость

- заготовок // Электронная техника. Сер. Электровакуумные и газоразрядные приборы. - 1985, вып. 6. – С. 42-45.
95. Матвийчук В.А., Корнет И.Ф., Покрас В.Д. Совершенствование процесса холодной штамповки вальцовкой компрессорных лопаток на основе анализа деформируемости материалов // Кузнечно-штамповочное производство // 1992. - №5. – С. 6-10.
96. Матвийчук В. А., Старцев С. Н. Оценка деформируемости и качества металлов при изготовлении сложнопрофильных деталей комбинированной торцевой раскаткой // Электронная техника // 1989. – Сер. 4. – Вып. 1 (124). – С. 61-65.
97. Матвійчук В. А., Михалевич В. М., Краєвський В. О. Розробка і дослідження процесів розкочування складнопрофільних заготовок з використанням операцій осадки і переформування // В зб.: Удосконалення процесів і обладнання обробки тиском у металургії і машинобудуванні. – Краматорськ – Хмельницький. – 2002. - С. 117-121.
98. Матвійчук В. А., Михалевич В. М., Краєвський В. О. Розробка маловідходних процесів формування тонкостінних циліндричних деталей // В зб.: Удосконалення процесів і обладнання обробки тиском у металургії і машинобудуванні. – Краматорськ – Хмельницький. – 2004.
99. Матвійчук В. А., Михалевич В. М., Краєвський В. О. Розробка технологічних процесів штампування обкочуванням складнопрофільних виробів з буртами та фланцями // Проблеми трибології. – 2003. - №3. – С. 47-50.
100. Матвійчук В. А., Михалевич В. М., Краєвський В. О., Алієва Л. І. Розробка процесів штампування порожнистих виробів методами видавлювання та обкочування // В зб.: Удосконалення процесів і обладнання обробки тиском у металургії і машинобудуванні. – Краматорськ – Хмельницький. – 2003. – С. 359-363.

101. Михалевич В. М. До лінійного принципу накопичення пошкоджень // Вісник ВПІ. – 1998. - №1. – С. 117-121.
102. Михалевич В. М., Петрунін В.С. Лінійна імовірнісна модель нагромадження пошкоджень // Вісник ВПІ. – 1999. - №5. – С. 60-65.
103. Михалевич В.М. Тензорні моделі накопичення пошкоджень. - Вінниця: «УНІВЕРСУМ-Вінниця», 1998. - 195 с.
104. Михалевич В. М., Краєвський В. О. Ідентифікація параметрів моделей руйнування за кривими повзучості // Вісник ВПІ. – 2001. – №3. – С. 133-137.
105. Михалевич В. М., Краєвський В. О. Ідентифікація параметрів моделей руйнування по кривим повзучості // Міжнародна науково-технічна конференція “Застосування теорії пластичності в сучасних технологіях обробки тиском. (м. Вінниця 30 травня – 2 червня 2001 року). Тези доповідей. – Вінниця. – 2001. – С. 53-54
106. Михалевич В. М., Матвійчук В. А., Краєвський В. О., Козлов К. Є. Тензорно-лінійна модель з врахуванням «пам'яті напрямів» при двохступеневому деформуванні // В зб.: Удосконалення процесів і обладнання обробки тиском у металургії і машинобудуванні. – Краматорськ – Хмельницький. – 2002. - С. 13-15.
107. Мишулин А. А. Михалевич В. М. Тензорно-нелинейная модель накопления повреждений // В сб.: Обработка металлов давлением. – Свердловск, 1985. – С. 10-14.
108. Могильная Е. П. Повышение эффективности автоматизированной ротационной вытяжки на токарно-давильных станках с ЧПУ: Дис... канд. техн. наук: 05.03.05. – Луганск, 1996.
109. Могильный Н. И. Модернизация станков для автоматизированной токарно-давильной обработки. – М.: Машиностроение, 1970.



