

УДК 621.317

^{1,2}О. М. Васілевський, к.т.н., доц.

ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІЧНОЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ВИМІРЮВАННЯ ДИНАМІЧНОГО МОМЕНТУ РОТОРНИХ СИСТЕМ

¹Міністерство освіти і науки України, м. Київ,

²Вінницький національний технічний університет, wasilevskiy@mail.ru

Досліджено динамічну невизначеність вимірювання динамічного моменту роторних систем на основі апріорної інформації про передатну функцію засобу вимірювання динамічного моменту та спектральну функцію моделі вхідного сигналу.

Ключові слова: засіб вимірювання динамічного моменту, динамічна невизначеність, частотна характеристика засобу вимірювання, спектральна функція вхідного сигналу, відносна динамічна невизначеність.

Вступ та постановка проблеми. Вимірювання з використанням засобів вимірювань (ЗВ) в динамічному режимі, отримують все більшого розповсюдження в техніці та наукових дослідженнях. Ці вимірювання пов'язані в першу чергу з вивченням закономірностей проходження фізичних процесів в досліджуваних об'єктах. Тому роль динамічних вимірювань та методів дослідження метрологічних характеристик ЗВ в динамічному режимі особливо велика, по перше, в галузях науки, пов'язаних з дослідженням структури матерії, аналізом і синтезом нових речовин та матеріалів, вивченням об'єктів у експериментальних умовах, і по друге, в галузях техніки і виробництва, для яких характерне створення нових технологічних процесів і випробування нових зразків ЗВ на основі міжнародних підходів до оцінювання точності вимірювань. При складанні звіту щодо результатів динамічних вимірювань необхідно подати кількісне значення якості експерименту так, щоб можна було вірно оцінити його надійність [1 - 3]. Без такого значення результати динамічних вимірювань не можна порівняти ні між собою, ні з довідниковими величинами. Тому для представлення та визнання на світовому ринку результатів досліджень засобу вимірювання динамічного моменту роторних систем, необхідно виконати оцінювання характеристик точності вимірювань на основі концепції невизначеності [1, 2].

На сьогоднішній день широко висвітлені методи оцінювання та вираження невизначеностей під час статичних вимірювань, а оцінюванню динамічної невизначеності вимірювань динамічного моменту роторних систем (РС) не приділено достатньої уваги. Тому дослідження динамічної невизначеності вимірювання динамічного моменту РС є актуальною науковою проблемою, вирішення якої дозволить представляти результати динамічних вимірювань на основі концепції невизначеності та порівнювати з результатами отриманими різними лабораторіями в різних країнах світу за для забезпечення єдності вимірювань.

З огляду на вищевикладене, **метою статті** є розробка математичного апарату для дослідження динамічних вимірювань динамічного моменту РС на основі концепції невизначеності.

Аналіз стану досліджень та публікацій. Відомі роботи [4, 5], в яких розглянуто диференціальне рівняння, яким описується робота засобу вимірювання (ЗВ) динамічного моменту РС

$$\frac{d^2\varphi(t)}{dt^2} + 2\nu\omega_p \frac{d\varphi(t)}{dt} + \omega_p^2\varphi(t) = \frac{M_c(t)}{J_c}, \quad (1)$$

де J_c - сумарний момент інерції статора РС та рухомої частини вимірювального перетворювача; $\nu = \frac{P}{2\sqrt{J_c C}}$ - ступінь заспокоєння вільних коливань; $\omega_p = \sqrt{C/J_c}$ - власна

частота вільних (недемпфованих) коливань вимірювального перетворювача; C - жорсткість сенсора зусилля; P - коефіцієнт заспокоєння.

Вхідний сигнал (праву частину рівняння (1)) на основі апріорної інформації отриманої під

час досліджень характеристик зміни динамічного моменту РС можна описати математичною моделлю, яка має вигляд

$$M_c(t) = M_k e^{-v\omega_0 t}, \quad (2)$$

де M_k - значення обертального моменту на початку знеструмлення статора РС; ω_0 - циклічна частота вхідного сигналу.

