

## ПАРАМЕТРЫ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ДИАГРАММ ПЛАСТИЧНОСТИ

Обеспечение качества изделий в машиностроении является актуальной задачей современного промышленного производства. В процессах обработки металлов давлением, при которых заготовки подвергаются большим пластическим деформациям важно отслеживать накопление повреждений и обеспечивать благоприятное технологическое наследие. Прогнозирование пластичности (накопление деформаций вплоть до разрушения) дает возможность отслеживать получение качественных изделий.

В технической литературе с 60 – х годов прошлого столетия рассматриваемым вопросам уделяется внимание специалистами в области теории пластичности [1 – 4]. Развивая поставленные в указанных работах проблемы авторы обращают внимание на вопросы оценки предельных состояний пластических деформаций тел.

Целью настоящей работы является анализ различных параметров вида напряженного состояния и их соответствие различным механизмам разрушения пластических материалов в области конечных деформаций. Для достижения указанной цели в работе поставлены задачи:

1. Проанализировать различные параметры напряженного состояния с точки зрения их соответствия механизмам разрушения в процессах обработки металлов давлением.
2. Показать целесообразность применения различных показателей напряженного состояния при оценке деформируемости заготовок в процессах обработки металлов давлением, учитывающих механизмы накопления пластических деформаций в условиях отрыва и среза.

Пластичность металлов зависит от многих факторов, среди которых кроме природы самого металла основными являются термомеханические характеристики процесса: температура, скорость деформации, вид напряженного состояния, история деформирования, градиент деформаций и др. Зависимость пластичности от вида напряженного состояния при простом деформировании фиксированных температурно – скоростных условиях характеризуется диаграммой пластичности, являющейся его механической характеристикой. Для ее построения проводят испытания материала при различных напряженных состояниях и условиях простого нагружения, которые определим как постоянное отношение некоторых инвариантов тензора и девиатора напряжений. При этом должно соблюдаться условие простого нагружения, когда инварианты тензора изменяются пропорционально одному параметру.

Параметры вида напряженного состояния, как правило, конструируются из инвариантов тензора и девиатора напряжений, они должны соответствовать физическим процессам накопления пластических деформаций.

Поскольку напряженное состояние характеризуется тремя основными инвариантами тензора и девиатора напряжений параметр вида напряженного состояния обычно описывают различными соотношениями, состоящими из инвариантов, являющимися постоянными при изменении напряжений в условиях простого нагружения. Согласно уравнениям пластического состояния простое нагружение возникает при простом деформировании, если  $\frac{\sigma}{\sigma_i} = \text{const}$ . Следуя В. А. Бабичеву, это отношение обычно и принимают за один из показателей напряженного состояния:

$$\eta = \frac{3\sigma}{\sigma_i} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{\sigma_i}, \quad (1)$$

где  $\sigma$  – среднее нормальное напряжение,  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  – главные напряжения,  $\sigma_i$  – интенсивность напряжений:

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}, \quad (2)$$

$$\eta = \frac{I_1(T\sigma)}{\sqrt{3I_2(D\sigma)}}, \quad (3)$$

где  $I_1(T\sigma)$  – первый инвариант тензора напряжений,  $I_2(D\sigma)$  – второй инвариант девиатора напряжений.

Параметр  $\eta$  удобен при использовании диаграмм пластичности в координатах  $\varepsilon_p = f(\eta)$ , где  $\varepsilon_p$  – длина дуги в пространстве вектора деформаций (накопленная интенсивность деформаций к моменту разрушения):

$$\varepsilon_p = \int d\varepsilon_{ij}. \quad (4)$$

Диаграммы пластичности в указанных координатах  $\varepsilon_p = f(\eta)$  могут быть построены по результатам простейших испытаний: растяжение ( $\eta_1 = +1$ ), сдвиг (кручение) ( $\eta_1 = 0$ ), сжатие ( $\eta_1 = -1$ ). В условиях объемного напряженного состояния учитывают также третий инвариант тензора напряжений в виде показателя [1]:

$$\chi = \frac{\sqrt[3]{I_3(T\sigma)}}{\sqrt{3I_2(D\sigma)}} = \frac{\sqrt[3]{\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3}}{\sigma_i}. \quad (5)$$

В таких случаях используют объемные диаграммы пластичности  $\varepsilon_p = f(\eta, \chi)$ .

Указанные диаграммы пластичности не учитывают механизм разрушения срезом, при этом накопление деформаций происходит преимущественно в условиях сдвига.