110. Могильный Н. И. Определение сил, крутящих моментов и мощности при ротационной вытяжке // Кузнечно-штамповочное производство. – 1992. - №3. – С. 25-29.
111. Могильный Н. И., Оссовский В. А., Завадский Р. Е., Белоус И. Е. Ротационная вытяжка на станках с числовым программным управлением // Кузнечно-штамповочное производство. – 1980. - №12. – С. 12-15.
112. Натанзон Е. И., Гусин Ю. И., Темялко Л. С. Полугорячая высокоточная штамповка деталей типа тел вращения с центральным отверстием // Кузнечно-штамповочное производство. – 1983. - №2. – С. 11-12.
113. Наумчев Б. А., Сорокин Л. Д., Машагин Н. Н. Исследование операции отбортовки трубной заготовки // Кузнечно-штамповочное производство. – 1989. - №6. –С. 24-26.
114. Огородников В. А. Деформируемость и разрушение металлов при пластическом формоизменении. – К.: УМК ВО, 1989. – 152 с.
115. Огородников В. А. и др. Деформируемость заготовок при торцевой раскатке // Изв. вузов. Сер. Машиностроение. – 1982. – № 7. – С. 135-139.
116. Огородников В. А. Оценка деформируемости металлов при обработке давлением // Кузнечно-штамповочное производство. – 1977. - №3. – С. 15-18.
117. Огородников В. А. Оценка деформируемости металлов при обработке давлением. – К.: Выща шк., 1983. – 200 с.
118. Осасюк В. В., Олисов А. Н. К вопросу о гипотезах суммирования относительных долговечностей // Проблемы прочности. – 1979. - №11. – С. 31-33.
119. Панин В. Г., Бутаров А. Н. Влияние площадей контакта валков на заполнение калибров при раскатке с вдавливанием // Кузнечно-штамповочное производство. – 1990. - №10. – С. 8-10.
120. Паршин В. А., Брежнев Я. И., Ганако О. А. и др. Производство изделий типа тел вращения // Металлург. – 1982. - №3. – С. 39-41.

121. Писаренко Г. С., Лебедев А. А. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии. – К.: Наукова думка, 1976. – 415 с.
122. Пластичность и разрушение / Под ред. В. Л. Колмогорова, М.: Металлургия, 1977. – 336 с.
123. Победин И. С., Зверев А. Д. Производство крупногабаритных днищ. – М.: НИИИНФОРМТЯЖМАШ, 1966. – 76 с.
124. Покрас В.Д., Огородников В.А. Пакет прикладных программ для расчета деформаций по делительным сеткам (на базе сплайн-аппроксимации) // Математическое моделирование технологических процессов обработки металлов: Тезисы науч.-техн. конф., Пермь, 1987. – С. 97-98.
125. Попов Е. А. Основы теории листовой штамповки. – М.: Машиностроение, 1977. – 278 с.
126. Пшенишнюк А. С. Научные основы снижения энерго- и металлоемкости оборудования и технологии для штамповки в условиях подвижного локализованного очага деформации: Дис... док. техн. наук: 05.03.05. – К., 1998. – 340 с.
127. Пшенишнюк А. С., Кривда Л. Т. Процесс штамповки обкатыванием, специализированное оборудование и методика проектировочных и технологических расчетов // Кузнечно-штамповочное производство. – 1985. - №5. – С. 26-28.
128. Рвачев В. Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения. – К.: Наук. думка, 1982. – 551 с.
129. Ренне И. П. Пластический изгиб листовой заготовки // В сб.: Труды Тульского механического института. – М., 1950. – Вып. 4. – С. 146-162.
130. Розанов Б. В., Львов Д. С. Давильные работы. – М.: Машгиз, 1951. – 67 с.
131. Рузанов Ф. И. Формоизменение листового металла. – М.: Металлургия. – 1976.

