

**АЛГОРИТМІЧНА МОДЕЛЬ ЛІНІЙНОЇ ЗГОРТКИ ВЕКТОРІВ З
ВИКОРИСТАННЯМ ВЕКТОРНО-МАТРИЧНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ**

В.В. Хом'юк, В.І. Козлова, А.А. Яровий

Вінницький державний технічний університет
тел. 8-0432-440-125; e-mail: spie @ LiLi.vstu.vinnica.ua

В задачах обробки сигналів та зображень широко використовуються обчислення типу одновимірної згортки для фільтрації, інтерполяції та аналогічних функціональних перетворень. Лінійна згортка являється базовою операцією більшості задач обробки сигналів та зображень [1,2]. Необхідність виконання при їх реалізації багаточисельних трудомістких операцій множення стимулювала розробку економічно-швидких алгоритмів, які спрямовані на мінімізацію кількості цих операцій [2,3]. Ефективність таких алгоритмів проявляється, в основному, при однопроцесорних обчисленнях. З переходом до паралельних супертехнологій збільшена складність організації обчислювальних процесів при реалізації швидких алгоритмів, а також збільшення долі операцій пересилки даних, трансформуються в складні процедури міжпроцесорних обмінів та збільшують загальний час обчислень. Даний факт може призвести до нуля виграш у швидкодії, який отримано за рахунок скорочення кількості потрібних при згортці арифметичних операцій. Це в свою чергу стимулює розробку нових алгоритмів, спеціально орієнтованих на паралельну обробку. Особливу роль при цьому відіграє “систоличний” принцип розпаралелювання обчислень, який полягає у тому, що всі дані під час їх регулярної та ритмічної передачі через матрицю можуть бути ефективно оброблені у всіх процесорних елементах [4].

Оскільки цифрові методи обробки сигналів та зображень передбачають, на тому чи іншому етапі обчислень, виконання деякої кількості типових або базових операцій над числовими масивами даних [2], то розробка алгоритмічних моделей та структурних підходів до реалізації цих операцій, орієнтованих на високопродуктивну обробку інформації, представляє собою важливу для цієї області науки і техніки задачу. І тому, для практичного розв'язання проблеми створення алгоритмічних моделей з паралельною обробкою інформації необхідний комплексний підхід, який повинен враховувати різні аспекти їх представлення, синтезу і реалізації. Підхід, який створював би основу для проектування швидкодіючих технічних засобів обробки сигналів та зображень, орієнтованих на обробку масивів даних, розмірність яких може і перевищувати початкову розмірність задачі або масиву вхідних даних.

Метою роботи являється розробка алгоритмічної моделі лінійної згортки векторів з використанням векторно-матричних перетворень за умови, що вхідна інформація представлена як додатніми, так і від'ємними елементами. Об'єктом реалізації даної моделі буде метод різницевого зрізів, розроблений проф. В.П. Кожем'яко[5], який використовується для підсумовування n елементів деякої числової множини.

Нехай інформація представлена у вигляді числової матриці A розмірністю $n \times n$ елементів і матриці вагових коефіцієнтів K тієї ж розмірності. Якщо притримуватись, наприклад, порядку обходу елементів матриці A по рядках (ПР), то можна отримати деякий вектор V відповідно з n^2 кількістю елементів. Розглянемо векторну операцію типу $f: V \rightarrow S$, де S - скалярний операнд. Прикладом такої операції являється додавання m числових величин, які є координатами вектора V . Але оскільки при виконанні операції f із вектора отримується скаляр, то дану операцію також називають операцією згортки векторів[6]. Нехай A_0 - множина ненульових чисел першої групи.

Означення 1. Перетворенням множини A_0 для процесу одновимірної згортки векторів називається кортеж чотирьох величин $P = (\Sigma, \Theta, M, C)$, де Σ - набір елементарних символів та символів, які не являються примітивами, Θ - множина арифметичних операцій типу $\{-, +, \cdot\}$, M - множина матриць довільного типу, C - математичний апарат базових матричних операцій.

Означення 2. Алгоритмічною моделлю лінійної згортки векторів будемо називати математичний опис реалізуемого обчислювального процесу, який дозволяє в зручній формі описати алгоритмічну структуру, властивості та відношення між функціональними модулями даного процесу.

Означення 3. Векторизацією обчислювального процесу (алгоритму) будемо називати його представлення в такій формі, яка дозволяє виконувати одночасну обробку всіх елементів вхідного вектора даних [7].

Розглянемо величину C , яка дозволяє представити обчислювальні процеси, які реалізуються при розв'язанні задач обробки сигналів та зображень, в найбільш зручній та компактній формі. Так, наприклад, при одночасній обробці двох зображень відбувається операція додавання двох матриць, при "посиленні" сигналу - множення вектора на скаляр. При цьому представлення векторизованих обчислювальних процесів у вигляді векторно-матричних обчислювальних процедур може мати як самостійне значення, при реалізації задач обробки сигналів та зображень, так і являється зручним інструментом формалізованого синтезу різних за призначенням і складністю засобів цієї обробки [2,3]. Важливо відмітити, що представлення алгоритмічних моделей обробки сигналів та зображень

у векторно-матричній формі найбільш адекватно описує організацію обчислювальних процесів в пристроях обробки даних з паралельною організацією обчислень. Це обумовлено тим, що як задачі числової обробки масивів даних, так і реалізуючі їх алгоритми, мають природний паралелізм[8], котрий як приклад, можна відобразити у наступній таблиці:

Основні операції векторно-матричної алгебри	
Матриці	Вектори
1. Матричний добуток векторів	1. Поелементне додавання (віднімання)
2. Транспонування	2. Поелементне множення (ділення)
3. Обертання	3. Підсумовування елементів
4. Множення	4. Підсумовування квадратів елементів
5. Множення матриці на вектор	5. Впорядкування елементів
6. Обчислення квадратичної форми	6. Обчислення норми
7. Обчислення власних значень	7. Піднесення елементів до квадрату
8. Обчислення норми	8. Скалярний добуток

Розглянемо одну з даних операцій, а саме – операцію підсумовування елементів деякого вектора. При цьому відмітимо наступне: раніше вважалося, що у цифровому вигляді зображення представляється матрицею невід’ємних чисел, кожне з яких визначає інтенсивність елемента зображення[6]. Але дослідження останніх років показують[8], що серед цих елементів присутні і такі, які мають від’ємний знак.

Нехай $V = [a_1, a_2, \dots, a_n]^T$ - вектор розмірністю $n \times 1$ і $W = [w_1, w_2, \dots, w_n]^T$ - вектор вагових коефіцієнтів також розмірністю $n \times 1$. Елементи лінійної згортки (ЛЗ) даних векторів визначимо таким чином[6]:

$$z_i = \sum_{j=1}^n a_j w_j, \quad (1)$$

де розмірність вектора вихідних даних $Z = [z_1, z_2, \dots, z_n]^T$ дорівнює $n \times 1$. Даний вираз точно визначає перелік математичних перетворень, які необхідно виконати для того, щоб отримати значення ЛЗ для елементів

векторів V і W . Паралельно-послідовний алгоритм реалізації векторного перемноження можна записати таким рекурентним співвідношенням:

$$z_{k+1} = z_k + S(a_i, w_j), \quad (2)$$

де $S(a_i, w_j)$ - оператор перемноження відповідних елементів векторів V і W , $k = \overline{0, n-1}$; $i, j = \overline{1, n}$, який можна представити так:

$S(a_i, w_j) = (w_1, w_2, \dots, w_n) \cdot V$. Нехай $V = [a_1, a_2, \dots, a_n]^T$ - початковий вектор

даних, який являється конкатенацією двох векторів $V^1 = \left[a_1, a_2, \dots, a_{\frac{n}{2}-1} \right]^T$ і

$V^2 = \left[a_{\frac{n}{2}}, a_{\frac{n}{2}+1}, \dots, a_n \right]^T$, причому елементами векторів V^1 і V^2 являються

відповідно додатні(від'ємні) елементи початкового вектора даних. Таким чином, закон перетворення даних буде визначатись у такий спосіб:

$$Z = V^1 W^1 + (-1) V_n^2 W^2, \quad (3)$$

де W^1, W^2 – вагові коефіцієнти відповідних елементів початкового вектора даних, V_n^2 - вектор, елементами якого являються елементи вектора V^2 після “вилучення” в кожного множника “-1”. Формування векторів V^1 і V^2 відбувається паралельно із процесом ПР при наявності порогу, який розділяє початкові елементи на додатні та від'ємні. Таким чином, при виконанні операції ЛЗ, необхідно виконати наступні кроки:

Крок 1. Формування векторів V^1, V_n^2, W^1, W^2 .

Крок 2. Виконання операцій $V^1 W^1$ та $V_n^2 W^2$.

Крок 3. Виконання перетворення (3).

Запропонована модель орієнтована на реалізацію обчислювального процесу на рівні високого паралелізму. При цьому така реалізація потребує наявності комутаційного середовища, яке здійснювало б також векторизацію початкових даних. Прикладом використання даної моделі в процесі розпізнавання образів (при підсумовуванні інформації) може бути моделювання нейронних мереж, що використовують методи розпізнавання складних зображень.

Література

1. Параллельная обработка информации./ В 5-ти томах, Том 1. Распараллеливание алгоритмов обработки информации./ Под ред. А.Н. Свенсона. – Киев: Наукова думка, 1985. – 280 с.

2. Блейхут Р. Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов: Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 448 с.
3. Быстрые алгоритмы в цифровой обработке изображений./ Т.С. Хуанг, Дж.-О. Эклунд, Г.Дж. Нуссбаумер и др.;Под. ред. Т.С. Хуанга:Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1984. – 224 с.
4. Сверхбольшие интегральные схемы и современная обработка сигналов: Пер. с англ./ Под ред. С. Гуна, Х. Уайтхауса, Т. Кайлата. – М.: Радио и связь, 1989. – 472 с.
5. Кожемяко В. П. Оптоэлектронные логико-временные информационно-вычислительные среды. – Тбилиси: Мэцниэрэба, 1984. – 357 с.
6. СБИС для распознавания образов и обработки изображений: Пер. с англ./Под. ред. К. Фу. – М.: Мир, 1988.- 248 с.
7. Адаптивные фильтры: Пер. с англ./Под. ред. К.Ф. Коуэна и П.Н. Гранта. – М.: Мир, 1988. – 392 с.
8. Царев А.П. Алгоритмические модели и структуры высокопроизводительных процессоров цифровой обработки сигналов. – Szczecin, Informa, 2000, 237 с.