В работе [2] предлагается в случае разрушения срезом представлять диаграмму пластичности функцией  $\varepsilon_p = f(\theta)$ , в которой параметр вида напряженного состояния:

$$\theta = \frac{1 - k\eta}{\omega}, \quad (6)$$

где

$$\omega = \frac{\tau_{\max}}{\sigma_i}. \quad (7)$$

В формуле (7)  $\tau_{\max}$  – максимальное касательное напряжение,  $k$  – параметр материала, определяемый экспериментально. Для сталей различных марок его можно принять равным  $k = 0,05$ , для алюминиевых сплавов  $k = 0,1$  [2]. В случае растяжения –  $\theta = 1,8$ , сдвига –  $\theta = \sqrt{3}$ , одноосного сжатия –  $\theta = 2,1$ , двухосного растяжения –  $\theta = 1,6$ , двухосного сжатия –  $\theta = 2,4$ .

При моделировании разрушения отрывом, когда плоскость разрушения близка к плоскости, на которой действуют максимальные нормальные напряжения в работе [2] предложено диаграммы пластичности представлять в виде единой для различных напряженных состояний функций  $\varepsilon_p = f(\beta)$ , где:

$$\beta = \frac{1 - s\eta}{v}, \quad (8)$$

где  $\eta$  (см. формулу (3)).

$$v = \frac{\sigma_1}{\sigma_i}. \quad (9)$$

Здесь  $\sigma_1$  – наибольшее из главных напряжений  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ ,  $s$  – параметр материала, который обычно принимают равным  $k$  и в случае растяжения,

$$\sigma_1 = \sigma_1, \sigma_2 = \sigma_3 = 0, \beta = \frac{[1-s(1)]\sigma_i}{\sigma_i} = 1 - s = 0,95.$$

При сдвиге  $\sigma_1 = \tau, \sigma_2 = 0, \sigma_3 = -\tau, \sigma_i = \sqrt{3} \tau, \beta = \sqrt{3}$ .

При сжатии  $\sigma_1 = \sigma_2 = 0, \sigma_3 = -\sigma, \beta = \frac{[1-s(-1)]\sigma_i}{0} = \infty$ .

Показатель напряженного состояния, введенный в работе [1]:  $\chi = \frac{\sqrt[3]{I_3(T\sigma)}}{\sqrt{I_2(D\sigma)}} = \frac{\sqrt[3]{\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3}}{\sigma_i}$ ,

где  $\chi = 0$  в условиях растяжения, сжатия и кручения.

Для иллюстрации применения рассмотренных показателей напряженного состояния при построении диаграмм пластичности проведены испытания стали 20 на растяжение, сжатие и кручение. Для построения кривой течения в области конечных деформаций испытывали цилиндрические образцы на сжатие, растяжение и кручение.

На сжатие испытывали цилиндрические образцы размерами  $h_0 = 15$  мм,  $d_0 = 10$  мм. На боковую поверхность цилиндрических образцов вблизи среднего по высоте сечения наносили четыре отпечатка в виде ромба алмазной пирамидой. Подготовленный таким образом образец осаживали до разных степеней деформаций  $\varepsilon_i = \ln \frac{h_0}{h_i} = 0,076; 0,08; 0,083; 0,087; 0,09; 0,13; 0,29; 0,31; 0,40, 0,57; 0,72; 1,06; 1,22; 1,43$  вплоть до появления видимых трещин, которые как правило возникают на экваторе боковой поверхности.

Интенсивность деформаций для степени деформации, при которой не образуется бочкообразование:

$$\varepsilon_i = 2 \ln \frac{d}{d_0}, \quad (10)$$

интенсивность напряжений:

$$\sigma_i = \frac{P}{F_0 \exp(\varepsilon_i)}. \quad (11)$$

При появлении «бочки» накопленная интенсивность деформации:

$$\bar{\varepsilon}_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \int_0^\delta \sqrt{\left(\frac{d\varepsilon_z}{d\delta}\right)^2 + 2 \frac{d\varepsilon_z}{d\delta} \frac{d\varepsilon_\varphi}{d\delta} + \left(\frac{d\varepsilon_\varphi}{d\delta}\right)^2} d\delta, \quad (12)$$

где параметр  $\delta = \frac{h_0 - h}{h_0}$  – характеризует стадию деформации цилиндра.

Если «бочка» незначительна:

$$\varepsilon_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\varepsilon_z^2 + 2 \varepsilon_z \varepsilon_\varphi + \varepsilon_\varphi^2}. \quad (13)$$

Интенсивность напряжений  $\sigma_i$  рассчитывают по (11).

