



operating chambers with compressed air from the line of feeding and air emptying are always polytropic.

The dependency of the consumption index of compressed air of the investigated drives upon the magnitude of polytropic index has been proved by our calculations. Having taken San-Venan and Vansel equations as basic ones and having done a range of their transposing using such components as efficient areas of constructive elements of the system of air intake and air emptying, as well as having used appropriate results of the investigation of pneumo-drives with pneumo-mechanical systems of operation [1, p. 242] and [2, p. 425-426], we have got dependences that prove the above statements:

$$G_M = \frac{P_l (1 - \sigma_a) e^{-\frac{t}{\tau_0 V}}}{n \tau_0 \sigma_{Hk}} \left[\frac{(\sigma_{Hk} - \sigma_a) \varphi(\sigma_a)}{\varphi(\sigma_{Hk})} + \frac{\sigma_a}{\sigma_{Hk}} \psi_1(\sigma_{Hk}) \right];$$

$$G_A = \frac{\delta_A \sigma_A^{2n} (1 - \sigma_a) e^{-\frac{t}{\tau_0 V_A}}}{2n \sigma_a^{2n} \left[(1 - \sigma_a) e^{-\frac{t}{\tau_0 V_A}} + \sigma_a \right] \tau_{0A}} \cdot \frac{(\sigma_{Ak} - \sigma_a) \varphi(\sigma_{Ak})^{(n-1)}}{\varphi(\sigma_{Ak}) \sigma_{Ak}^{2n} (3n-1)},$$

where G_M, G_B – mass air consumption according to the phases of filling and emptying of the drive's operating chambers; δ_M, δ_A – air pressure on the way of feeding and the line of exhaust; σ_a – ratio of operating pressure in the drive's chambers to atmospheric pressure; t – time constancy of pneumatic inert element; τ_0 – time constancy of filling and emptying chambers; V, V_A – volume of filling and emptying chambers; n – polytropic index; σ_{Hk}, σ_{Bk} – relation of critical pressure for the phases of filling and emptying of operating chambers; $\varphi(\sigma_a)$ – function of consumption while critical relation of pressure during the phases of chamber filling; $\varphi(\sigma_{Hk}), \varphi(\sigma_{Ak})$ – function of consumption in non-corrected exponent for the phases of filling and emptying of operating chambers; $\psi_1(\sigma_{Hk})$ – function of relation of pressure while filling of chamber; σ_B – relation of operating pressure in drive's chambers and emptying pressure; τ_{0A} – time constancy of emptying of chamber; $\varphi(\sigma_{Bk})$ – function of consumption while critical relation of pressure during emptying of chamber.

Conclusion. The received dependences estimate the effect of the polytropic index on power consumption of vibratory machines with pneumo-mechanical systems of control. Using optimal modifying of other parameters (elements of formulas) it is possible to correct consumption of compressed air and reduce power intensity of the working processes of these machines.

Literature:

1. Stasiuk V.M. Vyznachenia stalyh napovnenia ta sporozhnenia robochych kamer pnevmatychnyh pryvodiv iz mehanichnym zvjazkom mizh elementamy systemy povitrorozpodilu / V.M.Stasiuk, L.O.Gumeniuk // Visnyk Natsionalnogo universytetu vodnogo gospodarstva ta pryrodokorystuvania. – 2006. - №2 (34).



Chastyna 1. – S. 367 – 372.

2. Stasiuk V.M., Stasiuk V.V. Doslidzhenia systemy vpusku-vypusku pryvodiv iz pnevmomechanichnym keruvaniem / V.M.Stasiuk, V.V.Stasiuk // Visnyk Natsionalnogo universytetu vodnogo gospodarstva ta pryrodokorystuvania. – 2009. - №3 (47). Chastyna 2. – S. 424 – 429.

ЦИТ: 113-0561

УДК 621.86:534-16

Поліщук Л.К., Коцюбівський Р.П., Керничний В.М. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ НЕСТАЦІОНАРНИХ РЕЖИМІВ РОБОТИ СТРІЧКОВОГО КОНВЕЄРА

Вінницький національний технічний університет, Вінниця, Хм. шосе, 95, 21021

Розглядається метод розрахунку перехідних процесів в машинах неперервного транспорту з урахуванням рухомості меж довгомірих пружних ланок та нерозривного взаємозв'язку електромагнітних коливних явищ в асинхронному двигуні і механічних коливань у транспортуючому органі. Суть методу полягає у перетворенні вихідних хвильових рівнянь шляхом заміни супутніх координат на нерухомі і подальшому інтегруванні нелінійних рівнянь з частковими похідними методом скінченних елементів за фіксованих крайових умов.

