РОЗКЛАД ДОВІЛЬНИХ МАТРИЦЬ НА МНОЖНИКИ В ПРОЦЕСІ ПОПЕРЕДНЬОЇ ОБРОБКИ ІНФОРМАЦІЇ

Хом'юк В. В.

Вінницький державний технічний університет

Науковий керівник – доцент, к. т. н., Мартинюк Т. Б.

Процес попередньої обробки має забезпечувати перетворення та стиснення даних (часто в декілька етапів) для того, щоб визначити властивості або ознаки, які найбільш притаманні образам, що розглядаються. Отже, нехай деякий набір функцій $y_1(x_1, ..., x_n), ..., y_m(x_1, ..., x_n)$, $m \le n$, забезпечує отримання значень y_i, $i = 1, 2, ..., m$, на основі усіх вхідних значень x_j, $j = 1, 2, ..., n$. У реальних задачах використовуються головним чином лінійні функції і тому $y_i = \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_j$ або $y = Cx$, де x і y - вектори, компонентами яких являються x_j і y_i, а C - деяка матриця (c_{ij}). Застосуванню лінійних перетворень може передувати лінійна чи нелінійна зміна масштабу x (скажемо, логарифмування x); подібна операція може згодом бути застосована до y.

Якщо в перетворенні $y = Cx$, матриця C - неособлива, $m = n$ і C^{-1} - обернена матриця до матриці C, то $x = C_1^{-1} y_1 + C_2^{-1} y_2 + ... + C_n^{-1} y_n$, де C_i^{-1} -відповідний стовпець оберненої матриці C^{-1}; $i = \overline{1, n}$. Цю процедуру можна розглядати як розклад або розбиття вхідних даних x по нормальним функціям або базисним векторам (базисним зображенням) y_i. Використовуються базисні вектори багатьох типів у залежності від математичної і фізичної природи задачі, а також зручності реалізації обчислювальних процедур. У випадку усіченого розкладання (як це робиться при стиску даних) тип і число *m (m < n)* базисних векторів визначають точність розбиття. Оскільки вхідні дані часто мають дуже великий об'єм (особливо при роботі із зображеннями), зручність реалізації обчислювальних процедур іноді стає основною вимогою. При цьому можна здійснювати розбиття матриці C за більше число, але більш простих, кроків і використовувати унітарні, ермітові матриці, а також інші різновиди нормальних матриць.

Серед основних розкладів найбільш важливими являються розклад на два трикутних множника і на трикутний та унітарний множники. При цьому слід зауважити, що неможливо дати однозначну відповідь на питання "Який з розкладів являється кращим?", оскільки різні задачі ставлять до розкладів різні вимоги. Загальний час для отримання розкладу визначається числом арифметичних операцій, які необхідно при цьому виконати. Зауважимо, що задачі з матрицями високих порядків вимагають для свого розв'язування значних ресурсів пам'яті ЕОМ, одним з шляхів економії якої являється розміщення інформації про співмножники на місці початкової матриці, в основному на місцях, де отримуються нульові елементи. Якщо матриця C - нормальна, то вона може бути представлена таким чином: $C = U \Lambda U^{-1}$, де Λ - діагональна матриця характеристичних чисел матриці C, а стовпцями матриці U являються власні вектори матриці C. Багато операцій обробки інформації являються інваріантними щодо зсуву (не залежать від часу), тобто $CC_0 = C_0 C$, і, отже, їхні власні вектори - комплексні показникові функції. Матриці всіх подібних операцій «фільтрації» - циркулянтні. При цьому відповідна матриця U представляє собою перетворення Фур'є. У випадку двовимірних сигналів (зображень) часто виявляється можливим представити матрицю C як кронекеровий добуток матриць, що суттєво спрощує розв'язування відповідних задач .