В случае существенного бочкообразования:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 = \sigma_\varphi &= \frac{2}{3} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} (\varepsilon_\varphi - \varepsilon_r) \\ \sigma_2 = \sigma_r &= 0 \\ \sigma_3 = \sigma_z &= \frac{2}{3} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} (\varepsilon_z - \varepsilon_r), \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

интенсивность напряжений по формуле (2).

В соотношениях (14)  $\varepsilon_\varphi = \ln \frac{d_i}{d_0}$ ,  $\varepsilon_z = \ln \frac{a_0}{a_i}$ ,  $\varepsilon_r = \varepsilon_\varphi - \varepsilon_z$ ,  $a_0, a_i$  – размеры ромба по оси  $z$  до и после осадки.

На рис. 1 показана построенная по этой методике кривая течения стали 20. Кривая течения аппроксимирована уравнением Людвига:

$$\sigma_i = A \varepsilon_i^n, \quad (15)$$

где  $A$  и  $n$  – коэффициенты аппроксимации имеющие физический смысл –  $A$  – интенсивность напряжений при  $\varepsilon_i = 1$ ,  $n$  – показатель степени равный интенсивности деформаций на условной диаграмме растяжения при максимальной силе (момент локализации пластической деформации).

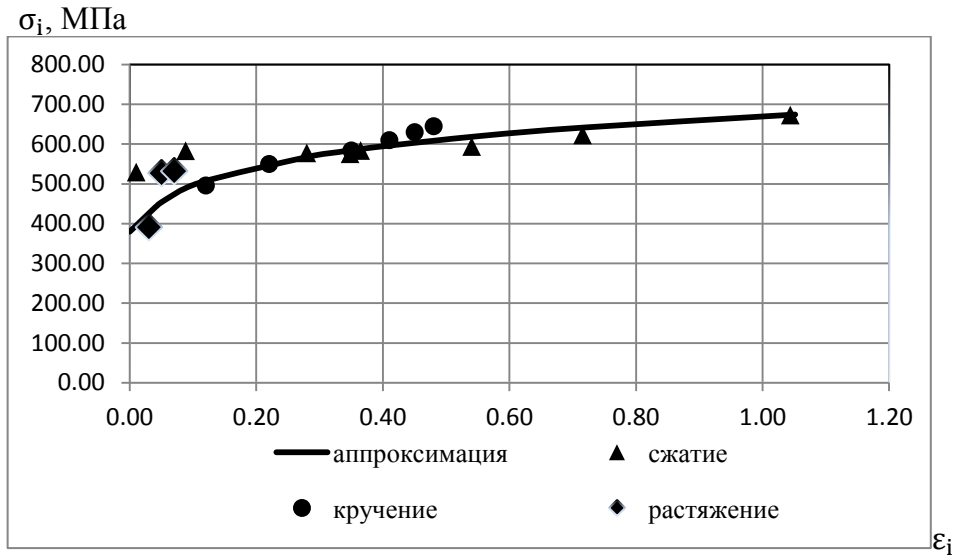


Рис. 1. Кривая течения стали 20

В нашем случае  $A = 673$  МПа,  $n = 0,15$ .

Кривую течения  $\sigma_i = f(\epsilon_i)$  строили по разработанной нами методике [3]:

1. Предварительно измеряют  $l_0$ ,  $d_0$ ,  $d_{уст.}$ ,  $d_{ш.}$ ,  $R_{ш.}$ , где  $l_0$ ,  $d_0$  – длина и диаметр образца до испытания,  $d_{уст.}$  – диаметр образца за пределами шейки,  $R_{ш.}$  – радиус шейки,  $d_{ш.}$  – минимальный диаметр образца в зоне шейки.

2. Рассчитывают  $d_{min i}$  – минимальный текущий диаметр образца в месте наибольшей локализации деформаций и последующего разрыва:

$$d_{min i} = \frac{(d_{уст.} - d_{ш.})\Delta l_i + d_{ш.}\Delta l_{уст.} - d_{уст.}\Delta l_{разр}}{\Delta l_{уст.} - \Delta l_{разр}}. \quad (16)$$

Интенсивность деформаций:

$$\epsilon_i = 2 \ln \frac{d_0}{d_{min i}}, \quad (17)$$

интенсивность напряжений:

$$\sigma_i = \frac{4 P_i}{\pi d_{min i}^2 \left(1 + \frac{d_{min i}}{8R_i}\right)}. \quad (18)$$

На рис. 1 показана построенная таким способом кривая течения на растяжение, сжатие и кручение. Треугольными точками обозначены экспериментальные данные на сжатие, круглыми точками – на кручение, квадратными точками – на растяжение. Исходя из рис. 1 можно сделать вывод о близком расположении кривых на растяжение, сжатие и кручение. При аппроксимации использовали метод наименьших квадратов и степенную функцию в виде (15). Некоторое расхождение связано с влиянием сил трения при сжатии цилиндрических образцов и принятыми допущениями.