Ключові слова: математична модель, стрічковий конвеєр, рівняння руху, електропривод.

Довжина траси сучасних стрічкових конвеєрів у гірничовидобувній, вугільній та інших галузях промисловості досягає значних розмірів (10 км і більше) [1]. Транспортувальні органи таких машин мають велику масу і значну податливість в осьовому напрямі. Це обумовлює виникнення хвильових явищ в довгомірих елементах системи та їх суттєвий вплив на динаміку конвеєра при нестационарних режимах роботи [2, 3].

Традиційний підхід до математичного моделювання динамічних процесів ґрунтується на тому, що вітки конвеєра розглядаються як прямолінійні стержні. Їх поздовжні коливання в супутній системі координат описуються відомими хвильовими рівняннями, що підлягають розв'язуванню за рухомих крайових умов. На практиці, виходячи з того, що перехідні режими тривають протягом невеликих проміжків часу, рухомістю меж нехтують [3]. Однак, під час досліджень динаміки конвеєрів зі значними робочими швидкостями згадане припущення може призвести до суттєвих похибок розрахунку. Це зумовлює необхідність розв'язування задачі з урахуванням строгої відповідності крайових умов рівнянням з частковими похідними, котрими описується рух віток транспортувального органу.

У даній праці розглядається метод розрахунку перехідних процесів в машинах неперервного транспорту з урахуванням рухомості меж довгомірих пружних ланок та нерозривного взаємозв'язку електромагнітних коливних явищ в асинхронному двигуні і механічних коливань у транспортуючому органі. Суть методу [4] полягає у перетворенні вихідних хвильових рівнянь шляхом

заміни супутніх координат на нерухомі і подальшому числовому інтегруванні нелінійних рівнянь з частковими похідними за фіксованих крайових умов.

Розглянемо механічну систему стрічкового конвеєра, подану на рис.1, де J_0 -зведений до привідного барабана момент інерції ротора двигуна з механічними передачами; J_1, J_2 - моменти інерції привідного і натяжного барабанів; M_0, M_{c1}, M_{c2} , -зведений момент двигуна і моменти опору рухові барабанів; c, ν - жорсткість і коефіцієнт лінійного опору муфти; r_1, r_2 , - радіуси барабанів. Робочу і холосту вітки конвеєра розбиваємо на однакову кількість скінченних елементів довжиною l . Для опису поздовжніх коливань ділянок використовуємо систему супутніх координат x_1, x_2, \dots, x_m , початки яких O_1, O_2, \dots, O_m у початковий момент часу розташовані на межах відповідних ділянок. Переміщення перерізів ділянок віток u_1, u_2, \dots, u_m є функціями просторових координат і часу t . Кутові переміщення ротора двигуна і барабанів позначаємо як $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2$.

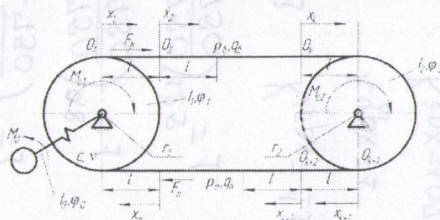


Рис. 1. Розрахункова схема стрічкового конвеєра

Рівняння поздовжніх коливань i -ї ділянки вітки конвеєра записуємо у вигляді

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} - a_i^2 \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i^2} - \mu a_i^2 \frac{\partial^3 u_i}{\partial x_i^2 \partial t} = 0 \quad (i=1, 2, \dots, m), \quad (1)$$

де $a_i = \sqrt{E/\rho_i}$ - швидкість поширення хвилі пружних деформацій (E і ρ_i - модуль пружності і густина матеріалу стрічки); μ - коефіцієнт, за допомогою якого враховується розсіяння енергії в матеріалі згідно з гіпотезою Фойгта.

Розглянемо нерухомі координати

$$z_i = x_i + u_i(x_i, t) \quad (i=1, 2, \dots, m), \quad (2)$$

які за відсутності переміщень збігаються з відповідними супутніми координатами x_i ($i=1, 2, \dots, m$).

З урахуванням (2) похідні функції $u_i(x_i, t)$ записуємо як

$$\frac{\partial^2 u_i(x_i, t)}{\partial x_i^2} = \frac{u_i''}{1-u_i'}; \quad \frac{\partial u_i(x_i, t)}{\partial t} = \frac{\dot{u}_i}{1-u_i'} \quad (3)$$

У правих частинах співвідношень (3) переміщення u_i розглядаємо як функцію нерухомої координати z_i і часу t , причому похідну за просторовою координатою позначаємо штрихом, а за часовою - точкою.

