

ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА КОМП'ЮТЕРНА ТЕХНІКА

УДК 681.3

ВИКОРИСТАННЯ ЗРІЗІВ РІЗНИЦЬ ДЛЯ БАГАТООПЕРАНДНОГО ДОДАВАННЯ ЧИСЛОВИХ ВЕЛИЧИН

Канд. техн. наук, доц. Мартинюк Т. Б., Хомюк В. В.,
асп. Савалюк І. М., студ. Охрущак Д. В.

Вступ

На даний момент швидкодіючі підсумовувальні пристрої, які є важливими компонентами будь-якого процесора обробки даних, досліджені достатньо повно [1, 2]. Але при цьому необхідно відзначити, що акцент в процесі розробки підсумовувальних пристроїв робиться в основному на пристроях, які виконують одночасно операції додавання однієї пари операндів, тобто орієнтовані на реалізацію бінарної операції додавання. В багатьох швидкодіючих підсумовувальних пристроях, наприклад, у багаторегістрових пристроях, які використовують конвеєрний метод обробки інформації [3], реалізується одночасне виконання операції додавання над множиною пар операндів. Таким чином, питання, що пов'язане з реалізацією багатомісної (групової) операції додавання, в якій на відміну від бінарних операцій беруть участь більше двох операндів, в теперішній час залишається відкритим. Прикладом організації багатоперандної (багатомісної) операції додавання може служити спосіб паралельного додавання n величин [4], в основу якого покладено принцип, визначений авторами як принцип формування зрізів різниць [5], які є сукупністю величин різниці між всіма елементами поточної множини даних та одним і тим же елементом (в даному випадку мінімальної величини) фіксованої позиції з цієї множини.

Відомий ще один варіант багатоперандного додавання чисел, який використовує розрядні зрізи [6, 7]. Але цей метод не реалізується на матричних структурах, а потребує застосування постійних запам'ятовувальних [8] або асоціативних [9] запам'ятовувальних пристроїв. Дослідження алгоритму додавання на базі формування зрізів різниць [5] показали, що він може бути реалізований на регулярних структурах, зокрема, на лінійному систолічному масиві [10].

Метою даної роботи є дослідження можливостей використання принципу формування зрізів різниць для багатоперандної обробки числових величин.

Алгоритм багатоперандного додавання-віднімання числових величин

Використовуючи математичний апарат базових матричних зображень та операцій, відомий спосіб паралельного додавання n величин [4, 11] можна зобразити у вигляді такого алгоритму, попередньо ввівши відповідні позначення. Позначимо через A_0 множину ненульових чисел первісної групи, а через $a_{i,0}$ — елементи множини A_0 , тобто

$$A_0 = \{a_{i,0}\}_{i=1}^n, \quad (1)$$

де $a_{i,0} \neq 0$, $i = \overline{1, n}$.

Для аналізу циклів багатоперандної обробки введемо в розгляд проміжні множини (групи) чисел $A_1, \dots, A_j, \dots, A_n$, елементами яких є числа $a_{i,j}$, що являють собою різницю кожного з чисел $a_{i,j-1}$ множини A_{j-1} з найменшим числом множини A_{j-1} [6]. Таким чином алгоритм багатоперандного додавання-віднімання числових величин можна описати так.

1. На першому кроці для первісної групи (множини) \mathbf{A}_0 , яку можна зобразити у вигляді n -елементного вектор-стовпця

$$\mathbf{A}_0 = (a_{1,0} \dots a_{i,0} \dots a_{n,0})^T, \quad (2)$$

виконують порівняння між елементами $a_{1,0} \dots a_{i,0} \dots a_{n,0}$ групи \mathbf{A}_0 , T — символ транспонування.

2. Виділяють та запам'ятовують величину q_j , яка є найменшим ненульовим числом з чисел, які входять в групу \mathbf{A}_{j-1} , тобто

$$q_j = \min \mathbf{A}_{j-1} = \min \{a_{i,j-1}\}_{i=1}^n, \quad (3)$$

де $i, j = \overline{1, n}$.

3. Формують поточну суму

$$S_j = q_j p_j, \quad (4)$$

де p_j — кількість ненульових чисел в групі \mathbf{A}_{j-1} ; $j = \overline{1, n}$.