Диаграмму пластичности  $\epsilon_p = f(\eta)$  строили по результатам испытаний на растяжение  $\epsilon_p(\eta = 1)$ , кручение  $\epsilon_p(\eta = 0)$ , и сжатие  $\epsilon_p(\eta = -1)$ . На участке шейкообразования  $\epsilon_p(\eta = 1)$ ,  $\epsilon_p$  рассчитывали по формуле:

$$\epsilon_p(\eta = 1) = 2 \ln \frac{d_0}{d_{уст.}}, \quad (19)$$

где  $d_{уст.} = \frac{d_0 + d_{ш.}}{2}$ .

На рис. 2 построена диаграмма пластичности стали 20. Экспериментальные точки  $\epsilon_p(\eta = 1)$ ,  $\epsilon_p(\eta = 0)$ ,  $\epsilon_p(\eta = -1)$ . Диаграмма аппроксимирована формулой [1]:

$$\varepsilon_p(\eta) = \varepsilon_p(\eta = 0)\exp(-\lambda_1\eta), \quad (20)$$

где  $\varepsilon_p(\eta)$  – на степень деформации к моменту разрушения при любом  $\eta$ ,  $\varepsilon_p(\eta = 0)$  – степень деформации при сдвиге,  $\lambda_1$  – коэффициенты чувствительности пластичности к изменению показателя  $\eta$ . Для участка диаграммы  $1 \geq \eta \geq 0$ :

$$\lambda_1 = \ln \frac{\varepsilon_p(\eta = 0)}{\varepsilon_p(\eta = 1)}. \quad (21)$$

Для участка диаграммы  $0 \geq \eta \geq -1$ :

$$\lambda_2 = \ln \frac{\varepsilon_p(\eta = -1)}{\varepsilon_p(\eta = 0)}. \quad (22)$$

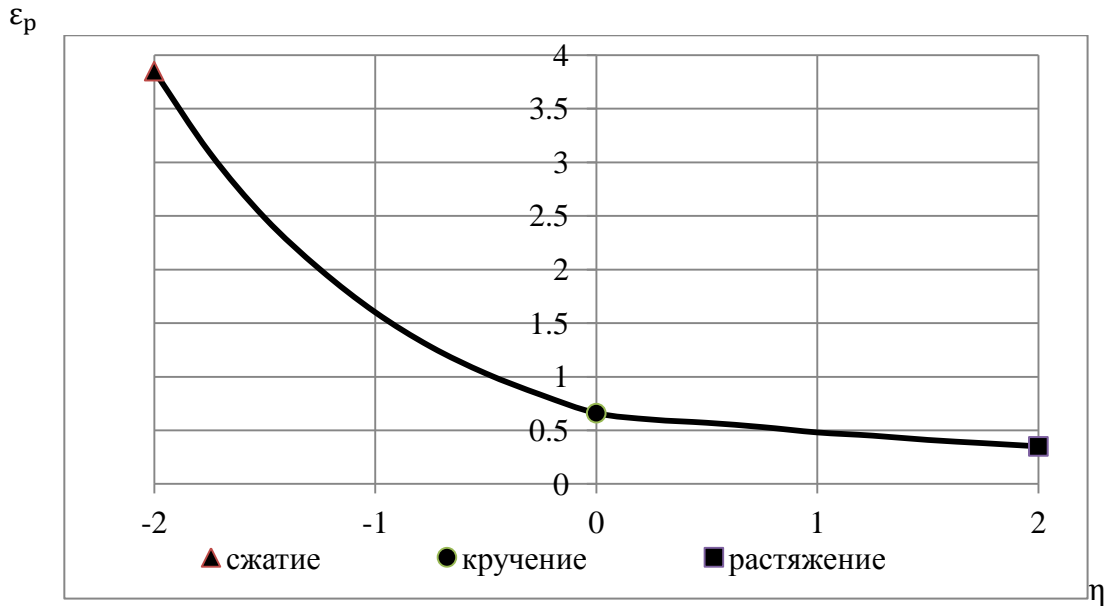


Рис. 2. Диаграмма пластичности стали 20

Построенные таким образом диаграммы в последующем могут быть использованы для оценки использованного ресурса пластичности в процессах обработки металлов давлением, где механизмом разрушения предполагается преимущественно разрушение отрывом, когда плоскость разрушения близка к плоскости по которой действуют максимальные нормальные напряжения. Удобство этих диаграмм диктуется параметром  $\eta$  нормированом на единицу в условиях растяжения  $\eta = 1$ , сжатия  $\eta = -1$  и на ноль в условиях сдвига ( $\eta = 0$  при сдвиге)