Відповідно до літературних джерел [2, 3, 6], динамічну невизначеність вимірювання $u_D[y(t)]$ можна виразити через квадратний корінь з інтегралу від добутку квадратів модуля частотної характеристики засобу вимірювання і модуля спектральної функції вхідного сигналу в широкому діапазоні частот

$$u_D[y(t)] = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |S(j\omega)|^2 |X(j\omega)|^2 d\omega}, \quad (3)$$

де $|S(j\omega)|$ - модуль частотної характеристики ЗВ, що використовується при динамічних вимірюваннях, або амплітудо-частотна характеристика ЗВ, що визначається за формулою [2]

$$|S(j\omega)| = \sqrt{a^2(\omega) + b^2(\omega)}, \quad (4)$$

де $a(\omega)$, $b(\omega)$ - відповідно, дійсна та уявна частини частотної характеристики $S(j\omega)$ ЗВ; $X(j\omega)$ - спектральна функція вхідного сигналу, яка пов'язана з вхідною функцією часу $x(t)$ виразом Лапласа [6]

$$X(j\omega) = \int_0^{\infty} x(t) e^{-j\omega_0 t} dt, \quad (5)$$

де ω_0 - циклічна частота вхідного сигналу.

Верхня межа інтегрування рівняння (5) на скінченному інтервалі часу може бути змінена на сумарний час спостереження T .

Таким чином, динамічною невизначеністю вимірювання можна назвати складову комбінованої невизначеності вимірювання, що обумовлена реакцією засобу вимірювання на швидкість (частоту) зміни вхідного сигналу, яка залежить як від динамічних властивостей засобу вимірювання, так і від частотного спектру вхідного сигналу.

Викладення основного матеріалу

Метод вимірювання динамічного моменту заснований на тому, що на статор РС діє момент реакції, який дорівнює обертальному моменту на її роторі. Основним елементом, що реалізує даний метод вимірювання є вимірювальний перетворювач за реакцією статора досліджуваної РС. Перетворювач представляє собою рухома частину, що встановлена в ножових опорах балансірно, і станину, яка зв'язана з рухомою частиною через сенсор зусилля. Момент $M_c(t)$, що утворюється на статорі випробовуваної РС, передається через рухома частину вимірювального перетворювача і діє на сенсор зусилля та перетворюється в кут повороту $\varphi(t)$ рухомою частиною перетворювача.

Суть методу вимірювання динамічного моменту полягає в тому, що в момент підключення напруги живлення на роторі випробовуваної РС створюється обертальний момент $M_c(t)$, який через вимірювальний важіль діє на сенсор зусилля. Оскільки сенсор зусилля є пружним елементом, то в даний момент часу виникає перехідний процес, тривалість якого приває протягом часу t_1 . Після завершення перехідного процесу РС знеструмлюють, напруга живлення обмоток статора стає рівною нулю і момент на виході вимірювального перетворювача, внаслідок інерційних властивостей сенсора зусилля, зменшується від номінальної величини обертального моменту $M_c(t)$ до нуля протягом часу t (рис. 1).

Враховуючи диференційне рівняння (1) передатна функція засобу вимірювання динамічного моменту РС описується виразом

$$S(s) = \frac{K}{s^2 + 2v\omega_p s + \omega_p^2}, \quad (6)$$

де $K = \frac{gK_1}{J_c \omega_p^2}$ - коефіцієнт пропорційності засобу вимірювання динамічного моменту; g - прискорення вільного падіння; K_1 - стала тензорезистивного перетворювача.