Диференціюючи (3) за x_i і t , визначаємо з урахуванням (2) другі та змішані похідні функції $u_i(x_i, t)$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u_i(x_i, t)}{\partial x_i^2} &= \frac{u_i''}{(1-u_i')^3}; & \frac{\partial^2 u_i(x_i, t)}{\partial x_i \partial t} &= \frac{u_i' \dot{u}_i}{(1-u_i')^3} - \frac{\dot{u}_i'}{(1-u_i')^2}; \\ \frac{\partial^3 u_i(x_i, t)}{\partial t^2} &= \frac{\ddot{u}_i + 2\dot{u}_i \dot{u}_i' - 2\dot{u}_i' \dot{u}_i - 2u_i' \dot{u}_i' + \dot{u}_i'^2 + (u_i')^2 \ddot{u}_i}{(1-u_i')^3}; \\ \frac{\partial^3 u_i(x_i, t)}{\partial x_i^2 \partial t} &= \frac{\dot{u}_i' [u_i''(1-u_i')^3 + 3(1-u_i')^2 (u_i')^2]}{(1-u_i')^7} + \frac{\dot{u}_i' (1-u_i')^3 + 3(1-u_i')^2 \dot{u}_i' \dot{u}_i'}{(1-u_i')^6}. \end{aligned} \quad (4)$$

Розкладаючи вирази (3) і (4) у степеневі ряди, обмежуючись членами, що мають порядок малості не вище другого, одержуємо

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i(x_i, t)}{\partial x_i} &= u_i'(1-u_i'); & \frac{\partial u_i(x_i, t)}{\partial t} &= \dot{u}_i(1+u_i'); \\ \frac{\partial^2 u_i(x_i, t)}{\partial x_i \partial t} &= \dot{u}_i'(1+2u_i') + u_i' \dot{u}_i'; \\ \frac{\partial^2 u_i(x_i, t)}{\partial x_i^2} &= u_i''(1+3u_i'); & \frac{\partial^2 u_i(x_i, t)}{\partial t^2} &= \ddot{u}_i(1+u_i') + 2\dot{u}_i \dot{u}_i'; \\ \frac{\partial^3 u_i(x_i, t)}{\partial x_i^2 \partial t} &= \dot{u}_i' (1+3u_i') + u_i'' \dot{u}_i + 3\dot{u}_i' \dot{u}_i'. \end{aligned} \quad (5)$$

Підставляючи (5) в (1) і нехтуючи в доданку, за допомогою якого враховується розсіяння енергії, членами вищого порядку малості, одержуємо рівняння руху в нерухомій системі координат:

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \left(1 + \frac{\partial u_i}{\partial z_i} \right) + 2 \frac{\partial^2 u_i}{\partial z_i \partial t} \frac{\partial u_i}{\partial t} - a_i^2 \frac{\partial^2 u_i}{\partial z_i^2} \left(1 + 3 \frac{\partial u_i}{\partial z_i} \right) - \mu a_i^2 \frac{\partial^3 u_i}{\partial z_i^2 \partial t} = 0 \quad (i=1, 2, \dots, m). \quad (6)$$

Для зручності розроблення алгоритму розв'язування задачі скористаємося відносними просторовими координатами

$$\zeta_i = \frac{z_i}{l} \quad (i=1, 2, \dots, m), \quad (7)$$

З урахуванням (6), (7) одержуємо

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \left(1 + \frac{1}{l} \frac{\partial u_i}{\partial \zeta_i} \right) + \frac{2}{l} \frac{\partial^2 u_i}{\partial \zeta_i \partial t} \frac{\partial u_i}{\partial t} - \frac{a_i^2}{l^2} \frac{\partial^2 u_i}{\partial \zeta_i^2} \left(1 + 3 \frac{\partial u_i}{\partial \zeta_i} \right) - \frac{\mu a_i^2}{l^2} \frac{\partial^3 u_i}{\partial \zeta_i^2 \partial t} = 0 \quad (i=1, 2, \dots, m). \quad (8)$$

Поздовжня сила в деякому перерізі стрічки конвеєра визначається виразом

$$N_i(x_i, t) = EA \left(\frac{\partial u_i(x_i, t)}{\partial x_i} \right) + \mu \frac{\partial^2 u_i(x_i, t)}{\partial x_i \partial t}, \quad (9)$$

де A - площа поперечного перерізу стрічки.