В случае изучения технологических процессов обработки металлов давлением, в которых преобладают механизмы разрушения срезом, целесообразно использовать диаграмму пластичности в координатах  $\varepsilon_p(\theta)$ . При этом аппроксимация таких диаграмм пластичности имеет вид [2]:

$$\varepsilon_p(\theta) = \frac{\varepsilon_p^+ \text{sh}[f(\theta - \theta^-)] + \varepsilon_p^- \text{sh}[f(\theta^+ - \theta^-)]}{\text{sh}[f(\theta^+ - \theta^-)]}, \quad (23)$$

где  $\theta^+ = f(1 - 2\kappa)$  – параметр  $\theta$  при двухосном равномерном растяжении,  
 $\theta^- = f(1 + 2\kappa)$  параметр  $\theta$  при двухосном равномерном сжатии,  
 $\varepsilon_p^+$  – деформация разрушения при двухосном равномерном растяжении,  
 $\varepsilon_p^-$  – деформация разрушения при двухосном равномерном сжатии.

Гиперболический синус в (23):

$$\text{sh} = \frac{e^x - e^{-x}}{2}. \quad (24)$$

Для сталей различных марок коэффициент  $k$  можно принять равным  $k = 0,05$  [2]. На рис. 3 показана диаграмма пластичности стали 20 построенная с помощью аппроксимации (23). Экспериментальные точки расположились вблизи расчетной кривой.

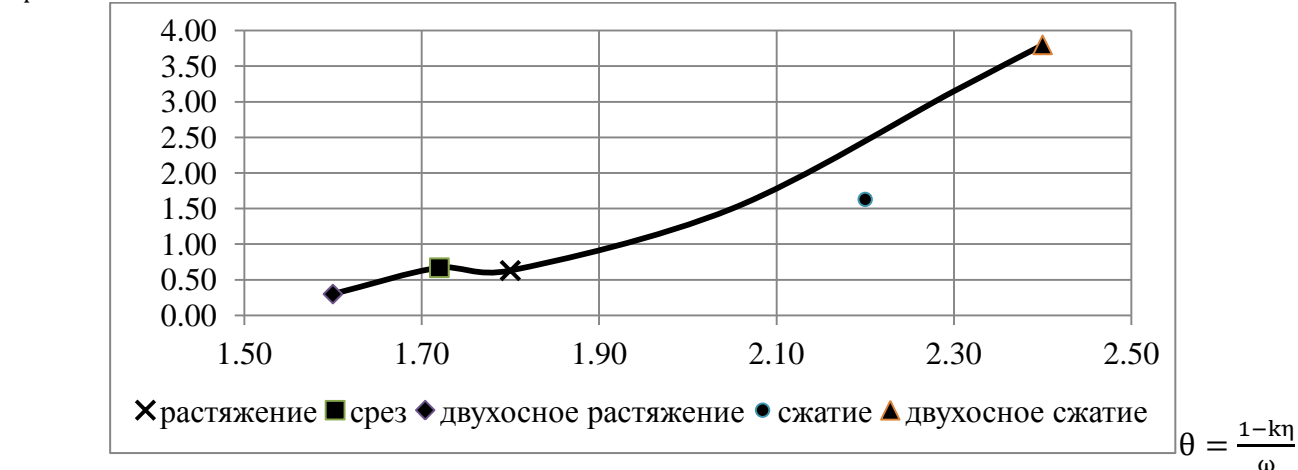


Рис. 3. Диаграмма пластичности срезом стали 20

Анализ представленных диаграмм пластичности позволяет сделать следующие выводы. В случае изучения технологических процессов обработки металлов давлением, где наблюдается механизм разрушения отрывом, когда плоскость разрушения близка к плоскости, на которой действуют максимальные нормальные напряжения, целесообразно пользоваться известными диаграммами пластичности  $\epsilon_p = f(\eta)$ , в которых показатель  $2 \geq \eta \geq -5$  меняется в широком диапазоне и охватывает практически все известные технологические процессы обработки металлов давлением, включая такие экзотические, как процессы интенсивной пластической деформации, в частности процесс винтовой экструзии – процессы накопления деформаций [4]. В таких процессах параметр напряженного состояния  $\eta$  может принимать значительное отрицательное значение. К тому же параметр  $\eta$  удобен для решения практических задач, он нормирован на единицу при растяжении и сжатии. Однако, при изучении технологических процессов обработки давлением листовых материалов нас будет интересовать участок диаграммы пластичности, на котором параметр напряженного состояния меняется в пределах  $1 \geq \eta \geq 3$ . В этом случае диаграмма пластичности стали 20 имеет вид представленный на рис. 4.