З урахуванням останнього зауваження та за умовою знаходження в групі \mathbf{A}_{j-1} чисел, які не повторюються, можна записати (4) у вигляді

$$S_j = q_j [n - (j - 1)]. \quad (5)$$

4. Одночасно формують нову групу \mathbf{A}_j у вигляді n -елементного вектор-стовпця

$$\mathbf{A}_j = (a_{1,j} \dots a_{i,j} \dots a_{n,j})^T, \quad (6)$$

де $a_{i,j}$ — i -й елемент j -го вектор-стовпця \mathbf{A}_j ; $i, j = \overline{1, n}$, причому елемент $a_{i,j}$ формується як різниця кожного з чисел множини \mathbf{A}_{j-1} з найменшим числом з \mathbf{A}_{j-1} , тобто

$$\mathbf{A}_j = \{a_{i,j}\}_1^n = \{a_{i,j-1} - q_j\}_1^n, \quad (7)$$

5. Формують та запам'ятовують у вигляді n -елементного вектор-стовпця j -ту бінарну маску \mathbf{G}_j

$$\mathbf{G}_j = (g_{1,j} \dots g_{i,j} \dots g_{n,j})^T, \quad (8)$$

де $g_{i,j}$ — ознака нульового значення елемента $a_{i,j}$ у групі \mathbf{A}_j , тобто

$$g_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{якщо } a_{i,j} = 0; \\ 0, & \text{якщо } a_{i,j} \neq 0. \end{cases} \quad (9)$$

6. Одночасно виконують накопичення поточних сум та запам'ятовують

$$S = \sum_{j=1}^{t_j} S_j, \quad (10)$$

де t_j — цикл обробки, зв'язаний з формуванням поточної суми; $t_j = \overline{1, n}$.

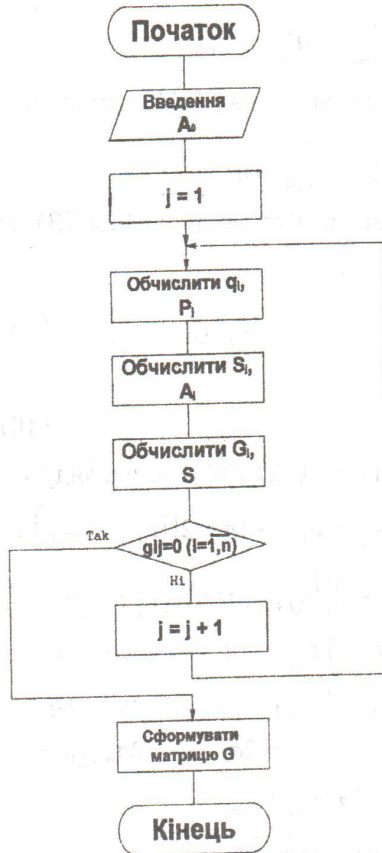
7. Перевіряють виконання умови, що всі елементи $g_{i,j}$ бінарної маски \mathbf{G}_j дорівнюють нулю. Якщо ця умова не виконується, переходять до п.8, інакше — до п.9.

8. Порівнюють елементи $a_{i,j}$ групи \mathbf{A}_j ($j = \overline{1, n}$). Перехід до п. 2.

9. Формують матрицю бінарних масок \mathbf{G} , яка має вигляд

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_{1,1} & \dots & g_{1,n} \\ \dots & \dots & \dots \\ g_{n,1} & \dots & g_{n,n} \end{bmatrix} = (\mathbf{G}_1, \dots, \mathbf{G}_j, \dots, \mathbf{G}_n), \quad (11)$$

де стовпці матриці \mathbf{G} є відповідні вектор-стовпці $\mathbf{G}_1, \dots, \mathbf{G}_n$.



Для наочності на рисунку показано алгоритм, а в таблиці наведено приклад виконання операції додавання розглянутого алгоритму п'яти чисел 11, 3, 5, 8, 15. Необхідно відзначити, що в таблиці знак «-» замість певного елемента $a_{i,j}$ в групі A_j відповідає від'ємній величині, отриманій у результаті виконання п. 4 даного алгоритму. Правильність виконання дій даного алгоритму підтверджується двома теоремами багатооперандної обробки числової інформації, що наведені далі.