Беручи до уваги перше і третє співвідношення (5), виконуємо



перетворення координат у формулі (9):

$$N_i(z_i, t) = EA \left[\frac{\partial u_i}{\partial z_i} \left(1 + \frac{\partial u_i}{\partial z_i} \right) + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial z_i \partial t} \right]. \quad (10)$$

Перейшовши до відносних просторових координат, врахувавши друге і п'яте співвідношення (5) та залежність (10), запишемо крайові умови на привідному барабані у вигляді

$$\begin{aligned} & \left. \frac{J_1}{r_1} \left[\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \left(1 + \frac{1}{l} \frac{\partial u_1}{\partial \zeta_1} \right) + \frac{2}{l} \frac{\partial u_1}{\partial t} \frac{\partial^2 u_1}{\partial \zeta_1 \partial t} \right] \right|_{\zeta_1=0} - \\ & - \frac{EA r_1}{l} \left[\frac{\partial u_1}{\partial \zeta_1} \left(1 + \frac{1}{l} \frac{\partial u_1}{\partial \zeta_1} \right) + \mu \frac{\partial^2 u_1}{\partial \zeta_1 \partial t} \right]_{\zeta_1=0} + \frac{EA r_1}{l} \left[\frac{\partial u_m}{\partial \zeta_m} \left(1 + \frac{1}{l} \frac{\partial u_m}{\partial \zeta_m} \right) + \mu \frac{\partial^2 u_m}{\partial \zeta_m \partial t} \right]_{\zeta_m=1} - \\ & - c \left[\varphi_0 - \frac{1}{r_1} u_1(0, t) \right] - v \left[\omega_0 - \frac{1}{r_1} \frac{\partial u_1}{\partial t} \left(1 + \frac{1}{l} \frac{\partial u_1}{\partial \zeta_1} \right) \right]_{\zeta_1=0} = -M_{c1}; \\ & J_0 \frac{d\omega_0}{dt} + c \left[\varphi_0 - \frac{1}{r_1} u_1(0, t) \right] + v \left[\omega_0 - \frac{1}{r_1} \frac{\partial u_1}{\partial t} \left(1 + \frac{1}{l} \frac{\partial u_1}{\partial \zeta_1} \right) \right]_{\zeta_1=0} = M_{\theta}; \\ & u_1(0, t) = u_m(1, t); \quad \frac{d\varphi_0}{dt} = \omega_0. \end{aligned} \quad (11)$$

Тут ω_0 - кутова швидкість ротора двигуна.

Крайові умови на натяжному барабані виражаються залежностями

$$\begin{aligned} & \left. \frac{J_2}{r_2} \left[\frac{\partial^2 u_k}{\partial t^2} \left(1 + \frac{1}{l} \frac{\partial u_k}{\partial \zeta_k} \right) + \frac{2}{l} \frac{\partial u_k}{\partial t} \frac{\partial^2 u_k}{\partial \zeta_k \partial t} \right] \right|_{\zeta_k=1} + \\ & + \frac{EA r_2}{l} \left[\frac{\partial u_k}{\partial \zeta_k} \left(1 + \frac{1}{l} \frac{\partial u_k}{\partial \zeta_k} \right) + \mu \frac{\partial^2 u_k}{\partial \zeta_k \partial t} \right]_{\zeta_k=0} - \frac{EA r_2}{l} \left[\frac{\partial u_{k+1}}{\partial \zeta_{k+1}} \left(1 + \frac{1}{l} \frac{\partial u_{k+1}}{\partial \zeta_{k+1}} \right) + \mu \frac{\partial^2 u_{k+1}}{\partial \zeta_{k+1} \partial t} \right]_{\zeta_{k+1}=0} = -M_{c2} \\ & u_k(1, t) = u_{k+1}(0, t) \end{aligned} \quad (12)$$

При складанні крайових умов (11), (12) припускали, що кутові координати φ_1 і φ_2 зв'язані з переміщеннями перерізів стрічки залежностями

$$\varphi_1 = \frac{1}{r_1} u_1(0, t) = \frac{1}{r_1} u_m(1, t); \quad \varphi_2 = \frac{1}{r_2} u_k(1, t) = \frac{1}{r_2} u_{k+1}(0, t). \quad (13)$$