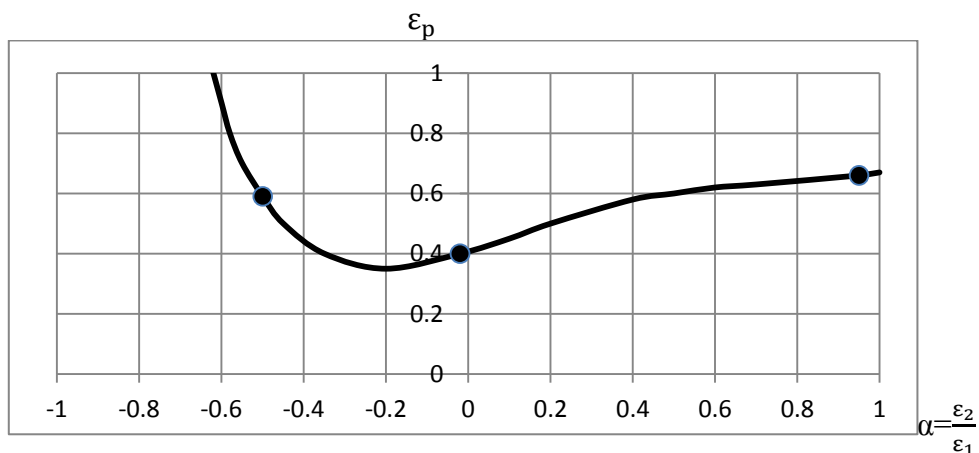


Рис.4. Диаграмма пластичности стали 20 в координатах  $\epsilon_p = f\left(\alpha = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}\right)$ .

На рис. 5 показана диаграмма пластичности, построенная в координатах  $\epsilon_p(\eta)$ . Из рис. 5 следует, что  $\epsilon_p$  (деформация разрушения) изменяется существенно при незначительном

изменении параметра  $\eta$  (от 1,73 до 2) . Введение параметра  $\beta$  решает указанную проблему. На рис. 6, 7 представлены монотонные кривые предельных деформаций.