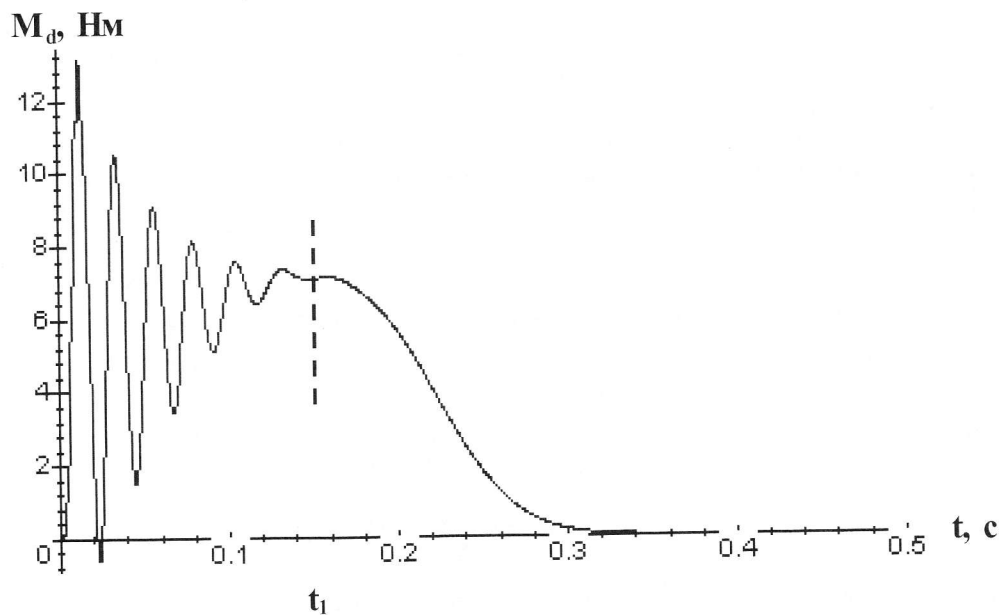


Рис. 1. Досліджувана характеристика зміни динамічного моменту РС

Враховуючи модельне рівняння вхідного сигналу динамічного моменту РС, після завершення перехідного процесу, його передатна функція описується виразом

$$X(s) = \frac{M_k}{s + v\omega_0} \quad (7)$$

Перейшовши до частотної області та відокремивши дійсну і уявну частини, а також провівши відповідні математичні перетворення отримаємо такі вирази для частотної характеристики засобу вимірювання динамічного моменту ЕМ і модуля частотної характеристики, відповідно:

$$S(j\omega) = \frac{K}{-\omega^2 + j2v\omega_p\omega + \omega_p^2}; \quad (8)$$

$$|S(j\omega)| = \sqrt{\frac{K^2(\omega^4 + 4v^2\omega^2\omega_p^2 - 2\omega^2\omega_p^2 + \omega_p^4)}{\omega^8 + 4\omega^6\omega_p^2(2v^2 - 1) + 2\omega^4\omega_p^4(3 - 8v^2) + 8v^2\omega^2\omega_p^4(2v^2\omega^2 + \omega_p^2) - 4\omega^2\omega_p^6 + \omega_p^8}} \quad (9)$$

Спектральна функція вхідного сигналу в частотній області має зображення, що описується виразом

$$X(j\omega) = \frac{M_k}{j\omega + v\omega_0} \quad (10)$$

Модуль спектральної функції вхідного сигналу після відокремлення дійсної і уявної частини і проведення відповідних математичних перетворень описується виразом

$$|X(j\omega)| = \sqrt{\frac{M_k^2(\omega^2 + v^2\omega_0^2)}{\omega^4 + 2\omega^2v^2\omega_0^2 + v^4\omega_0^4}} \quad (11)$$

Підставляючи отримані рівняння модулів спектральних функцій засобу вимірювання динамічного моменту (9) та вхідного сигналу (11) у вираз для вираження динамічної невизначеності (3), отримаємо рівняння динамічної невизначеності засобу вимірювання динамічного моменту в частотній області від нуля до нескінченності

$$u_D[y(t)] = \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{M_k^2(\omega^2 + v^2\omega_0^2)}{\omega^4 + 2\omega^2 v^2 \omega_0^2 + v^4 \omega_0^4} d\omega \right)^{\frac{1}{2}} \times \left(\int_0^{\infty} \frac{K^2(\omega^4 + 4v^2\omega^2\omega_p^2 - 2\omega^2\omega_p^2 + \omega_p^4)}{\omega^8 + 4\omega^6\omega_p^2(2v^2 - 1) + 2\omega^4\omega_p^4(3 - 8v^2) + 8v^2\omega^2\omega_p^4(2v^2\omega^2 + \omega_p^2) - 4\omega^2\omega_p^6 + \omega_p^8} d\omega \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (12)$$

Для розв'язку виразу (12) було використано математичний пакет Maple і підставляючи номінальні числові значення величин, що входять в рівняння (12), отримаємо чисельний розв'язок динамічної невизначеності вимірювання динамічного моменту РС, яка не перевищує $u_D[y(t)] = 1,5 \cdot 10^{-3}$ Нм при зміні динамічного моменту після завершення перехідного процесу t_1 (рис. 1) від 8 до 0,1 Нм.