Елементи груп $a_{i,j}$	Групи A_j					
	Первісна група A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
$a_{1,j}$	11	8	6	3	0	-
$a_{2,j}$	3	0	-	-	-	-
$a_{3,j}$	5	2	0	-	-	-
$a_{4,j}$	8	5	3	0	-	-
$a_{5,j}$	15	12	10	7	4	0
Цикли обробки t_j	1	2	3	4	5	6
Найменше число q_j	3	2	3	3	4	0
Поточна сума S_j	15	8	9	6	4	0
Накопичення поточних сум S_j	15	23	32	38	42	42
Елементи масок $g_{i,j}$	Бінарні маски G_j					
	G_1	G_2	G_3	G_4	G_5	G_6
$g_{1,j}$	0	0	0	1	0	0
$g_{2,j}$	1	0	0	0	0	0
$g_{3,j}$	0	1	0	0	0	0
$g_{4,j}$	0	0	1	0	0	0
$g_{5,j}$	0	0	0	0	1	0

Теорема багатооперандного додавання n числових величин

За аналогією з відомою теоремою формування суми тривалостей групи часових інтервалів [11] можна довести теорему багатооперандного додавання n числових величин.

Теорема 1. Сума n поточних сум S_j , $j = \overline{1, n}$ дорівнює сумі по всіх n множинах A_j добутків найменшого числа $q_j = \min A_{j-1}$, на кількість p_j ненульових чисел у відповідній множині A_{j-1} , що становить суму S чисел $a_{i,0}$, $i = \overline{1, n}$, які є елементами первісної множини A_0 , тобто

$$S = \sum_{i=1}^n a_{i,0} = \sum_{j=1}^n q_j p_j. \quad (12)$$

Доведення. Нехай числа $a_{i,0}$ первісної множини A_0 відмінні і впорядковані за зростанням, тобто

$$a_{1,0} < a_{2,0} < \dots < a_{i,0} < a_{i+1,0} < \dots < a_{n,0}. \quad (13)$$

Тоді з урахуванням (13) вираз (3) для $j = 1$ можна записати у вигляді

$$q_1 = \min A_0 = \min_i \{a_{i,0}\}_i^n = \min_i \{a_{i,0} - a_{0,0}\}_i^n = a_{1,0} - a_{0,0}, \quad (14)$$

де $a_{0,0} = 0$, при цьому кількість ненульових чисел в множині A_0 дорівнює максимальній величині, тобто $p_1 = n$.

Тоді для множини A_1 можна записати вираз (7) з урахуванням співвідношень (13) і (14) таким чином

$$A_1 = \{a_{i,1}\}_1^n = \{a_{i,0} - q_1\}_1^n = \{a_{i,0} - (a_{1,0} - a_{0,0})\}_1^n = \{a_{i,0} - a_{1,0}\}_1^n$$

що дозволить величину q_2 знайти у вигляді

$$q_2 = \min \mathbf{A}_1 = \min_i \{a_{i,1}\}_{i=1}^n = \min_i \{a_{i,0} - a_{1,0}\}_{i=1}^n = a_{2,0} - a_{1,0},$$

причому $p_2 = n - 1$, оскільки для множини A_1 , якщо виконується умова (13), елемент $a_{1,1}$ дорівнює нулю, оскільки

$$a_{1,1} = a_{1,0} - q_1 = a_{1,0} - (a_{1,0} - a_{0,0}) = 0, \quad \text{бо } a_{0,0} = 0.$$

Використовуючи метод математичної індукції, можна записати співвідношення (3) за умови, що $i, j = \overline{1, n}$, у такому вигляді

$$q_j = \min_i \{a_{i,j-1}\}_{i=1}^n = \min_i \{a_{i,j-2} - q_{j-1}\}_{i=1}^n = a_{j,0} - a_{j-1,0}, \quad (15)$$

причому для величини p_j характерне співвідношення

$$p_j = n - (j - 1). \quad (16)$$

Тоді з урахуванням виразів (15) і (16) права частина рівності (12) набуває вигляду