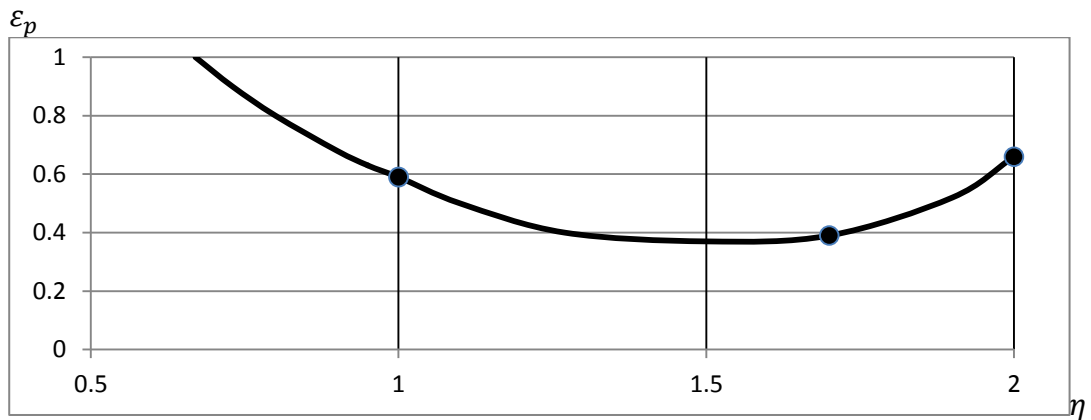


Рис. 5. Диаграмма пластичности стали 20 в координатах  $\varepsilon_p = f(\eta)$

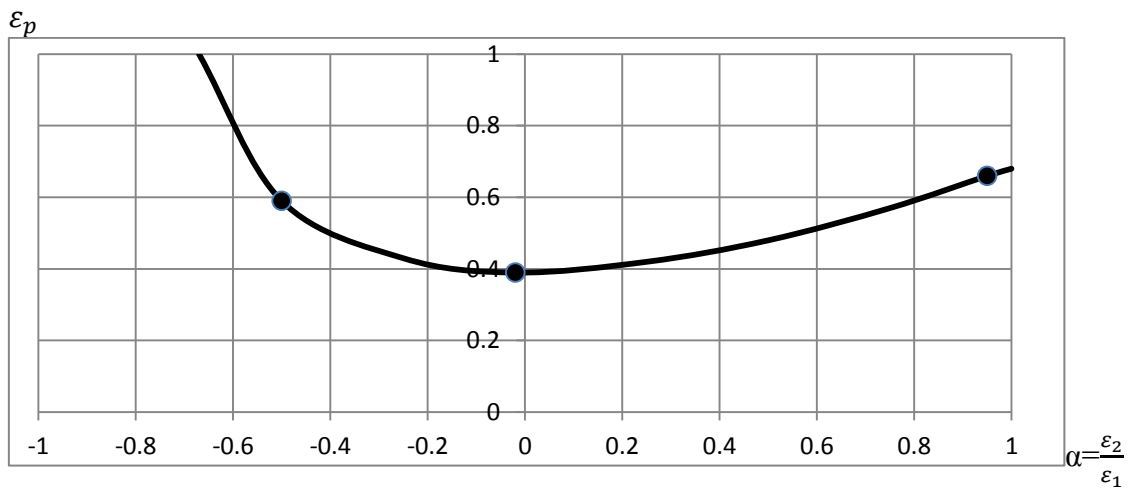


Рис. 6. Диаграмма пластичности стали 20 в координатах  $\varepsilon_p = f\left(\alpha = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right)$

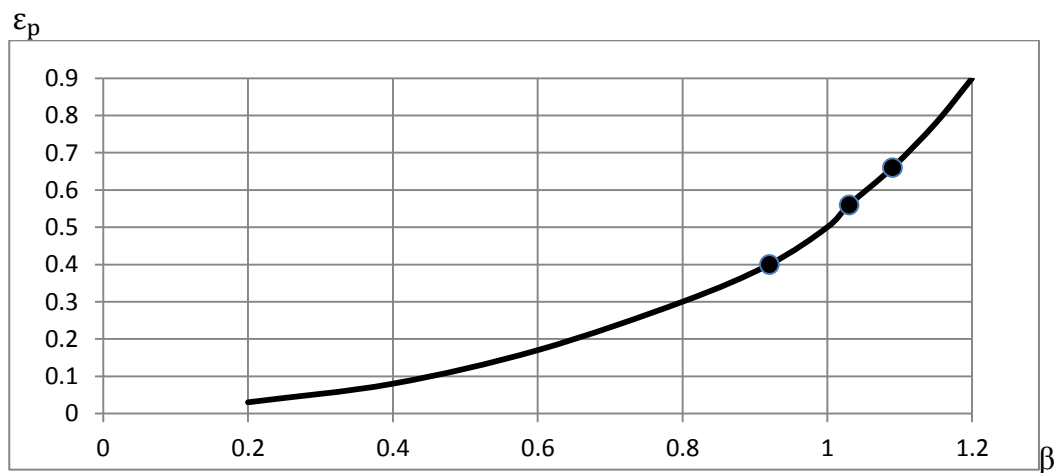


Рис. 7. Диаграмма пластичности стали 20 в координатах  $\varepsilon_p = f(\beta)$

В случае изучения технологических процессов, в которых механизм разрушения преимущественно «срез», целесообразно использовать диаграмму пластичности представленную на рис. 3, рис. 7.

Это касается, главным образом, процессов обработки металлов давлением листовых материалов. В процессах обработки давлением заготовок, сопровождающихся объемной схемой напряженного состояния, в которых возможно разрушение срезом, можно применять диаграмму пластичности представленную на рис. 2 и на рис. 3. (В зависимости от диапазона изменения показателей напряженного состояния).

## ВЫВОДЫ

1. Проанализированы модели пластичных материалов и рассмотрены параметры модели отказов (разрушение отрывом и срезом).

2. Показано, что в случае изучения предельного состояния заготовок, обрабатываемых давлением, в которых преобладает механизм разрушения отрывом целесообразно воспользоваться известными диаграммами пластичности в координатах  $\varepsilon_p(\eta)$ , где параметр  $\eta$  – соотношение гидростатического давления к интенсивности напряжений. Параметр  $\eta$  нормирован на единицу (растяжение, сжатие) и не зависит от свойств материала.

3. При обработке листовых материалов целесообразно воспользоваться параметром вида напряженного состояния в виде  $\beta$  (8), который позволит получить монотонную функцию зависимости  $\varepsilon_p$  от  $\beta$ .