Під час вимірювання характеристики зміни динамічного моменту РС, при знеструмленні від номінального значення обертального моменту $M_k = 30$ Нм до нуля, після завершення перехідного процесу t_1 , динамічна невизначеність вимірювання, що визначається через вираз (12) складатиме $u_D[y(t)] = 5,9 \cdot 10^{-3}$ Нм.

Для наочного відображення динамічної невизначеності вимірювання динамічного моменту РС розрахуємо максимальну відносну динамічну невизначеність за формулою

$$\tilde{u}_D = \frac{u_D[y(t)]}{Y_{\min}} 100\%, \quad (13)$$

де Y_{\min} - нижня межа вимірювання вимірюваної величини.

Підставляючи розраховані за формулою (12) значення динамічних невизначеностей вимірювання динамічного моменту РС на нижній межі вимірювання $M_{k_{\min}} = 0,1$ Нм у вираз (13) отримаємо максимальні відносні динамічні невизначеності при початкових значеннях динамічного моменту РС $M_{k_1} = 8$ Нм та $M_{k_2} = 30$ Нм, що не перевищують $\tilde{u}_{D1} = 1,5\%$ і $\tilde{u}_{D2} = 5,9\%$, відповідно.

Висновки. На основі апріорної інформації про частотну характеристику ЗВ динамічного моменту і спектральну функцію моделі вхідного сигналу досліджено динамічну невизначеність вимірювання динамічного моменту РС на основі міжнародних вимог до оцінки характеристик точності – концепції невизначеності. Це дозволяє представляти вітчизняну продукцію на світових ринках у відповідності з міжнародними нормативними документами і порівнювати результати динамічних вимірювань динамічного моменту (випробувань) РС, що проводяться різними лабораторіями в різних країнах світу, а також сприяє забезпеченню єдності вимірювань характеристики зміни динамічного моменту. Запропонований підхід в дослідженні динамічної невизначеності можна використовувати для засобів вимірювань, що характеризуються динамічними ланками любого типу, при дії стаціонарного випадкового вхідного сигналу, його також можна застосовувати в якості методики оцінювання динамічних невизначеностей вимірювання динамічного моменту РС при виконанні метрологічних робіт, яка є метрологічним забезпеченням вимірювань характеристик зміни динамічних моментів РС.

Список літературних джерел

1. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement. – Switerland: ISO, 1993. – 101 p.
2. Васілевський О. М. Основи теорії невизначеності вимірювань : [навчальний посібник] / О. М. Васілевський, В. Ю. Кучерук. – Херсон: Олді-плюс, 2013. – 224 с. – ISBN 978-966-2393-86-6 (2-ге видання).
3. Васілевський О. М. Оцінювання невизначеності динамічних вимірювань / О. М. Васілевський // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2011. – № 3. – С. 9 – 13.
4. Васілевський О. М. Засіб вимірювання динамічного моменту електромоторів та аналіз його точності / О. М. Васілевський // Вимірювальна техніка та метрологія. – № 73. – 2012. – С. 52 – 56.
5. Васілевський О. М. Динамічна чутливість засобу вимірювання пускового моменту електромоторів / О. М. Васілевський // Вісник інженерної академії України. – Київ. – 2012. – № 34. – С. 95 – 97.
6. Васілевський О. М. Оцінка невизначеності вихідних сигналів засобів вимірювальної техніки в динамічних режимах роботи / О. М. Васілевський // Системи обробки інформації. – 2010. – № 4 (85). – С. 81 – 84.