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n q_j p_j &= \sum_{j=1}^n (a_{j,0} - a_{j-1,0}) [n - (j - 1)] = n(a_{1,0} - a_{0,0}) + [n - 1](a_{2,0} - a_{1,0}) + [n - 2](a_{3,0} - a_{2,0}) + \\ &+ \dots + [n - (j - 1)](a_{j,0} - a_{j-1,0}) + [n - j](a_{j+1,0} - a_{j+1,0}) + [n - (j + 1)](a_{j+2,0} - a_{j+1,0}) + \dots + \\ &3(a_{n-2,0} - a_{n-3,0}) + 2(a_{n-1,0} - a_{n-2,0}) + (a_{n,0} - a_{n-1,0}) = \{na_{1,0} + (n-1)a_{2,0} + (n-2)a_{3,0} + \dots + \\ &+ [n - (j - 1)]a_{j,0} + (n - j)a_{j+1,0} + [n - (j + 1)]a_{j+2,0} + \dots + 3a_{n-2,0} + 2a_{n-1,0} + a_{n,0}\} - (n-1)a_{1,0} - \\ &- (n-2)a_{2,0} - \dots - [n - (j - 1)]a_{j-1,0} - (n - j)a_{j,0} - [n - (j + 1)]a_{j+1,0} - \dots - 3a_{n-3,0} - 2a_{n-2,0} - \\ &- a_{n-1,0} = \{na_{1,0} + (n-1)a_{2,0} + (n-2)a_{3,0} + \dots + [n - (j - 1)]a_{j,0} + (n - j)a_{j+1,0} + \\ &+ [n - (j + 1)]a_{j+2,0} + \dots + 3a_{n-2,0} + 2a_{n-1,0} + a_{n,0}\} - (n-1)a_{1,0} - [(n-1) - 1]a_{2,0} - \dots - \\ &- \{[n - (j - 2) - 1]a_{j-1,0} - \{[n - (j - 1) - 1]a_{j,0} - \{[n - j - 1]a_{j+1,0} - \dots - (4 - 1)a_{n-3,0} - \\ &- (3 - 1)a_{n-2,0} - (2 - 1)a_{n-1,0} = na_{1,0} + (n-1)a_{2,0} + (n-2)a_{3,0} + \dots + [n - (j - 1)]a_{j,0} + \\ &+ (n - j)a_{j+1,0} + [n - (j + 1)]a_{j+2,0} + \dots + 3a_{n-2,0} + 2a_{n-1,0} + a_{n,0} - na_{1,0} + a_{1,0} - (n-1)a_{2,0} + \\ &+ a_{2,0} - (n-2)a_{3,0} + a_{3,0} - \dots - [n - (j - 2)]a_{j-1,0} + a_{j-1,0} - [n - (j - 1)]a_{j,0} + a_{j,0} - \\ &(n - j)a_{j+1,0} + a_{j+1,0} - \dots - 4a_{n-3,0} + a_{n-3,0} - 3a_{n-2,0} + a_{n-2,0} - 2a_{n-1,0} + a_{n-1,0} = \\ &= a_{1,0} + a_{2,0} + \dots + a_{j-1,0} + a_{j,0} + a_{j+1,0} + \dots + a_{n-1,0} + a_{n,0} = \sum_{i=1}^n a_{i,0} \end{aligned}$$

оскільки інші доданки взаємно знищуються. Рівність (12) доведено.

Теорема багатооперандного віднімання числових величин

Серед особливостей досліджуваного алгоритму багатооперандного додавання-віднімання числових величин необхідно відмітити, що використання матриці бінарних масок \mathbf{G} (11) дає можливість розглядати проміжні групи \mathbf{A}_j числових величин по їх функціональному призначенню, тобто як відповідні зрізи різниць, які дозволяють визначити на кожному t_j -му етапі багатооперандної обробки групу різниці \mathbf{R}_k ($k = \overline{1, n}$), тобто різницю $(n - 1)$ числових величин у первісній групі \mathbf{A}_0 по відношенню до тієї величини $a_{k,0}$, якій відповідає одиничний елемент $g_{k,j}$ в бінарній масці \mathbf{G}_j . Таким чином, для елементів $r_{i,k}$ вектор-стовпця \mathbf{R}_k вигляду

$$\mathbf{R}_k = (r_{1,k} \dots r_{i,k} \dots r_{n,k})^T, \quad (17)$$

можна записати таке співвідношення

$$r_{i,k} = a_{i,j} = a_{i,0} - a_{k,0}, \quad (18)$$

ЯКЩО

$$g_{k,j} = 1, \quad (19)$$

де $r_{i,k}$ — різниця величин $a_{i,0}$ і $a_{k,0}$ первісної групи A_0 ; $g_{k,j}$ — k -й елемент j -го вектор-стовпця \mathbf{G}_j ; $i = \overline{1, n}$; $j = \overline{1, n}$; $k = \overline{1, n}$; $i \neq k$.