4. Показано также, что в случае изучения процессов обработки давлением листовых материалов, а также процессов с объемной схемой напряженного состояния, в которых наблюдается механизм разрушения в виде среза физически более оправдано пользоваться диаграммами пластичности  $\varepsilon_p f(\theta)$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Огородников В. А. Оценка деформируемости металлов при обработке давлением. / В. А. Огородников. – К.: Вища шк., 1983. – 175 с.
2. Dell, H.; Gese, H.; Kepler, L.; Werner, H. and Hooputra, H.: Continuous Failure Prediction Model for Nonlinear Load Paths in Successive Stamping and Crash Processes, SAE – Paper 2001 – 01-1131, New Sheet Steel Products and Steel Metal Stamping (SP – 1614), SAE 2001 world Congress, Michigan, march 5-8, 2001, pp. 113 – 122.
3. Построение кривых течения материалов с учетом шейкообразования / О. В. Грушко, В. А. Огородников, В. И. Музычук // Кузнечно – штамповочное производство «Обработка металлов давлением». – 2007. - №8. - С 16 - 20.
4. Бейгельзимер Я. Ю. Винтовая экструзия – процесс накопления деформаций. / Я. Ю. Бейгельзимер, В. Н Варюхин., Д. В Орлов, С. Г. Синков – Донецк : Фирма ТЕАН, 2003. – 87 с.

Огородников В. А. – д – р техн. наук, проф., зав. кафедрой ВНТУ;  
e-mail: [vaogorodnikov@ukr.net](mailto:vaogorodnikov@ukr.net)  
0432465775 дом., 0432598465 служ., 0675897115 моб.

Деревенько И. А. – ассистент ВНАУ;  
e-mail: [ohnevo@i.ua](mailto:ohnevo@i.ua)

Алиева Л. И. – канд. техн. наук, доцент ДГМА

ВНТУ – Винницкий национальный технический университет, г. Винница;  
ВНАУ – Винницкий национальный аграрный университет, г. Винница;  
ДГМА – Донбасская государственная машиностроительная академия, г. Краматорск.



## АННОТАЦИИ

**Огородников В. А., Деревенько И. А., Алиева Л. И. Параметры напряженного состояния диаграмм пластичности // Вестник ДГМА. – 2012. – №**

Дан анализ моделей пластичных материалов и рассмотрены параметры моделей отказов. Показано, что в процессах обработки металлов давлением наблюдаются различные механизмы разрушения – разрушение отрывом и разрушение срезом. В первом случае для процессов объемного деформирования целесообразно применять известные диаграммы пластичности в координатах  $\epsilon_p(\eta)$ , где параметр  $\eta$  – отношение гидростатического давления к интенсивности напряжений. При обработке давлением листовых материалов в области изменения параметра  $\eta$  от единицы до трех, когда реализуется механическое разрушение «срезом» целесообразно воспользоваться параметром, который равен отношению функции  $\eta$  к величине главного напряжения.

**Огородніков В. А., Деревенько І. А., Алієва Л. І. Параметри напруженого стану діаграм пластичності // Вісник ДДМА. - 2012. - №**

Дано аналіз моделей пластичних матеріалів і розглянуто параметри моделей відказів. Показано, що в процесі обробки металів тиском спостерігаються різні механізми руйнування - руйнування відривом і руйнування зрізом. У першому випадку для процесів об'ємного деформування доцільно застосовувати відомі діаграми пластичності в координатах  $\epsilon_p(\eta)$ , де параметр  $\eta$  - відношення гідростатичного тиску до інтенсивності напружень. При обробці тиском листових матеріалів в області зміни параметра  $\eta$  від одиниці до трьох, коли реалізується механічне руйнування «зрізом» доцільно скористатися параметром, що дорівнює відношенню функції  $\eta$  до величини головної напруги.

**Ogorodnikov V. A., Dereven'ko I. A., Alieva L. I. Parameters of the tense state of diagrams of plasticity // Herald of the DSEA. – 2012. – №**

The analysis of models of plastic materials and parameters of the models considered failures. It is shown that in metal forming processes, there are various mechanisms of destruction - the destruction of separation and destruction of the cut. In the first case, the volume deformation processes appropriate to apply the well-known diagram of plasticity in the coordinates  $\epsilon_p(\eta)$ , where the parameter  $\eta$  - the ratio of hydrostatic pressure to the stress intensity. When handling the pressure of sheet materials in the range of the parameter  $\eta$  from one to three, when implemented by mechanical disruption of the "cut" it is expedient to use a parameter which is the ratio of the function  $\eta$  to the value of principal stress.