Крайові умови для стисків сусідніх елементів стрічки такі:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\partial u_i}{\partial \zeta_i} \left(1 + \frac{1}{l} \frac{\partial u_i}{\partial \zeta_i} \right) + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial \zeta_i \partial t} \right]_{\zeta_i=1} = \left[\frac{\partial u_{i+1}}{\partial \zeta_{i+1}} \left(1 + \frac{1}{l} \frac{\partial u_{i+1}}{\partial \zeta_{i+1}} \right) + \mu \frac{\partial^2 u_{i+1}}{\partial \zeta_{i+1} \partial t} \right]_{\zeta_{i+1}=0}; \\ & u_i(1, t) = u_{i+1}(0, t) \quad (i = 1, 2, \dots, k-1; k+1, k+2, \dots, m-1). \end{aligned} \quad (14)$$

Розглянемо скінченний елемент стрічки конвєсера. Розв'язок нелінійного рівняння з частковими похідними (8) подаємо з деякою похибкою у вигляді

$$u_i(\zeta_i, t) \equiv U_i \tau_i, \quad (15)$$

де U_i - матриця-колонка базисних функцій,

$$U_i = (U_{i1}(\zeta_i), U_{i2}(\zeta_i), \dots, U_{im}(\zeta_i)),$$



τ_i - матриця-колонка невідомих функцій часу,

$$\tau_i = \text{col}(\tau_{i1}(t), \tau_{i2}(t), \dots, \tau_{in}(t)),$$

Значення базисних функцій задаємо за допомогою виразів

$$U_{j1} = 1 - \zeta_j; \quad U_{jj} = \sin(j-1)\pi\zeta_j; \quad (j = 2, 3, \dots, n-1); \quad U_{jn} = \zeta_j. \quad (16)$$

Компоненти матриць-колонок τ_i ($i = 1, 2, \dots, m$) визначаємо методом зважених нев'язок [5]. Підставляючи (15) в рівняння (8), перемножуючи отриманий вираз із матрицею-колоною вагових функцій, котрі приймаємо рівними базисним (16), та інтегруючи добуток за ζ_i в межах від нуля до одиниці, доходимо матричного співвідношення

$$A_i \ddot{\tau}_i + B_i \dot{\tau}_i + C_i \tau_i + D_i = R_{ci}, \quad (17)$$

де R_{ci} - матриця-колонка зважених нев'язок;

$$A_i = A_{i1} + A_{2i}; \quad B_i = -\frac{\alpha^2}{l^2} \int_0^1 U_i^T U_i d\zeta_i;$$

$$D_i = \frac{2}{l} \int_0^1 U_i^T U_i \dot{\tau}_i U_i \tau_i d\zeta_i - \frac{3\alpha^2}{l^3} \int_0^1 U_i^T U_i \tau_i U_i \tau_i d\zeta_i, \quad (18)$$

причому

$$A_{i1} = \int_0^1 U_i^T U_i d\zeta_i; \quad A_{2i} = \int_0^1 U_i^T U_i \tau_i U_i d\zeta_i. \quad (19)$$

Як видно із співвідношень (18), (19), матриці A_i , B_i , C_i не залежать від часу і підлягають визначенню один раз. Компоненти матриць D_i , A_{2i} , котрі є функціями часової координати, обчислюємо на кожному кроці інтегрування диференціальних рівнянь.

З урахуванням (15) і перших рівностей (11), (12), (14) запишемо нев'язки граничних умов для початкового (S_i) і кінцевого (R_i) перерізів елемента

$$S_i = S_{0i} \dot{\tau}_i + S_{1i}; \quad R_i = R_{0i} \dot{\tau}_i + R_{1i}; \quad (i = 1, 2, \dots, m), \quad (20)$$

де

$$S_{0i} = \frac{J_1}{r_1} \left(1 + \frac{1}{l} U_i'(0) \tau_i \right) U_i(0); \quad S_{0, k+1} = \frac{J_2}{r_2} \left(1 + \frac{1}{l} U_{k+1}'(0) \tau_{k+1} \right) U_{k+1}(0);$$

$$R_{0k} = \frac{J_2}{r_2} \left(1 + \frac{1}{l} U_k'(1) \tau_k \right) U_k(1); \quad R_{0m} = \frac{J_1}{r_1} \left(1 + \frac{1}{l} U_m'(1) \tau_m \right) U_m(1);$$