Нижче наводиться доведення теореми багатооперандного віднімання n числових величин.

Теорема 2. Число $a_{i,j}$ ($j \neq 0$), яке є одним з n елементів проміжної множини A_j , дорівнює різниці $r_{i,k}$ чисел $a_{i,0}$ і $a_{k,0}$ первісної множини A_0 при умові, що відповідний елемент $g_{k,j}$ матриці бінарних масок \mathbf{G} дорівнює одиниці.

Доведення. За аналогією з доведенням теореми 1 прийемо, що виконується умова (13). В цьому випадку матриця бінарних масок \mathbf{G} приймає відповідний вигляд

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

оскільки її елементи $g_{i,j}$ формуються у відповідності з виразом (9). При цьому для величини q_j залишається справедливим співвідношення (15).

Враховуючи вищевикладене, можна записати такі співвідношення

$$1) \quad a_{i,1} = a_{i,0} - q_1 = a_{i,0} - (a_{1,0} - a_{0,0}) = a_{i,0} - a_{1,0} = r_{i,1}, \quad \text{при цьому } g_{1,1} = 1;$$

$$2) \quad a_{i,2} = a_{i,1} - q_2 = (a_{i,0} - q_1) - q_2 = (a_{i,0} - a_{1,0} + a_{0,0}) - (a_{2,0} - a_{1,0}) = a_{i,0} - a_{2,0} = r_{i,2},$$

при цьому $g_{2,2} = 1$;

$$3) \quad a_{i,u} = a_{i,u-1} - q_u = (a_{i,u-2} - q_{u-1}) - q_u = \{ \dots ((a_{i,0} - q_1) - q_2) - \dots - q_{u-1} \} - q_u = \\ = \{ \dots [(a_{i,0} - a_{1,0} + a_{0,0}) - (a_{2,0} - a_{1,0})] - \dots - (a_{u-1,0} - a_{u-2,0}) \} - (a_{u,0} - a_{u-1,0}) = \\ = a_{i,0} - a_{1,0} + a_{0,0} - a_{2,0} + a_{1,0} - \dots - a_{u-1,0} + a_{u-2,0} - a_{u,0} + a_{u-1,0} = a_{i,0} - a_{u,0} = r_{i,u},$$

при цьому $q_{u,u} = 1$; з іншого боку

$$4) \quad a_{i,n} = a_{i,n-1} - q_n = (a_{i,n-2} - q_{n-1}) - q_n = \{ \dots ((a_{i,0} - q_1) - q_2) - \dots - q_{n-1} \} - q_n = \\ = \{ \dots [(a_{i,0} - a_{1,0} + a_{0,0}) - (a_{2,0} - a_{1,0})] - \dots - (a_{n-1,0} - a_{n-2,0}) \} - (a_{n,0} - a_{n-1,0}) = \\ = a_{i,0} - a_{1,0} + a_{0,0} - a_{2,0} + a_{1,0} - \dots - a_{n-1,0} + a_{n-2,0} - a_{n,0} + a_{n-1,0} = a_{i,0} - a_{n,0} = r_{i,n},$$

при цьому $q_{n,n} = 1$.

Таким чином, рівність (18) виконується, що й потрібно було довести. Але треба відмітити, що ця рівність виконується, якщо виконується умова (19).

Таким чином, встановлюється однозначна відповідність між проміжними групами A_j числових величин, які формуються на t_j -му етапі виконання алгоритму багатооперандного додавання-віднімання, і зрізом різниць \mathbf{R}_k , якому відповідає одиничний елемент $g_{k,j}$ матриці бінарних масок \mathbf{G} .