132. Сидоренко Б. Н. Определение геометрических размеров очага деформации при горячей раскатке колец // Кузнечно-штамповочное производство. – 1988. - №11. –С. 5.
133. Сівак Р.І. Удосконалення процесів холодного комбінованого видавлювання на основі теорії деформуємості: Дис... канд. техн. наук: 05.03.05. – Вінниця. – 1998.
134. Смирнов С. В. Исследование деформируемости и восстановления запаса пластичности высокоуглеродистой стали // В сб.: Обработка металлов давлением. – Свердловск, 1987. - С. 57-64.
135. Смирнов С. В., Колмогоров С. В., Шохин В. А. Оценка деформируемости при правке рельсов на роликотправильных машинах // В сб.: Обработка металлов давлением. – Свердловск, 1987. – С. 64-71.
136. Смирнов-Аляев Г. А. Механические основы пластической обработки металлов. – Л.: Машиностроение, 1968. – 272 с.
137. Соппротивление материалов / Под ред. Писаренко Г. С. – 5-е изд., перераб. и доп. – К.: Вища шк. Головное изд-во, 1986. – 775 с.
138. Спеціальні методи обробки металів тиском: Навчальний посібник / Ю. Є. Шамарін, С. С. Коваленко, Л. Т. Кривда, В. Т. Лис. – К.:НМК ВО, 1992. – 208 с.
139. Старцев С. Н., Матвийчук В. А., Васянович И. А. Исследование свойств раскатанных заготовок методом измерения твердости. – Электровакуумные и газоразрядные приборы. – 1989. - № 1(124). – С. 65-68.
140. Стрижало В. А. Циклическая прочность и ползучесть металлов при малоцикловом нагружении в условиях низких и высоких температур. – К.: Наук. думка, 1978. – 240 с.
141. Субич В. Н., Ганаго О. А., Степанов В. А. и др. Штамповка поковок тонкостенных дисков осадкой вращающимся инструментом // Кузнечно-штамповочное производство. – 1981. - № 6.

142. Сунь Хун-Шоу. Боковое усилие, возникающее при изготовлении днищ методом обкатки // Кузнечно-штамповочное производство. – 1959. - № 10. – С. 22-23.
143. Тетерин Н. К. Теория поперечно-винтовой прокатки. – М.: Металлургия, 1971. – 365 с.
144. Троян А. Г. Давильно-обкатная обработка металлов роликами (обзор). – М: ЦИНТИМАШ, 1962. – 74 с.
145. Уик Ч. Обработка металлов без снятия стружки. – М.: Мир, 1965. – 547 с.
146. Унксов Е. П., Джонсон У., Колмогоров В. Л. и др. Теория пластических деформаций металлов. – М.: Машиностроение, 1983. – 598 с.
147. Фаворский В. Е. Холодная штамповка выдавливанием. – М. – Л.: Машиностроение, 1966. – 159 с.
148. Фомичев А. Ф., Юргенсон Э. Е., Карачунский А. Д. Применение ротационной обработки для получения осесимметричных заготовок // Кузнечно-штамповочное производство. – 1991. - №4. – С. 5-6.
149. Фрайфельд В. М., Сорокин О. В. Прогнозирование длительной прочности с помощью метода ступенчатого нагружения образцов // Проблемы прочности. – 1979. - №4. – С. 41-43.
150. Холодная объёмная штамповка / Под ред. Г. А. Навроцкого – М.: Машиностроение, 1973. – 495 с.
151. Чекмарев А. П., Аруян В. М. Теория трубного производства. – М.: Металлургия, 1976. – 304 с.
152. Черных М. М. и др. Возможности получения осесимметрических поковок с толстой стенкой без штамповочных уклонов // Кузнечно-штамповочное производство. – 1981. - №10. – С. 10-12.
153. Юдин Л. Г. Ротационная вытяжка цилиндрических оболочек. – М.: Машиностроение, 1984.

154. Юй Чжйон. Повышение эффективности технологических процессов и оборудования для штамповки обкатыванием: Дис... канд. техн. наук: 05.03.05. – К., 1997. – 174 с.
155. Ящерицын П. И. Оценка энергосиловых параметров при холодной торцевой раскатке // Кузнечно-штамповочное производство. – 1992. - №9-10. – С. 2-4.