$$S_{0, j+1} = R_{0j} \quad (j = 1, 2, \dots, k-1, k+1, k+2, \dots, m-1) = 0;$$

$$S_{11} = R_{1m} = \frac{2J_1}{r_1 l} U_1(0) \dot{\tau}_1 U_1'(0) \tau_1 - \frac{EA r_1}{l} \left[U_1'(0) \tau_1 \left(1 + \frac{1}{l} U_1'(0) \tau_1 \right) + \mu U_1'(0) \dot{\tau}_1 \right] +$$

$$+ \frac{EA r_1}{l} \left[U_m'(1) \tau_m \left(1 + \frac{1}{l} U_m'(1) \tau_m \right) + \mu U_m'(1) \dot{\tau}_m \right] -$$

$$- c \left(\varphi_0 - \frac{1}{r_1} U_1(0) \tau_1 \right) - v \left[\omega_0 - \frac{1}{r_1} U_1(0) \dot{\tau}_1 \left(1 + \frac{1}{l} U_1'(0) \tau_1 \right) \right] + M_{c1};$$



$$S_{1,k+1} = R_k = \frac{2J_2}{r_2 l} U_k(1) \dot{\tau}_k U_k'(1) \dot{\tau}_k + \frac{EAr_2}{l} \left[U_k'(1) \tau_k \left(1 + \frac{1}{l} U_k'(1) \tau_k \right) + \mu U_k'(1) \dot{\tau}_k \right] - \frac{EAr_2}{l} \left[U_{k+1}'(0) \tau_{k+1} \left(1 + \frac{1}{l} U_{k+1}'(0) \tau_{k+1} \right) + \mu U_{k+1}'(0) \dot{\tau}_{k+1} \right] + M_{c2};$$

$$S_{1,j+1} = R_j \quad (j = 1, 2, \dots, k-1, k+1, k+2, \dots, m-1) =$$

$$= U_j'(1) \tau_j \left(1 + \frac{1}{l} U_j'(1) \tau_j \right) + \mu U_j'(1) \dot{\tau}_j - U_{j+1}'(0) \tau_{j+1} \left(1 + \frac{1}{l} U_{j+1}'(0) \tau_{j+1} \right) + \mu U_{j+1}'(0) \dot{\tau}_{j+1}.$$

Одночасно забезпечити рівність нулю нев'язок, які визначаються виразами (17) і (20) вибором часових функцій $\tau_j (j=1,2,\dots,n)$ неможливо через надто велику кількість рівнянь, котрим ці функції повинні були б задовольняти. Прирівнюючи до нуля суми нев'язок всередині і на межах області існування функцій U_j одержуємо сукупність диференціальних рівнянь

$$\dot{g}_i = Q_i; \quad \dot{\tau}_i = g_i \quad (i = 1, 2, \dots, m), \quad (21)$$

де

$$Q_i = G_i^{-1} H_i,$$

причому

$$G_i = A_i + k_i S_{0i} + \lambda_i R_{0i};$$

$$H_i = -B_i \tau_i - C_i g_i - D_i - k_i S_{1i} - \lambda_i R_{1i}.$$

Тут k_i і λ_i - матриці-колонки вагових коефіцієнтів.

В рівняннях (21) необхідно врахувати залежності

$$\tau_m = \tau_{m+1}; \quad g_m = g_{m+1} \quad (i = 1, 2, \dots, m-1);$$

$$\tau_{mm} = \tau_{11}; \quad g_{mm} = g_{11}, \quad (22)$$

котрі є наслідком других рівностей (11), (12), (14) і виразів (15), (16). Для цього з матриць-колонок τ_i, g_i, Q_i виключаємо останні елементи, оскільки вони, згідно з (22), рівні іншим елементам відповідних матриць-колонок невідомих.

Відповідні скорочені вектори позначаємо τ_i^*, g_i^*, Q_i^* . Крім цього, перші елементи одержаних матриць-колонок Q_i^* замінюємо півсумами

$$q_{11}^* = \frac{1}{2}(q_{11} + q_{mm}); \quad q_{ii}^* = \frac{1}{2}(q_{ii} + q_{i-1,ii}); \quad (i = 2, 3, \dots, m)$$

де $q_{ij} (i=1,2,\dots,m; j=1,2,\dots,n)$ - компоненти матриць колонок Q_i .