Висновки

В процесі виконання запропонованого алгоритму багатооперандного додавання-віднімання числових величин в кожному циклі обробки t_j ($j = \overline{1, n}$) формуються числові зрізи, які на відміну від бінарних зрізів являють собою по суті зрізи різниць згідно з наведеним співвідношенням (18). Звідки маємо, що запропонований спосіб багатооперандної арифметичної обробки n числових величин базується на принципі, який можна визначити як принцип формування зрізів різниць, в основу якого покладено порівняння між собою числових величин складових первісної групи, виділення загальної визначеної (мінімальної) величини поточної групи і формування зрізів різниць, які є проміжними групами числових величин, тобто сукупність величин різниці всіх елементів зі спільною частиною поточної групи. В результаті такого підходу виявляється можливість виконання не тільки багатооперандного додавання, але й віднімання числових величин, що дозво-

литель в подальшому реалізувати задачі асоціативного пошуку інформації, до яких відносяться задачі визначення екстремальних (максимального і мінімального) чисел і впорядкована вибірка (сортування) чисел.

ЛІТЕРАТУРА

1. Карцев М. А., Брик В. А. Вычислительные системы и синхронная арифметика. — М.: Радио и связь, 1981. — 360 с.
2. Кун С. Матричные процессоры на СБИС: Пер. с англ. — М.: Мир, 1991. — 672 с.
3. Самофалов К. Г. и др. Структуры ЭЦВМ четвертого поколения. — К.: Техника, 1972. — 242 с.
4. Квазиимпульсно-потенциальные оптоэлектронные элементы и устройства логико-временного типа / Свечников С. В., Кожемяко В. П., Тимченко Л. И. — К.: Наук. думка, 1987. — 256 с.
5. Кожемяко В. П. и др. Параллельная обработка изображений. — Ужгород: изд-во Ужгород. гос. ун-та, 1993. — 89 с.
6. Храпченко В. М. Об одном способе преобразования многорядного кода в однорядный // ДАН СССР. — 1963 — Т. 148. — №2. — С. 296—299.
7. Гамаюн В. П. Способ ускоренного преобразования многорядного кода в однорядный // УСиМ. — 1995. — № 4/5. — С.10—14.
8. А.с. 1396139 СССР. Суммирующее устройство / О. Г. Кокаев и др. // Бюл. изобр. — 1988. — №18.
9. А.с. 1424011 СССР. Ассоциативное запоминающее устройство / М.-М. А. Исмаилов и др. // Бюл. изобр. — 1988. — №34.
10. Мартинюк Т. Б., Заболотна Н. І., Шолота В. В. Оцінювання структурно-інформаційної складності паралельних алгоритмів додавання // Вісник ВПІ. — 1996. — №4. — С.21—26.
11. А.с. 1119035 СССР. Способ параллельного сложения длительностей группы временных интервалов / В. П. Кожемяко и др. // Бюл. изобр. — 1984. — №38.

Кафедра вищої математики

УДК 681.385

МЕТОД ЯКІСНОГО РОЗПІЗНАВАННЯ ОБРАЗІВ НА БАЗІ ФУНКЦІЙНО-ІНТЕГРАЛЬНИХ СИНТЕЗАТОРІВ ВИЗНАЧНИКІВ ТА ОЗНАК ЯК ФУНКЦІЙ ЛОГІКО-ЧАСОВОГО ТИПУ

Докт. техн. наук, проф. Кожем'яко В. П., Понура О. І., Кожем'яко О. В.

В процесі проектування засобів обробки зорової інформації важливо досягти ефективного і якісного розпізнавання образів, тобто необхідно сформулювати необхідні та достатні умови досягнення оптимуму співвідношення між апаратними потужностями та точністю розпізнавання. Таке співвідношення може досягатись суто математичними методами, але, враховуючи велику кількість та складність параметричних, часто не пов'язаних між собою процесів під час ідентифікування нескінченної кількості образів, пропонується новий, в класичному розумінні, але затверджений у живій природі розуміння, неалгоритмічний спосіб формування та розпізнавання визначників.

Відомо багато різноманітних засобів [1], які дозволяють в тій чи іншій формі та мірі виконувати процес розпізнавання образної інформації. Найпривабливіші серед них ті, які використовують для розпізнавання зорової інформації спосіб формування систем визначників. Тобто вони виконують формування ознак, які функційно залежать від поданої інформації. В більшості випадків, коли розпізнавання виконується тільки згідно з одним визначником, це не може забезпечити достатню точність та визначеність щодо розпізнавання зображень. Тому виникає питання: як не збільшуючи апаратних затрат проводити процес розпізнавання за декількома визначниками?