Остаточно одержуємо сукупність диференціальних рівнянь

$$\dot{g} = Q; \quad \dot{\tau} = g, \quad (23)$$

де

$$h(h = \tau, g, Q) = \text{col}(h_1^*, h_2^*, \dots, h_m^*).$$

Останні рівності (11) з урахуванням (15) перетворюємо до вигляду

$$\dot{\omega}_0 = \frac{M_0}{J_0} - \frac{c}{J_0} \left(\varphi_0 - \frac{1}{r_1} U_1(0) \tau_1 \right) - \frac{v}{J_0} \left[\omega_0 - \frac{1}{r_1} U_1(0) \dot{\tau}_1 \left(1 + \frac{1}{l} U_1'(0) \tau_1 \right) \right]; \quad \dot{\varphi}_0 = \omega_0. \quad (24)$$

Якщо рушійний момент і моменти корисного опору відомі, то рівняння (23), (24) утворюють замкнуту систему і повністю описують перехідний процес.



Більш строгий підхід полягає в сумісному розв'язуванні рівнянь руху механоїчної системи і рівнянь динамічного стану привідного двигуна. У цьому випадку рівняння (23), (24) доповнюємо математичною моделлю електричної машини.

Електромагнітні явища в асинхронному двигуні з урахуванням насичення магнітопроводу описуються рівняннями:

$$\frac{di_s}{dt} = A_s (u + \Omega_s \Psi_s - R_s i_s) + B_s (\Omega_r \Psi_r - R_r i_r);$$

$$\frac{di_r}{dt} = A_r (\Omega_r \Psi_r - R_r i_r) + B_r (u + \Omega_s \Psi_s - R_s i_s). \quad (25)$$

де i_s, i_r, u_s - матриці-колонки струмів і напруг; A_s, B_s, A_r, B_r - матриці зв'язків; Ω_s, Ω_r - матриці частот обертання; Ψ_s, Ψ_r - матриці-колонки потокозчеплень; R_s, R_r - активні опори. Індекс s вказує на приналежність величини до обмотки статора, r - ротора.

Матриці-колонки i_s, i_r, u_s визначаються рівностями:

$$i_j (j = s, r) = \text{col}(i_{js}, i_{jr});$$

$$u_s = \text{col}(U_m, 0).$$

де i_{js}, i_{jr} - проєкції струмів на координатні осі

x, y, U_m - амплітуда напруги мережі живлення.

Квадратні матриці A_s, B_s, A_r, B_r визначаються залежностями:

$$A_s = a_s (1 - a_s G);$$

$$B_s = -a_s a_r G;$$

$$A_r = a_r (1 - a_r G);$$

$$B_r = B_s,$$

$$\text{де } G = \frac{1}{r^2} \begin{bmatrix} Ri + Ti(R-T)i_x i_y \\ (R-T)i_x i_y, Ri + Ti \end{bmatrix}, \text{ причому}$$

$$R = \frac{1}{\rho + a_s + a_r};$$

$$T = \frac{1}{r + a_s + a_r}.$$

Тут i_m, i_x, i_y - намагнічувальний струм і його складові за осями x, y ; τ, ρ - величини, що визначаються за кривою намагнічення, яка є функціональною залежністю робочого потокозчеплення Ψ_m від намагнічувального струму a_s ; a_r - величини, обернені до індуктивностей розсіяння обмоток статора і ротора.

Матриці частот обертання:

$$\Omega_s = \begin{pmatrix} 0 & w_0 \\ -w_0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\Omega_r = \begin{pmatrix} 0 & w_0 & -w_r \\ w_r & -w_0 & 0 \end{pmatrix},$$

де w_0, w_r - синхронна кутова швидкість двигуна і кутова швидкість ротора,



виражені в електричних радіанах за секунду. Величини w_0, w_r мають значення:

$$w_0 = 314; w_r = p_0 \cdot u \cdot w_1,$$

де p_0 - число пар магнітних полюсів; u - передавальне відношення привода.

Матриці-колонки повних потокозчеплень обмоток статора і ротора мають вигляд:

$$\Psi_s = \frac{1}{a_s} i_s + \frac{1}{\tau} i;$$

$$\Psi_r = \frac{1}{a_r} i_r + \frac{1}{\tau} i,$$

де $i = \cos(i_x, i_y)$.

Величини I_x, I_y, I_m складають:

$$i_x = i_{xx} + i_{rx};$$

$$i_y = i_{yy} + i_{ry};$$

$$i_m = \sqrt{i_x^2 + i_y^2}.$$

Значення τ і ρ визначаються виразами:

$$\tau = \frac{i_m}{\psi_m}; \quad \rho = \frac{di_m}{d\psi_m}.$$

Електромагнітний момент знаходимо за формулою:

$$M_E = \frac{3}{2} p_0 u \frac{1}{\tau} (i_{rx} i_{sy} - i_{ry} i_{sx}). \quad (26)$$

Криву намагнічування подаємо у вигляді:

$$\psi_m = a_1 i_m + a_2 i_m^3 + a_3 i_m^5, \quad \text{якщо } i_m > i_{mk};$$

$$\psi_m = a_1 i_m, \quad \text{якщо } i_m \leq i_{mk},$$

де i_{mk} - критичне значення намагнічувального струму, за межею якого залежність $\psi_m(i_m)$ є нелінійною. Тоді τ і ρ , згідно з виразами (25), визначаються залежностями:

$$\tau = (a_1 + a_2 i_m^2 + a_3 i_m^4)^{-1}, \quad \text{якщо } i_m > i_{mk};$$

$$\tau = a_m, \quad \text{якщо } i_m \leq i_{mk}, \quad (27)$$

$$\rho = (a_1 i_m + 3a_2 i_m^2 + 5a_3 i_m^4)^{-1}, \quad \text{якщо } i_m > i_{mk};$$

$$\rho = a_m, \quad \text{якщо } i_m \leq i_{mk}, \quad (28)$$

Таким чином, запропонований метод дає можливість аналізувати перехідні режими роботи машин неперервного транспорту з урахуванням рухомості меж довгомірих пружних ланок та нерозривної взаємодії електричної машини (асинхронного двигуна) і механічної частини привода. Застосування скінченно-елементної дискретизації нелінійних рівнянь з частковими похідними дозволяє звести розв'язування задачі до інтегрування системи звичайних диференціальних рівнянь за допомогою стандартних процедур, сприяє побудові простого і ефективного обчислювального алгоритму. Це відкриває перспективи поглибленого вивчення динаміки конвеєрів, підвищення якості їх проектування і забезпечення раціональних режимів експлуатації.



Література

1. Червоненко А.Г., Раздольский А.Г., Заболотный Ю.В. Динамика протяжённных горных транспортных машин. – Киев: Наукова думка, 1983.-192с.
2. Кухта К.Я., Бойко А.Г. Гармаш И.З. Исследование сложных непрерывно-дискретных систе. – Киев: Наукова думка, 1981. – 154 с.
3. Спиваковский А.О., Дмитриев В.Т. Теоретические основы расчёта ленточных конвеєров. – М.: Наука, 1977.-154 с.
4. Kharchenko Y.E. The finite element of rod which performs longitudinal oscillations in immovable coordinate system / International Conference on Modeling & Simulation: Proceedings. – Lviv (Ukraine): Lviv Polytechnic National University, 2001. P. 248-249.
5. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация. – М.: Мир, 1986. – 318с.

ЦИТ: 113-0624

УДК 664/639.2.081

¹Сухенко В.Ю., ²Мануїлов В.В., ¹Сухенко Ю.Г.
КОРОЗІЙНО-МЕХАНІЧНЕ СПРАЦЮВАННЯ ТЕХНОЛОГІЧНОГО
ОБЛАДНАННЯ ХАРЧОВОЇ ПРОМИСЛОВОСТІ

¹Національний університет біоресурсів і природокористування України,
Київ, Героїв Оборони, 15, 03041

²Керченський державний морський технологічний університет,
Керч, Орджонікідзе, 82, 98309

З використанням методів термодинаміки необоротних процесів показано, що швидкість корозійно-механічного зношування металів у технологічних середовищах-електролітах харчової промисловості лінійно залежать від навантаження і швидкості ковзання і параболічно зменшення матеріалу в корозійно-активному середовищі. Показані шляхи керування процесом корозійно-механічного зношування. Проведена перевірка адекватності математичної моделі зношування в технологічних середовищах харчової промисловості.

Ключеві слова: корозія, знос, механічні фактори, каталізатор, втома, довговічність, електрохімія, потенціал.

Процес зносу матеріалу супроводжує незворотні втрати механічної енергії і перетворення її в інші види енергії. Механізм корозійно-механічного зношування матеріалів в агресивних харчових технологічних середовищах - електролітах можуть бути розглянуті на основі термодинамічного аналізу системи, яка з'єднує мікроскопічні параметри пар тертя в електролітичних характеристиках взаємодії і руйнування матеріалу в спеціальному технологічному середовищі. Розглядаючи фіксований процес корозійно-механічного зношування металів в технологічному середовищі харчової промисловості термодинамічної системи може бути визначена сукупність зв'язків з руйнуванням металу, середовищем і структурою металу. Ця система може бути розділена на дві частини, одна є руйнівним процесом, а інша пов'язана з